بیان سیوم در مقادیر کیل یعنی پیمانه

قفیز	پیمانه ایست که بست و پنج من باشد وگویند بست وچهار کیلچه است در منتخب ا مذکور است که قفیز پیمانه ایست دوازده صاع واز زمین مقدار یک صد وچهل وچهار گز شر
قنطار	یک هزار ودویست اوقیه است وگویند آن مقدار از طلا که یک پوست گاو از ان پر شود
کیلچه	یک من وهفت ثمن من است
کیل	سي وشش من است
کیله	شش صد درهم وکسری باشد
مشربه	شش استار وربع استار است
ملوک	سه کیلچه است
	پیمانه ایست بوزن دو رطل وربع که دویست ودو مثقال ونیم باشد
	در شرع هشت رطل واین صاع عراقي است وصاع حجازي پنج رطل وثلث رطل ودر لغت پ چهار مُد است وهر مُدی دو مشت آدمي مستوی الخلقة چون دست کشیده دارد وبه رط رطل ودر رسالة اوزان مذکور است که صاع پیغمبر صلعم چهار مُد ومُد بقول منتهاء دو رطل و عراقي پس صاع نه رطل عراقي باشد وبدرهم یک هزار ویک صد وهفتاد وبحساب ما هشت صد ونوزده مثقال وبحساب جو چهل وشش هزار ویک صد وشصت جو خواهد بود
وسق	بار شتر
مُلتین	بضم قاف وتشدید لام پنج قریه ودر شرع پنجاه من است ونیز دویست وپنجاه من است
قریه	مقدار صد رطل عراقي است ورطل صد وبست درهم است

	در بیان جدول مقادیر مساحت و آلات آن وغیره
ذراع شرعي	در کرباس هفت قبضه وچهار اصبع
ذراع شرعي	در مساحت شصت قبضه ویک اصبع قائم وقبضه چهار اصبع *
ذراع عند الحساب	بست وچهار اصبع *
اصبع	شش شعیر مضموم بعض ببعض
ذراع هند	در هندسه قسم است کلان وخُرد ومیانه وهریک بست وچهار طسو *
ذراع شاهجهاني	در پارچه ١٦ گره في گره ١٦ بحر في بحر ١٦ بحرين في بحرين ١٦ شعير في شعير ١٦ درعه در سنگ ٢٠ بسوه بسوه ٢٠ بسوانسي بسوانسي ٢٠ خام خام ٢٠ خامين درعه ٢٤ طسو طسو ٢٤ طسوانسي طسوانسي ٢٤ خام خام ٢٤ خامين
طسوج گز کلان	هشت جو معتدل
طسوج گز خرد	شش جو معتدل
طسوج گز میانه	شش جو خرد
ذراع قدیم	دو شبرو دو گره ابهام مجموع ١٦ گره وهر گرهي چهار بحر
ذراع قدیم	این قدیم در خرید وفروخت ٢٤ انگشت ودو ثلث انگشت
ذراع قبضه	ذراع عامه نیز گویند از ایجاد ابن لیلی است بست وچهار انگشت
ذراع یوسفي	بست وپنج انگشت
ذراع هاشمي	بست وهشت ویک ثلث انگشت ایجاد بلال تورانی نبیرهٔ موسی اشعري است
هاشمهٔ کبری	بست ونه انگشت ودو ثلث انگشت ایجاد منصور عباسي

ذراع عمریه	سي ویک انگشت ایجاد عمر خطاب رضي الله عنه
ذراع مامونیه	هفتاد وثلث انگشت ایجاد مامون عباسي
ذراع اسکندري	سي ودو انگشت
ذراع اکبري	چهل وشش انگشت
ذراع الهي	چهل ویک انگشت
جریب	شصت ذراع شرعي
میل شرعي	یک ثلث فرسخ ونزد بعض سه هزار وپنج صد ذراع یا چهار صد ذراع
میل عند حساب المحدثین	چهار هزار ذراع وذراع ۲۴) اصبع
میل عند حساب القدماء	هزار ذراع وذراع سي ودو اصبع
فرسخ شرعي	دوازده هزار خطوه وخطوه یک ونیم ذراع بذراع عامه اعني بست وچهار اصبع
فرسخ عند الحساب	یک هزار ودو صد ذراع بذراع محدثین
بانس شاهجهاني	شش دست کم وبیش
رسي	ودوري نیز گویند ۲۸ ذراع شاهجهاني

مقادیر مساحت بطریق انگریزي

میل انگریزي	یک هزار وهشصد فوت خواه صد پارت	پارت	هجده فوت
ذراع انگریزي	دو فوت	انچي	ده لین
فوت	دوازده انچي	بانس انگریزي	۱۲ فوت ونست وچهار بانس رایک

	مقادیر زمان بطریق انگریزي
دِگري	بمعني درجه
مِنت	بمعني دقیقه
سِکَند	بمعني ثانیه
هَور	بمعني ساعت
کلاک	دونیم ساعت
نون	نصف روز و مِدِّدي نیز گویند
افترنون	سه پاس روز
اِیوننگ	بمعني شام
مارننگ	بمعني صبح
پِریَد	بمعني دوره
یر	بمعني سال
یرسولر	سال شمسي
یرلونر	سال قمري
دی	بمعني روز
نایت	بمعني شب

	مقادیر مساحت بطور اهل هند
انگشت	۸ جو پوست کنده اگر بعرض بنهند
دَند	دهک نیز گویند ۴ پست و دست ۴ انگشت
کوس	۲۰۰۰ دند و نیز از دوري دوحد دوري باشد
جوجن	۴ کوس
بانس	۱۰ دست
پورین	دو بانس

	مقادیر زمان بطور اهل هند
پران	زمانیکه لفظ دو حرفي ده بار تلفظ توان کرد
پل	شش پران
گهري	شصت پل
مقدار شب و روز	شصت گهري خواه ۲۴ ساعت
ساعت	آنرا بهندي دهن گویند دونیم گهري

	مقادیر زمان اهل هند بطریق دیگر
چهن	زمانیکه بسوزن یک برگ گل را سوراخ کنند

لو	هشت چهن	دورت	دوآن
کاشتها	هشت لو	لکهه	دودورت
نمکه	هشت کاشتها	پولت	سه لک
کلا	هشت نمکه	پل	ده پولت
تورت	هشت کلا	گهڑي	شصت پل
آن	دوتورت		

صحت اسماء اوزان

وهمیه بفتح واو وسکون ها وکسر میم وفتح یای تحتاني وهاي مختفي بمعني منسوب بوهم Suspicion, اعني مقدار آن بظاهر هیچ محسوس نمیشود الا در وهم وخیال مساوي $\frac{1}{4981312}$ (گرین) * Grain,

هبا بکسر هاء وفتح باء موحده بمعني ذره که در شعاع آفتاب هرگاه از یک سوراخ نیفتد در هوا بنظر می آیند وآن ده وهمیه است مساوي $\frac{1}{4981312}$ (گرین) *

ذره بفتح ذال منقوطه وتشدید رای مهمله وهاء عبارت از هشت هبا است مساوي $\frac{1}{497664}$ (گرین) *

قطمیر بکسر قاف وسکون طاء مهمله وکسر میم وسکون یاي تحتاني وراء مهمله در لغت نقطهٔ سفید را که بر پشت خرما میباشد میگویند ونیز ریشه که در شگاف خرما میباشد وآن عبارت از دوازده ذره است مساوي $\frac{1}{41472}$ (گرین) *

نقیر بفتح نون وکسر قاف وسکون یای تحتاني وراء در لغت بمعني شگاف خرما است وآن هشت است مساوي $\frac{1}{5184}$ (گرین) *

فتیله بفتح فاء وکسر تاء فوقاني وسکون یاء تحتاني وفتح هاي مختفي در لغت بمعني رسن باریک وبه ریشهٔ خرما است آن شش نقیر است مساوي (گرین) *

قطس بفتح قاف وسکون لام در لغت بمعني رسن که از لیف خرما خواه برگ آن بسازند وآن شش است مساوي $\frac{1}{144}$ (گرین) *

خردل بفتح خاء منقوطه وسکون راء مهمله وفتح مهمله وسکون لام قسمی از غله است که آنرا بهرائي گویند وآن دوازده قطس است مساوي (گرین) *

شعیره وشعیر بفتح شین منقوطه وکسر عین مهمله وسکون یای تحتانی وراء مهمله قسمی ازغله است که آنرا بهندی جوگویندوآن شش خردل است مساوی نصف (گرین) *

طوخ بفتح طاء مهمله وسکون واو وخاء منقوطه مقدار چهارشعیر *

مثقال صیرفی بکسرمیم وسکون ثاء مثلثه وقاف والف وکسرلام وفتح صاد مهمله وسکون یای تحتانی وراء مهمله وکسرفاء ویای تحتانی صیرفی منسوب بصراف است اعنی مثقال نزدصرافان عبارت ازدرم تام جدیداست ودرشهربغداد صرافان درم تام جدیدرامثقال میگفتند *

مثقال شرعی اعنی مثقال نزداهل شرع *

نواة بفتح نون وواووالف وتای فوقانی بمعنی تخم خرماست *

ترمسه بضم تاء فوقانی وسکون راء مهمله وفتح میم وسین مهمله وهای مختفی این لفظ سیوای کتاب طب درلغت یافته نشد *

عرامی بضم عین مهمله وراء مهمله والف وکسرمیم ویای تحتانی *

کرمهٔ شامیه بضم کاف وراء مهمله وفتح میم وهای مختفی شامیه منسوب بشام است *

جوزه مطلق بفتح جیم وواومجهول وزاء منقوطه وهای مختفی ومطلق بمعنی فقط *

بندقه بکسرباء موحده وسکون نون وضم دال مهمله وفتح قاف وهای مختفی *

ملعقه بضم میم وسکون لام وفتح عین مهمله وفتح قاف وهای مختفی *

سامانوا بسین مهمله والف وفتح میم والف وفتح نون وواووالف *

اویقوس بضم همزه وکسرواو وسکون یای تحتانی وضم قاف وواووسکون سین مهمله *

قباسا بفتح قاف وفتح بای موحده والف وفتح سین مهمله والف *

فلیحون بفتح فاء وکسرلام وسکون یای تحتانی وضم حاء حطی وواومعروف وسکون نون *

بروار بفتح بای موحده وراء مهمله وفتح واووالف وراء مهمله *

بروارصغیر صغیربمعنی خُرد است ایضا *

جرجیر بفتح جیم وراء مهمله وبکسرجیم وسکون یای تحتانی وراء مهمله *

حامای بفتح حای حطی والف وفتح میم والف وسکون یای تحتانی *

حمصه بکسرحای حطی وتشدیدمیم وفتح صاد وهای مختفی *

حزمه بضم حای حطی وسکون زاء معجمه وفتح میم وهای مختفی *

خرما بضم خای معجمه وسکون راء مهمله وفتح میم والف *

کف بفتح کاف وسکون فاء *

عنبیا بفتح عین مهمله وسکون نون وسکون بای موحده وفتح یای تحتانی والف *

سبعون بفتح سين مهمله وسكون باى موحده وضم عين وواو مهمله وونون *

نبطى بفتح نون وسكون باى موحده وفتح طاء وسكون لام *

صدقه بفتح صاد وضم دال مهمله وفتح وتشديد قاف وهاى مختفي وزن سكرچه بفتح سين مهمله وفتح كاف وسكون راء مهمله وفتح جيم فارسي وهاى مختفي *

طويل بفتح طاء وكسر واو وسكون ياى تحتاني وسكون لام *

لسطون بفتح لام وسين مهمله وسكون نون وضم طاء وواو وسكون نون *

قوانويس بفتح قاف وفتح واو والف وضم نون وكسر واو وسكون ياى تحتاني وسكون سين مهمله *

قاتولي بفتح قاف والف وضم تاء فوقاني وسكون واو وكسر لام وياى تحتاني *

حومه بفتح حاء حطي وسكون واو وفتح ميم وهاى مختفي *

طوطول بضم طاء وسكون واو وبضم طاء وواو وسكون لام *

دقوطيل بفتح دال مهمله وضم قاف وواو وكسر طاء وسكون ياى تحتاني ولام *

ناطل بفتح نون والف وبفتح طاء وسكون لام *

قوي مو بفتح قاف وكسر واو وسكون ياى تحتاني وضم ميم وواو *

هاقين بفتح هاء والف وكسر قاف وياى تحتاني وسكون نون *

قوطوني بضم قاف وواو وضم طاء وواو وكسر نون وياى تحتاني *

قسط الطاليقي بضم قاف وسكون سين مهمله وسكون طاء والف وسكون لام وفتح طاء والف وكسر لام وسكون ياى تحتاني وكسر قاف وياى تحتاني *

جوهين بفتح جيم وواو وكسر هاء وسكون ياى تحتاني وسكون نون *

ذورق بفتح ذال معجمه وواو وفتح راء مهمله وسكون قاف

اناب بفتح همزه ونون والف وسكون باء موحده *

ابريق بفتح همزه وسكون باى موحده وكسر راء مهمله وسكون ياى تحتاني وسكون قاف *

طاليقون بفتح طاء والف وكسر لام وسكون ياى تحتاني وضم قاف وواو وسكون نون *

جيزه بكسر جيم وسكون ياى تحتاني وفتح راء مهمله وهاى مختفي *

جوذق وجوشقا بفتح جيم وواو وفتح ذال معجمه وسكون قاف وجوشقا بضم جيم وواو وفتح شين منقوطه وفتح قاف والف *

مد بضم ميم وتشديد دال مهمله *

ملوك بفتح ميم وضم لام وواو وسكون كاف *

قلقين بضم قاف وتشديد لام وفتح تاء فوقاني وسكون ياى تحتاني وسكون نون *

قريه بكسر قاف وسكون راء مهمله وفتح ياى تحتاني وهاى مختفي *

وسق بفتح واو وسين مهمله سكون قاف *

سرخ بضم سين مهمله وسكون راء مهمله وسكون خاء معجمه *

پل بفتح باى مثلثه تحتاني يعني باى فارسي وسكون لام * पलं

دهرن بفتح دال مهمله وهاى مختفي وفتح راء مهمله وسكون نون * धरणं

گدیانک بفتح کاف فارسي وسكون دال مهمله وفتح باء موحده والف وسكون نون وكاف تازي * गद्याणकः

ڈهک بفتح دال هندي وسكون هاء وكاف * घटकः

ماشه بفتح ميم والف وفتح شين منقوطه وهاء مختفي * माषः

کهرکهه بفتح كاف وفتح هاء وراء مهمله وفتح كاف وسكون هاء وهاى مختفي * कर्षः

گهونگچي بضم كاف فارسي وهاء وواو وسكون نون وكاف فارسي وكسر جيم فارسي وياى تحتاني * घुंघुची * गुञ्जा

کوڈي بفتح كاف وواو وكسر دال هندي وباى تحتاني * (فيه شك) कौडि * वराटिका

دسنک بفتح دال مهمله وسكون سين مهمله وسكون نون وسكون كاف فارسي * दशकं

کاکني بفتح كاف والف وسكون كاف وكسر نون وياى تحتاني * काकिणी

پن بفتح باء فارسي وسكون نون وبهلول نام بادشاه بوده است * पणः

چهن بكسر جيم فارسي وهاء وسكون نون * क्षणः

لو بفتح لام وواو * लवः

کاشتها بفتح كاف والف وسكون شين منقوطه وفتح تاى فوقاني وهاء والف * काष्ठा

نمکهه بكسر نون وسكون ميم وسكون كاف وهاء مختفي * निमिषः

کلا بفتح كاف وسكون لام والف * कला

تورت بفتح تاء فوقاني وواو وفتح راء مهمله وسكون تاء فوقاني * त्रुटिः

ان بفتح الف ممدوده وسكون نون * अयनं * आन (فيه شك)

دورت بضم دال مهمله وواو وفتح راء مهمله وسكون تاء فوقاني * दुरत (لم يوجد)

لگهه بفتح لام وسكون كاف فارسي هاء وهاى مختفي * लघु (لم يوجد)

پولت بضم باى فارسي وواو وكسر لام وسكون تاء فوقاني * पुलत * पुलत (فيه شك)

* رَبِّ يَسِّرْ * بسم الله الرحمن الرحيم * وَتَمِّمْ بِالْخَيْرِ *

نظمه

۳۳۳۷

* حمدي چو مراتب عدد بيحد و عد ان واحد را كه نيست واحد به عدد *
* فردي و نه زوج و فرد الله صمد خلاق جهان و لَمْ يَلِدْ لَمْ يُولَدْ *

جل جلاله و عم نواله و صلى الله على خير خلقه محمد و آله و اصحابه اجمعين * اما بعد بر ضمير منير ارباب علم و دانش مخفي و محتجب نيست كه علم حساب كثير المنافع و محتاج اليه جميع امور است چه تعدد لازم ممكنات است و عدد موضوع علم حساب و ايضا يوم الحساب حق دليلي واضح بر شرافت اوست و در هر جز و زمان حكماء دقيقه شناس و فضلاي خرد اساس پيرايهٔ افتخار و سرمايهٔ مباهات خود دانسته بوسيلهٔ اين فن عالي زيب بخش و سادهٔ عزت و جلال و مسند آراي حشمت و اقبال بوده اند * و هر بي كمالي زايا راي اين نيست كه بمجرد دانستن قواعدي چند قدم در عرصهٔ حساب داني نهد * و رقم تصدي اين امر خطير را بر ناصيهٔ حال خود نگارد * چون درين عصر كه از علم و حكمت نامي و از فضل و هنر نشاني بر جا نمانده و جمعي كه از مجهول و معلوم و موجود و معدوم فرق نمي كنند و ناس را از نسناس و بلور را از الماس باز نميدانند بمحض دانستن بعضي اعمال حسابي كه دست فكرت انها از دامن ميزانش كوتاه است علم دعوي بر مي افرازند و كلاه نخوت بر آسمان مي اندازند علم حساب به شومي اين تهي مغزان از سواد ارقام به صفر يكسان است و به بيداد اين انصاف دشمنان از خطوط جداول چاك در گريبان * بيت * ز انسان امروز هر چه پيداست * فضلش رفته است و جنس بر جاست * على الخصوص درين ديار هر كسي جز لهوي و هر شخصي جز لغوي با علوم كاري ندارد اين كمترين خلائق اگرچه ابتداء تا سن پانزده سالگي تحصيل كتب رسميهٔ صرف و نحو و منطق و حكمت چنانكه متداول است نموده و از مختصرات نرافت حاصل

ساخته وقوانین حساب سیاق مختصري که لازم پیشهٔ متصدي گري است آموخته اراده داشت
که درس کتب فنون ریاضي خصوص کتب علم حساب نماید لکن به سبب تحصیل معاش
که سرگشتگان نشأ تعلق را ازان گزیر نیست از حصول این سعادت محروم مانده وسالهاي دراز
به سبب علاقهٔ روزگار که ازسن شانزده سالگي اتفاق افتاد فرصت مطالعهٔ کتب این فن نیافته
تا آنکه روزي سوالات چند که متعلق جبر ومقابله بود بتقریب دوستي به سمع رسید چون
خودرا ازاستخراج ان عاجز دید غیرت دامن گیر دل شد وخلاصة الحساب را دریک روز
من اوله الی آخره بر سبیل اجمال مطالعه نموده سوالات مذکور را بقواعد جبریه منحل
ساخت ورغبتي که ازین علم شریف ازپیشتر بود تضعیف پذیرفت ودراندک زمان باوجودیکه
علاقهٔ روزگار وکثرت کار بود تمامي خلاصة الحساب را بخوبي مطالعه کرده وحل مسائل
ساخته نسخهٔ مختصری بزبان فارسي رقم نمود درینولا که به سبب تعطل اتفاق انزوا بزاویهٔ
خمول افتاد غیراز کتب فنون ریاضي همدمي وبجز مسائل این علوم انیسي ندارد خصوص
کتب علم حساب مثل عیون الحساب ومفتاح الحساب ودستور الحساب وتلخیص الحساب
ولیلاوتي وبیج گنت واکثر شروح خلاصة الحساب وغیرآن بمطالعه درآمد باوجودیکه اکثری
ازین کتب درزبان عربي وبعبارت دقیق بود که فهم هرکسي بادراکش نمیرسد بعنایت ایزدي
وبتوفیق سرمدي برغوامض مسائل آن آگهي یافته بیشتر قواعد وفوائد از خود استنباط
وایجاد کرد اگرچه اکثر بخاطر می گذشت که اگر فرصت دست دهد وزمانه مساعدت
نماید مجموع قوانین که دوحساب ازان گزیر نباشد دریک کتاب مع دلائل وبراهین اکثری
قواعد بعبارت فارسي سلیس مندرج سازد تا طالبان فضل وهنر را واسطهٔ ترقي وتکمیل ومدعیان
بي سرمایه را موجب تنبیه وآگاهي گردد لکن چون اخوان زمان را ازین علوم بعد کلي است
قدر دآني که باین مطالب شریفه وارسیده زبان به تحسین کشاید بنظر نمي آمد لهذا این اراده
ازحیز قوه بفعل نمی گرائید ناگاه برهبري بخت همایون ویاوري طالع سعادت مقرون
جبههٔ ارادت بغبار عتبهٔ عرش رتبه دردولت زبدهٔ اعاظم امراء عالیشان وقدوهٔ اماجد شرفاء
انگلستان نیراعظم سپهر بذل وعنایت ستارهٔ سیارهٔ اوج نصفت وعدالت مصدق دعوی
انا الکریم ملاذ محتاجان هفت اقلیم فلاطون یونان حکمت ونطانت غازهٔ پیرایی رخسارهٔ

شوکت و متانت شریف النفس مهذب الاخلاق زین المحافل کالنور فی الاحداق آستین دل پاک کن از غبار کبر و منی صورت طراز هیولای حکمت مدنی خداوند جوهرشناس خردمند بخرد نواز جوهریان علم و دانش گوهر هنری ببازار اظهار نیاوردند که آن عالی جناب بقیمت دلخواه نخرید و صاحب کمالی از جفای گردون آه سردی نکشید که آن خجسته فرهمایون فال بدادوی نرسید ذاتش متحلی بفضائل و نفس مقدسش متخلی عن الرذائل المؤید من الله نواب کیوان بارگاه ناظم الملک صمصام الدوله مستر فرانسس هاکنس بهادر هیبت جنگ اظهر الله آثار مجده و عظمته مضعفا و جعل الناس بدعاء دولته و حشمته موطنا نورآگین ساختم و آن عالی جاه من لا لائق را بعنایات بیغایات خداوندانه سرفراز فرموده دامن آرزوی خاطرم را رشک کان گوهر نمود درین وقت ملهم غیبی بشارت لاریبی داد که حالا وقتیست که کتابی در فن حساب چنانکه اراده داشتی تالیف نموده هدیهٔ ملازمان آن عالی جناب سازی تا بوکه غنچهٔ مراد به نسیم عنایت آن والانژاد شگفد و حل اشکال بالطاف ان برگزیدهٔ انس و آفاق باحسن الوجوه رو نماید و فیضان این علم بذریعهٔ نام نامی آن فیاض بر خاص و عام جاری شود و یادگاری بطفیل اسم گرامی ان قدرشناس تا یوم الحساب بماند باستماع این مژدهٔ روح افزا صبح دولت دمید و دیدهٔ امید روشن گشت و دامن مقصود بدست افتاد و چهرهٔ مطلوب در نظر آمد حالیا شروع تالیف دران نمودم رب یسر و تمم بالخیر و انت الموفق و المعین * امید از ناظران و طالبان این فن شریف آنست که وجود متصدی این بیان را در میان ندبینند و اگر سهوی و خطائی ملاحظه نمایند خورده نگیرند بلکه بقلم اصلاح صحیح سازند که این کمترین را نصیبی جز منصب ترجمانی نیست و بهرهٔ جز سخن رانی نه و این کتاب مسمی بخزانة العلم که منطوی بر مادهٔ تاریخ تالیف است مشتمل است بر مقدمه و چند باب و خاتمه *

* مقدمه *

باید دانست که چون علم حساب (۱) قسمی از اقسام علم ریاضی است و علم ریاضی قسمی از اقسام حکمت پس اول تعریف حکمت و بیان اقسام ان از واجبات بدانکه حکمت علمی است و عملی علم حکمت (۲) دانستن احوال موجودات است کما هی فی نفس الامر

بقدر طاقت بشري وآن تصور حقائق موجودات است وتصديق باحكام ولواحق
آن وعمل قيام نمودن بكارهاست چنانكه بايد بقدر طاقت بشري وآن مزاولت حركات
وصناعات است براي اخراج آنچه در حيز قوه باشد بحد فعل به شرطيكه آن مزاولت
مؤدي بود از نقصان بكمال وعلم حكمت بحسب تقسيم موجودات منقسم ميشود بدو قسم
عملي وعلمي اما حكمت عملي دانستن احوال افعال واعمال است كه وجود آنها باختيار
وقدرت بشر است به شرطيكه مؤدي بصلاح معاش ومعاد انساني باشد پس اگر آن علم مؤدي
بمصالح معاش ومعاد شخص معين بانفراده بود تا كه آن شخص متحلي بفضائل ومتخلي
عن الرذائل گردد آنرا تَهْذِيبِ اَخْلَاق گويند واگر آن علم بمصالح جماعه متشاركه في المنزل بود
مثل والد ومولود ومالك ومملوك وغير آن آنرا تَدْبِيرِ مَنْزِل نامند واگر آن علم بمصالح جماعة
متشاركه في المدينه بود آنرا سِيَاسَتِ مَدَنِيَّه خوانند وبعضي گويند كه حكمت مدنيه
دو قسم است يكي آنكه متعلق بملك وسلطنت باشد آنرا سياست مدنيه گويند دوم آنكه
متعلق به نبوت وشريعت بود آنرا عِلْمِ نَوَامِيسِ اِلٰهِي خوانند وحق آنست كه عِلْمِ شَرِيعَتْ
مشتمل برهر سه قسم عملي تهذيب اخلاق وتدبير منزل وسياست مدنيه است كما اشار اليه
ملاصدراي شيرازي رحمة الله عليه في موضعه واما حكمت علمي دانستن احوال
موجوداتي است كه وجود آنها باختيار وقدرت بشر نيست وآنرا حِكْمَتِ نَظَرِي نيز خوانند
پس اگر آن موجودات در وجود خود محتاج ماده نباشند آنرا عِلْمِ اَعْلَىٰ وَمَابَعْدَ الطَّبِيعَه گويند
واصول اين علم دو قسم است يكي معرفت الله سبحانه ومقربان كه مبادي اسباب موجودات
اند چون عقول ونفوس اين را اِلٰهِيَّات گويند دويم دانستن امور كلي احوال موجودات
من حيث الوجود ووحدت وكثرت ووجوب وامكان وحدوث وقدم وغيران آنرا فَلْسَفَهٔ
اُولَىٰ وعِلْمِ كُلِّي خوانند وفروع اين علم چند نوع است چون معرفت نبوت وامامت واحوال
معاد وغيران ومَنْطِق را (۳) كه ارسطاطاليس مُدَوَّن كرده است شيخ رئيس در فروعات علم
اعلىٰ داخل ساخته ومحقق طوسي آنرا علم تعلُّم ووسيلهٔ تحصيل ديگر علوم انگاشته واگر
آن موجودات در وجود خود محتاج ماده باشند اعم از اينكه خارجي باشند يا ذهني آنرا علم
طَبِيعِي نامند واصول علم طبيعي هشت است كما صرّح به المحقق الطوسي اول مسايعم الاجسام

که آنرا سَمَاعِ طَبِيعِي نيزگويند وآن علم مبادي متغيرات است چون زمان ومكان وحركت وسكون ونهايت ولانهايت وغيرآن دويم معرفت اجسام بسيطه ومركبه واحكام بسائط علوي وسفلي وآنرا عِلْمِ سَمَاءِ عَالَمْ گويند سيوم معرفت اركان عناصر وتبدل صور برمادهٔ مشترک وآنرا عِلْمِ كَوْنْ وفَسَادْ خوانند چهارم معرفت عِلل حوادث هوائي وارضي مانند رعد وبرق وصاعقه وباران وبرف وژاله وزلزله وغيرآن آنرا عِلْمِ آثَارِ عُلْوِيْ گويند پنجم معرفت مركبات اجسام وكيفيات تركيب آن آنرا عِلْمِ مَعَادِنْ خوانند ششم معرفت اجسام نامیه ونفوس وقواي آن آنرا عِلْمِ نَبَاتَاتْ خوانند هفتم معرفت احوال اجسام متحرکه بحرکت ارادي ومبادي حرکات واحکام نفوس وقواي آن وآنرا عِلْمِ حَيَوَانْ نامند هشتم معرفت نفس ناطقهٔ انساني وچگونگي تصرف وتدبير آن دربدن وآنرا عِلْمِ نَفْسْ خوانند وفروع طبيعي بسياراست چون علم طب وعلم احکام نجوم وعلم فلاحت مثل بذرگري وکشاورزي وغيرآن واگر آن موجودات صرف دروجود خارجي محتاج ماده بود ودروجود ذهني محتاج ماده نباشد آنرا عِلْمِ رِيَاضِيْ (٤) خوانند * واصول آن چهاراست اول معرفت مقادير که کم متصل ساکن است واحکام ولواحق آن آنرا عِلْمِ هَنْدَسَه (٥) گويند دويم معرفت اختلاف اوضاع اجرام علوي بايک ديگروبا اجرام سفلي ومقادير حرکات اجرام وابعاد ايشان که کم متصل متحرک است آنرا عِلْمِ هَيْئَتْ (٦) خوانند سيوم معرفت کم منفصل مؤلف که آنرا نسبت بصوت ونغمه بود آنرا عِلْمِ مُوْسِيْقِيْ (٧) سرايند چهارم معرفت کم منفصل که آنرا نسبت بصوت ونغمه نباشد آنرا علم حساب نامند وشيخ الهي صاحب اشراق گفته است که چون موضوع علم حساب عدد از اقسام اوليهٔ وجوداست زيراکه موجوداتيکه بوجود خود محتاج ماده نيستند مثل مفارقات نيز عدد اند واقسام اوليه موضوع فلسفهٔ اولي است پس علم حساب از قسم علم رياضي نتواند بود فقط لکن جمهور حکماء حساب را از رياضي شمرده اند ولهذا ملا صدرا تقسيم حکمت نظري بوجهي نموده که حساب داخل علم رياضي باشد کَمَا صَرَّحَ فِيْ كِتَابِهِ وبعضي گفته اند که موضوع علم حساب عدديست که دروجود خارجي محتاج ماده است چراکه انچه دروجود خارجي محتاج ماده نباشد ازان محاسبين را هيچ غرض نيست مثل اعداد مفارقات * وفروع رياضي بسياراست مِثْلِ عِلْمِ مَنَاظِر ومَرَايَا (٨) وجَبْر ومُقَابَله وجَرِّ اَثْقَالْ ودیگرصناعات وبدانکه علم حساب

نیز دو قسم است علمي که آنرا نظري نیز گویند و عملي * علمي معرفت عدد و خواص اوست و آنرا اِرْثَمَاطِیْقِي خوانند و این لفظ یوناني است و مقالات سابعه و ثامنه و تاسعهٔ اقلیدس مشتمل برانست * و عملي دانستن قوانین استخراج مجهولات عددی است از معلومات مخصوصه * و عملي نیز دو گونه است یکي آنکه دران حاجت بعمل جوارح نیفتد مثل استخراج مجهولات سهل و اعداد قلیل و آنرا هوائي گویند و وجه تسمیهٔ آن ظاهر است دویم آنکه دران حاجت بعمل جوارح شود اعني احتیاج بنوشتن افتد آنرا عِلْم تَخْت و تُراب نامند زیرا که اکثری اهل حساب بر تختهٔ چوب از گل سفید مي نویسند که هرگاه آنرا بخواهند محو کنند و موضوع علم حساب عدد است و آن عند التحقیق کَمِّیَّة است متالف از آحاد و نزد بعضي متالف از وحدات کما في اُقْلِیْدِس و نیز اختلاف است که عدد مشتمل برجزء صوري هست یا نه و بر تقدیر عدم اشتمال برجزء صوري آیا حقیقة عدد وحدات محض است بی اعتبار هیئة اجتماعیه عروضا و دخولا یا هیئة اجتماعیه نیز معتبر است عروضا وَالْاَخِیْرُ حَقٌّ اعني بر تقدیر تالف عدد از وحدات و عدم اشتمال برجزء صوري حقیقة عدد وحدات باعتبار هیئة اجتماعیه عروضا نه محض وحدات * و آحاد جمع واحد است و واحد مشتق از وحدة و وحدات جمع وحدة و وحدة آنست که به سبب او شيء را واحد میگویند و واحد آنست که قسمت نه پذیرد از جهتیکه او را واحد میگویند و آن دو قسم است واحد حقیقي و واحد غیر حقیقي واحد حقیقي آنست که اصلا قسمت نه پذیرد مثل واجب الوجود و عقول و نقطه و غیر آن و واحد غیر حقیقي آنست که از جهتي قبول قسمت کند و بعضي گویند که عدد نصف مجموع حاشیین است پس برین هر سه تفسیر واحد داخل عدد نیست مگر بر تفسیر اخیر اگر کسر را حاشیه اعتبار کرده شود و برین تقدیر کسور نیز داخل عدد مي شود کَمَا ذَهَبَ اِلَیْهِ بَعْضُهُمْ و بعضي گویند که عدد کمیة است که اطلاق کرده مي شود بر واحد و انچه متالف از واحد باشد و بعضي گویند که هرچه در مراتب عدد واقع شود عدد است کما ذَکَرَهُ الْمُحَقِّقُ الطُّوْسِيّ فی التَّحْرِیْر و برین دو تفسیر اگرچه واحد هم داخل میشود لکن لازم مي آید که عدد بجمیع اقسامه از منوعة کم نباشد چه بر واحد تعریف کم صادق نمي آید و سَیَجِيءُ تَعْرِیْفُهُ * و تحقیق آنست که واحد عدد نیست بلکه عاد جمیع اعداد است خواجه میر درد قدس سره فرماید * مخمس *

پابند هیچ مرتبهٔ نیک وبدنیم * مختص بهٔ نسبتی که مقید کند نیم * باکثرة اشنایم وخود جزاحد نیم * چون واحد ارچه من بشمار عدد نیم * طي مراتب همه اعداد میکنم * بهرکیف چون اعداد ازومتالف اندودرحساب محاسبین را ازوگزیر نیست لهذا دراکثرقوانین حساب ازلفظ عدد واحد وماتیالف منه مراد می شود بلکه کسورر انیز از عدد می شمارند * وبدانکه چون عدد یکی ازاقسام کم است وکم یکی ازمقولات تسعهٔ عرض لهذا درین جا بیان جَوْهَرْ وعَرَض واقسام آن ضرور افتاد * پس باید دانست که مُوْجُوْد دوقسم است یکی آنکه وجود او بلحاظ ذات او ضرور است آنرا وَاجِبْ گویند چنانکه ذات باریٔ تعالی شانه دوم آنکه وجود او بلحاظ ذات او ضرور نیست آنرا مُمْکِنْ نامند چنانکه جمیع موجودات ماسواه سبحانه وممکن نیز بردو قسم است یکی جوهر دوم عرض جوهر (۹) ماهیتی است که هرگاه موصوف بوجود خارجي شود درموضوع نباشد وموضوع محل غیرمحتاج الی الحال است ومحل محتاج الی الحال را هَیُوْلیٰ نامند پس محل عام است وموضوع خاص * وجوهر پنج قسم است به تقسیم عقلي چراکه اگران جوهر محل محتاج الی الحال است هیولیٰ است واگرحال درمحل محتاج الی الحال است صُوْرَةِ جِسْمِیَّه است یاصُوْرَةِ نَوْعِیَّه واگرحال هم نباشد ومحل هم نباشد بلکه مرکب ازهردو بود جِسْمِ طَبِیْعِي است واگرمرکب هم نباشد پس اگراورا تعلق تدبیر وتصرف دربدن بود نفس است خواه نفس انساني بود خواه نفس فلکي واگرچنین تعلق هم نبود عقل است * وعرض (۱۰) حقیقتي است که هرگاه موصوف بوجود خارجي شود درموضوع باشد وآن نه قسم است بالاستقراء کَیْفَ وَاَیْنْ ومَتیٰ واِضَافَة ومِلْکْ ووَضْع وفِعْل وانْفِعَالْ وکَمْ کَیْفَ (۱۱) عرضیست که قبول قسمت ونسبت نمی کند بالذات وآن چند قسم است یکی کیفیات محسوسه به یکی ازحواس ظاهره واین نیز دوگونه است راسخه وغیرراسخه راسخه که آنرا انْفِعَالِیَاتْ نیزگویند چون حلاوة عسل ونمکیني نمک وغیرراسخه که آنرا انفعالات نامند چون حمرة الخجل وصفرة الوجل * دویم کیفیات نفسانیه است که مختص بنفس حیوان است دون نبات وجماد واین نیز دوقسم است غیرراسخه چنانکه قدرت کتابت درابتدای خلقت که بالقوه است وملکهٔ راسخه چنانکه قدرت کتابت بعد استکمال وهم چنین علم وغیره من الصنائع سیوم کیفیات استعدادیه چون سختي ونرمي * چهارم کیفیات مختصه بالکمیات المتصله والمنفصله چون

مثلثية ومربعية برای سطح وزوجية وفردية برای عدد واین (۱۲) حالتی است که حاصل میشود
شيء را ازجهت مکان ومتی (۱۳) حالتی است که حاصل میشود شيء را به سبب زمان واضافه (۱۴)
حالت نسبيهٔ متکرره است چون ابوة وبنوة ونسبيه انچه به سبب نسبة حاصل شود ومتکرره
لحاظ نسبت اول بطرف دویم ونسبت دویم بطرف اول بحيثيتی که تعقل احدهما بدون آخر ممکن
نباشد کما لا يخفی فی الامثلة وملک حالتی است که حاصل می شود شيء را به سبب چيزيکه
محيط به کل یاجزء شيء باشد وانتقال کند بانتقال شيء چون پوست بدن وقميص وغيره
ووضع (۱۵) هيئتی است که حاصل میشود شيء را به سبب نسبة اجزاء الشيء بعضها ببعض یا به سبب
نسبة امور خارجيه چون قيام وقعود وفوق وتحت وفعل (۱۶) حالتيست که حاصل میشود شيء را
به سبب تاثير آن در شيء آخر کالقطع مادام يقطع وانفعال (۱۷) حالتيست که حاصل میشود شيء را
به سبب قبول تاثير از غير چون تسخن مادام يتسخن وکم (۱۸) عرضيست که قبول قسمت کند
بالذات وآن دو قسم است مُتَّصِلْ ومُنْفَصِلْ متصل آنست که هرگاه آنرا منقسم کنند درميان هر دو قسم
او يک حد مشترک باشد مانند جسم وسطح وخط وزمان چه هرگاه جسم را منقسم کنند حد مشترک
در هر دو قسم او يک سطح واقع می شود واگر سطح را قسمت کنند حد مشترک يک خط می آيد
واگر خط را منقسم سازند يک نقطه حدّ مشترک می باشد وهمچنين حد مشترک در زمان
آن است وحد مشترک آنست که نسبت او بهر قسم متساوي باشد اعني اگر آن حد مشترک را
ابتداي يکی فرض کنند ابتدای ديگری هم می تواند شد واگر انتهای يکی فرض کرده شود
انتهای ديگری هم می تواند بود * وکم متصل بر دو گونه است يکی متصل قار الذات چنانکه
جسم تعليمي وسطح وخط دويم متصل غير قار الذات چنانکه زمان * ومنفصل آنست که هرگاه
آنرا قسمت کنند درميان هر دو قسم او حد مشترک نباشد چنانکه عدد ومنفصل نيز دو قسم است
قار الذات وآن عدد است وغير قار الذات وان قول وموضوع موسيقي وقال بعض المحققين
ان النقطة والوحدة والحرکة بمعنی التوسط والآن هي مقولات علی حدة غير المقولات التسع *
وباید دانست که مساحت هرچند تعلق بکم متصل دارد لکن از انجا که باعتبار انقسام هرگاه هر اجزاء
آنرا بمقدار واحد فرض کرده شود آن هم بمنزلهٔ عدد ومنفصل میگردد لهذا مساحت را نيز قسم
از حساب عملي شمرده اند وبدانکه عدد عند المحاسبين دو قسم است صحيح وکسر وصحيح

عدد مُطلَق را گویند مثل دو و سه و چهار و کسر عدد مُضاف را گویند که اضافه کرده شود بسوی جمله که آنرا واحد فرض کنند و آنجمله را که مضاف الیه است مَخرَج کسر نامند مثل چهار جزء از یازده جزء پس چهار مضاف است بسوی یازده که یک جمله است و آنرا واحد فرض کرده اند اعنی مجموع یازده جزء را واحد فرض میکنند و گویا واحد را یازده جزء قرار داده اند در ینصورت چهار کسر است و یازده مخرج کسر و ازینجا معلوم شد که برای واحد حقیقی هیچ کسر نیست مگر برای واحد مفروضی و نیز عدد باعتبار مراتب عدد یه بر دو قسم است مفرد و مُرکَّب مفرد آنست که در یک مرتبه از مراتب واقع شود خواه مرتبه آحاد خواه عشرات خواه مئات چون دو و سه و بست و صد و هزار و مرکب آنست که از دو مرتبه یا زیاده از ان ترکیب یابد مثل دوازده و سیزده و یک صد و دو و یک صد و یازده و علی هذا القیاس و بیان مراتب اعداد در مطلب اول باب اول گفته شود ان شاء الله تعالی و نیز عدد باعتبار تنصیف بر دو قسم است فَرد (۱۹) و زَوج (۲۰) اما فرد آنست که نصف آن عدد صحیح نباشد چون سه و پنج پس اگر بر هیچ عددی غیر الواحد قسمت نه پذیرد انرا فرد اوّلی خوانند و الافرد الفرد گویند و زوج آنست که نصف آن صحیح باشد پس اگر از روی تنصیف بیکمرتبه یا بمراتب تا واحد رسد انرا زَوج الزَّوج نامند چون دو و چهار و هشت و اگر نصف آن بمرتبه اول عدد فرد غیر واحد واقع شود چون شش و چهارده آنرا زَوج الفَرد گویند و اگر از روی تنصیف بدو مرتبه یا زیاده از ان بفرد غیر واحد رسد آنرا زَوج الزَّوج و الفَرد نامند چون دوازده و بست و چهار و بعضی اثنین را زوج بسیط گویند و باقی را زوج مرکب و این هر سه اقسام اعنی زوج الزوج و زوج الفرد و زوج الزوج و الفرد را از اقسام زوج مرکب می شمارند و نیز عدد باعتبار اجزاء صحیحهٔ خود سه قسم است تامّ و زائد و ناقص * تام آنست که مجموع اجزاء صحیحهٔ او اعنی مجموع کسوریکه در او صحیح واقع شوند مُساوی ان عدد باشد مثل شش و بست و هشت چه اجزاء صحیحهٔ عدد شش نصف و ثلث و سدس است و مجموع آنها هم شش میشود و اجزاء صحیحهٔ بست و هشت نصف و ربع و سمع و چهاردهم و بست و هشتم است و مجموع آنها بست و هشت میگردد و زائد آنست که مجموع اجزاء آن عدد زائد از ان عدد باشد چنانکه دوازده چه اجزاء صحیحهٔ او نصف و ربع و ثلث و سدس و دوازدهم است و مجموع آنها شانزده میشود و ناقص آنست که مجموع اجزاء آن عدد ناقص از ان عدد باشد چنانکه

هشت چه اجزاء صحیحهٔ او نصف و ربع و ثمن است و مجموع آنها هفت میشود و نیز هر دو عدد که مجموع اجزاء هریکي مساوي عدد دیگر باشد انها را مُتَحَابَّیْن گویند چنانکه دو صد و بست و دو صد و هشتاد و چهار چه اگر اجزاء دو صد و بست را جمع سازند دو صد و هشتاد و چهار میشود و اگر اجزاء دو صد و هشتاد و چهار را جمع کنند دو صد و بست میگردد و اگر مجموع اجزاء هر دو عدد متساوي باشند آنها را مُعَادِلَیْن خوانند چنانکه سي و نه و پنجاه و پنج که مجموع اجزاء هر دو هفتده است و نیز عدد باعتبار جَذْر و ضِلْع بر دو قسم است مُنْطِق و اَصَمّ منطق آنست که جذر و ضلع اول او صحیح باشد چنانکه نه که جذر او سه است و اصم آنست که ضلع اول و جذر او تحقیقي نباشد چنانکه یازده که جذر او تحقیقي نیست الا تقریبي و تفصیل و تعریف جذر و ضلع اول قریب مذکور شود اِنْ شَاءَ اللّٰهُ تَعَالَی و باید دانست که اکثر علماء بران اند که جذر اصم اصلا وجود ندارد اما تحقیق آنست که چون عدد خود موجود بالذات نیست در خارج الا وجودش باعتبار معروض و محل اوست و معروض او اکثر جسم و سطح و غیره از کم متصل است خصوص ضرب و قسمت و جذر و مجذور اعمال عدد عارض مادیات است پس جذر اصم باعتبار تعبیر عددي البته موجود نیست اصلا مگر بلحاظ معروض در حقیقة موجود است و تعبیر عددي از و محال و باید دانست که بعضی علماء عدد را باعتبار کسر نیز منقسم بمنطق و اصم می کنند اعني عددیکه دران احدي از کسور تسعه صحیحه باشد منطق است والا اصم کما في خلاصة الحساب و کسور تسعه نِصْف و ثُلُث و رُبُع و خُمُس و سُدُس و سُبُع و ثُمُن و تُسُع و عُشْر است و این تقسیم مخصوص محاسبین عرب است زیرا که عرب براي کسور تسعه اسمي خاص معین کرده اند چنانکه مذکور شد و براي باقي کسور بلفظ جزء تعبیر می کنند مثل جُزْءٍ مِنْ اَحَدَ عَشَرَ و جُزْءٍ مِنْ اِثْنَیْ وَعِشْرِیْن وهکذا و بدان سبب کسور تسعه را منطق گویند و باقي را اصم و چون عجم خصوصیت بکسور تسعه ندارند لهذا بدین لحاظ تفریق نمي کنند

* باب اول در حساب اعداد صحیح و دران سیزده مطلب است *

* مطلب اول در بیان صُوَر اعداد و مَرَاتِب آن *

بدانکه حکماء هند براي تسهیل عمل حساب صُوَر ارقام تسعه از واحد تا نه ایجاد کرده اند و آنرا آحاد گویند و صور باقي اعداد را بترکیب مراتب قرار داده اند و هر چند در هر دیار فارس

جدول اول

نام عدد	صورت ارقام اہل اسلام	صورت ارقام اہل ہند	صورت ارقام اہل فرنگ
واحد	۱	۱	1
اثنین	۲	۲	2
ثلثہ	۳	۳	3
اربعہ	۴	۴	4
خمسہ	۵	۵	5
ستہ	۶	۶	6
سبعہ	۷	۷	7
ثمانیہ	۸	۸	8
تسعہ	۹	۹	9

جدول دوم

دَشَنْ	दश	دہن	دہن		عشرات
شَتَنْ	शत	سین	سین		مئات
سَہَسْرَن	सहस्रम्	ہزارن	سہسرن		آحاد الوف
اَیُتْ	अयुतम्	دہ ہزارن	ایت		عشرات الوف
لَکْھَشْ	लक्षम्	لکھن	لکھش		مئات الوف
پَرَایُتْ	प्रयुतम्	دہ لکھن	پرایت		آحاد الوف الوف
کوٹ	कोटि	کرورن	کوٹ		عشرات الوف الوف
اَرْبُدْ	अर्बुदं	دہ کرورن	اربد		مئات الوف الوف
اَبْجْ	अब्जम्	ارین	ابج		آحاد الوف الوف الوف
کھَرْبْ	खर्वम्	دہ ارین	کھرب		عشرات الوف الوف الوف
نِکھَرْبْ	निखर्वम्	کھربن	نکھرب		مئات الوف الوف الوف
پدم	पद्मम्	دہ کھربن	پدم		آحاد الوف الوف الوف الوف
مَہَاپدم	महापद्मम्	نیلن	مہاپدم		عشرات الوف الوف الوف الوف
سنکھ	शंकु	دہ نیلن	سنکھ		مئات الوف الوف الوف الوف
جَلَدْہ	जलधिः	پدمن	جلدہ		آحاد الوف الوف الوف الوف الوف
انت	अन्त्यम्	دہ پدمن	انت		عشرات الوف الوف الوف الوف الوف
مَدْہ	मध्यम्	سنکھن	مدہ		مئات الوف الوف الوف الوف الوف
پَرارْدْہ	पार्द्धम्	مہاسنکھن	پرارد		آحاد الوف الوف الوف الوف الوف الوف

نام عدد در عربی	ارقام فارسی	ارقام اہل ہند	رقوم انگریزی	نام عدد در انگریزی	نام عدد بخط فارسی	نام عدد بخط انگریزی	ارقام انگریزی بحروف	
واحد	۱	۱	1.	وان	یک	One.	I.	
اثنین	۲	۲	2.	ٹو	دو	Two.	II.	
ثلثہ	۳	۳	3.	تھری	سہ	Three.	III.	
اربعہ	۴	۴	4.	فور	چہار	Four.	* IV.	
خمسہ	۵	۵	5.	فیو	پنج	Five	V.	
ستہ	۶	۶	6.	سیکس	شش	Six.	VI.	
سبعہ	۷	۷	7.	سیون	ہفت	Seven.	VII.	
ثمانیہ	۸	۸	8.	ایٹ	ہشت	Eight.	VIII.	
تسعہ	۹	۹	9.	نائن	نہ	Nine.	IX.	
عشرہ	۱۰	۱۰	10.	ٹین	دہ	Ten.	X.	
احد عشر	۱۱	۱۱	11.	الیون	یازدہ	Eleven.	XI.	
اثنی عشر	۱۲	۱۲	12.	ٹوالو	دوازدہ	Twelve.	XII.	
ثلثہ عشر	۱۳	۱۳	13.	تھرٹین	سیزدہ	Thirteen.	XIII.	
اربعہ عشر	۱۴	۱۴	14.	فورٹین	چہاردہ	Fourteen.	XIV.	
خمسہ عشر	۱۵	۱۵	15.	فیفٹین	پانزدہ	Fifteen.	XV.	
ستہ عشر	۱۶	۱۶	16.	سیکسٹین	شانزدہ	Sixteen.	XVI	
سبعہ عشر	۱۷	۱۷	17.	سیونٹین	ہفدہ	Seventeen	XVII	
ثمانیہ عشر	۱۸	۱۸	18.	ایٹین	ہجدہ	Eighteen.	XVIII	
تسعہ عشر	۱۹	۱۹	19.	نائنٹین	نوزدہ	Nineteen	XIX	
عشرین	۲۰	۲۰	20.	ٹوانٹی	بست	Twenty.	XX	۲۰۰
احد وعشرین	۲۱	۲۱	21.	ٹوانٹی وان	بست و یک	Twenty-one.	XXI	۵۰۰
ثلثین	۳۰	۳۰	30.	تھرٹی	سی	Thirty.	XXX	۶۰۰
اربعین	۴۰	۴۰	40.	فورٹی	چہل	Forty	*XXXX	۷۰۰
خمسین	۵۰	۵۰	50.	فیفٹی	پنجاہ	Fifty.	L.	C. ۸۰۰
ستین	۶۰	۶۰	60.	سیکسٹی	شصت	Sixty.	LX.	XC ۹۰۰
سبعین	۷۰	۷۰	70.	سیونٹی	ہفتاد	Seventy.	LXX	
ثمانین	۸۰	۸۰	80.	ایٹی	ہشتاد	Eighty.	LXXX.	
تسعین	۹۰	۹۰	90.	نائنٹی	نود	Ninety.	XC.	

مائۃ	۱۰۰	۱۰۰	100	آہنڈریڈ	صد	A Hundred.
مائتین	۲۰۰	۲۰۰	200.	ٹو ہنڈریڈ	دو صد	Two Hundred.
ثلثمائۃ	۳۰۰	۳۰۰	300.	تھری ہنڈریڈ	سہ صد	Three Hundred.
الف	۱۰۰۰	۱۰۰۰	1000	آتھوزنڈ	ہزار	A Thousand.
عشرۃ آلاف	۱۰۰۰۰	۱۰۰۰۰	10,000	ٹین تھوزنڈ	دہ ہزار	Ten Thousand.
مائۃ الف	۱۰۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰	100,000	آہنڈریڈ تھوزنڈ	صد ہزار	A Hundred Thousand.

وعرب وفرنگ وغیره در صور ارقام تسعه فی الجمله تحریف وتبدیل راه یافته لیکن اکثر صور ارقام هر دیار مطابق رقوم هندي است وازین دلیل ظاهر است که اصل این علم از هند است ولهذا این رقوم را رُقُومِ هندیه وعَمَلِ حِسَابْ باین رقوم را حِسَابِ هِنْدِیّه وطَرِیقِ اَهْلِ هند گویند وصور ارقام تسعه که الحال مستعمل اهل اسلام وهند وفرنگ است ازین جدول ظاهر می شود * (جدول ۱ و ۲)

وچون اعداد غیر متناهي اند بمعنی لَا تَقِفُ عِنْدَ حَدٍّ زیرا که عدد از امور اعتباریهٔ انتزاعیه است علی التحقیق لهذا برای آن سه مَرَاتِب اصول مقرر کرده اند وآنرا منازل نیز گویند اول مَرْتَبَهٔ آحاد است از واحد تا نه که برای ان صور ارقام مقرر ساخته اند دویم مَرْتَبَهٔ عَشَرَات است که ده وبیست وسي وچهل وپنجاه وشصت وهفتاد وهشتاد ونود باشد برای ان صفر را بریمین صور ارقام آحاد مي افزایند بدین صورت * ۰ * والحال متصدیان هند صرف نقطه را بجاي صفر مي نهند تا از رقم بهیچ التباس نشود سیوم مَرْتَبَهٔ مئات که یک صد ودو صد وسه صد وچهار صد وپانصد وشش صد وهفتصد وهشتصد ونهصد باشد براي آن دو صفر بریمین صور ارقام تسعه میگذارند وما فوق آنرا اهل عرب مرتبه الوف گویند ولفظ آحاد وعشرات ومئات بآن ضم می سازند چنانکه گویند آحاد الوف وعشرات الوف ومئات الوف وبعد از ان لفظ الوف را مکرر سازند واهل هند تا نوزده مرتبه را نام خاص مقرر کرده اند وعلی التحقیق اصول مراتب دو اند آحاد وعشرات چه هر عدد بلحاظ ما بعد خود بمرتبهٔ آحاد است وبلحاظ مرتبهٔ ماقبل بمرتبهٔ عشرات وبراي عشرات که صفر را وضع نموده اند ودر هر مرتبه صفر می افزایند که گویا بلحاظ ماقبل بمنزلهٔ عشرات است وصفر علامت خالي بودن مرتبه از عدد است پس اگر در مرتبهٔ صفر هم عدد باشد صفر نمی نویسند * (جدول ۳)

وباید دانست که ابتداي لحاظ این مراتب از یمین است پس ده را بدین صورت * ۱۰ * نویسند ودوازده بدین صورت * ۱۲ * چرا که واحد در مرتبهٔ عشرات ود ودر مرتبهٔ آحاد واقع شده پس این صورت دلالت میکند بر ده ود ودوآن دوازده است همچنین بست وپنج بدین صورت * ۲۵ * وهمچنین درین رقوم * ۴۳۲۱۰۹۱۲۸۷۶۵۴۳ * چون مراتب اعداد چهارده است ودر مرتبهٔ چهاردهم که مرتبهٔ اخیر یسار ومرتبهٔ نیلن است

عدد چهار واقع شده پس چهار نیل وسي ودو کهربن وده اربن ونود ویک کرورن وبست وهشت لکهن وهفتاد وشش هزارن وپانصد وچهل وسه گردید وقس علی هذا و عدّة مراتب عدد را آس نامند چنانکه گویند آس آحاد واحد است وآس عشرات دو وآس مئات سه اعني مرتبهٔ اول و مرتبهٔ دویم ومرتبهٔ سیوم وعلی هذا بعد ذلک واهل عرب چون ما فوق مئات را بالوف تعبیر می کنند ولفظ الوف را بعد هر آحاد وعشرات ومئات مکرر میسازند چنانکه بالا ذکر یافت لهذا برای دریافت آس هر مرتبه که در ان لفظ الوف مکرر شده باشد قاعده مقرر کرده اند وآن این است که عدد تکرار را در سه ضرب نموده بر حاصل ضرب آس نوع مذکور آنرا بیفزایند که مجموع آس آن عدد است مثلا اگر بخواهند که آس عشرات الوف الوف بدانند چون لفظ الوف دو مرتبه تکرار یافته آنرا در سه ضرب کردند شش شد وآس عشرات که نوع مذکور باشد دو است پس مجموع هشت شد وآن آس عشرات الوف الوف است اعني مرتبهٔ هشتم است بدین صورت * ۱۰۰۰۰۰۰۰ * وهم چنین اگر آس معلوم باشد ولفظ الوف که عدد تکرار الوف ومرتبه نوع آن را بدانند آس را بر سه قسمت کنند که خارج قسمت عدد تکرار الوف است وانچه باقي ماند آس نوع مثلا در مثال مذکور هشت را بر سه قسمت نمودم دو خارج شد ودو باقي ماند پس برای دو خارج لفظ الوف را دو مرتبه آوردم وبرای دو باقي لفظ عشرات معین نمودم عشرات الوف الوف شد واگر از روي قسمت هیچ باقي نماند پس از خارج قسمت واحد کم کرده برای باقي لفظ الوف را مکرر سازند ولفظ مئات را نوع قرار دهند چنانکه مثلا آس نه باشد پس خارج قسمت سه خواهد بود واحد را از ان کم کردم دو باقي ماند لفظ الوف را دو مرتبه آوردم ولفظ مئات را نوع قرار دادم مئات الوف الوف گردید فافهم

* مطلب دویم در تضعیف *

بدانکه تضعیف دوچندان کردن عدد است وآن در حقیقة جمع المثلین است یا ضرب آن عدد در دو وطریقش یکی آنست که بنویسم عددی را که تضعیف او مطلوب است وازین ابتدا کرده تضعیف سازیم صورت عدد را بی حفظ مرتبه پس حاصل تضعیف اگر کم از ده باشد بر آن مرتبه بر نگاریم واگر زیاده از ده حاصل شود زیادتي که از ده است در زیر او بگذاریم وبرای ده یکی را در ذهن محفوظ داریم واین محفوظ را بر تضعیف مرتبهٔ ثاني بر افزائیم واگر [illegible]

ثاني صفر باشد همان محفوظ را زیر صفر بنویسیم که تضعیف صفر همان صفر می باشد و اگر ده حاصل شود صفر را در زیر عددی که تضعیف او کرده ایم نهیم و برای ده یکی را مرفوع سازیم همچنین تا آخر برسیم * مثالش خواستیم که تضعیف سازیم هفتاد و پنج هزار و شصت و سه را نوشتیم بدین صورت

۷۵۰۶۳
۱۵۰۱۲۶

و آمدیم بر عمل پس صورت رقم اول را که سه است تضعیف نمودیم شش شد چون شش از ده کم بود همان شش را بعد کشیدن خط عرضي در تحتش نوشتیم و باز صورت رقم شش را که در یسار اوست بي تعیین مرتبه مضاعف ساختیم دوازده شد دو را در زیر شش نهادیم و از برای ده یکی را در ذهن گرفتیم چون بجانب چپ او صفر بود همان یکی را در تحت صفر بعینه نگارش کردیم باز تضعیف پنج را که ده است چون از ده زیادتي نداشت صفر را در زیر پنج نهادیم و برای ده یکی را یاد داشتیم و باز هفت را تضعیف نمودیم و بر تضعیف هفت که چهارده است یکی را که در ذهن بود افزودیم پانزده شد چون بجانب چپ او عددی دیگر نبود همان پانزده را در تحتش نگاشتیم حاصل شد یک لکهه و پنجاه هزار و یک صد و بست و شش که مطلوب است

* طریق دویم از یسار بلکه از هر جا که خواهند بدون لحاظ مراتب و ابتداي یمین و یسار و طریقش چنانست که ضعف هر رقم تحت آن بنویسند اگر ضعف رقم کمتر از ده باشد و عدد یمین آن رقم زائد از اربع نبود و اگر عدد یمین زائد از اربع بود بر ضعف او واحد بیفزایند پس اگر ضعف رقم فقط خواه حاصل جمع مع الواحد زائد از عشر باشد زائد را تحت رقم بنویسند و عشر را ساقط کنند الا در حالیکه یسار آن کدام رقم دیگر نباشد و یا صفر بود واحد را در ان مرتبه بنویسند * مثلا در این مثال

۵۳۸۷۵۰۶
۱۰۷۷۵۰۱۲

چون سه را تضعیف کردیم شش شد و عدد یمین آن که هشت است زائد از اربع بود لهذا واحد بر ان افزوده هفت را تحت سه نوشتیم و پنج را که در مرتبهٔ اخیر است تضعیف نمودیم ده شد چون عدد یمین آن کمتر از اربع است و تضعیف مساوي ده شده لهذا صفر تحت پنج نوشتیم و واحد یسار آن و همچنین هشت را تضعیف نمودیم شانزده گردید و چون یمین آن زیاده از اربع است واحد بر ان افزودیم و از هفده هفت را که زائد بر عشر بود تحت هشت نوشتیم و عشر را ساقط کردیم و همچنین تحت هفت پنج نوشتیم و تحت پنج صفر نوشتیم و تحت شش دو و تحت صفر واحد و عمل تمام کردیم

* مطلب سیوم در تنصیف *

وآن دو نیمه کردن عدد است که عبارت از تجزیهٔ عدد بمتساویین یا تقسیم عدد بر دو باشد وطریقش یکی آن ست که از جانب یسار نمایند پس بنویسند عددی را که تنصیف او مطلوب است وصورت عدد اخیر را بی حفظ مرتبه تنصیف نمایند پس اگر زوج باشد حاصل تنصیف را در تحت او نویسند واگر فرد بود چون حاصل تنصیف آن صحیح مع الکسر خواهد شد پس صحیح را تحت آن عدد نگارند وبرای کسر عدد پنج را بر حاصل تنصیف عدد یمین او بیفزایند واگر یمین او صفر یا واحد باشد عدد پنج را تحت آن صفر یا واحد بنویسند واگر در یمین آن هیچ عدد نباشد پس نصف را بدین صورت نویسند ۱ چنانکه درین مثال صورت رقم اخیر را که هشت است تنصیف نمودیم چهار شد بعد خط فاصل در تحت هشت نوشتیم باز سه را تنصیف کردم یک ونیم کردید یک را در تحتش نگاشتم وبرای نصف پنج را مرفوع نمودم وچون بجانب یمین او صفر بود همان پنج را تحت صفر نوشتم وباز نصف یکی صحیح نبود لهذا تحت آن صفر نهادم وبرای نصف پنج را محفوظ داشته بر تنصیف چهار که دواست افزودم وهفت را تحت چهار نگاشتم وتحت صفر صفر نوشتم چراکه نصف صفر هم صفر میشود به سبب خالی بودن مرتبه وپنج را که یمین صفر بود تنصیف کردم دو تحت پنج نوشتم ونصف را در زیر آن نگاشتم چراکه مراتب تمام شده * وطریق دیگر آن ست که از یمین شروع کنند بلکه از هر جا که خواهند بلالحاظ یمین ویسار شروع سازند باید که هر عدد را که تنصیف کنند ملاحظه نمایند اگر عدد زوج است ودر یسار آن عدد فرد پس بر تنصیف آن پنج افزوده تحتش بنویسند والا نصف آن را تحت او نگارند واگر عدد فرد باشد از نصف آن صرف صحیح را تحت او نویسند وبرای کسر عدد پنج را بر نصف عدد یمین او بیفزایند واگر واحد باشد چون نصف آن صحیح نیست لهذا صفر تحت او نویسند واگر صفر باشد نیز صفر نویسند بالجمله ملاحظهٔ یسار هر عدد برای لحاظ فردیت وزوجیت ضرور است که اگر در یسار آن فرد باشد عدد پنج بر نصفش بیفزایند * مثلا درین مثال تحت سه واحد ونصف نوشتم وتحت صفر پنج چراکه در یسار او عدد فرد واقع شده بود وتحت پنج دو وتحت شش هشت وتحت هفت سه وتحت دو واحد نگاشتم وبعمل تمام کردم

۸۳۰۱۴۰۸
۴۱۵۰۷۰۲
۱
۲

۲۷۶۵۰۳
۱۳۸۲۵۱
۱
۲

* مطلب چهارم در جَمْع *

وآن عبارت است از زیاده نمودن عددی بر عددی دیگر وطریق عملش چنانست که هردو عدد را مُتَحَاذِی الْمَرَاتِبْ بنویسند وابتدای عمل از یمین کنند وعددین متحاذیین را جمع نمایند وحاصل جمع را اگر کمتر از عشر باشد تحت آن نویسند واگر زائد از عشر بود قدر زائد را واگر مساوي عشر باشد صفر را تحت آن نگارند وبرای عشر واحد را در ذهن محفوظ داشته وبر عدد یسار افزوده با محاذي او جمع کنند وبهمان طور تحت آن بنویسند ودر هر مرتبه که محاذي عدد عدد دیگر نباشد پس آن عدد را بعینه نقل کنند چنانکه درین مثال چون دو وشش محاذي یک دیگراند ومجموع آنها هشت می شود هشت را تحت آن بعد خط عرضي نوشتم وباز هفت را با پنج جمع نمودم دوازده شد دو را که زائد علی العشره بود تحت آن نگاشتم وبرای عشر واحد را محفوظ داشته بر یسار او افزودم چون دران مرتبه سه وشش محاذي بود پس مجموع مع واحد محفوظ ده گردید زیرآن صفر نوشتم وباز برای ده واحد را محفوظ نموده بر یسار او افزودم چون صفر محاذي هفت بود پس هفت را مع واحد محفوظ جمع نموده هشت را تحت آن نگاشتم وچون محاذي عدد سه که در اخیر است عدد دیگر نبود بجنس آن را تحت او نوشتم وعمل تمام کردم وباید دانست که اگر سطور اعداد مَطْلُوبَةُ الْجَمْع کثیر باشد پس جمیع سطور را مُحَاذِی الْمَرَاتِبْ نوشته بطوریکه مذکور شد جمع نمایند ودر جمع اگر حاصل جمع زائد از عشرات باشد عدد زائد را تحت آن نویسند وبرای عشرات صورت ارقام آن را محفوظ داشته بر یسار بیفزایند اعني چنانکه برای عشر واحد را می افزودند برای عشرین دو را وبرای ثلثین سه را وهمچنین برای یک صد وده یازده را وعلی هذا سوای آن صُوْرَتُهُ هٰکَذَا

۳۰۳۷۴
۷۶۵۶
۳۸۰۲۸

* مطلب پنجم در تَفْرِیق *

وآن نقصان عددی است از عددی دیگر وطریق عمل آن چنانست که عدد منقوص را تحت عدد منقوص منه مُتَحَاذِیَةُ الْمَرَاتِبْ نویسند وابتدا کنند از جانب یمین ونقصان کنند هر صورت عدد را از عدد یکه محاذي وفوق اوست اگر ممکن باشد یعني عدد منقوص کمتر از منقوص منه بود واگر عدد منقوص زائد باشد از منقوص منه پس بر منقوص منه ده افزوده عدد منقوص را ساقط کنند وباقي را تحت آن بنویسند واگر هیچ باقي نماند صفر بنویسند

۴۳۲۱
۸۷۵
۳۸۷
۱۹۵۳
۷۵۰۶

از براي عشر كه افزوده شده است واحد محفوظ داشته بر عدد يسار منقوص بيفزايند و باز آنرا از منقوص منه كه محاذي اوست بطور مذكور ساقط كنند تا آخر و اگر از منقوص منه چيزي باقي ماند آن را بعينه نقل كنند * مثاله خواستم كه اين اعداد ٥٤٩٧١ منقوص را ازين اعداد ٢٣٠٠٣٧٠٥٢ منقوص منه ساقط كنم صورته

٢٣٠٠٣٧٠٥٢	
٥٤٩٧١	
٢٢٩٩٨٢٠٨١	

واحد را كه در مرتبهٔ آحاد منقوص است از دو كه در آحاد منقوص منه محاذي او واقع شده ساقط كردم واحد را كه باقي ماند تحت او نوشتم و باز هفت كه در يسار اوست نقصان آن از پنج كه محاذي اوست متعذر بود لهذا ده افزوده هفت را از پانزده ساقط كردم و هشت باقي را تحت آن نوشتم و براي ده كه افزوده شده است واحد محفوظ داشته بر نه كه در يسار منقوص است افزودم ده شد چون محاذي صفر افتاد لهذا بجاي صفر ده خيال كرده و ده را از ده ساقط كردم چون هيچ نماند صفر تحت او نوشتم و باز براي ده واحد محفوظ داشته بر چهار افزودم و آنرا از هفت كه محاذي او بود ساقط كردم دو باقي ماند تحت آن نوشتم باز چون نقصان پنج از سه متعذر بود لهذا ده بر سه افزوده پنج را از سيزده ساقط كردم و هشت كه باقي ماند تحت آن نوشتم و واحد محفوظ كه براي ده است چون عدد ديگر از منقوص نبود كه بر او افزوده شود پس همان واحد را از محاذي او كه صفر بود ده خيال كرده ساقط كردم و نه باقي را تحت آن نوشتم و همچنين باز براي ده واحد محفوظ داشته آنرا نيز از محاذي او كه باز صفر است صفر را ده خيال كرده ساقط كردم و نه باقي تحت آن نوشتم و براي ده واحد را محفوظ داشته آنرا از سه كه محاذي اوست ساقط كردم و دو را تحت آن نوشتم چون الحال از محفوظ هم هيچ نماند و از منقوص منه دو باقي است بعينه نقل كردم

* مطلب ششم در ضرب *

و آن عبارت از مسطح نمودن عددي است در عددي ديگر و حاصل كردن عدد ثالث كه نسبت احد المضروبين اعني مضروب يا مضروب فيه بسوي آن عدد مثل نسبت واحد بطرف آخر باشد و بعضي گويند كه ضرب تضعيف احد المضروبين بعدة آخر است و بعضي گويند كه ضرب جمع امثال احد المضروبين است بعدة آخر بهر تقدير حاصل الضرب اعني عدد ثالث را مسطح المضروبين گويند و مضروبين را ضلعين نيز خوانند و حاصل ضرب عدد في نفسه را مربع آن عدد

گویند و ضرب بر سه قسم است ضرب مفرد در مفرد و ضرب مفرد در مرکب و ضرب مرکب در مرکب اما ضرب مفرد در مفرد نیز سه قسم است یکی ضرب آحاد در آحاد دویم ضرب آحاد در مفرد غیر آحاد سیوم ضرب مفرد غیر آحاد در مفرد غیر آحاد و ما هریک اقسام را در بیانی علیحده وانمایم

* بیان اول در ضرب آحاد فی الآحاد *

باید دانست که اگر احد المضروبین واحد است پس حاصل الضرب بعینه آن دیگر خواهد شد واگر احد المضروبین اثنین است پس حاصل الضرب تضعیف آن دیگر است واگر احد المضروبین سه باشد پس حاصل الضرب مجموع تضعیف آن دیگر با آن دیگر خواهد بود واگر احد المضروبین چهار بود پس حاصل الضرب ضِعْفُ الضِّعْفِ دیگر است واگر احد المضروبین پنج بود باید که بر یمین دیگری صفر نهاده تنصیف سازند مثلا خواستم که نه را در واحد ضرب کنم حاصل الضرب همان نه شد واگر نه را در دو ضرب کنم حاصل الضرب تضعیف نه که هیجده است گردید واگر نه را در سه ضرب نمایم بر هیجده که تضعیف نه است نه افزودم و جمع کردم پس حاصل الضرب بست و هفت شد واگر نه را در چهار ضرب سازم هیجده را که تضعیف نه است تضعیف نمودم سی و شش حاصل الضرب شد واگر نه را در پنج ضرب کنم بر نه صفر نهادم نود شد و آنرا تنصیف نمودم چهل و پنج حاصل الضرب گردید و همچنین اگر احد المضروبین شش باشد پس ضِعْفُ الضِّعْفِ آن عدد را با ضعف آن عدد جمع سازند علی هذا القیاس تا نه که اخیر آحاد است و بطریق دیگر اگر مضروبین زیاده از پنج باشند پس مضروبین را جمع نمایند وانچه زائد برده باشد آنرا عشرات شمار کرده و فضل عشر بر هریکی از مضروبین را باهم ضرب کرده بر ان بیفزایند مثلا خواستم که هشت را در شش ضرب کنم هر دو را جمع نمودم چهارده شد و چهار را که زائد علی العشر است عشرات شمار کردم چهل شد و چون فضل عشر بر شش چهار است و فضل عشر بر هشت دو پس چهار را در دو ضرب نمودم هشت شد آن را بر چهل افزودم حاصل الضرب چهل و هشت گردید و بطریق دیگر بر یمین احد المضروبین صفر نهند که آحاد عشرات گردد و آنرا محفوظ دارند و فضل عشر بر دیگر را در اول ضرب نموده حاصل آن را از عدد محفوظ نقصان نمایند مثلا در مثال مذکور بر یمین هشت صفر نهادم هشتاد شد باز فضل عشر را بر شش که چهار است در هشت ضرب نمودم سی و دو گردید آن را از هشتاد ساقط کردم باقی

چهل وهشت ماند که مطلوب است وهمچنین اگر احد المضروبین نه باشد ودیگری هفت پس بر نه صفر نهاده نود شمار کردم سه را که تفاضل عشر بر هفت است در نه ضرب کرده از نود ساقط کردم باقي شصت وسه ماند که مطلوب است واگر بر هفت صفر نهاده هفتاد شمار کنم وواحد را که تفاضل عشر بر نه است در هفت ضرب کرده ساقط نمایم نیز همان شصت وسه حاصل میشود

* فائده * اگر احد المضروبین نه باشد پس از مضروب آخر واحد کم کرده بران صفر نهند که عشرات گردد وفضل عشر را که بران آخر است بیفزایند مثلا اگر خواهم نه را در هشت ضرب کنم پس از هشت واحد کم کرده بر هفت صفر نهادم هفتاد شد وبران فضل عشر بر هشت را که دو است افزودم هفتاد ودو شد وآن مطلوب است

* فائده * اگر احد المضروبین هشت باشد ضعف مضروب آخر را از ده امثال او ساقط کنند مثلا اگر هشت را در شش ضرب کنم پس از ده امثال شش اعني شصت دوازده را ساقط کردم باقي چهل وهشت ماند که مطلوب است

* فائده * اگر احد المضروبین شش باشد بر مضروب آخر صفر نهاده تنصیف کنند وبران مضروب آخر را بیفزایند چنانکه در مثال مذکور اگر بر هشت صفر نهاده هشتاد را تنصیف کنم چهل می شود وبران هشت افزایم چهل وهشت خواهد شد که مطلوب است واین فوائد در ضرب مفرد فی المرکب نیز کافي می شود چنانکه عنقریب مذکور شود انشاء الله تعالی بدانکه برای ضرب آحاد فی الآحاد این شکل منبري کفایت میکند وبهتر آن ست که ضرب آحاد فی الآحاد را یاد گیرند که بامثال چنین قوانین احتیاج نیفتد وباقي جمیع اقسام ضرب بروی آسان شود وبدانکه چون حاصل ضرب واحد در هر عدد همان عدد می شود لهذا نوشتن واحد در مضروب ومضروب فیه ضرور نبود ودرین جدول حاصل الضرب هریک از مضروب ومضروب فیه را در خانه که مقابل یک دیگر است نوشته شد فافهم وهذا جدوله * (جدول ۳)

* بیان دویم در ضرب آحاد در مفرد غیر آحاد وضرب مفرد غیر آحاد در مفرد غیر آحاد *

باید دانست که درین هر دو قسم اول صورت مضروب ومضروب فیه را بلا لحاظ مرتبه وصفر بایک دیگر ضرب کنند چنانکه در ضرب آحاد فی الآحاد گفته شد بعد از ان صفر را که در

احد المضروبین است بریمین آن بیفزایند واگر در مضروبین صفر باشد مجموع اصفار هر دو را بریمین آن بیفزایند ونیز اگر بعد ضرب از مجموع مراتب مضروبین واحد کم کرده باقی را مراتب آحاد حاصل الضرب قرار دهند می تواند شد مثلا اگر خواهم که بست را در سه ضرب کنم صورت بست را بلاحاظ مرتبه وصفر که دواست در سه ضرب کردم شش شد وچون در احد المضروبین یک صفر بود آن را بریمین او افزودم شصت شد ونیز اگر از مجموع مراتب مضروبین که سه است اعنی بست که عشرات است دو مرتبه وسه که آحاد است یک مرتبه دارد ومجموع آن سه می شود از ان واحد کم کردم دو باقی ماند وچون حاصل الضرب که شش است در مرتبهٔ آحاد واقع شده پس آن را در مرتبهٔ دویم که مرتبهٔ عشرات است قرار دادم نیز شصت شد واگر نود را در سه ضرب کنم نه را در سه ضرب کردم بست وهفت شد وبریمین آن یک صفر که در احد المضروبین بود نهادم دوصد وهفتاد شد ونیز اگر آحاد حاصل الضرب را که هفت است در مرتبهٔ دویم قرار دهم دوصد وهفتاد می شود واگر بست را در سی ضرب کنم پس دو را در سه ضرب کرده بریمین حاصل الضرب که شش است دو صفر نهادم چرا که در هر دو مضروبین یک یک صفر بود ونیز اگر از مجموع مراتب مضروبین واحد کم کنم مرتبهٔ سیوم باقی می ماند وآن مرتبهٔ مئات است پس بهر دو صورت ششصد می شود وآن مطلوب است وهمچنین اگر بست را در چهار صد ضرب کنم دو را در چهار ضرب نمودم هشت شد وبریمین آن مجموع اصفار مضروبین را که سه صفر است افزودم هشت هزار گردید ۸۰۰۰

* بیان سیوم در ضرب مفرد فی المرکب *

وآن دو قسم است یکی ضرب آحاد فی المرکب دویم ضرب مفرد غیر الآحاد فی المرکب وصاحب عیون الحساب این را ضرب بسیط نام نهاده وطریقش آن ست که ابتدای ضرب از جانب یمین نمایند وصورت مفرد را که احد المضروبین است در هر یک صورت مضروب آخر که مرکب است ضرب نموده حاصل الضرب را اگر آحاد باشد بعینه تحت آن بعد خط عرضی نویسند واگر عشرات بود صفر نهند واگر زائد علی العشرات بود قدر زائد را ثبت نمایند وبرای عشرات صورت آنرا محفوظ دارند وبر حاصل الضرب عدد مرتبهٔ ثانی بیفزایند چنانکه در جمع گفته شده است واگر حفظ صورت العشرات متعذر باشد یسار آن نویسند وآحاد حاصل الضرب

مرتبهٔ ثاني را تحت عشرات حاصل الضرب اول ثبت نمایند و جمع سازند و در هر مرتبهٔ مرکب که صفر واقع شود عشرات حاصل الضرب یمین او را تحت آن نگارند و الا صفر نهند و همچنین تا عمل تمام شود پس اگر مفرد غیر الآحاد است اصفار آن را بر یمین حاصل الضرب بیفزایند مثلا خواستم که نه را درین عـــــدد ضرب کنم پس ابتدا از جانب یمین نمودم اول نه را در شش ضرب ساختم پنجاه و چهار شد چهار را که زائد علی العشرات بود تحت شش بعد خط عرضي نوشتم و چون در یسار شش صفر بود پنج را که صورت عشرات بود تحت صفر نگاشتم باز نه را در هفت ضرب نمودم شصت و سه گردید سه را که زائد علی العشرات بود تحت هفت نوشتم و برای شصت شش را که صورت اوست محفوظ داشتم و باز نه را در سه ضرب کردم بست و هفت شد شش بران افزودم سي و سه گردید سه را که زائد علي العشرات بود تحت سه نوشتم و سه را که صورت عشرات بود محفوظ داشتم و باز نه را در چهار ضرب نمودم سي و شش شد سه بران افزودم سي و نه گردید نه را در تحت چهار نگاشتم و چون مراتب عمل اخیر شده سه را که صورت عشرات بود در یساران نوشتم و همچنین اگر خواهم که نود را در همان اعداد ضرب نمایم پس بر حاصل الضرب مذکور یک صفر نهادم بدینصورت ٣٩٣٣٥٤٠ شد و اگر در نهصد ضرب کنم دو صفر نهم و علی هذا

٩
٤٣٧٠٦
٣٩٣٣٥٤

* فائده * اگر احد المضروبین نه باشد پس بر مضروب آخر صفر نهاده مضروب آخر را ساقط کنند که باقي حاصل الضرب مطلوب خواهد شد چنانچه در ضرب آحاد في الآحاد مذکور گردیده مثلا در مثال مذکور بر مضروب آخر که ٤٣٧٠٦ بود صفر نهادم بدینصورت شـــد پس مضروب آخر را ســاقط نمودم باقي همان ماند که مطلـــوب بود

٤٣٧٠٦٠
٤٣٧٠٦
٣٩٣٣٥٤

* فائده * اگر احد المضروبین هشت باشد بر مضروب آخر صفر نهاده ضعف مضروب آخر را ازو ساقط کنند که باقي حاصل الضرب مطلوب بود مثلا خواستم که این اعداد ٩٧٥٤ را در هشت ضرب نمایم بر مضروب آخر صفر نهادم بدینصورت شـــــد و ضعف انرا که ١٩٥٠٨ بود ساقط کردم باقي که تحت خط عرضي است مطلوب بر آمد

٩٧٥٤٠
١٩٥٠٨
٧٨٠٣٢

* فائده * صاحب عُیُونُ الحِسَابْ برای ضرب نه در عدد مرکب قاعدهٔ خاص بیان کرده اگرچه خالي از تکلّف و اشکال نیست لکن بلحاظ غرابت ان بیان کرده میشود که اول عدد مرکب را بنویسند

وابتدای عمل از جانب راست نمایند و آحاد مرکب را از ده ساقط کرده باقی را تحت او بعد خط عرضی نویسند و بعد از ان واحد بر عدد یسار او که بمرتبهٔ عشرات است افزوده مجموع را از عدد یمین که در مرتبهٔ آحاد بود نقصان سازند اگر ممکن باشد و باقی در یسار آن اول نویسند و اگر ممکن نباشد ده بران عدد یمین افزوده نقصان کنند و باز برای همان ده که افزوده اند واحد را بر عدد یسار که بمرتبهٔ مئات واقع شده باشد افزایند و از عدد یمین او که بمرتبهٔ عشرات است بکاهند اگر ممکن باشد و باقی در یسار بنویسند و اگر ممکن نباشد ده بران افزوده بکاهند و در مرتبهٔ اخیر ملحوظ دارند که اگر واحد بر او افزوده شود پس واحد را از عدد اخیر ساقط کرده باقی در یسار آن نویسند و اگر واحد افزوده نشده همان عدد اخیر را بعینه نگارند مثلا خواستم که ۹۷۵۶ را در نه ضرب کنم اول شش را از ده ساقط کرده چهار را که باقی مانده تحت آن نوشتم ۸۷۸۰۴

باز بر پنج که در مرتبهٔ عشرات بود واحد افزوده از شش ساقط نمودم هیچ باقی نماند پس صفر را تحت پنج نوشتم باز چون هفت که در مرتبهٔ مئات است از پنج که در یمین اوست ساقط نمیتوانست شد لهذا بر پنج ده افزوده هفت را از پانزده ساقط کردم و هشت را که باقی ماند در یسار آن نگاشتم و برای ده واحد بر نه که مرتبهٔ اخیر بود افزودم ده شد چون ده از هفت که در یمین او بود ساقط نمی توانست گردید لهذا ده بر او افزوده ده را از هفتده ساقط کردم و هفت را که باقی ماند در یسار آن نگاشتم و چون بر عدد اخیر واحد افزوده شده بود لهذا واحد را از نه کم کردم و هشت را که باقی ماند در یسار آن نوشتم و عمل تمام کردم و همچنین اگر خواهم که ۳۴۵۶۷۸ را در نه ضرب کنم پس هشت را از ده ساقط کرده دو را که باقی ماند تحت آن نوشتم ۳۱۱۱۰۱۰۲

و واحد بر هفت افزوده از هشت ساقط کردم صفر در یسار آن نگاشتم و شش را از هفت ساقط نمودم واحد باقی ماند در یسار آن نوشتم و پنج را از شش و چهار را از پنج و سه را از چهار ساقط کرده در هر مرتبه که واحد باقی ماند در یسار یک دیگر نوشتم و چون بر مرتبهٔ اخیر واحد افزوده نشده پس سه را که در مرتبهٔ اخیر بود بعینه در یسار نوشتم مطلوب برآمد

* فائده * اگر احد المضروبین پنج باشد پس بر یمین مضروب آخر که مرکب است صفر نهاده تنصیف سازند که مطلوب حاصل شود چنانکه در ضرب آحاد فی الآحاد هم مذکور گردیده مثلا خواستم که ۲۵۲

رادر پنج ضرب کنم بر یمین او صفر نهادم و تنصیف نمودم بدین صورت گردید فافهم

۲۵۳۸۰
۱۲۶۹۰

* بیان چهارم در ضرب مرکب فی المرکب که مراتب آن قلیل باشد *

بدانکه مراتب مرکب اگر قلیل باشد پس آنرا تحلیل بمفردات نمایند و هریک مفرد را از مضروب در هریک مفرد از مضروب فیه ضرب ساخته حاصلات آنرا جمع کنند مثلا خواستم که بست و پنج را در سه صد و چهل ضرب کنم پس آنرا تحلیل بمفردات کردم و اول پنج را در چهل ضرب کردم دو صد شد و باز پنج را در سه صد ضرب نمودم پانزده صد شد و باز بست را در چهل ضرب کردم و باز در سه صد ضرب نمودم و جمع ساختم مطلوب حاصل شد بدینصورت

۲۰۰
۱۵۰۰
۷۰۰
۶۰۰۰
۷۵۰۰

و این قاعده برای ضرب مفرد في المرکب و ضرب مرکب في المرکب کثیر نیز جاری است و صاحب خلاصة الحساب قواعد چند برای ضرب مرکب فی المرکب و مفرد فی المرکب که قلیل باشد بیان نموده چون خالي از فوائد نیست لهذا نقل کرده میشود

* قاعده در ضرب آحاد فیما بین العشرة و العشرین * باید که مضروبین را جمع کرده از مجموع ده ساقط کنند و بر باقي صفر نهاده عشرات سازند و باز فضل عشر علی الآحاد را در آحاد مرکب ضرب نموده حاصل را نقصان نمایند که باقي مطلوب باشد مثلا خواستم که هشت را در چهارده ضرب کنم مضروبین را جمع نمودم بست و دو شد ده از و ساقط کردم و بر دوازده که باقیماند صفر نهادم یکصد و بست گردید و چون فضل عشر بر هشت دو است دو را در چهار که آحاد مرکب است ضرب نموده هشت را که حاصل الضرب بود از یکصد و بست ساقط نمودم یکصد و دوازده باقیماند که مطلوب است

* قاعده در ضرب فیما بین العشرة و العشرین بعضه في بعض * باید که آحاد احد المضروبین را بر مضروب آخر بیفزایند و بر یمین حاصل الجمع صفر نهاده عشرات سازند و باز آحاد مضروبین را با یکدیگر ضرب کرده بر او بیفزایند که مطلوب حاصل شود مثلا خواستم که دوازده را در سیزده ضرب کنم سه را که آحاد احد المضروبین است بر مضروب آخر که دوازده است افزودم پانزده شد و بر آن صفر نهادم یکصد و پنجاه گردید و باز دو را در سه ضرب کردم که آحاد مضروبین بود شش را که حاصل الضرب است بر یکصد و پنجاه افزودم یکصد و پنجاه و شش گردید و آن مطلوب است

* قاعده در ضرب فیما بین العشرة و العشرین فیما بین العشرة و المائة من المرکبات *

باید که آحاد اقل المضروبین را در صورت عشرات اکثر المضروبین ضرب نموده حاصل ضرب را بر اکثر المضروبین بیفزایند و جمع نموده بریمین آن صفر نهند تا آحاد عشرات گردد و باز آحاد مضروبین را باهم ضرب کرده بران بیفزایند مثلا خواستم که دوازده را در بست وشش ضرب کنم دو را که آحاد اقل المضروبین است در دو که صورت عشرات اکثر المضروبین بود ضرب نموده وچهار را که حاصل ضرب گردید بر بست وشش که اکثر المضروبین است افزودم سي شد وبریمین آن صفر نهادم سه صد گردید وباز دو را در شش ضرب نمودم که آحاد مضروبین بود ودوازده را که حاصل ضرب است بر سه صد افزودم سه صد ودوازده شد وآن مطلوب است

* قاعده در ضرب اعداد در پانزده یا در یکصد وپنجاه یا در یک هزار وپانصد * باید که نصف آنعدد براو بیفزایند پس اگر نصف آنعدد صحیح است بریمین مجموع یک صفر نهند اگر در پانزده ضرب کنند ودو صفر نهند اگر در یک صد وپنجاه ضرب نمایند وسه صفر نهند اگر در یک هزار وپانصد ضرب سازند واگر نصف انعدد صحیح مع الکسر بود پس صحیح را براو افزوده براي کسر پنج یا پنجاه یا پانصد بریمین ان بیفزایند مثلا خواستم که بست وچهار را در پانزده ضرب کنم دوازده را که نصف بست وچهار است براو افزوده برسي وشش که مجموع شد صفر نهادم سه صد وشصت گردید وآن مطلوب است واگر بست وچهار را در یک صد وپنجاه ضرب نمایم بر مجموع دو صفر نهم واگر در یک هزار وپانصد ضرب کنم بر مجموع سه صفر نهم وهمچنین اگر بست وسه را در پانزده ضرب کنم پس نصف آن که یازده ونصف است براو افزودم سي وچهار شد وبرای نصف که کسر بود پنج بریمین آن افزودم سه صد وچهل وپنج گردید وهمچنین اگر بست وسه را در یکصد وپنجاه ضرب نمایم بریمین سي وچهار پنجاه بیفزایم که سه هزار وچهار صد وپنجاه شود که مطلوب است واگر در یک هزار وپانصد ضرب کنم بریمین سي وچهار پانصد بیفزایم سي وچهار هزار وپانصد گردد

* قاعده در ضرب اعداد یکه ما بین العشرین والمائة است از بست ویک تا نود ونه بعضها في بعض سیوای مفردات که عبارت از عقود باشد اعني سي وچهل وپنجاه وغیر آن بشرطیکه عشرات مضروبین متساوي باشند مثلا بست وچهار را در بست وهفت ضرب کنند یا سي وهفت را در سي وشش وعلی هذا القیاس پس طریقش آن ست که آحاد احد المضروبین را بر مضروب آخر بیفزایند ومجموع را در صورت عشرات موجوده ضرب نموده بریمین آن صفر گذارند

وباز آحاد مضروبین را باهم ضرب کرده براو بیفزایند که مجموع مطلوب خواهد بود مثلا خواستم که بست وسه را در بست وپنج ضرب کنم پس سه را که آحاد احد المضروبین بود بر بست وپنج افزودم وبست وهشت را که مجموع شد در دو که صورت عشرات موجوده است ضرب ساختم پنجاه وشش گردید وبر یمین آن صفر نهادم وباز سه را در پنج ضرب نمودم وپانزده را که حاصل ضرب بود براو افزودم پانصد وهفتاد وپنج گردید

* قاعده در ضرب اعداد اکه مابین العشرین والمائة است سیوای مفردات بشرطیکه عشرات مضروبین باهم مختلف باشند وطریقش این است که صورت عشرات عدد اقل را در عدد اکثر ضرب نمایند وآحاد اقل را در صورت عشرات اکثر ضرب سازند وجمع نموده بر یمین آن صفر گذارند وآحاد مضروبین را باهم ضرب کرده بران بیفزایند که مطلوب برآید مثلا خواستم که بست وسه را در سي وچهار ضرب کنم اول صورت عشرات عدد اقل را که دو است در سي وچهار که اکثر است ضرب نمودم شصت وهشت شد باز سه را که آحاد اقل است در سه که صورت عشرات اکثر است ضرب ساختم ونه را بر حاصل ضرب اول افزودم هفتاد وهفت شد بر یمین آن صفر نهادم وباز آحاد مضروبین را باهم ضرب کردم وحاصل ضرب را که دوازده است بر هفتصد وهفتاد افزودم هفتصد وهشتاد ودو گردید که مطلوب است

* قاعده در ضرب عددین مختلفین که نصف مجموع آنها مفرد باشد ومفرد عام است که آحاد باشد یا عشرات یا غیر آن وطریقش آن ست که نصف مجموع مضروبین را في نفسه ضرب کنند واز حاصل الضرب مربع نصف تفاضل مضروبین را ساقط نمایند مثلا خواهم که بست وچهار را در سي وشش ضرب کنم چون مجموع مضروبین شصت ونصف آن سي است پس آن را في نفسه ضرب کردم واز حاصل ضرب که نه صد است مربع نصف تفاضل مضروبین را ساقط کردم اعني تفاضل مضروبین دوازده است ونصف آن شش ومربع شش سي وشش است پس سي وشش را از نه صد ساقط نمودم هشتصد وشصت وچهار باقیماند وآن مطلوب است وهمچنین اگر هشت را در شش ضرب کنم چون مجموع مضروبین چهارده میشود ونصف آن هفت است پس از چهل ونه که مربع هفت است واحد را که مربع نصف تفاضل مضروبین است ساقط نمودم باقي چهل وهشت ماند که مطلوب است

قاعده گاهي اسان میشود ضرب هرعددي درعددي دیگرکه بخواهند بدینوجه که نسبت کنند احدالمضروبین را بسوي عدد مرتبهٔ که فوق اوست اعني اگراحدالمضروبین درمرتبهٔ آحاداست آنرا بسوي عشرات نسبت کنند واگرد رمرتبهٔ عشرات است آنرا بسوي مئات نسبت نمایند واگرد رمرتبهٔ مئات است آنرا بسوي الوف نسبت سازند وبهمان نسبت عددي بمرتبهٔ تحت از مضروب آخر بگیرند اعني نسبت آن عدد بطرف مضروب آخر مثل نسبت مضروب اول بطرف منسوب الیه بود وآنرا بسط کنند بقدر مرتبهٔ منسوب الیه اول اعني اگر منسوب الیه اول عشرات است آنرا هم عشرات سازند واگر مئات یا الوف است آنرا همچنان نمایند که مطلوب حاصل شود وباید دانست که این عمل جائی سهل می شود که نسبت اول به سهولت حاصل شود وبدانکه از نسبت مراد نسبت هندسي است اعني نصفیت وثلثیت وربعیت وغیرآن ونیز باید دانست که اگرد رعدد ماخوذ از مضروب آخر کسر افتد کسر را نیز بهمان نسبت بسط مي سازند چنانکه از مثال فهم شود انشاء الله تعالی مثلا خواستم که بست وپنج را در دوازده ضرب کنم چون بست وپنج در مرتبهٔ عشرات واقع است ونسبت آن بطرف صد نسبت ربع است پس ربع دوازده را که سه است بسط کرده مئات ساختم اعني سه صد نمودم وآن مطلوب است وهمچنین اگر بست وپنج را درسیزده ضرب کنم چون ربع سیزده سه صحیح ویک ربع است وهرگاه بسط کرده مئات ساختم سه صد وبست وپنج شد اعني چون سه را بسط نمودم سه صد شد وچون ربع را بسط نمودم بست وپنج گردید چرا که ربع یک صد بست وپنج است

* قاعده که تسهیل ضرب دربعض مواد می شود وطریقش این است که احدالمضروبین را تضعیف سازند مرة یا مرات تا مرکب مفرد شود ومضروب آخر را بهمان عدة یک مرتبه یا مرات تنصیف کنند اعني اگر یک مرتبه تضعیف کرده اند یک مرتبه تنصیف سازند واگرد ومرتبه تضعیف کرده باشند د ومرتبه تنصیف نمایند وبعد از ان حاصل تضعیف را در حاصل تنصیف ضرب نمایند که مطلوب حاصل شود مثلا خواستم که بست وپنج را در شانزده ضرب کنم بست وپنج را دو مرتبه تضعیف نمودم یک صد شد وشانزده را د ومرتبه تنصیف نمودم چهار شد پس چهار را در صد ضرب ساختم چهار صد گردید آن مطلوب است وصاحب عیون الحساب گوید که در ضرب مرکب فی المرکب اگر اعداد احدالمضروبین ارقام متماثله باشند اعني آحاد وعشرات ومئات

وغیر آن بیک صورت بوند چنانکه هفتاد وهفت خواه هفتصد وهفتاد وهفت خواه هفت هزار وهفتصد وهفتاد وهفت باید که اول صورة ارقام متماثله را بطریق ضرب بسیط که ضرب مفرد در مرکب است ضرب نمایند بعد ان آحاد حاصل را تحت خط عرضي نویسند وباز آحاد را مع عشرات جمع نموده تحت عشرات نگارند وباز آحاد وعشرات ومئات را تحت مئات نگارند همچنین تا عدة مراتب ارقام متماثله عمل نمایند وبعد ازان اگر عدة مراتب حاصل الضرب زیاده از مراتب ارقام متماثله باشند پس براي هر مرتبه یک مرتبه را ازیمین حاصل الضرب کم کرده جمع سازند مثلا اگر عدة مراتب ارقام متماثله چهار است وعدة مراتب حاصل الضرب شش پس تا چهار مرتبه در هر مرتبه صور ارقام را از آحاد جمع نموده تحت هر مرتبه نویسند وبعد ازان در مرتبة پنجم آحاد را گذاشته صور ارقام را از عشرات جمع سازند ودر مرتبة ششم آحاد وعشرات را گذاشته از مئات جمع نمایند وهمچنین عمل تمام کنند وهرجا که حاصل الجمع زائد علی العشرات بود زائد را تحت آن نویسند وبرای عشرات صورت آنرا محفوظ داشته بر حاصل الجمع مرتبة ثاني که یسار اوست بیفزایند چنانکه در جمع گفته شده واگر حاصل ضرب کمتر از ارقام متماثله یا برابر بود پس هرگاه از روی جمع تا مراتب اخیر حاصل ضرب برسند رقم اخیر جمع را بقدر باقي مراتب ارقام متماثله مکرر ساخته بعد ازان آحاد را گذاشته وبعد ازان مئات را گذاشته تا مرتبة اخیر حاصل ضرب عمل سازند چنانکه مذکور شد مثلا خواستم که ۶۶۶۶ را در ۸۹۳۰۸۷ ضرب کنم چون اعداد احد المضروبین ارقام متماثله است لهذا شش را که صور ارقام متماثله بود در مضروب آخر بطریق ضرب بسیط ضرب ساختم حاصل الضرب ۵۳۵۸۵۲۲ گردید بعد ازان دور ابعد خط عرضي تحت دو نوشتم که آحاد حاصل الضرب بود باز ارقام آحاد وعشرات را جمع نموده چهار را تحت مرتبة عشرات نگاشتم وباز ارقام آحاد وعشرات ومئات را جمع ساخته تحت مرتبة مئات نوشتم وارقام آحاد وعشرات ومئات والوف جمع کرده تحت مرتبة الوف نگاشتم وچون مراتب ارقام متماثله چهار بود لهذا بعد ازان آحاد حاصل الضرب را گذاشته ارقام عشرات ومئات والوف وعشرات الوف را جمع نموده تحت مرتبة عشرات الوف نوشتم وباز آحاد وعشرات حاصل ضرب را نیز گذاشته ارقام مئات والوف وعشرات الوف ومئات الوف را جمع ساخته تحت مرتبة مئات الوف نوشتم وباز آحاد وعشرات ومئات را گذاشته جمع نموده وباز

آحاد وعشرات ومئات والوف را گذاشته جمع نمودم وباز آحاد وعشرات ومئات والوف وعشرات الوف را گذاشته جمع ساختم وباز آحاد وعشرات ومئات والوف وعشرات الوف ومئات الوف را گذاشته جمع کردم وعمل تمام شد بدینصورت

۵۳۵۸۵۲۲	حاصل الضرب ضرب بسیط
۵۹۵۳۳۱۷۹۴۲	حاصل الضرب مطلوب فافهم

* فائده * صاحب عیون الحساب گوید که دانستن یک مقدمه برای قواعد ضرب ضروریست که اکثر قواعد رجوع بان دارند وآن مقدمه این است که هرگاه دو عدد را جمع کنند وعدد ثالث فرض نمایند هر عدد را که خواهند وفضل المجتمع علی العدد الثالث را بهمان عدد ثالث ضرب کنند پس اگر آن عدد ثالث اقل از ان هر دو عدد است فضل احد المجتمعین علی الثالث را در فضل ثانی المجتمعین علی الثالث ضرب نموده بر حاصل الضرب اول بیفزایند یا بالعکس اعني اگر عدد ثالث از ان هر دو اکثر باشد پس فضل عدد ثالث را بر هر دو گرفته وباهم ضرب نموده بیفزایند که مجموع حاصل الضرب عددین مجتمعین خواهد بود بایک دیگر واگر ثالث اقل از احد المجتمعین است پس فضل احد المجتمعین علی الثالث را در فضل الثالث علی ثانی المجتمعین ضرب نموده از حاصل الضرب اول نقصان نمایند که باقي مساوي حاصل ضرب عددین مجتمعین خواهد بود بایک دیگر مثلا دوازده را با هفت جمع نمودم نوزده شد وعدد ثالث پنج فرض کردم پس فضل نوزده که مجتمع است بر پنج که عدد ثالث است چهارده بر آمد آنرا در همان پنج ضرب نمودم هفتاد شد وباز فضل دوازده را بر پنج گرفتم هفت بر آمد آنرا در فضل هفت بر پنج که دو است ضرب نمودم چهارده شد بر هفتاد افزودم هشتاد وچهار گردید وآن بعینه حاصل الضرب دوازده در هفت است وهمچنین اگر عدد ثالث را پانزده فرض نمایم وفضل المجموع را که چهار است در پانزده ضرب کرده وبر حاصل الضرب که شصت شد مسطح سه در هشت که فضل پانزده بر هریکي من المجتمعین است بیفزایم نیز مطلوب بر آید وهمچنین اگر نه را عدد ثالث فرض کنم وفضل المجموع را که ده است در نه ضرب نمایم وحاصل الضرب سه در دو که قدر تفاضل میان هریکي از مجتمعین وعدد ثالث است از نود نقصان کنم نیز مطلوب حاصل شود پس بدانکه این مقدمه قاعده از قواعد ضرب است وعدد ثالث باید که از مجموع اقل باشد ونیز اگر عدد ثالث عقدي را از عقود فرض کنند عمل سهل میشود اعني از عشرات خواه مئات را عدد ثالث فرض کنند مثل ده ویک صد ویک هزار وعلی هذا

وقواعدیکه ازین مقدمه متفرع میشوند اکثري قبل ازین نقلاً از خلاصة الحساب بتحریر در آمده وبعضي الحال نقلاً از عیون الحساب بتحریر در مي آید

* قاعدهٔ اول در ضرب فیما بین العشرة والمائة بعضها في بعض بشرطیکه آحاد هر دو مضروبین عدد پنج باشد مثل ضرب بست وپنج در سي وپنج وعلی هذا طریقش این ست اول صورت عشرات مضروبین را باهم ضرب سازند ونصف مجموع صورت عشرات مضروبین بران افزوده بریمین حاصل جمع بست وپنج بیفزایند مثلا خواستم که هفتاد وپنج را در سي وپنج ضرب کنم نصف مجموع صورت عشرات مضروبین را که پنج است بر بست ویک که حاصل الضرب صورت عشرات بود افزودم بست وشش شد وبریمین ان بست وپنج نوشتم دو هزار وششصد وبست وپنج گردید بدینصورت ۲۶۲۵ وهمین است مطلوب واگر نصف مجموع صورت عشرات مضروبین صحیح نبود پس صحیح بر حاصل الضرب صورت عشرات افزوده هفتاد وپنج بریمین مجموع بیفزایند مثلا خواستم که شصت وپنج را در هفتاد وپنج ضرب کنم پس بر چهل ودو که حاصل الضرب صورت عشرات مضروبین است شش افزودم چراکه نصف المجموع شش صحیح ویک نصف بود بریمین ان هفتاد وپنج نوشتم چهار هزار وهشتصد وهفتاد وپنج شد بدینصورت ۴۸۷۵ وهو المطلوب

* قاعدهٔ دوم در تربیع اعداد ما بین العشرة والمائة بشرطیکه در مرتبهٔ آحاد او پنج باشد باید که عشرات ان عدد را در مجموع ان عدد معه پنج زائد ضرب کرده بست وپنج بر حاصل الضرب بیفزایند که مطلوب حاصل شود مثلا خواستم که مربع چهل وپنج بدانم عشرات آنرا که چهل است در پنجاه که مجموع چهل وپنج معه پنج زائد است ضرب کردم دو هزار شد بست وپنج بران اضافه کردم دو هزار وبست وپنج مطلوب است

* قاعدهٔ سیوم براي تسهیل تربیع وآن گاهي بزیادت وگاهي بنقصان حاصل میگردد وطریقش آنست که از عددیکه تربیع او منظور است عدد دیگر قریب او که تربیع ان سهل باشد فرض کنند مثلا اگر خواهم که مربع بست وهفت یا مربع سي وسه وغیران بدانم عدد سي را فرض کردم که تربیع او سهل است چراکه سي را در سي ضرب کردن بقاعدهٔ ضرب مفرد في المفرد بغایت اسان است واگر خواهم که مربع نود وشش بدانم پس عدد صد را فرض کردم که تربیع او بغایت اسان است وتفاضل ما بین عددین اعني عدد مفروض وعدد مطلوب التربیع را در مجموع

همان عددین ضرب کرده حاصل الضرب را از مربع عدد مفروض نقصان کنند بشرطیکه عدد مفروض زائد از عدد مطلوب التربیع باشد و بر مربع عدد مفروض بیفزایند اگر عدد مفروض ناقص باشد که مطلوب حاصل شود مثلا خواستم که مربع بست وسه بدانم چون قریب آن عدد بست است که تربیع او سهل می شود آنرا مربع نمودم چهارصد شد وتفاضل بین العددین را که سه است در مجموع عددین که چهل وسه می شود ضرب کردم وحاصل الضرب را که یک صد وبست ونه بود بر چهارصد افزودم پانصد وبست ونه شد وآن مطلوب است وهمچنین اگر خواهم که مربع بست وهفت بدانم چون قریب آن عدد سی است آنرا مربع نمودم نهصد شد وتفاضل بین العددین را که سه است در پنجاه وهفت که مجموع عددین است ضرب نمودم یک صد وهفتاد ویک شد آنرا از نهصد ساقط نمودم باقی هفتصد وبست ونه ماند وهو المطلوب وباید دانست که قاعدهٔ دویم وقاعدهٔ سیوم هردو در حقیقت یک است صرف فرق بیان است

* قاعدهٔ چهارم برای تسهیل ضرب که گاهی بزیادت وگاهی بنقصان حاصل می شود وآن چنان است که عددی ثالث فرض کنند که ضرب او در احد المضروبین سهل باشد وضرب نمایند وتفاضل مابین عدد مفروض ومضروب آخر را در مضروب اول ضرب نموده از حاصل الضرب اول نقصان نمایند اگر عدد ثالث زائد باشد وبیفزایند اگر عدد ثالث ناقص بود که مطلوب بر آید مثلا خواستم که بست وهشت را در چهل وچهار ضرب نمایم عدد ثالث سی را فرض کردم که ضرب او در چهل وچهار سهل است وضرب نمودم یکهزار وسه صد وبست گردید وتفاضل مابین سی وبست وهشت که دو است آنرا در چهل وچهار ضرب نمودم وحاصل الضرب ثانی را از حاصل الضرب اول نقصان نمودم چرا که عدد مفروض زائد بود یک هزار ودوصد وسی ودو باقی ماند وآن مطلوب است واگر عدد ثالث چهل را فرض کرده در همان مثال در بست وهشت ضرب نمایم وتفاضل مابین عدد ثالث ومضروب آخر را که چهار است نیز در بست وهشت ضرب نمایم وحاصل ضرب ثانی را بر حاصل ضرب اول بیفزایم چرا که عدد ثالث ناقص است نیز مطلوب حاصل شود بدین صورت

۱۳۲۰
۸۸
۱۲۳۲

۱۱۲۰
۱۱۲
۱۲۳۲

* قاعدهٔ پنجم گاهی تسهیل ضرب به تحلیل احد المضروبین الی المفردات حاصل می شود اعنی مثلا در سی ودو دو را جدا ملحوظ کنم وسی را جدا وهر دو جزء را در مضروب فیه

ضرب نموده جمع نمایم مثلاً خواستم که سي ودو را در بست وهفت ضرب کنم اول دو را در بست وهفت ضرب کردم وبعد از ان سي را در بست وهفت ضرب نمودم وهرده وحاصل ضرب را جمع ساختم هشتصد وشصت وچهار شد بدین صورت

۵۴	حاصل ضرب اول
۸۱۰	حاصل ضرب ثاني
۸۶۴	مجموع

واین قاعده کثیر النفع است در ضرب مرکب فی المرکب که مراتب کثیره باشد

*قاعدهٔ ششم هر عددی را که در بست وپنج ضرب کنند در یمین آن دو صفر نهاده نصف النصف سازند مثلاً خواستم که ۴۳۷۹ را در بست وپنج ضرب نمایم بر یمین آن دو صفر نهاده نصف النصف نمودم بدین صورت

۴۳۷۹۰۰	
۲۱۸۹۵۰	تنصیف اول
۱۰۹۴۷۵	تنصیف دوم

تنصیف دویم مطلوب بود واین قاعده بعینه قاعدهٔ تضعیف احد المضروبین وتنصیف الآخر است چنانکه بالا مذکور شد

* بیان پنجم در ضرب مرکب فی المرکب که مراتب آن کثیره باشد ودران محتاج بعمل کثیر میشوند واهل حساب قواعد آن بانواع وضع کرده اند وما هریک را بیان میکنیم واول قواعدیکه اسهل است آنرا بیان میسازم *

وباید دانست که هرچند مضروبین در ضرب برابر اند اعني هریکی را از مضروبین که بخواهند مضروب قرار دهند ودیگری را مضروب فیه لکن عادت اهل حساب چنان است که عدد اکثر را مضروب واقل را مضروب فیه می نامند پس الحال هرجا که لفظ مضروب اطلاق شود از ان اکثر المضروبین مراد است واز مضروب فیه اقل المضروبین

*قاعدهٔ اول در ضرب بالتضعیف *

واین را ضرب التکریر نیز گویند باید که مضروب را اول تضعیف نموده باز تضعیف را تضعیف نمایند واز تضعیف التضعیف را تضعیف سازند اگر اعظم رقم مضروب فیه هشت یا نه باشد والا صرف تضعیف التضعیف کافي است وان همه تضعیفات را جائی ثبت نمایند پس شروع در ضرب کنند وملاحظه سازند آحاد مضروب فیه را که اگر واحد است بعینه مضروب حاصل الضرب خواهد بود واگر دو است تضعیف اول حاصل الضرب است واگر سه است مجموع تضعیف اول مع آن عدد حاصل الضرب باشد واگر چهار است تضعیف التضعیف حاصل ضرب بود واگر پنج است مجموع تضعیف التضعیف معه آن عدد حاصل ضرب شود اگر شش است مجموع تضعیف التضعیف معه تضعیف حاصل ضرب گردد

واگر هفت است مجموع تضعیف التضعیف معه تضعیف وآن عدد حاصل ضرب باشد واگر هشت است تضعیف تضعیف التضعیف مطلوب بود واگر نه است معه آن عدد مطلوب گردد درین صورت اگر خواهند اعداد حاصلات مابین تضعیفات را که بجمع حاصل می شود نیز مابین تضعیفات ثبت نمایند بهتر است اگرچه طول عمل می شود اعني مابین تضعیف وتضعیف التضعیف تضعیف را بآن عدد جمع ساخته بنویسند تا برای ضرب در عدد سه کافي باشد وهمچنین مابین تضعیف التضعیف وتضعیف تضعیف التضعیف برای ضرب پنج وشش وهفت ثبت نمایند چنانچه مرقوم شد پس تحت مضروب فیه خط عرضي کشیده حاصل الضرب مضروب فی الآحاد مضروب فیه را که از همان تضعیفات حاصل شده باشد تحت خط عرضي نویسند بحیثیتیکه آحاد مقابل آحاد مضروب فیه وعشرات مقابل عشرات واقع شود وآن حاصل الضرب را خواه بجمع تضعیفات حاصل کنند خواه منفردا منفردا ثبت نمایند اختیار دارند اعني اگر آحاد مضروب فیه سه است پس اگر خواهند تضعیف اول را معه آن عدد جمع نموده بنویسند خواه هردو را جدا جدا تحت یکدیگر برنگارند بحیثیتیکه آحاد مقابل آحاد واقع شود وبعد از ان همچنان رقم عشرات مضروب فیه را مثل آحاد تصور نموده حاصل الضرب از تضعیفات مضروب بهم رسانیده تحت آن نویسند بحیثیتیکه آحاد حاصل الضرب مقابل عشرات مضروب فیه واقع شود واگر برای حفظ مرتبهٔ عشرات تحت آحاد اول صفر نهند وحاصل الضرب مرتبهٔ عشرات را بر یسار آن نویسند خوب است وهمچنین در مراتب مئات والوف وعمل تمام نمایند وجمع سازند که حاصل جمع مطلوب است

مثلا خواستم که ۵۱۴۲۳۳۴۵ را در ۹۰۷۵۶ ضرب کنم مضروب را تضعیف نمودم چنانکه مذکور شد

۵۱۴۲۳۳۴۵ مضروب
۱۰۲۸۴۶۶۹۰ تضعیف اول
۲۰۵۶۹۳۳۸۰ تضعیف التضعیف
۴۱۱۳۸۶۷۶۰ تضعیف تضعیف التضعیف

۹۰۷۵۶ مضروب فیه

۱۰۲۸۴۶۶۹۰
۲۰۵۶۹۳۳۸۰ } مجموع این هردو حاصل ضرب شش است

۵۱۴۲۳۳۴۵۰
۲۰۵۶۹۳۳۸۰۰ } مجموع این ضرب در پنج است

۵۱۴۲۳۳۴۵۰۰
۱۰۲۸۴۶۶۹۰۰۰
۲۰۵۶۹۳۳۸۰۰۰ } مجموع این ضرب در هفت است

۵۱۴۲۳۳۴۵۰۰۰۰
۴۱۱۳۸۶۷۶۰۰۰۰۰ } مجموع این ضرب در نه است

۴۶۶۶۹۷۷۰۹۸۸۲۰

تنبیه باید دانست که اگر در آحاد مضروب صفر باشد صفر را گذاشته تضعیفات نمایند
وبر حاصل الضرب که بعد جمع می شود صفر مضروب را بیفزایند

قاعدهٔ دویم در ضرب شبکه که احسن طرق ضرب است

باید که شکلی ذو اربعه اضلاع ثبت کنند که در میان آن مربعات صغار بعدهٔ مراتب مضروب ومضروب فیه طولا وعرضا تواند درست کرد اعني اگر مراتب مضروب مثلا پنج ومراتب مضروب فیه سه باشد مربعات صغار در طول پنج خانه ودر عرض سه خانه باشد که همگي مربعات پانزده خواهد بود وهر مربعات صغار را بخطي مؤرب اعني کج بین زاویهٔ فوقاني یمنی وزاویهٔ تحتاني یسری وصل کنند تا هر مربع منقسم بدو مثلث فوقاني وتحتاني شود بعد ازان مضروب را فوق خانه های طولاني ومضروب فیه را یمین خانه های عرضي نویسند بحیثیتیکه هر رقم محاذي یک خانه افتد وآحاد مضروب محاذي خانهٔ اخیر مراتب مضروب فیه واقع شود بعد ازان صورت ارقام مضروب را در صورت ارقام مضروب فیه مثل ضرب مفرد فی المفرد ضرب ساخته حاصل الضرب را در هر خانه که محاذي مضروبین باشد بنویسند بطوریکه آحاد در مثلث تحتاني وعشرات در مثلث فوقاني واقع شود وعمل تمام کنند ودر هر مرتبه که عدد نباشد صفر در ان مثلث نهند وبعد ازان جمع کنند از جانب یمین هر اعداد را که در میان خط مؤرب واقع شده باشد وهر یک خط مؤرب را مراتب آحاد وعشرات ومئات متصور سازند وحاصل جمع را از نو شبکه بنویسند مثلا خواستم که در مثال مذکور بطور شبکه ضرب نمایم بدینصورت شد (شکل ۱)

تنبیه میتواند شد که شکل ذو اربعه اضلاع را کج رسم کنند خواه خطوط مؤرب منعقده را بین زاویهٔ تحتاني یمنی وفوقاني یسری کشند لکن این همه خالي از تکلف نیست لهذا صرف بهمین یک شکل اختصار افتاد

قاعدهٔ سیوم در ضرب نائم که آنرا ضرب بالآس نیز خوانند

وطریقش که اسهل باشد این است که مضروبین را تحت یک دیگر نویسند بحیثیتیکه آحاد محاذي آحاد وعشرات محاذي عشرات واقع شود وعلی هذا پس آحاد مضروب را در جمیع اعداد مضروب فیه بطور ضرب بسیط ضرب نمایند وحاصل ضرب را تحت خط عرضي نویسند بحیثیتیکه آحاد محاذي آحاد وعشرات محاذي عشرات مضروبین واقع شود بعد ازان عشرات

مضروب را در جمیع اعداد مضروب فیه بهمان طریق ضرب سازند و حاصل الضرب را تحت سطر حاصل الضرب اول بعد صفر مرتبهٔ آحاد نویسند تا آحاد حاصل الضرب ثانی محاذی عشرات حاصل الضرب اول واقع شود و همچنین مئات مضروب را در جمیع مراتب مضروب فیه ضرب نموده حاصل را تحت سطر حاصل الضرب ثانی بعد دو صفر مرتبهٔ آحاد و عشرات نویسند و هکذا تا عمل تمام شود بعد از ان جمع نمایند اعداد جمیع سطور حاصل الضرب را که مطلوب حاصل شود مثلاً خواستم که ۹۲۰۸۳ را در ۴۷۵ ضرب نمایم مضروب فیه را تحت مضروب نوشتم هکذا

۹۲۰۸۳	مضروب
۴۷۵	مضروب فیه
۱۳۲۵	
۳۸۰۰۰	
۹۵۰۰۰	
۴۲۷۵۰۰۰	
۴۳۷۳۹۴۲۵	سطر حاصل الجمع که حاصل الضرب مطلوب است

واول سه را که آحاد مضروب است در جمیع مراتب مضروب فیه ضرب نمودم اعنی اول در پنج ضرب کردم پانزده شد و پنج را که زائد علی العشرات بود تحت خط عرضی محاذی آحاد نوشتم و برای عشر واحد را در ذهن داشتم و باز همان سه را در هفت که بمرتبهٔ عشرات مضروب فیه است ضرب ساخته واحد محفوظ افزودم بست و دو گردید دو را در یسار پنج نوشتم و برای بست دو در ذهن داشتم و باز سه را در چهار ضرب کرده دو محفوظ بر او افزودم چهار ده شد آنرا در یسار رقم سابق نوشتم و باز هشت را که در مرتبهٔ عشرات مضروب است در پنج ضرب نمودم حاصل چهل شد برای چهل چهار را در ذهن داشتم و صفر را بعد صفر مرتبهٔ آحاد تحت حاصل الضرب اول نگاشتم و باز هشت را در هفت ضرب کرده چهار را بر او افزودم شصت گردید باز صفر دیگر نهادم و برای شصت شش را در ذهن گرفتم و هشت را در چهار ضرب ساخته شش افزودم سی و هشت شد آنرا یسار اصفار نگاشتم و چون در مرتبهٔ مئات مضروب صفر بود و حاصل الضرب صفر در هر عدد صفر است لهذا آنرا گذاشتم و دو را که در مرتبهٔ الوف مضروب است در پنج ضرب نمودم حاصل ده شد پس صفر را در یسار سه صفر تحت حاصل الضرب ثانی نگاشتم و برای ده واحد را در ذهن داشتم و باز دو را در هفت ضرب نمودم و واحد افزودم پانزده شد پنج را در یسار آن چهار صفر نوشتم و واحد را در ذهن گرفتم و باز دو را در چهار ضرب نموده واحد افزودم نه شد آنرا در یسار پنج ثبت نمودم

وهمچنین نه را که مرتبهٔ عشرات الوف مضروب است در جمیع اعداد مضروب فیه ضرب نموده حاصل را بعد چهار صفر تحت حاصل الضرب ثالث نگاشتم وجمع نمودم حاصل جمع مطلوب است وبعضی مضروب فیه را هر مرتبه برای ضرب نقل مینمایند اعني هرگاه آحاد مضروب را در جمیع مراتب مضروب فیه ضرب نمودند باز مضروب فیه را یک مرتبه بطرف یسار نقل مي کنند تا آحاد مضروب فیه محاذي عشرات مضروب واقع شود وهمچنین تا آخر می رسند صورته هکذا

۹۲۰۸۳ مضروب
۴۷۵ مضروب فیه
۴۷۵
۴۷۵
۴۷۵
۴۷۵
۱۴۲۵
۳۸۰۰
۹۵۰
۴۳۷۵
۴۳۷۳۹۴۲۵

وبعضی شروع ضرب از اخیر مرتبهٔ مضروب مینمایند ومضروب فیه را بطوری می نویسند که آحاد مضروب فیه محاذي عدد اخیر مضروب واقع شود وبعد از آن مضروب فیه را یک مرتبه بطرف یمین نقل کنند وتا آحاد مضروب برسند صورته هکذا

۹۲۰۸۳ مضروب
۴۷۵ مضروب فیه
۴۷۵
۴۷۵
۴۷۵
۱۴۲۵
۳۸۰۰
۹۵۰
۴۳۷۵
۴۳۷۳۹۴۲۵ حاصل الضرب

وبعضی در هر سه صورت مذکوره هر مرتبه که ضرب نمودند جمع نمایند ومحو واثبات سازند اعني هرگاه آحاد مضروب را در جمیع مراتب مضروب فیه ضرب نمودند وعشرات مضروب را نیز در جمیع مراتب مضروب فیه ضرب ساخته تحت او نوشتند هر دو حاصل الضرب را جمع می کنند وبر رقوم سابق خط محو می نهند وهمچنین حاصل الضرب مئات را با حاصل الجمع اول جمع نموده بر حاصل الجمع اول خط محو می کشند وبعضی در ضرب بسیط هم هر مرتبه محو واثبات میکنند اعني عشرات را در ذهن محفوظ دارند

* قاعدهٔ چهارم در ضرب تشعیب بدانکه ضرب تشعیب همان ضرب تائم است کنذران هر مرتبه مضروب را مفرد نموده در جمیع مراتب مضروب فیه ضرب می نمایند وبازهمه حاصل الضرب را تحت یک دیگر نوشته جمع می کنند چنانکه در مثال مذکور اول سه را که آحاد مضروب است ضرب نمودند بدین صورت

۳
۴۷۵
۱۴۲۵

باز هشتاد را ضرب نمودند بدین صورت

۸۰
۴۷۵
۳۸۰۰۰

وباز دو هزار را ضرب کردند بدین صورت

۲۰۰۰۰
۴۷۵
۹۵۰۰۰۰

باز نود هزار را ضرب ساختند بدین صورت

۹۰۰۰۰
۴۷۵
۴۲۷۵۰۰۰۰

باز همه را جمع نمودند بدین صورت

۱۴۲۵
۳۸۰۰۰
۹۵۰۰۰۰
۴۲۷۵۰۰۰۰
۴۳۷۳۹۴۲۵

* قاعدهٔ پنجم ضرب محاذات است وآنهم در حقیقت ضرب نائم است وطریقش این ست که مضروب فیه را فوق مضروب نویسند وکثیر المراتب را مضروب فیه مقرر می کنند وقلیل المراتب را مضروب فرض می نمایند وبعد ازان عدد اخیر مضروب را در جمیع مراتب مضروب فیه ضرب نموده حاصل را فوق مضروب فیه بعد خط عرضي مینویسند بحیثیتیکه آحاد محاذي آحاد وعشرات محاذي عشرات واقع شود وبعد ازان حاصل الضرب را یک مرتبه بجانب یسار نقل می کنند وبجای آحاد صفر می گذارند تا آحاد مرتبهٔ عشرات یا بدو یا زعدد یمین مرتبهٔ آخر مضروب را در جمیع مراتب مضروب فیه ضرب نموده وحاصل آنرا بطور اول نوشته با حاصل الضرب اول جمع می کنند وآنرا هم یک مرتبه بطرف یسار نقل میکنند وهکذا تا آحاد مضروب میرسند چنانکه در مثال مذکور بدین صورت میشود وبدانکه بعضی شروع ضرب از آحاد مضروب می کنند وحاصل الضرب را فوق مضروب فیه چنانکه مذکور شد نوشته یک مرتبه بطرف یمین نقل میکنند تا آحاد حاصل در مرتبهٔ آحاد باشد وبعضی درین ضرب محاذات نیز محو واثبات می کنند اعني ضرب

۴۳۷۳۹۴۲۵ حاصل الضرب مطلوب
۴۶۰۴۱۵
۴۳۲۷۹۰۱۰
۶۴۴۵۸۱
۳۶۸۳۳۲۰
۳۶۸۳۳۲
۹۲۰۸۳ مضروب فیه
۴۷۵ مضروب

هر مرتبه از مضروب بطور ضرب بسیط نمیکنند بلکه بطور ضرب مفردات میسازند چنانکه بالا مذکور شد

* قاعدهٔ ششم در ضرب مستقیم بدانکه ضرب مستقیم در حقیقت همان ضرب نائم است که دران مضروب فیه را بطرف یمین نقل می کنند وحاصلات ضرب را فوق مضروب بعد خط عرضي می نگارند وبعضي آحاد مضروب فیه را محاذي مدد اخیر مضروب می نویسند وبعضي

اخیر مضروب فیه را محاذی اخیر مضروب می نگارند چنانچه در مثال مذکور بدینصورت میشود

صورت اول

۴۳۷۳۹۴۲ حاصل ضرب
۱۴۲
۳۸۰۰
۹۵۰
۴۲۷
۹۲۰۸۳ مضروب
۴۷ مضروب فیه
۴۷
۴۷
۴۷

صورت دوم

۴۳۷۳۹۴۲ حاصل ضرب
۱۴۲
۳۸۰۰
۹۵۰
۴۲۷
۹۲۰۸۳ مضروب
۴۷ مضروب فیه
۴۷
۴۷
۴۷
۴۷

* قاعدهٔ هفتم در ضرب اصفار بدانکه ضرب اصفار هم بعینه ضرب نائم است مگر اینکه اول عدد مراتب مضروب ومضروب فیه را جمع نموده وواحد از ان کم کرده بعدهٔ باقی اصفار تحت خط عرضی می نهند وبعد از ان ضرب بطور ضرب نائم نموده حاصل را تحت اصفار می نویسند بحیثیتیکه آحاد حاصل الضرب اول اعنی آحاد حاصل ضرب آحاد مضروب در جمیع مراتب مضروب فیه را تحت صفر اول می نویسند وآحاد حاصل الضرب عشرات مضروب در جمیع مراتب مضروب فیه را تحت صفر ثانی وهکذا تا عمل تمام شود ودرین ضرب عدد مراتب حاصل الضرب اولا معلوم میشود که بعدهٔ اصفار خواهد بود یا بعدهٔ مجموع مراتب مضروبین وهذه صورته فی المثال المذکور وبدانست فقیر از مجموع مراتب واحد هم کم کردن ضرور نیست

۹۲۰۸۳
۴۷
.....
۱۴۲ حاصل ضرب آحاد مضروب
۳۸۰۰ حاصل ضرب عشرات
۹۵۰ حاصل ضرب الوف مضروب
۴۲۷ حاصل ضرب عشرات الوف مضروب
۴۳۷۳۹۴۲

* قاعدهٔ هشتم در ضرب سطر بدانکه اینهم ضرب نائم است مگر اینکه حاصلات ضرب را تحت ما فوق مضروب ومضروب فیه نمی نویسند بلکه جدا در جای دیگر می نویسند وبعضی بطور ضرب بسیط ضرب نموده جمع می سازند چنانکه در ضرب نائم است وبعضی بطور مفردات ضرب میکنند

وجمع میسازند وصورت هردو در مثال مذکور این است ۹۲۰۸۳
۴۷۵

صورت اول	صورت ثانی
۱۴۲۵	۱۵
۳۸۰۰	۲۱
۰۰۰	۱۲
۹۵۰	۴۰
۴۲۷۵	۵۶
۴۳۷۳۹۴۲۵	۳۲
	۱۰
	۱۴
	۸
	۴۵
	۶۳
	۳۶
	۴۳۷۳۹۴۲۵

* قاعدهٔ نهم در ضرب جدول بدانکه ضرب جدول هم از قسم ضرب شبکه است الا اینکه در مربعات صغار خط مؤرب نمی کشند و در ضرب هم عشرات حاصل ضرب را محفوظ داشته بطور ضرب بسیط باحاصل الضرب مابعدش جمع می کنند ویک خانه زائد از مراتب مضروب بطرف یسار رسم مینمایند وجمع می کنند اعداد خانه های را که باهم بیک گوشه اتصال دارند مثل اعداد شبکه مثلا در مثال مذکور شکل ذو اربعة اضلاع کشیدم ودرمیان آن مربعات صغار رسم نمودم چنانکه در ضرب شبکه میکردم ویک خانه زائد از مراتب مضروب کشیدم بطرف یسار وبعد از ان اعداد مضروب را بالای جدول نوشتم بحیثیتیکه آحاد مضروب بالای اول خانهٔ جدول واقع شود ومضروب فیه در یمین جدول چنانکه در ضرب شبکه می نوشتم پس ضرب کردم اول سه را که آحاد مضروب است در چهار دوازده حاصل شد دو را در خانهٔ محاذی مضروبین نوشتم وبرای عشر واحد را محفوظ داشتم باز هشت را که در عشرات مضروب است در چهار ضرب کردم سی ودو شد وواحد محفوظ بران افزودم وسه را در خانهٔ محاذی مضروبین نهادم وبرای سی سه را در ذهن گرفتم چون در مرتبهٔ مئات مضروب صفر بود لهذا همان سه را در خانه محاذی او رسم نمودم وباز دو را که در مرتبهٔ آحاد الوف مضروب است در چهار ضرب کرده هشت را در خانهٔ محاذی او نوشتم وباز نه را که در مرتبهٔ عشرات الوف مضروب است در چهار ضرب کرده حاصل را که سی وشش باشد در هر دو خانه محاذی ویسار او ثبت نمودم وهمچنین باز جمیع اعداد مضروب را در هفت ضرب نموده نگاشتم ودر پنج ضرب نموده ثبت کردم وجمع نمودم بطور شبکه چنانکه مذکور شد وهذه صورته (جدول ۶)

واگر خواهند آحاد اعداد مضروب فیه محاذی مربع فوقانی وعشرات تحت آحاد ومئات تحت عشرات تا آخر رقم نمایند درین صورت بعد تمام عمل ضرب آحاد حاصل در مربع فوقانی ایمن خواهد بود آنرا خواه صفر خواه عدد باشد بعینه در سطر جمع اول ثبت نمایند بعده عدد خانهٔ مابعد یا عدد تحتش که متقاطر واقع است جمع سازند بعده اعداد خانه های باقی

ی

که همین وضع متقاطر مرقوم اندجمع کنند الی آخره صورته هکذا　　(جدول ۷)

* قاعدهٔ دهم در ضرب توشیح وطریقش این است که مضروب را در یسار مضروب فیه نویسند بحیثیتیکه آحاد تحت عشرات وعشرات تحت مئات باشد وآحاد مضروب فیه محاذي مرتبهٔ اخیر مضروب واقع شود وبعد ازان ضرب کنند عدد اخیر مضروب را در جمیع مراتب مضروب فیه بطور ضرب بسیط وحاصل را بهمان طریق بعد خط فاصل طولاني نویسند آحاد تحت عشرات وعشرات تحت مئات بحیثیتیکه آحاد حاصل الضرب محاذي آحاد مضروب فیه واقع شود وبعد ازان بر عدد اخیر مضروب که مفروغ الضرب شد خط محو کشند ومضروب فیه را یکمرتبه پائین نقل کنند تا آحاد مضروب فیه محاذي عدد تحتاني مفروغ الضرب واقع شود وباز آن عدد تحتاني را در جمیع مراتب مضروب فیه بطریق اول ضرب نموده حاصل هر مرتبه را با عدد محاذي او که در ضرب اول نوشته بودند جمع کرده بهمان طریق نویسند وبران عدد محاذي خط محو کشند وبعد از فراغ ضرب بر آن عدد ثاني مضروب نیز که مفروغ الضرب شد خط محو کشیده باز مضروب فیه را یک مرتبه پایین نقل کنند وعدد ثالث مضروب را بطریقي که گفته شد ضرب سازند وعمل تمام کنند که اعداد اخیر انچه خط محو بران نشده است حاصل ضرب مطلوب است مثلاً در مثال مذکور مضروب را در یسار مضروب فیه نوشتم (صورة ۸) وگفتم که عدد اخیر مراتب مضروب است در جمیع مراتب مضروب فیه ضرب کرده حاصل آنرا چنانکه مذکور شد نوشتم بعد ازان بر نه خط محو کشیدم و مضروب فیه را یک مرتبه بطرف پائین نقل کردم ودو را که عدد ثاني مضروب بود در پنج ضرب کرده برای حاصل که ده شد صفر محاذي عدد مضروبین اعني پنج ودو نوشتم وبرای عشر واحد در ذهن داشته باز دو را در هفت ضرب نمودم چهارده شد واحد محفوظ بران افزودم پانزده شد وعدد پنج که از حاصل ضرب اول محاذي او بود نیز بران افزودم وبران پنج خط محو کشیدم پست گردید پس صفر در آنجا گذاشتم ودو در ذهن گرفتم باز دو را که مضروب است در چهار ضرب کرده دو محفوظ بران افزودم ده شد وهفت که از ضرب اول محاذي او بود نیز بران افزوده وبر هفت خط محو کشیدم وبرای هفتده هفت را در انجا گذاشتم وواحد را بر دو که از ضرب اول بود افزوده وبر دو خط محو کشیده سه را محاذي او نوشتم وچون دو که عدد ثاني مضروب بود نیز مفروغ الضرب شد بران نیز

خط محو کشیدم و چون بعد از ان در مضروب صفر بود لهذا مضروب فیه را در مرتبه پائین نقل کردم و بر صفر هم خط محو کشیدم که مفروغ الضرب است و هشت را که در مضروب بود در پنج ضرب کردم چهل شد پس صفر محاذي مضروبین نهادم و چهار را محفوظ داشته هشت را در هفت ضرب نمودم و چهار محفوظ بر او افزودم شصت شد باز صفر دیگر نهادم و شش را در ذهن گرفتم و هشت را در چهار ضرب کرده شش بر سي و دو افزودم سي و هشت گردید چون محاذي آن صفر بود بر صفر خط محو کشیدم و سي و هشت را بهمان طریق نگاشتم و بر هشت که مفروغ الضرب شد خط محو کشیدم و مضروب فیه را باز نقل کردم پس سه را در پنج ضرب کردم پانزده شد پنج را محاذي مضروبین نوشتم و برای عشر واحد را در ذهن گرفتم باز سه را در هفت ضرب کرده واحد محفوظ افزودم بست و دو شد دو را در انجا نوشتم چرا که محاذي او از حاصل اول صفر بود بر صفر خط محو کشیدم و دو را در ذهن گرفتم باز سه را در چهار ضرب کرده دو محفوظ بر ان افزودم چهارده شد چهار را در انجا نوشتم که محاذي انهم صفر بود و بر صفر خط محو کشیدم و برای عشر واحد را در ذهن گرفته بر هشت که حاصل اول محاذي او بود افزودم و نه را در انجا نگاشتم و بر هشت نیز خط محو کشیدم و بر سه که مضروب بود و مفروغ الضرب شد نیز خط محو کشیدم و عمل تمام شد پس اعدادیکه در حاصل الضرب بلا خط محو باقي مانده اند مطلوب است بدانکه بعضی در میان مضروب و مضروب فیه فرجه میگذارند و حاصلات ضرب در میان آن مینویسند و بعضی اخیر مضروب فیه را محاذي اخیر مضروب مینگارند و این همه از اختلافات وقوع است

* قاعدهٔ یازدهم در ضرب قائم بدانکه ضرب قائم همان ضرب توشیح است الا اینکه در ان آحاد مضروب فیه را محاذي آحاد مضروب مي نویسند و آحاد مضروب را ضرب میکنند بطریقی که مذکور شد بعد از ان مضروب فیه را یک مرتبه با علی نقل میکنند تا آحاد مضروب فیه محاذي عشرات مضروب واقع شود و همچنین تا آخر میرسند چنانچه در مثال مذکور بدین صورت میشود (صورة ۹)

* قاعدهٔ دوازدهم در ضرب تقابل وان مخصوص تربیع عدد است و طریقش اینکه آنعدد را نوشته عدد اخیر را في نفسه ضرب کنند و آحاد حاصل فوق او بعد خط عرضي نویسند و عشرات را در یسار و عدد مضروب في نفسه را ضعف کرده یک مرتبه بجانب یمین تحتاني نقل کنند و عدد

یمین اورا که ثاني اخیراست به یمین منقول بنویسند و عددین منقولین را مضروب فیه قرار داده ثاني اخیر مطلوب التربیع را دران ضرب نموده فوقش نویسند بحیثیتیکه آحاد حاصل الضرب محاذي آحاد مضروب فیه مفروض واقع شود وباز آن ثاني اخیر را نیز ضعف نموده وبا منقول اول جمع کرده یک مرتبه در تحت بجانب یمین نقل کنند وعدد ثالث اخیر را در یمین او نوشته باز بهمان طریق ضرب نموده حاصلات را فوقش نگارند وهمچنین تا عمل تمام شود وجمع سازند که حاصل جمع مطلوب است مثلاً خواستم که ۴۷۵ را مربّع کنم اعني في نفسه ضرب سازم پس نوشتم آنرا وچهار را که عدد اخیر بود في نفسه ضرب نموده شانزده را بالایش بعد خط عرضي نوشتم باز چهار را ضعف کرده هشت را یکمرتبه بطرف یمین تحتاني نقل کردم که هشت محاذي هفت افتاد وهفت را در یمین هشت منقول نوشتم وهفت را دران ضرب کردم که في الحقیقه ضرب هفت در هفت که في نفسه بود ودر ضعف چهار گردید وحاصل را فوق او نگاشتم بحیثیتیکه آحاد حاصل محاذي هفت منقول افتاد باز هفت را ضعف کرده معه ضعف اخیر یک مرتبه نقل نمودم وپنج را بر یمین او نگاشتم وباز پنج را دران ضرب نموده حاصلات را فوق آن نگاشتم وجمع نمودم حاصل جمع مربع گردید بدینصورت

۲۲۵۶۲۵	حاصل الجمع
۴۷۲۵	
۶۰۹	
۱۶	
۴۷۵	مطلوب التربیع
۸۷	
۹۴۵	

وبدانست بنده اگر حاصل الضرب اول را یک مرتبه بطرف یسار نقل کرده نویسند بهتر است وضعف هر عدد را تحت آن نگارند وبعد ازان حاصل الضرب ثاني را با اول جمع نموده باز یکمرتبه بطرف یسار نقل سازند بدینصورت

۲۲۵۶۲۵	المطلوب الحاصل من الجمع
۴۷	
۲۲۰۹۲۵	
۶	
۱۶۰۹	
۱۶	
۴۷۵	مطلوب التربیع
۸۷	
۹۴۵	

ونیز اگر شروع از آحاد کنند وضعف آحاد را یکمرتبه بطرف یسار نقل سازند وعدد عشرات را بر عشرات منقول افزوده عدد عشرات را دران ضرب ساخته حاصل فوق ان نویسند بحیثیتیکه آحاد حاصل محاذي عشرات مضروب واقع شود وباز عدد عشرات را بر عشرات منقول افزوده یکمرتبه

بطرف یسار نقل کنند وعدد مئات مطلوب التربیع را بر مئات منقول افزوده عدد مئات را ضرب سازند وحاصل را بهمان طریق فوق آن نویسند وجمع کنند نیز مطلوب حاصل شود ودر مثال مذکور

هذه صورته

۲۲۵۶۲۵	حاصل الجمع
۲۲۰۰	
۵۶۰	
۲۵	
۴۷۵	مطلوب التربیع
۸۰	
۵۵۰	

مثال دیگر

۵۳۸۷۵۶	حاصل الجمع
۵۳۷۶	
۱۱۴	
۱۶	
۷۳۴	عدد مطلوب التربیع
۳۸	
۷۶۸	

وطریق اسهل درین ضرب بدانست نقیر آنست که بلا نقل باشد واول آحاد را تحت آحاد نوشته ومضروب فیه قرار داده وآحاد را دران ضرب ساخته حاصل را فوق آن بعد خط عرضي نویسند بحیثیتیکه آحاد حاصل فوق آحاد واقع شود وباز آحاد را با مضروب فیه جمع نموده ورقم عشرات بران افزوده عشرات را دران ضرب کرده حاصل را فوق حاصل اول نویسند بحیثیتیکه آحاد حاصل محاذي عشرات واقع شود بعد ازان عشرات را هم ضعف ساخته ومعه ضعف آحاد جمع نموده در تحت نویسند وعدد مئات را تحت مئات نگارند وعدد مئات را دران همه ضرب سازند وحاصل را فوق نویسند که آحاد حاصل محاذي مئات واقع شود وهمچنین الی آخره تا عمل تمام شود وجمع سازند بدین صورت

۲۲۵۶۲۵	جمع
۲۲۰۰	
۵۶۰	
۲۵	
۴۷۵	مطلوب التربیع
۵	
۱۰	
۷	
۸۰	
۵۵۰	

ونیز اگر زیاده تسهیل خواهند اول آحاد مطلوب التربیع را فوق آحاد نوشته در آحاد ضرب سازند وحاصل را که زائد بر عشرات باشد تحت آحاد مطلوب التربیع بعد خط عرضي نویسند وبرای عشرات صورت را در ذهن داشته باز آحاد را در ضعف عشرات ضرب کنند خواه در عشرات ضرب کرده حاصل را ضعف سازند ومحفوظ را بر او بیفزایند واز مجموع انچه زائد علی العشرات باشد آنرا در یسار اول نویسند وبرای عشرات صورت را در ذهن دارند وآحاد را در ضعف مئات ضرب کرده محفوظ را بر او افزوده حاصل را در یسار آن نویسند وهمچنین الی آخره

یا

وباز عدد عشرات را فوق عشرات نوشته وفي نفسه ضرب کرده حاصل را که زائد علی العشرات باشد تحت حاصل اول بعد دو صفر نویسند و برای عشرات صورت را در ذهن داشته عدد عشرات را در ضعف عدد مئات ضرب نموده حاصل برا و بیفزایند و در یسار آن نهند وباز عدد مئات را فوق مئات نوشته و همچنین ضرب نموده حاصل را بعد چهار صفر نویسند و نیز اگر ضعف هر عدد را که دران ضرب مطلوب است فوق بدینصورت بنویسند نیز خوب است بدینصورت

۴۷	مطلوب التربیع
۴۷	
۴۷۲	
۶۰۹۰۰	
۱۶۰۰۰۰	
۲۲۵۶۲	ماحصل

وبد انکه بعضی در نقل صرف آحاد و عشرات و مئات را نقل بجانب یسار خواه بجانب یمین مینمایند و ضرب در ضعف آن می کنند و آنرا ضرب النقل نام می نهند و این خالي از تکلف نیست

۴۰۰	
۸۷۰	
۹۴۵	
۴۷	عدد مطلوب التربیع
۴۷۲	
۶۰۹۰۰	
۱۶۰۰۰۰	
۲۲۵۶۲	حاصل الجمع

* قاعدهٔ سیزدهم در ضرب شبکهٔ منبری که مخصوص تربیع است و نیز برای ضرب اعداد یکه مراتب مضروبین متساوي باشند میتواند شد وطریقش این ست که شکلی منبري بکشند که عدد درجات او مساوي عدد مراتب احد المضروبین باشد متصاعداً من الیمین الی الیسار و هر درجه را بخطوط مستقیمهٔ طولي وعرضي منقسم سازند چنانکه در شبکه میکردند تا مربعات صغار پیدا شوند و هر مربع بخط مؤرب منقسم بدو مثلث سازند مثل شبکه بعد ازان مضروب فیه را فوق هر درجهٔ منبر نویسند و مضروب را یسار شکل آحاد تحت عشرات و عشرات تحت مئات و آحاد مضروب را در آحاد مضروب فیه ضرب کرده آحاد حاصل را در مثلث تحتاني ایمن مربع اول درجهٔ تحتاني که تحت عدد آحاد مضروب فیه است نویسند و عشرات محفوظ داشته آحاد مضروب را در عشرات مضروب فیه ضرب کنند و بر محفوظ بیفزایند و انچه زائد علی العشرات بود در مثلث پائین مربع ثاني درجهٔ تحتاني نویسند و برای عشرات صورت را در ذهن دارند چنانکه در ضرب بسیط میکردند و همچنین حاصلات آحاد مضروب را در مثلثات تحتاني نوشته در مرتبهٔ اخیر اگر عشرات واقع شود آنرا در مثلث فوقاني که فوق مثلث اخیر تحتاني است نگارند و باز عشرات مضروب را همچنین در جمیع مراتب مضروب فیه

مضروب ۲

مضروب بینه

جدول ۴
صفحه ۱۸

۲	۴	۳						
۳	۶	۹	۴					
۴	۸	۱۲	۱۶	۵				
۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۶			
۶	۱۲	۱۸	۲۴	۳۰	۳۶	۷		
۷	۱۴	۲۱	۲۸	۳۵	۴۲	۴۹	۸	
۸	۱۶	۲۴	۳۲	۴۰	۴۸	۵۶	۶۴	۹
۹	۱۸	۲۷	۳۶	۴۵	۵۴	۶۳	۷۲	۸۱

جدول ۶
صفحه ۳۷

۳	۶	۹	
۴	۸	۱۲	۹
۵	۱۰	۱۵	۲
۶	۱۲	۱۸	۳
۷	۱۴	۲۱	۴
۸	۱۶	۲۴	۵
۹	۱۸	۲۷	۶
	۹	۸	۷

جدول ۷
صفحه ۳۸

۳	۶	۹	
۴	۸	۱۲	۹
۵	۱۰	۱۵	۲
۶	۱۲	۱۸	۳
۷	۱۴	۲۱	۴
۸	۱۶	۲۴	۵
۹	۱۸	۲۷	۶
	۹	۸	۷

شکل ۵
صفحه ۳۲

۵	۳	۴	۰	۰	۴	۴	۴	۴	۳
۱	۰	۹	۰	۰	۰	۰	۰	۹	۰
۲	۴	۴	۰	۰	۲	۲	۲	۴	۴
۳	۱	۱	۰	۰	۱	۱	۱	۱	۱
۴	۴	۴	۰	۰	۲	۲	۲	۴	۴
۵	۱	۱	۰	۰	۱	۱	۱	۱	۱
۶	۴	۴	۰	۰	۲	۲	۲	۴	۴
۷	۴	۴	۰	۰	۲	۲	۲	۴	۴
۸	۴	۴	۰	۰	۲	۲	۲	۴	۴
۹	۴	۴	۰	۰	۲	۲	۲	۴	۴
	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱

صورت ۱
صفحه ۳۳

صورت ۹
صفحه ۳۹

جدول ۱۰
صفحه ۳۹

ضرب کرده حاصلات را انچه زائد بر عشرات باشد در مثلثات که فوق مثلثات اول است نویسند وهرگاه در مربعات درجهٔ اول هیچ مثلث باقي نماند در مثلثی که در یسار آن فوق خط مؤرب اوست ثبت نمایند وهکذا عشرات ومئات مضروب را ضرب نموده عمل نمایند وبطریقیکه در ضرب شبکه جمع میکردند جمع سازند که حاصل جمع مطلوب است مثلاً خواستم که ۴۳۸۷ را مربع کنم شکل منبري چهار درجه کشیدم ومضروبین را بصفت مذکور نوشتم وضرب کردم وحاصلات را چنانکه ذکر یافت در مثلثات نگاشتم وجمع نمودم حاصل شد ۱۹۲۴۵۷۶۹ وهذه صورته (بجدول ۱۰)

*قاعدهٔ چهاردهم در ضرب بالآس ودران شرط است که مراتب مضروبین متساوي باشند ونیز اعداد هر سطر از مضروب ومضروب فیه متساوي بود مثلاً خواهند که ۴۴۴ را در ۳۳۳ ضرب سازند پس مضروب ومضروب فیه را تحت یکدیگر نویسند بحیثیتیکه آحاد یکی تحت مرتبهٔ اخیر دیگری افتد بعد ازان عدد آس تحت هر مرتبه نویسند مثلا برای مرتبهٔ آحاد واحد وبرای عشرات دو وبرای مئات سه همچنین تا آخر مرتبهٔ فوقاني برسند ودر انجا عدد آس محاذي اخیر فوقاني وآحاد تحتاني خواهد افتاد بعد ازان عدد آس را نزولاً تحت هر مرتبهٔ تحتاني که باقیمانده است نویسند اعني اگر آس مرتبهٔ اخیر فوقاني سه بود بعد ازان دو وبعد ازان واحد نویسند وهمچنین تا اخیر تحتاني برسند پس واحد تحت اخیر تحتاني خواهد افتاد لا محاله چراکه مراتب مضروبین متساوي است بعد ازان آحاد مضروب را در آحاد مضروب فیه ضرب کرده در عدد آس اول ضرب سازند وحاصل را که زائد علی العشرات باشد تحت آن نویسند وصورت عشرات را در ذهن گیرند وباز همان حاصل الضرب آحاد مضروبین را در عدد آس ثاني ضرب کرده ومحفوظ بران افزوده زائد علی العشرات را تحت آس ثاني نگارند وصورت عشرات را محفوظ دارند وباز همان حاصل الضرب آحاد مضروبین را در عدد آس ثالث ضرب نموده ومحفوظ افزوده تحت آن نویسند وهکذا تا آخر برسند مثلاً خواستم که ۴۴۴۴ را در ۳۳۳۳ ضرب نمایم مضروبین را بدین صورت نوشتم

۴۴۴۴	مضروب
۳۳۳۳	مضروب فیه
۱۲۳۴۳۲۱	اعداد آس
۱۴۸۱۱۸۵۲	

وتحت آن اعداد آس رسم نمودم وچهار را در سه ضرب نموده حاصل را در آس اول که واحد بود ضرب ساختم حاصل همان دوازده شد دو را تحت آس اول نوشتم وواحد را در ذهن گرفتم باز آن دوازده را در آس دویم

که دو است ضرب کرده محفوظ را افزودم بست و پنج شد پنج را تحت آن نوشتم و دو محفوظ داشتم
بازده را در آس سیوم ضرب کردم و همچنین الی آخره عمل نمودم مطلوب حاصل شد

* قاعدهٔ پانزدهم در ضرب تسعین و آن مخصوص است باینکه جمیع اعداد احد المضروبین
تسعه باشد مثلاً خواهند که ۴۵۸۷ را در ۹۹۹۹۹ ضرب کنند پس باید که بر یمین مضروب اصفار
بعدهٔ مراتب مضروب فیه افزوده مضروب را ساقط کنند که باقی مطلوب است چنانکه در مثال
مذکور هکذا

۴۵۸۷۰۰۰۰۰	
۴۵۸۷	
۴۵۸۶۹۵۴۱۳	

* قاعدهٔ شانزدهم در ضرب منقح بدانکه اگر اعداد مضروب اعظم باشد اعنی مثل نه و هشت و غیره
چنانکه این عدد ۹۹۹۸۸۹ را درین عدد ۲۶۸ ضرب نمایند پس باید که فضل عشر بر آحاد مضروب و فضل
تسعه بر دیگر صور مراتب مضروب بگیرند و آنرا در مضروب فیه ضرب ساخته حاصل را از مضروب
فیه که بر یمین او اصفار بقدر مراتب مضروب افزوده باشند ساقط کنند که باقی مطلوب است چنانکه
در مثال مذکور چون در آحاد نه است پس فضل عشر واحد گرفتم و در عشرات و مئات هشت بود
فضل تسعه بر آن گرفتم نیز واحد بر آمد بدینصورت ۱۱۱ آنرا در مضروب فیه ضرب ساختم حاصل ۲۹۷۴۸
گردید آنرا از مضروب فیه که بدینصورت بود ساقط کردم باقی مطلوب بر آمد

۲۶۸۰۰۰۰۰۰	
۲۹۷۴۸	
۲۶۷۹۷۰۲۵۲	

* قاعدهٔ هفتدهم در ضرب حسنی که موقوف بر مهارت تامه است در ضرب آحاد فی الآحاد
و محفوظ داشتن حاصلات در ذهن و جمع کردن آنها و طریقش اینست که مضروب فیه را تحت مضروب
نویسند و آحاد مضروب را در آحاد مضروب فیه ضرب نموده حاصل را که زائد علی العشرات باشد تحت
خط عرضی نویسند و صورت عشرات را در ذهن دارند و باز عشرات مضروب را در آحاد مضروب فیه و آحاد
مضروب را در عشرات مضروب فیه ضرب ساخته و حاصلات را جمع نموده و بر محفوظ افزوده از جمع
انچه زائد علی العشرات باشد آنرا در یسار حاصل اول نویسند و صورت عشرات را در ذهن گیرند و باز مئات
مضروب را در آحاد مضروب فیه و عشرات مضروب را در عشرات مضروب فیه و آحاد مضروب را
در مئات مضروب فیه ضرب نموده و حاصلات را جمع ساخته و بر محفوظ افزوده از جمع انچه زائد
علی العشرات باشد در یسار سابق نگارند و صورت عشرات در ذهن دارند و همچنین الی آخر

مضروب را در آحاد مضروب فیه و مئات مضروب را در عشرات مضروب فیه و عشرات مضروب را در مئات مضروب فیه ضرب ساخته و اگر در مضروب فیه هم مرتبهٔ الوف باشد پس آحاد مضروب را در الوف مضروب فیه ضرب ساخته حاصلات را جمع کنند بر محفوظ بیفزایند و اگر آحاد مضروب مفروغ الضرب شده باشد بران خط محو کشند و از مجموع انچه زائد علی العشرات باشد در یسار سابق نویسند و همچنین هر مرتبه از مضروب که مفروغ الضرب شود بران خط محو کشند و حاصلات باقي را جمع کنند و همچنین اگر آحاد مضروب فیه مفروغ الضرب شود اعني عدد اخیر مضروب هرگاه دران ضرب یابد برانهم خط محو کشند و همچنین عمل تمام کنند که حاصل الضرب در یک سطر برآید مثلاً خواستم که ۶۵۴۷ را در ۲۴۳ ضرب سازم مضروب فیه را تحت مضروب نوشتم بدینصورت

۶۵۴۷	مضروب
۲۴۳	مضروب فیه
۱۵۹۰۹۲۱	

و اول هفت را در سه ضرب کردم بست و یک شد واحد را تحت خط عرضي نوشتم و دو را در ذهن گرفتم و باز چهار را که عشرات مضروب بود در سه ضرب نموده و هفت را در چهار که عشرات مضروب فیه است ضرب کرده دو محفوظ بران افزودم مجموع چهل و دو گردید دو در یسار اول نوشتم و چهار در ذهن گرفتم و باز پنج را که در مئات مضروب است در سه ضرب کرده و چهار را در چهار ضرب ساخته و هفت را در دو ضرب ساخته و جمع نموده بر محفوظ افزودم چهل و نه شد نه در یسار سابق نکاشتم و چهار را در ذهن گرفتم چون آحاد مضروب مفروغ الضرب شد بران خط محو کشیدم و باز شش را در سه ضرب کرده و پنج را در چهار و چهار را در دو ضرب نموده و جمع ساخته بر محفوظ افزودم حاصل پنجاه شد صفر در یسار سابق نکاشتم و پنج را در ذهن گرفتم و چون آحاد مضروب فیه و عشرات مضروب مفروغ الضرب شد بران هر دو خط محو کشیدم و باز شش را در چهار و پنج را در دو ضرب نمودم و حاصلات را جمع نموده بر محفوظ افزودم سي و نه شد نه در یسار سابق نکاشتم و سه را در ذهن گرفتم و مئات مضروب و عشرات مضروب فیه مفروغ الضرب شدند بران هر دو هم خط محو کشیدم و باز شش را در دو ضرب کرده و حاصل را بر محفوظ افزودم و پانزده را در یسار سابق نکاشتم چون جمیع مراتب مضروبین مفروغ الضرب شدند عمل تمام شد و مطلوب برآمد

* تنبیه * باید دانست که درین عمل گاهی مجموع حاصلات جمع تا صد یا زیاده از صد میرسد مثلا یک صد و چهل یا یکصد و چهارده و غیر آن پس آحاد حاصل جمع را تحت خط عرضي می نگارند و اعداد مراتب عشرات و مئات بصورتش در ذهن میگیرند اگر یکصد است صفر مینویسند و ده در ذهن میگیرند و اگر یکصد و چهارده است چهار مینویسند و یازده در ذهن گیرند و اگر یکصد و بست و پنج است پنج نویسند و دوازده در ذهن میگیرند و علی هذا القیاس

* قاعدهٔ هجدهم در تربیع حسني و آن مخصوص تربیع است طریقش اینکه اعداد مطلوب التربیع را نوشته تحت آن خط عرضي کشند و اول آحاد را في نفسه ضرب کرده آحاد حاصل را تحت آحاد نویسند و برای عشرات اگر باشد صورت را محفوظ دارند و باز آحاد مطلوب التربیع را در ضعف عشرات آن ضرب کرده و حاصل را با محفوظ جمع نموده آحاد مجموع را در یسار اول نویسند و عشرات را در ذهن گیرند باز آحاد مطلوب التربیع را در ضعف مئات آن ضرب ساخته مع مربع عشرات جمع کرده و بر محفوظ افزوده آحاد مجموع را در یسار سابق نگارند و عشرات را محفوظ دارند باز آحاد را در ضعف الوف و عشرات را در ضعف مئات ضرب نموده و جمع ساخته و بر محفوظ افزوده همچنان آحاد مجموع در یسار سابق نویسند و عشرات را محفوظ دارند و هکذا الی آخر المراتب آحاد را در ضعف هر مرتبه ضرب نمایند و عشرات را در ضعف عدد یمین مضروب فیه آحاد و مئات را در ضعف عدد یمین مضروب فیه عشرات و هکذا ضرب نمایند پس اگر در وسط عددی باقي ماند مربع آن بگیرند و جمیع حاصلات را جمع نموده عمل نمایند و هر ده آحاد در عدد اخیر ضرب شده مفروغ الضرب شد بران خط محو کشند و عشرات را در ضعف آخر ضرب سازند و چنانکه مذکور شد عمل نمایند بعد ازان بر عشرات هم خط محو کشند و از مئات شروع سازند تا آنکه آخر عدد مرتبهٔ اخیر را في نفسه ضرب سازند و عمل تمام کنند مثلا خواستم که ۶۵۴۳۲۱ را تربیع کنم آنرا نوشتم و تحت او خط عرضي کشیدم بدینصورت

۶۵۴۳۲۱
۴۲۸۱۳۵۹۷۱۰۴۱

بعد ازان واحد را که در مرتبهٔ آحاد بود في نفسه ضرب کردم واحد شد آنرا تحت آحاد نوشتم باز واحد را در ضعف اثنین که بمرتبهٔ عشرات بود ضرب ساختم چهار برآمد آنرا در یسار اول نگاشتم باز واحد را در ضعف سه که بمرتبهٔ مئات بود ضرب کردم و عشرات که در وسط بود مربع آن گرفته افزودم مجموع ده شد صفر در یسار سابق نهادم و واحد در ذهن

گرفتم باز واحد را در ضعف آحاد الوف که چهار است ضرب کردم و عشرات را در ضعف مئات و بر محفوظ افزودم بست و یک شد واحد در یسار سابق نوشتم و دو در ذهن داشتم باز واحد را در ضعف پنج که بمرتبهٔ عشرات الوف بود ضرب کردم و عشرات را در ضعف آحاد الوف ضرب نمودم و مربع مئات گرفتم و مجموع را بر محفوظ افزودم سی و هفت شد هفت را در یسار سابق نکاشتم و سه را در ذهن گرفتم باز واحد را در ضعف شش که اخیر است ضرب کردم و دو را در ضعف پنج و سه را در ضعف چهار ضرب نمودم و مجموع را بر محفوظ افزودم پنجاه و نه گردید نه را در یسار سابق نکاشتم و پنج را محفوظ داشتم و چون واحد که در مرتبهٔ آحاد بود مفروغ الضرب شد بران خط محو کشیدم و دو را که در مرتبهٔ عشرات بود در ضعف شش ضرب ساختم و سه را در ضعف پنج و چهار را في نفسه ضرب نمودم و مجموع را بر محفوظ افزودم هفتاد و پنج شد پنج را در یسار سابق نکاشتم و هفت را در ذهن گرفتم و بر دو که بمرتبهٔ عشرات بود چون مفروغ الضرب شد خط محو کشیدم باز سه را که در مرتبهٔ مئات بود در ضعف شش ضرب ساختم و چهار را در ضعف پنج ضرب نموده بر مجموع محفوظ افزودم هشتاد و سه گردید سه را در یسار سابق نوشتم و هشت را در ذهن گرفتم و بر سه هم که مفروغ الضرب شد خط محو کشیدم باز چهار را در ضعف شش ضرب ساختم و پنج را في نفسه ضرب نمودم و محفوظ را بر مجموع افزودم هشتاد و یک شد واحد را در یسار سابق نوشتم و هشت را محفوظ نمودم و بر چهار هم خط محو کشیدم و باز پنج را در ضعف شش ضرب نمودم و محفوظ بر او افزودم شصت و هشت شد هشت را نوشتم و شش را محفوظ داشتم و بر پنج هم خط محو کشیدم و چون ضرب شش در مرتبهٔ اخیر باقي ماند آنرا في نفسه ضرب کردم و محفوظ بر او افزودم چهل و دو شد و عمل تمام گردید آنرا در یسار سابق نکاشتم مطلوب بر آمد

* فائده چون درین هر دو ضرب حسني و تربیع حسني احتیاج بجمع حاصلات و حفظ آن میشود و اکثر احتمال سهو می باشد لهذا اگر بطریق عقد انامل حفظ اعداد باصابع نمایند بهتر است ضابطهٔ عقد انامل اینست که از اصابع خمسهٔ یمنی خنصر و بنصر و وسطی جهة عقود تسعهٔ آحاد تعین رفته و سبابه و ابهام از برای عقود نه گانهٔ عشرات مقرر شده و از اصابع خمسهٔ یسری سبابه و ابهام بضبط عقود تسعهٔ مئات مخصوص گشته و خنصر و بنصر و وسطی بعقد نه گانهٔ آحاد الوف

اختصاص یافته پس صور عقود یکی تا نه و عقود آحاد الوف از یک هزار تا نه هزار یکسان بود وتفرقه وتمییز یمین ویسار کرده شود پس بدانکه از برای واحد خنصر دست راست فرو باید گرفت وجهة اثنان بنصر را با خنصر ضم کردن وجهة ثلثه وسطی را نیز چنانکه در عدد اشیاء بین الناس معهود ومتعارف است ولیکن درین سه عقد باید که رؤس اصابع نیک نزدیک اصول باشد وجهة اربعه خنصر را رفع باید کرد وبنصر و وسطی را معقود باید گذاشتن و برای خمسه بنصر را نیز رفع کردن وجهة سته وسطی را رفع کرده بنصر را فقط فرو باید گرفت چنانکه سر انمله اش بر وسط کف باشد واز برای سبعه آنرا هم برداشته خنصر تنها را عقد باید کرد چنانکه سر انگشت نیک مائل باشد بجانب بند دست وجهة ثمانیه با بنصر هم همان باید کرد و برای تسعه با وسطی نیز و در عقود ثلثهٔ اخیر باید که رؤس انامل بر طرف کف باشد تا بعقود ثلثهٔ اول مشتبه نگردد واز برای عشره سر ناخن سبابهٔ یمنی را بر مفصل اول ابهام باید نهاد چنانکه فرجه میان دو انگشت بحالهٔ مدور مشابه باشد واز برای عشرین طرف عقد زیرین سبابه که نزدیکی وسطی است بر پشت ناخن ابهام باید نهاد چنانکه پنداری انملهٔ ابهام را در میان اصول سبابه و وسطی گرفته اما وسطی را بر دلالت بعشرین مدخلی نباشد چه اوضاع او از برای عقود آحاد متغیر و متبدل گردد واتصال ناخن ابهام بطرف عقد زیرین سبابه بخلال خود دلالت بر عشرین کند واز برای ثلثین ابهام را قائم داشته سر انملهٔ سبابه بر طرف ناخن او باید نهاد چنانچه وضع سبابه با ابهام شبیه باشد بهیئت قوس و وتر واگر جهت سهولت عقد ابهام را خمی باشد دلالت بر منصود کند والتباسی واقع نگردد واز برای اربعین باطن انملهٔ ابهام را بر ظهر عقد زیرین سبابه باید نهاد چنانکه میان ابهام و طرف کف هیچ فرجه باقی نماند وجهة خمسین سبابه را قائم داشته ابهام را تمام خم باید داد و بر کف محاذی سبابه باید نهاد واز برای شصت ابهام را خم داده باطن عقدهٔ دویم سبابه را بر پشت ناخن او باید نهاد واز برای هفتاد ابهام را قائم داشته باطن عقدهٔ اول یا دویم سبابه را بر طرف ناخن او باید نهاد چنانکه پشت ناخن ابهام تمام مکشوف باشد واز برای هشتاد ابهام را منتصب گذاشته طرف انملهٔ سبابه را بر پشت مفصل او باید نهاد واز برای نود سر ناخن سبابه را بر مفصل عقد دویم ابهام باید نهاد چنانچه در عقد عشر بر مفصل انملهٔ اولی می نهند وچون این صور وانواع هیژده گانه که نه از عقد خنصر و بنصر و وسطی ذکر کرده شد ونه از عقد سبابه

وابهام شرح آمد استحضار کرده شود واز مقدمات سابق روشن گشت که انچه در دست راست دلالت بر عقدی از عقود آحاد کند از یکی تا نه در دست چپ دلالت بر آحاد الوف کند از یکهزار تا نه هزار وانچه در دست راست دلالت بر عقدی از عقود نه گانهٔ عشرات کند از ده تا نود در دست چپ دلالت بر همان عقدی از عقود مئات کند از یک صد تا نهصد وباصابع هر دو دست از یکی تا نه هزار ونهصد ونود ونه بدان صورهیژده گانه ضبط توان کرد واما جهة عقد ده هزار طرف انمله ابهام را متصل باید ساخت بطرف تمام انملهٔ سبابه وبعضی از عقد دویم او چنانکه سرناخن سبابه باسرناخن ابهام برابر باشد وطرفش بطرف او

* مطلب هفتم در قسمت * (۲۶)

بدانکه قسمت در لغت بخش کردن وحصه نمودن است ودر اصطلاح این فن تجزیهٔ مقسوم است باجزاء متساوي به لحاظ مقسوم علیه وبعضی گویند که قسمت تحصیل عددی است که اگر آنرا در مقسوم علیه ضرب کنند حاصل مساوي مقسوم بود وآن بحسب غایة دو نوع بود یکی آنکه مقسوم را قسمت کنند باجزاء متساوي بحیثیتیکه عدد اجزاء او بعدة آحاد مقسوم علیه باشد کما قال صاحب خلاصة الحساب وتَجْزِيَتُهُ بِمُتَسَاوِيَاتٍ بِعِدَّةِ آحَادِ آخَرَ قِسْمَةٌ مثلا بست را بر چهار قسمت کنند اعني چهار حصه نمایند پس مقدار هر حصه پنج خواهد برآمد ودرینجا مقصود استخراج مقدار کل واحد من الحصص است لهذا بعضی رسم قسمت بدینگونه کرده اند که اَلْقِسْمَةُ تَحْصِيلُ نَصِيبِ الْوَاحِدِ وَالْجُمْهُورُ عَلَى الْإِطْلَاقِ يُرِيدُونَ بِالْقِسْمَةِ مَعْرِفَةَ مَا يَجِبُ لِلْوَاحِدِ الصَّحِيحِ مِنْ آحَادِ الْمَقْسُومِ عَلَيْهِ مِنْ جُمْلَةِ الْمَقْسُومِ پس خارج قسمة از جنس مقسوم خواهد بود اعني بست روپیه را بر چهار کس اگر قسمت کنند حصهٔ هریک پنج روپیه خواهد برآمد دویم مقسوم را قسمت کنند باجزاء متساوي بحیثیتیکه مقدار هر حصه بقدر مقسوم علیه باشد مثلا بست را بر چهار قسمت کنند اعني مقدار هر حصه چهار باشد پس عدد حصص پنج خواهد برآمد ودرینجا مقصود استخراج عدد حصص است پس مقسوم علیه از جنس مقسوم خواهد بود اعني در بست روپیه اگر چهار چهار روپیه بهریک بدهند بچند کس میتوانند داد وهم برین متفرع است تعریف قسمت که صاحب خلاصة الحساب نموده حَيْثُ قَالَ هِيَ طَلَبُ عَدَدٍ نِسْبَتُهُ إِلَى الْوَاحِدِ كَنِسْبَةِ الْمَقْسُومِ إِلَى الْمَقْسُومِ عَلَيْهِ زیرا که نسبت در دو شيء که از یک جنس باشند متحقق می شود واگر از دو جنس باشند نسبت درانجا متحقق

نمی شود الا بتاویل پس ازین تعریف معلوم شد که مقصود نوع دویم است اعني مقسوم علیه
از جنس مقسوم باشد و درینصورت تعریف نوع اول چنین خواهد بود که آن تحصیل عددي است
که نسبت او بطرف مقسوم مثل نسبة واحد بطرف مقسوم علیه بود زیرا که درانجا خارج قسمت
از جنس مقسوم است و چون قوم درین هردو نوع خلاف کرده اند بعضی درهردو نوع فرق
نمی کنند چنانکه عامهٔ محاسبین و بعضی فرق کرده اول را مخصوص کم منفصل میدانند و ثاني
را مخصوص متصل و هردو خطا است چه فرق هردو نوع ظاهر است و تخصیص باطل و غالبکه
صاحب خلاصة الحساب برای همین درصدر باب اول تعریف قسمت که مخصوص بنوع اول
بود نموده و در فصل قسمت تعریف که مخصوص بنوع ثاني بود بیان فرموده تا هردو نوع را
لفظ قسمت شامل شود و هیچ کسی از شارحین خلاصة الحساب وغیر آن متعرض تحقیقات این نشده
فَافْهَمْ فَاِنَّهُ دَقِیقٌ وَلَطِیفٌ و بدانکه عددی را که قسمت او منظور است مقسوم گویند و بر عدد یکه
قسمت نمایند مقسوم علیه و عدد حاصل را خارج قسمت نامند و قسمت عکس ضرب است
و نیز باید دانست که قسمت بر دو نوع است یکی قسمت قلیل بر کثیر اعني مقسوم اقل از مقسوم علیه
بود و آنرا نسبة نیز گویند مثلا سه را بر پنج قسمت کنند و طریقش اینست که مقسوم را بر مقسوم علیه
منسوب سازند که همان خارج قسمت است مثلا در مثال مذکور سه را بر پنج منسوب سازند
بدینصورت نویسند $\frac{3}{5}$ و آن سه خمس است که خارج قسمت باشد و دویم قسمت کثیر بر قلیل و آن
نیز بر دو گونه است یکی آنکه اعداد مقسوم قلیل باشد مثلا هشت را بر دو قسمت کنند یا بست را
بر چهار و غیر آن و طریقش اینست که طلب کنند عددی را که اگر آنرا در مقسوم علیه ضرب کرده
حاصل را از مقسوم ساقط کنند مقسوم بالکل فنا شود یا اقل از مقسوم علیه باقی ماند پس اگر مقسوم
بالکل فنا شود خارج قسمت همان عدد مطلوب است و اگر چیزی باقی ماند پس آنرا بر مقسوم علیه
منسوب سازند که خارج قسمت عدد مطلوب معه حاصل نسبة است مثلا اگر بست را بر چهار
قسمت کنند پنج خارج قسمت است و اگر بست و دو را بر چهار قسمت کنند پس دو را که باقي میماند
بر چهار منسوب سازند درینصورت پنج صحیح و دو ربع خارج قسمت است بدینصورت $5\frac{2}{4}$
دویم آنکه اعداد مقسوم کثیر باشند و طریق اول معمول فقیر اینست که مقسوم را جائی نویسند
و مقسوم علیه را جائي دیگر و اول مقسوم علیه را تضعیف سازند و تحت مقسوم علیه نویسند و محاذي

در منقول عنه لفظ تسمیه واقع است ظاهرا اینکه نسبة است

مقسوم علیه در یسار یا در یمین بعد خط طولانی فاصل رقم واحد ثبت نمایند و محاذی تضعیفش بهمان جانب رقم اثنین و باز تضعیف را با مقسوم علیه جمع کرده تحت آن نویسند و محاذی او رقم سه گذارند و باز تضعیف را تضعیف کنند و تحت سابق نگارند و محاذی آن رقم چهار نهند و باز مقسوم علیه را با تضعیف تضعیف جمع کرده تحت آن نویسند و محاذی او رقم پنج گذارند و باز تضعیف را با تضعیف تضعیف جمع کرده تحت آن ثبت نمایند محاذی او رقم شش نویسند باز مقسوم علیه و تضعیف را با تضعیف تضعیف جمع کرده تحت آن رقم نمایند و محاذی او رقم هفت نهند و تضعیف تضعیف را ضعف سازند و تحت سابق نویسند و محاذی او رقم هشت مرقوم کنند و باز مقسوم علیه را با آن جمع کنند و محاذی او رقم نه نویسند و چون در حقیقت این همه تضعیفات حاصل الضرب مقسوم علیه در اعداد محاذی از یک تا نه است پس اگر بخواهند که در هر مرتبه مقسوم علیه را جمع کرده نویسند که همان حاصلات خواهد بود چنانکه از مثال واضح شود بعد از ان مراتب مقسوم علیه را به بینند که چند است و همان قدر از مراتب مقسوم من جانب الیسار بگیرند و ملاحظه کنند که مقسوم علیه خواه از تضعیفاتش کدام عدد از مقسوم ساقط میتواند شد لکن به شرطیکه آن عدد اکثر باشد اعنی اگر عدد ثانی که تضعیف مقسوم علیه است ساقط تواند شد پس مقسوم علیه را ساقط نکنند و اگر عدد ثالث که حاصل الجمع مقسوم علیه با تضعیف اوست ساقط تواند شد عدد ثانی را ساقط نسازند و همچنین تا وقتیکه عدد تاسع ساقط شود عدد ثامن را نگیرند پس هرگاه چنین عدد یافته شود آنرا از مقسوم ساقط کنند و رقم محاذی آن عدد را فوق مقسوم محاذی آحاد منقوص رسم سازند و اگر هیچ یک عدد از تضعیفات مقسوم علیه خواه خود مقسوم علیه ساقط نتواند شد یک مرتبه دیگر از مقسوم من جانب یمین بیفزایند و بعد از ان ساقط کنند و باقی را تحت خط عرضی نویسند و عدد یمین او از مقسوم یمین باقی نقل کنند و باز به بینند که کدام عدد از تضعیفات مقسوم علیه بطریق مذکور از ان ساقط میتواند شد پس آنرا ساقط کنند و باقی را تحت خط عرضی دیگر نویسند و عدد محاذی منقوص را در یمین فوقانی نویسند و اگر هیچ عدد ساقط نتواند شد صفر گذارند و باز عدد یمین او را از مقسوم یمین باقی نقل کنند و همچنان عمل نمایند و تا آحاد مقسوم برسند پس اگر در مرتبهٔ اخیر هیچ باقی نماند خارج قسمت عدد فوقانی است و اگر چیزی باقی ماند آنرا بر مقسوم علیه منسوب سازند که خارج قسمت عدد فوقانی معه عدد

حاصل النسبة است مثلاً خواستم که ۵۳۹۸۷۴ را بر ۲۳ قسمت سازم نوشتم مقسوم را جائی و مقسوم علیه را جائی دیگر و محاذی او رقم واحد نوشتم و اولاً مقسوم علیه را تضعیف نمودم و محاذی او رقم دو نگاشتم باز مقسوم علیه را با تضعیف جمع نمودم و محاذی او رقم سه نوشتم و باز تضعیف را تضعیف کردم خواه همان عدد ثالث را با مقسوم علیه جمع ساختم و رقم چهار محاذی او نگاشتم و همچنین تا نه بعمل آوردم

بدینصورت	۱	۲۳	مقسوم علیه
	۲	۴۶	
بعد از آن چون مراتب مقسوم علیه دو است	۳	۶۹	
	۴	۹۲	
پس از مقسوم دو مرتبه از یسار گرفتم	۵	۱۱۵	
بصورت پنجاه و سه گردید پس از تضعیفات	۶	۱۳۸	
	۷	۱۶۱	
مقسوم علیه صرف تضعیف که از آن ساقط	۸	۱۸۴	
میتواند شد آنرا ساقط نمودم و باقی را که هفت	۹	۲۰۷	

۲۳۴۷۲ خارج قسمت
۵۳۹۱۷۴ مقسوم

۴۶
۷۹
۶۹
۱۰۸
۹۲
۱۶۷
۱۶۱
۶۴
۴۶
۱۸

ماند تحت خط عرضی نگاشتم و نه را که در یمین او بود تحت خط عرضی نقل کردم و دو را که محاذی تضعیف مقسوم علیه بود فوق مقسوم محاذی آحاد منقوص نگاشتم باز دیدم که باقی معه عدد یمین بصورت هفتاد و نه است پس از اضعاف مقسوم علیه عدد ثالث را یافتم که از آن ساقط میتواند شد آنرا ساقط کردم و باقی را که ده ماند باز تحت خط عرضی دیگر نوشتم و عدد محاذی منقوص را که سه بود در یمین اول فوق مقسوم نگاشتم و عدد یمین باقی را از مقسوم تحت خط عرضی نقل نمودم بصورت یکصد و هشت گردید پس از اضعاف مقسوم علیه عدد رابع را که نود و دو است قابل اسقاط یافتم و از آن ساقط نمودم و باقی را که شانزده ماند تحت خط عرضی نوشتم و چهار را که محاذی منقوص بود فوق مقسوم در یمین سابق نگاشتم و عدد یمین باقی را از مقسوم تحت خط عرضی نقل نمودم بصورت یکصد و شصت و هفت گردید از تضعیفات مقسوم علیه عدد سابع را قابل اسقاط یافتم و ساقط نمودم و باقی را که شش ماند تحت خط عرضی نگاشتم و هفت را فوق مقسوم در یمین سابق نهادم و عدد یمین باقی از مقسوم تحت خط عرضی نقل نمودم بصورت شصت و چهار شد پس عدد ثانی را که تضعیف مقسوم علیه بود قابل اسقاط یافتم ساقط نمودم و باقی را که هجده ماند تحت خط عرضی نهادم و عدد دو فوق مقسوم یمین سابق نوشتم و چون مقسوم تمام شد و باقی هجده ماند که اقل از مقسوم

علیه است آنرا بر مقسوم علیه منسوب ساختم خارج قسمت عدد فوقاني معه حاصل النسبة برآمد بدینصورت

۲۳۴۷۲
۱۸
۲۳

طریق دویم که صاحب عیون الحساب بیان ساخته باید که شکلی ذو اربعة اضلاع بکشند و آنرا بمربعات صغار منقسم سازند بحیثیتیکه عدد مربعات عرضي مساوي عدد مراتب مقسوم علیه بود بشرطیکه آخر مقسوم علیه و یمین او زائد از اخیر مقسوم و یمین او نباشد والا یک مربع زائد بکشند و مربعات طولي بحیثیتي باشند که ارقام مقسوم را در مربعات فوقاني عرضي و در مربعات طولاني یمیني توانند نوشت و آحاد مقسوم در مربع تحتاني یمیني واقع شود و اخیر مقسوم در مربع اخیر فوقاني عرضي افتد و مقسوم علیه را بالاي مربعات فوقاني عرضي نویسند بحیثیتیکه آحاد مقسوم علیه محاذي مربع یمیني فوقاني باشد بعد ازان طلب کنند اکثر عدد از آحاد که آنرا در جمیع مراتب مقسوم علیه ضرب کرده حاصل از مقسوم که محاذي اوست ساقط توانند کرد و هرگاه چنین عدد یافته شود آنرا در یمین مربعات فوقاني خارج جدول نویسند و آنرا بطور ضرب بسیط در مقسوم علیه ضرب نموده حاصل را در همان مربعات تحت ارقام مقسوم نگارند و ساقط کنند و باقي در مربعات سطر دویم یکمرتبه جانب یسار نقل کرده بنویسند و اگر باقي رقم آخر به سبب نقل خارج از جدول بیکمرتبه افتد مضایقه ندارد و باز طلب عددي دیگر کنند که آنرا در مقسوم علیه ضرب کرده حاصل را از اعداد سطر دویم ساقط توانند کرد و هرگاه بیابند تحت عدد اول نویسند و بهمان طریق ضرب کرده حاصل را در مربعات سطر دویم تحت ارقام آن نویسند و ساقط کنند و باقي را در سطر سیوم یکمرتبه جانب یسار نقل سازند و همچنین تا آخر برسند و در آخر اگر چیزي باقیماند انرا تحت جدول نویسند و بر مقسوم علیه منسوب سازند و اکثر الاعداد اگر بطوریکه در طریق اول گفته شد حاصل سازند خوب است مثلاً خواستم که ۱۹۶۰۳۴۵۹۲ را بر ۷۵۶ قسمت کنم جدول چنانکه گفته شد رسم نمودم و عمل کردم

خارج قسمت ۲۵۹۳۰۵
۱۲
۷۵۶

(جدول ۱۱)

طریق سیوم که معروف است و در خلاصة الحساب مذکور که بالاي عدد مقسوم خط عرضي کشند و خلال هر مرتبه از مراتب مقسوم خطوط طولاني رسم نمایند بدان مقدار که براي عمل کفایت کند و مقسوم علیه را پائین جدول نویسند بحیثیتیکه اخیر مقسوم علیه محاذي اخیر مقسوم باشد اگر مقسوم علیه اقل از اعداد محاذي باشد والا یک مرتبه بجانب یمین نقل کرده نویسند و طلب کنند

اکثر عددی را از آحاد چنانکه مذکور شد و آنرا فوق جدول نگارند بحیثیتیکه محاذی آحاد مقسوم علیه واقع شود و بعد از ان آنرا در جمیع مراتب مقسوم علیه بطور ضرب بسیط ضرب ساخته حاصل را از مقسوم که محاذی مقسوم علیه است ساقط کنند و باقی را تحت خط عرضی نویسند و عدد یمین ثانی را از مقسوم نیز تحت خط عرضی نقل کنند و مقسوم علیه را یکمرتبه بجانب یمین نقل نمایند و باز طلب عدد دیگر کنند چنانکه مذکور شده است و همچنین عمل تمام کنند و هرچه از مقسوم بعد قسمت باقی ماند آنرا بر مقسوم علیه منسوب سازند مثلاً خواستم که ۶۱۳۶۷ را بر ۳۶ قسمت کنم عمل نمودم چنانکه مذکور شد خارج قسمت ۱۷۰۴ بر آمد و هذه صورته　　(جدول ۱۲)

۱۷۰۴	
۲۳	
۳۶	

و باید دانست که بعضی درین طریق ضرب بسیط نمیکنند بلکه عدد خارج را اول در مرتبهٔ اخیر مقسوم علیه ضرب کرده و حاصل را ساقط نموده باقی تحت خط عرضی مینویسند و باز در عدد یمین آن ضرب نموده حاصل را از محاذی او ساقط می سازند و همچنین تا آحاد مقسوم علیه میرسند و درین طریق عمل طول میشود و تطویل لاطائل است و نیز بعضی باقی را معه عدد یمین او یک مرتبه بجانب یسار نقل می کنند و مقسوم علیه را نقل نمیسازند و مآل هر دو واحد است

طریق چهارم که بعضی شارحین خلاصة الحساب نوشته اند باید که مقسوم را نوشته تحت آن دو خط عرضی بفاصلهٔ که درمیان آن رقوم خارج قسمت توانند نوشت بکشند و تحت آن خطوط مقسوم علیه را چنانکه آخر مقسوم علیه محاذی آخر مقسوم باشد اگر مقسوم علیه زائد از اعداد محاذی نبود الا یک مرتبه جانب یمین نقل کرده بنویسند و طلب کنند اکثر عددی را از آحاد که آنرا در جمیع مراتب مقسوم علیه ضرب نموده حاصل را از مقسوم که محاذی اوست ساقط توانند کرد و هرگاه چنین باشد ان عدد را درمیان خطین عرضیین محاذی آحاد مقسوم علیه نویسند و اول در آحاد مقسوم علیه ضرب ساخته حاصل را که زائد علی العشرات بود از عدد مقسوم که محاذی مقسوم علیه است در ذهن ساقط کنند و بران عدد خط محو کشیده باقی را فوق آن نگارند و صورت عشرات حاصل را در ذهن گیرند و اگر نقصان نتواند شد ده بران افزوده نقصان کنند و برای آن ده هم واحد را گرفته با صورت عشرات حاصل الضرب جمع نموده در ذهن دارند و باز ان عدد خارج القسمت را در عشرات مقسوم علیه ضرب نموده و حاصل را با محفوظ جمع ساخته زائد علی العشرات را از عدد مقسوم که محاذی عشرات مقسوم علیه است در ذهن ساقط کنند اگر ممکن باشد و الا عدد

بران افزوده ساقط کنند وهمچنان براي ده واحد را باصورت عشرات حاصل جمع ساخته در ذهن دارند تا اینکه تا آخر مراتب مقسوم علیه ضرب واقع شود بعد ازان مقسوم علیه رایک مرتبه بجانب یمین نقل کنند وچون فوق هر مراتب سابق از مقسوم علیه بالای خط محو هر عدد که باشد باقي بعد اسقاط است پس باز طلب عدد دیگر بهمان صفت نمایند وهمچنان عمل کنند واگرد رآخر بعد قسمت چیزی باقي ماند آنرا بر مقسوم علیه منسوب سازند مثلا خواستم که ۱۹۸۷۵۴ را بر ۵۲۳ قسمت کنم نوشتم مقسوم را وتحت او دو خط عرضي کشیدم وتحت او مقسوم علیه را نگاشتم چنانکه مذکور شد وطلب کردم اکثر عددي را از آحاد سه را یافتم آنرا ما بین خطین محاذي آحاد مقسوم علیه نوشتم واول در سه که آحاد مقسوم علیه بود ضرب کردم نه شد چون از هفت که محاذي آحاد مقسوم علیه است ساقط نتوانست شد لهذا از هفتده ساقط کرده هشت را فوق هفت بعد خط محو نوشتم وواحد را در ذهن گرفتم باز خارج را درد وضرب کرده واحد محفوظ برا وافزودم هفت شد آنرا از هشت که محاذي عشرات مقسوم علیه بود ساقط کرده واحد را بعد خط محو فوق هشت نگاشتم وباز سه را در پنج که مئات مقسوم علیه است ضرب کرده پانزده را از نوزده که محاذي مئات مقسوم علیه است ساقط نمودم وچهار را بعد خط محو بالای نه نوشتم وبرواحد که دریسار او بود نیز خط محو کشیدم ومقسوم علیه را یک مرتبه بطرف یمین نقل نمودم وباز طلب عدد دیگر کردم وهمچنان عمل الی آخره نمودم پس

خارج قسمت ۳۸۰ برآمد وهذه صورته

۱۴
۵۲۳

وباید دانست که درچنین اعمال طریق پیدا کردن اکثر عددي از آحاد آنست که عدد اخیر مقسوم علیه را با محاذي او که از مقسوم است به بینند که در کدام عدد اخیر مقسوم علیه را ضرب ساخته از مقسوم ساقط میتوانند کرد وبعد ازان عدد یمین اخیر مقسوم علیه را به بینند که دران عدد اگر ضرب یابد حاصل آن محاذي ساقط میتواند شد یا نه هرگاه چنین عدد بهم برسد آن عدد اکثر الآحاد خواهد بود وگاهي به ندرت ضرورت میشود که تا آحاد مقسوم علیه را هم ملاحظه میکنند فافهم

۰۴۱۸۱
۱۹۸۷۵۴
۳۸۰
۵۲۳
۵۲۳
۵۲۳
۰

فائده اگر در یمین مقسوم ومقسوم علیه صفر یا اصفار متساوي باشند آنها را حذف سازند واگر در یکی زیاده بود در دیگری کم باشد بعدة اصفار کم از هر دو حذف سازند وباقي را بر باقي قسمت کنند

مثلاً اگر خواهند که (۵۰۲۵۰۰۰ را بر ۷۵۰۰ قسمت کنند چون اصفار یمین مقسوم و مقسوم علیه متساوي اند آنها را حذف ساخته ۵۰۲۵ را بر ۷۵ قسمت سازند و اگر خواهند ۵۰۲۵۰۰۰ را بر ۷۵۰۰ قسمت کنند چون اصفار مقسوم علیه کم از اصفار مقسوم است پس بعدة اصفار مقسوم علیه از مقسوم هم حذف کرده ۵۰۲۵۰ را بر ۷۵ قسمت نمایند که خارج مطلوب است

فائدهٔ دیگر اگر مقسوم علیه از اول عقدها باشد مثل ده و یک صد و یک هزار و غیر آن پس باید که از یمین مقسوم ارقام بعدة اصفار مقسوم علیه ساقط کنند که باقي صحاح خارج است و ارقام مسقط را بر مقسوم علیه منسوب سازند مثلاً خواستم که ۸۷۳۵۲۹ را بر ده قسمت کنم چون در یمین مقسوم علیه یک صفر بود پس آحاد مقسوم را که نه بود ساقط کردم باقي صور صحاح خارج ماند ۸۷۳۵۲ و نه را که مسقط بود بر ده منسوب ساختم و همچنین اگر خواهم که مقسوم مذکور را بر یکصد قسمت کنم چون عدد اصفار مقسوم علیه دو است پس دو رقم از یمین مقسوم که آحاد و عشرات باشد ساقط نمودم و آنرا بر یک صد منسوب ساختم خارج قسمت بدین صورت گردید

۸۷۳۵۲ / ۹ / ۱۰ ده

فائدهٔ دیگر اگر مقسوم علیه مفرد غیر الآحاد باشد پس از یمین مقسوم ارقام بعدة اصفار مقسوم علیه ساقط کرده باقي را بر صورة مقسوم علیه که بعد حذف اصفار باشد قسمت کنند که خارج قسمت اعداد صحیح است و اگر چیزی باقي ماند آنرا بر یسار مسقط افزوده بر مقسوم علیه منسوب سازند مثلاً خواستم که ۱۹۰۸۴ را بر ۹۰۰ قسمت کنم چون در مقسوم علیه دو صفر است لهذا آحاد و عشرات مقسوم را ساقط کرده ۱۹۰ را بر نه قسمت نمودم خارج ۷۶ صحیح شد و شش باقي ماند آنرا بر یسار مسقط افزودم و بر مقسوم علیه منسوب ساختم بدین صورت گردید

۱۹۰۸۴ / ۹ / ۰۰ ده

فائدهٔ دیگر هر عدد را که بر پنج قسمت کنند باید که آن عدد را ضعف ساخته مرتبهٔ آحاد را ساقط کنند که باقي صحاح خارج است و رقم مرتبهٔ آحاد مسقط را تنصیف ساخته بر پنج منسوب سازند مثلاً خواستم که ۲۰۵۴۸ را بر پنج قسمت کنم مقسوم را ضعف نمودم ۴۱۰۹۶ شد مرتبهٔ آحاد آنرا ساقط نموده و نصف رقم آحاد را بر پنج منسوب ساختم خارج قسمت

۴۱۰۹ شد وهمچنین اگر مقسوم علیه پنجاه یا پانصد یا پنجهزار باشد پس از یمین ضعف مقسوم ارقام
۳
۵ بعدهٔ مراتب مقسوم علیه ساقط نمایند ونصف مسقط را بر مقسوم علیه منسوب سازند مثلا
اگر خواهم که ۹۷۸۶۴ را بر پنجاه قسمت کنم پس مقسوم را ضعف نمودم ۱۹۵۷۲۸ شد از ان ارقام
آحاد وعشرات را ساقط کردم وتنصیف نموده برمقسوم علیه منسوب ساختم خارج قسمت
بدینصورت شد ۱۹۵۷ واگر مقسوم مذکور را بر پانصد قسمت کنم از ضعف او ارقام آحاد وعشرات
۱۴
۵۰ ومئات را ساقط نمودم وتنصیف کردم وبر پانصد منسوب ساختم خارج
قسمت بدین صورت گردید ۱۹۵
۳۶۴
۵۰۰

فائدهٔ دیگر اگر مقسوم علیه جزء عقدهٔ باشد اعني نسبت او بطرف عقده نسبت صحیحه
بود مثل بست وپنج که آنرا بطرف صد نسبت ربع است یا دو که آنرا بطرف ده نسبت خمس است
یا سي وپنج که نصف هفتاد است یا سه صد وپنجاه که نصف هفتصد است وعلی هذا القیاس پس
مقسوم را در مخرج آن جزء ضرب سازند وبران عقده قسمت کنند مثلا خواستم که ۳۹۸۹۰۵۲ را بر ۲۵
قسمت کنم چون بست وپنج ربع یک صد است مقسوم را در چهار که مخرج ربع است
ضرب ساختم ۱۵۹۵۶۲۰۸ گردید آنرا بر یکصد قسمت نمودم خارج قسمت ۱۵۹۵۶۲
۸
برآمد واگر بخواهم که مقسوم مذکور را بر ۳۵۰ قسمت کنم آنرا در دو ضرب ساختم ۱۰۰
حاصل ۷۹۷۸۱۰۴ شد آنرا بر هفت صد قسمت کردم خارج قسمت ۱۱۳۹۵ گردید
۶۰۴
فائدهٔ دیگر چون خاصهٔ عدد نه ومرکبات او مثل نود ونه ونهصد ونود ونه ۷۰۰ ۰
وغیر آن اینست که هر عدد مفرد را که بران قسمت کنند خارج وباقي بصورت آن مفرد خواهد بود
لکن مراتب خارج بقدر مراتب مقسوم علیه از مراتب مقسوم کم خواهد برآمد پس هر عددی را که بر نه
قسمت کنند ارقام مقسوم را از یسار شروع بجمع نمایند اعني رقم آخر را باصورة متلو او جمع
سازند اگر نه یا زائد از نه شود پس بر رقم اخیر واحد افزوده فوق متلو اخیر نویسند واگر کم از نه
شود همان رقم اخیر را ثبت نمایند ومجموع را بر نه قسمت کرده باقي را باز باصورت متلو
او جمع کنند اگر مجموع کم از نه باشد همان باقي فوق متلو مذکور نگارند والا واحد افزوده
ثبت کنند ومجموع را باز طرح کرده باقي را با متلو او جمع سازند وهمچنان عمل نمایند وهرجاکه
بعد طرح هیچ باقي نماند فوق متلو او صفر گذارند واگر رقم اخیر عدد نه باشد فوق آن واحد

نویسند و بر متلو او صفر گذارند چرا که از نه بعد طرح هیچ باقي نخواهد ماند و همچنین تا بآحاد مقسوم رسند پس در آخر بعد طرح هرچه باقیماند آنرا برنه منسوب سازند مثلاً خواستم که ۵۸۱۱۶۴۲ / ۵۲۳۰۴۷۸۵ را برنه قسمت کنم رقم اخیر مقسوم را که پنج است با متلو او که دو است جمع نمودم هفت شد چون کم از نه بود پس پنج را فوق دو نوشتم باز مجموع را چون طرح نتوانست شد باقي فرض کردم و با متلو او که سه بود جمع نمودم ده شد و زائد برنه گردید پس واحد بر هفت افزوده هشت را فوق سه نگاشتم و مجموع را طرح نمودم واحد باقي ماند آنرا با صفر جمع نمودم همان واحد شد پس واحد را به سبب اینکه کمتر از نه بود فوق صفر نوشتم و مجموع را که واحد بود چون طرح نتوانست شد باز باقي فرض کردم و با چهار جمع ساختم پنج شد لهذا باز واحد را فوق چهار نگاشتم و پنج را باقي فرض کرده با هفت جمع ساختم دوازده شد و زائد برنه گردید بر پنج واحد افزوده شش را فوق هفت نوشتم و دوازده را طرح کرده سه را باقي گرفتم و آنرا با هشت جمع کردم یازده شد واحد بر سه افزوده چهار را فوق هشت نهادم و یازده را طرح کرده دو را باقي گرفتم و با پنج جمع نمودم هفت شد پس دو را فوق پنج نهادم و هفت را که طرح نشد برنه منسوب ساختم خارج قسمة ۵۸۱۱۶۴۲ برآمد

۷

۹

فائدهٔ دیگر هر عددیرا که برنه قسمت کنند اگر صور ارقام را از یسار جمع نمایند پس رقم اخیر را تحت رقم اخیر بعد خط عرضي نویسند و آنرا با صورة یمین او جمع نموده آحاد مجموع را تحت او نگارند و عشرات را در یسار تحت مرقوم اول و باز مجموع را با صورت یمین جمع نموده همچنان نگارند و باز صورة یمین را بر مجموع بیفزایند تا که بعشرات مقسوم رسند و بعد از ان رقم آحاد بر مجموع که تا عشرات شده باشد افزوده برنه قسمت کنند و خارج قسمت را در تحت عشرات مقسوم نگارند و باقي را برنه منسوب سازند و جمع نمایند که مطلوب حاصل شود مثلاً خواستم که ۱۰۹۶۸۳۸۴۸ را برنه قسمت کنم نوشتم مقسوم را

۱۰۹۶۸۳۸۴۷

۱۱۰۶۴۱۵۹

۱۱۲۲۳۳۵

۱۲۱۸۷۰۹۴

۲

۹

بعد از ان واحد را که در اخیر بود بجنسه تحت خط عرضي نوشتم و باز واحد را با صفر جمع نمودم همان واحد شد واحد را تحت صفر نگاشتم و باز نه را با واحد جمع کردم ده شد ده را تحت نوشتم بحیثیتیکه صفر تحت نه و واحد تحت واحد افتاد و باز ده را با شش جمع ساختم و شانزده را تحت او نوشتم و باز با هشت جمع کردم بست و چهار گردید آنرا تحت هشت نهادم و باز با سه جمع نمودم و بست و هفت را تحت سه نوشتم و با هشت

جمع کردم سي وپنج راتحت هشت نکاشتم وباچهار جمع نمودم وسي ونه راتحت چهار نوشتم چون جمع ارقام تامرتبهٔ عشرات مقسوم رسیده آنرا باهشت که درمرتبهٔ آحاد بود جمع نموده چهل وهفت رابرنه قسمت نمودم خارج قسمت پنج برآمد آنرادرتحت محاذي عشرات مقسوم نوشتم وباقي راکه دوماندبرنه منسوب ساختم وجمع نمودم خارج قسمة ۱۲۱۸۷۰۹۴ برآمد

فائدهٔ دیگر اگرخواهند که عددی رابرنود ونه یانهصد ونود ونه یانه هزار $\frac{2}{9}$

ونهصد ونود ونه ومثل آن قسمت کنند مراتب مقسوم را ازیمین بعدهٔ مراتب مقسوم علیه طرح کنند وفوق هرقسم بخط عرضي نشان کنند اعني اگرمراتب مقسوم علیه دواست پس مراتب مقسوم رادودوطرح کنند وفوق هریک قسم که ازطرح حاصل میشود بخط عرضي نشان کنند واگر مقسوم علیه سه مراتب دارد پس مراتب مقسوم راسه سه طرح کنند وفوق اوخط عرضي کشند تااینکه مثل مراتب مقسوم علیه ازمقسوم دریسار باقي ماند یااقل ازمراتب مقسوم علیه باقي افتد بعدازان باقي رابعینه زیرمقسوم تحت خط عرضي نویسند وبازآنرابراعداد یمین او که تحت خط فوقاني است بیفزایند بحیثیتیکه آحاد برآحاد افزایدوعشرات برعشرات ومجموع دریمین آن تحت خط عرضي نویسند بحیثیتیکه آحاد محاذي آحاد تحت خط فوقاني افتدوباز مجموع رابراعداد یمین اوافزوده همچنان مجموع رادریمین سابق نویسند وهمبرین طریق تاآخر عمل نمایند وبعده جمع کنند پس انچه مجموع اخیراست آنرابرمقسوم علیه قسمت کنندوخارج را برآحاد سابق بیفزایندوباقي را برمقسوم علیه منسوب سازند که آن کسراست مثلاً خواستم که ۱۰۹۶۸۳۸۴۸ رابرنود ونه قسمت کنم پس مراتب مقسوم را ازیمین دودومرتبه بخط عرضي نشان کردم واحد که درمرتبهٔ اخیربود باقي ماند پس آنرابعینه تحت خط عرضي نوشتم بازواحد رابرنه که رقم آحاد تحت خط فوق یمین اوبودافزودم ده شد ده رادریمین واحدنکاشتم وده رابرشصت وهشت که تحت خط نشان دیگربودافزودم هفتاد وهشت شد آنرادریمین ده نکاشتم بازهفتاد وهشت راباسي وهشت جمع نمودم یک صدوشانزده شد آنرادریمین هفتاد وهشت ثبت نمودم بحیثیتیکه شش محاذي هشت وواحد محاذي سي وواحد که درمرتبهٔ مئات است تحت هشت افتادبازیک صدوشانزده راباچهل وهشت جمع نمودم یکصدوشصت وچهار گردیدچون مجموع اخیربود آنرابرمقسوم علیه قسمت نمودم خارج واحد برآمد آنرا تحت

شش نگاشتم وجمع نمودم وباقي راکه شصت وپنج است برنود ونه منسوب ساختم وهذه صورته

۱۰۹۶۸۳۸۴۸	
۱۱۰۷۸۱	۶۶۴
۱	۱
۱۱۰۷۹۱۷	
	۶۵
	۹۹

تنبیه باید دانست که اگر در یمین مقسوم علیه اصفار باشد پس بعدة اصفار ارقام یمین مقسوم ساقط کرده وباقي را بطریقیکه مذکور شد قسمت نمایند وارقام مسقط را در یمین باقي که کسر است افزوده بر مقسوم علیه منسوب سازند مثلا اگر خواهم که ۷۲۳۵۴۲۸۲ را بر ۹۹۰۰ قسمت کنم پس از یمین مقسوم مرتبهٔ آحاد وعشرات را که بعدة اصفار مقسوم علیه بود ساقط نمودم وباقي را قسمت کردم بدینصورت

۷۲۳۵۴۲	
۷۲۰۰۷۴۹	
۱	۱
۷۳۰۸	
	۵۰
	۹۹

خارج قسمت ۷۳۰۸ برآمد پس ارقام مسقطه را بر کسر افزودم بدینصورت شد ۷۳۰۸ ۵۰/۹۹۰۰ فائدهٔ دیگر اگر ارقام آحاد وعشرات مقسوم علیه ۷۵ وارقام اخیر آن ۲۴ باشد ودر میان آن خواه رقم نه بود یا کدام دیگر رقم نباشد مثل ۲۴۷۵ خواه ۲۴۹۷۵ خواه ۲۴۹۹۷۵ وغیر آن پس باید که عددی را که ارقام جمیع مراتب او نه باشد وعدد مراتب او از مراتب مقسوم علیه مذکور دو مرتبه کم بود مقسوم علیه مفروض قرار دهند مثلا اگر مقسوم علیه ۲۴۷۵ باشد ۹۹ را مقسوم علیه مفروض سازند واگر ۲۴۹۷۵ باشد ۹۹۹ را مقسوم علیه مفروض مقرر کنند واگر ۲۴۹۹۹۷۵ باشد ۹۹۹۹۹ را مقسوم علیه مفروض سازند ومقسوم را برابر او قسمت کنند وخارج را در چهار ضرب کرده از حاصل الضرب آحاد وعشرات ساقط نمایند که باقي عدد صحیح خارج قسمت بود وباز ربع مستطیل را در مقسوم علیه مفروضه که مؤلف از تسعات است ضرب کرده حاصل را بر صورت کسر بیفزایند وبر مقسوم علیه حقیقي منسوب سازند مثلا خواستم که این عدد را بر ۲۴۹۷۵ قسمت کنم پس بقاعدهٔ که بالا مذکور شد بر ۹۹۹ قسمت کردم خارج قسمت صحاح گردید آنرا در چهار ضرب ساختم پس آحاد وعشرات آنرا که بصورت شصت بود ساقط کردم باقي ماند ۲۲۷۳۸۳۹۷۲ واین صحاح خارج قسمت حقیقي است بعد از ان ربع شصت را که ساقط شده بود اعني پانزده را در مقسوم علیه مفروضه که ۹۹۹ بود ضرب کردم حاصل ۱۴۹۸۵ شد پس آنرا

۵۶۷۸۹۱۴۷۳۲۹۵۷۳	
۵۶۷۴۹۹۳۳۱۴۷۵۷	
۱ ۱ ۱	
۵۶۷۸۹۹۴۳۱۵۷۵۸	
۲۲۷۳۸۳۹۷۰۲۰۰	۹۹۹

بر ۸ ۸ ۸ که صورت کسر خارج اول بود افـــــــــــــــــــــــــــــزودم

وبر مقسوم علیه حقیقي منسوب ساختم بدین صورت ۱ ۸ ۸ ۴۳ گردید

۲ ۴ ۹ ۷ ۸

واین کسر خارج قسمت حقیقي است

۸ ۸ ۸
۱ ۴ ۹ ۸ ۸
۱ ۸ ۸ ۴۳

فائدهٔ دیگر اگر مجموع صورت آحاد وصورت اخیر مقسوم علیه نه باشد ودر میان آن سواي رقم نه عدد دیگر نبود چنانکه ۸۱ و ۱۸ و ۷۹۲ و ۶۹۹۳ درینصورت مقسوم را بر تسعات قسمت کنند که عدد مراتب او یکمرتبه کم از مقسوم علیه حقیقي بود مثلاً اگر مقسوم علیه حقیقي ۸۱ باشد بر ۹ قسمت کنند و اگر ۷۹۲ بود بر ۹۹ و اگر ۶۹۹۳ باشد بر ۹۹۹ قسمت سازند وصحاح خارج قسمت را بر عددیکه از اخیر مقسوم علیه حقیقي بواحد زائد باشد قسمت نمایند پس صحاح خارج قسمت ثاني صحاح خارج قسمت مطلوبه است وکسر خارج قسمت ثاني را در مقسوم علیه مفروضه ضرب کرده حاصل را بر کسر خارج قسمت اول بیفزایند وبر مقسوم علیه حقیقي منسوب سازند مثلاً خواستم که ۳۹ ۷۸۴۸۴۲۱ را بر ۸ ۹۴ قسمت کنم پس آنرا بر ۹۹ قسمت کردم بدینصورت (صورت ۱۳)

بعد از ان خارج قسمت را بر شش قسمت نمودم زیرا که عدد اخیر مقسوم علیه حقیقي پنج است

۶۶۶۳۰۴۴
۲
۶

خارج قسمت شد وآن صحاح خارج قسمت حقیقي است بعد از ان دو را که صورت کسر خارج قسمت دویم است در ۹۹ که مقسوم علیه مفروضه بود ضرب ساختم وحاصل را که ۱۹۸ بود بر کسر خارج قسمت اول افزودم وبر مقسوم علیه حقیقي منسوب ساختم بدین صـــــــــــــــــــــــــــــــورت

۲ ۸ ۵۰
۸ ۹۴

فائدهٔ دیگر اگر در مقسوم علیه عدد سه بود بجاي نه مثلاً مقسوم علیه صرف سه بود یا سي بود یا سي وسه باشد یا سه صد وسي وسه وعلی هذا درینصورت مقسوم را اگر بر عددیکه در جمیع مراتب او نه باشد وعدد مراتب مساوي مراتب مقسوم علیه حقیقي بود قسمت کرده خارج را در سه ضرب سازند وبعد از ان صورت کسر را اگر مانده باشد در سه ضرب کرده بر مقسوم علیه مفروضه قسمت کرده خارج را بران بیفزایند وانچه در قسمت کسر باقي ماند آنرا ثلث گرفته بر مقسوم علیه حقیقي منسوب سازند مثلاً خواستم که ۲۳۶۵۸۷ را بر سي وسه قسمت کنم اول آنرا بر نود ونه قسمت کردم خارج قسمت ۲۳۸۹ صحیح و ۷۶/۹۹ کسر بر آمد بدینصورت (صورت ۱۴)

صحاح خارج قسمت را در سه ضرب کردم ۷۱۶۷ شد باز صورت کسر را در سه ضرب کرده بر نود

ونه قسمت نمودم خارج دو صحیح وسي جزء گردید بدینصورت | ٢ | دو را در صحاح
افزودم وثلث کسر را بر مقسوم علیه حقیقي که سي وسه بود منسوب | ٣٠ | ساختم مطلوب
حاصل شد بدین صورت | ٩٩ | ونیز اگر مقسوم را در سه ضرب کرده بر مقسوم علیه
مفروضه چنانکه مذکور شد | ٧١٦٩ | قسمت سازند خارج صحاح مطلوب حاصل شود وثلث
کسر را بر مقسوم علیه حقیقي منسوب سازند چنانکه در مثال مذکور مقسوم را در سه ضرب نموده بر
نود ونه قسمت نمودم وثلث کسر را بر سي وسه منسوب ساختم بدینصورت (صورت ١١)

فائدهٔ دیگر وهمچنین اگر در مراتب مقسوم علیه رقم شش باشد پس مقسوم را بر مقسوم علیه
مفروضه که رقم نه داشته باشد ومراتب او مساوي مراتب مقسوم علیه حقیقي بر قسمت نموده
نصف صحاح خارج را بر خارج بیفزایند وجمع کنند وبرای کسر اگر از روی تنصیف باشد نصف
مقسوم علیه حقیقي بگیرند وآنرا بر صورت کسر خارج القسمت افزوده جمع نمایند واگر اول از مقسوم
علیه حقیقي برد آنرا بر مقسوم علیه حقیقي منسوب سازند واگر از اول مقسوم حاصل نشود
کرده باقي را منسوب کنند وواحد بر آحاد مجموع صحاح بیفزایند که مطلوب حاصل شود
که ٦٧٢٠٩٧٢٣٥٤ را بر شصت وشش قسمت کنم اول مقسوم را از روی قسمت بر خارج
خارج را تنصیف نموده جمع ساختم وبرای کسر نصف که از روی تنصیف حاصل شد
که نصف مقسوم علیه حقیقي است بر صورت کسر خارج افزودم
علیه حقیقي برد لهذا مقسوم علیه را از وساط کردم وواحد بر مجموع صحاح افزودم
علیه حقیقي منسوب ساختم بدینصورت (صورت ١٢)

بطریق دیگر اگر مقسوم را در مثال مذکور تنصیف نموده بر مقسوم
علیه مفروضه قسمت کنند واز کسر خارج قسمت ثلث ساقط نموده بر مقسوم علیه حقیقي
منسوب سازند نیز مطلوب حاصل شود بدینصورت (صورت ١٣)

فائدهٔ دیگر وهمچنین اگر در مقسوم علیه رقم چهار در مراتب باشد
پس خارج قسمت مقسوم علیه رقم شش را اول حاصل نموده نصف آن
باشد بدین صورت در مثال مذکور (صورت ١٤)

ونیز اگر مقسوم را اول تنصیف نموده وبعد از ان جمع کرده از تنصیف

جدول ۱۱ صفحه ۵۳

		۷	۵	
۲	۱	۹	۶	۰
	۱	۵	۱	۲
۵	۲	۴	۸	۳
	۳۰	۷	۸	۰
۹	۶	۸	۰	۴
	۶	۸	۰	۴
۳	۲	۴	۰	۵
	۲	۴	۶	۸
۰	۰	۲	۷	۹
	۰			
۵	۳	۰	۹	۲
	۳	۸	۰	۰

۱	۹	۵	۷					
۲	۱	۵	۱	۲				
۳	۲	۲	۶	۸	۳			
۴	۳	۰	۲	۴				
۵		۷	۳					
۶	۴	۵	۳	۹	۲			
۷	۵	۲	۹	۴				
۸	۶	۰	۴	۸				
۹	۶	۸	۰	۴				

جدول ۱۲ صفحه

		۷	۱	
۷	۶	۲	۱	
				۶
		۳	۵	
		۲	۵	
۷	۶	۱		
۴	۴	۱		
۳	۲			
۶	۲			
	۹	۳		
		۶	۳	
				۶

صورت ۱۳ صفحه ۶۱

۲۱	۸۴	۸۲	۵۷	۳۹
۵	۸	۴	۶	۹ ۹ ۳

۲	۱	۲	۱					
۸۷	۶	۶	۲	۸	۷	۹	۹	۳

صورت اول

صورت ۱۴ صفحه ۶۱

۸۷	۶۵	۲۳
۶۵	۸۸	۲۳

۱		۱		
۷۶		۹	۸	۳ ۳
۹۹				

صورت ۱۵ صفحه

۶۱	۹۷		
۸	۳	۷	

۲		۲					
۰	۳	۹	۶	۶	۲		

نسبت کسر

ساخته بر مقسوم علیه نهند قسمت کنند و کسر خارج قسمت اول از صورت تسعه ساقط کرده نصف باقی بگیرند و بر مقسوم علیه حقیقی منسوب سازند نیز مطلوب برآید بدین صورت (صورت ۱۹)

و هرگاه تسع صور کسر ساقط نمودم باقی شصت ماند آنرا نصف کرده بر مقسوم علیه منسوب ساختم بدین صورت شد $\frac{۳۰}{۴۴}$

فائدهٔ دیگر و همچنین اگر در مقسوم علیه رقم هشت هشت باشد پس بر خارج قسمت رقم نهند ثمن آن بیفزایند که مطلوب باشد و نیز اگر خارج قسمت رقم چهار چهار را تنصیف سازند نیز مطلوب باشد

فائدهٔ دیگر اگر در مقسوم علیه رقم دو دو باشد خارج قسمت رقم چهار چهار را تضعیف سازند

فائدهٔ دیگر و اگر در مقسوم علیه رقم پنج پنج باشد از خارج قسمت رقم چهار چهار خمس آن ساقط کنند یا بر خارج قسمت رقم شش شش خمس آن بیفزایند

فائدهٔ دیگر اگر در مقسوم علیه رقم هفت هفت باشد از خارج قسمت شش شش سبع آن ساقط کنند و علی هذا اگر مقسوم علیه از تضعیفات نه خواه نه نه باشد خارج قسمت را بهمان نسبت انصاف نمایند اعنی اگر ضعف است نصف سازند و اگر سه چند است ثلث بگیرند و علی هذا القیاس یا اگر مقسوم علیه از تضعیفات رقم شش باشد یا هشت یا هفت و یا پنج یا چهار و غیر آن که مذکور شد پس بهمان نسبت انصاف خارج قسمت آنها بگیرند و باید دانست که کسر خارج قسمت اول درین صورت همچنان بحال خود می ماند الا اگر از روی تزاید انصاف چیزی کسر دیگر بهم رسد آن کسر را از مقسوم علیه حقیقی گرفته بر صورت کسر اول بیفزایند و اگر از روی تناقص انصاف چیزی کسر باشد آنرا هم بهمان طریق نقصان نمایند چنانکه از امثله واضح شود مثلاً خواستم که این عدد (صورت ۲۰)

را بر نود و نه قسمت کنم و باز اگر همان عدد را بر هشتاد و هشت قسمت کنم ثمن خارج قسمت اول که ۱۸۴۷۰۹۳۰ است بران افزودم خارج قسمت هشتاد و هشت گردید هکذا (صورت ۲۱)

و باز اگر همان عدد را بر شصت و شش قسمت کنم پس نصف خارج قسمت اول که ۲۷۳۹۲۳۷۲ بود بران افزودم خارج قسمت شصت و شش شد هکذا (صورت ۲۲) و باز اگر همان عدد را بر هفتاد و هفت قسمت کنم سبع خارج قسمت شصت و شش را که $\frac{۱۱}{۷۷}$ ۱۱۷۳۹۵۸۸ است از خارج قسمت شصت و شش ساقط نمودم باقی مطلوب ماند هکذا (صورت ۲۳)

واگر همان عدد را بر پنجاه و پنج قسمت کنم پس خمس خارج شصت و شش را که ۲۲ / ۵۵ ۱۱۴۳۵۴۲۳
بود بران افزودم خارج قسمت پنجاه و پنج شد هکذا (صورت ۲۴) واگر همان
عدد را بر چهل و چهار قسمت کنم پس نصف خارج قسمت شصت و شش را که ۲۲ / ۴۴ ۴۱۰۷۷۵۵
بود بران افزودم خارج قسمت چهل و چهار برآمد هکذا (صورت ۲۵)
واگر همان عدد را بر سي و سه قسمت کنم خارج قسمت نود و نه را [illegible]
خارج قسمت سي و سه برآمد هکذا (صورت ۲۶)
واگر همان عدد را بر بست و دو قسمت کنم پس خارج قسمت چهل و چهار را نصف [illegible]
خارج قسمت بست و دو شد هکذا (صورت ۲۷)
واگر همان عدد را بر یکصد و نود و هشت قسمت نمایم خارج قسمت نود و نه را [illegible]
هکذا (صورت ۲۸)
و همچنین در دیگر اعداد سهل مثل نهصد و نود و نه و هشت صد و هشتاد و هشت [illegible]

فائدهٔ دیگر هر عددی را که بر یازده قسمت کنند پس میزان آن عدد را که از [illegible]
یازده یازده باشد بگیرند و طریق آن در مطلب سیزدهم مذکور شود [illegible]
آحاد مقسوم ساقط نموده باقی را تحت آحاد بعد خط [illegible]
چنانکه در تفریق می کنند و باقی را تحت عشرات نویسند [illegible]
تحت مئات نویسند و از الوف ساقط کنند و علی هذا [illegible]
صحاح خارج قسمت است و میزان کسر است آنرا بر یازده [illegible]
نباشد غیر از یازده پس آحاد مقسوم را تحت آحاد نویسند [illegible]
ساقط کنند و عمل نمایند مثلاً خواستم که (۷۸۹۰۳۲۸۶۷۵ را بر یازده قسمت [illegible]
از روی طرح یازده یازده دراست آنرا از پنج ساقط کرده باقی را تحت [illegible]
بود از هفت ساقط نموده چهار را تحت هفت نگاشتم و از شش [illegible]
و از هشت ساقط نمودم و شش را تحت هشت نهادم و از دوازده [illegible]
نمیتوانست شد و شش را تحت دو نوشتم و چون برای عشرات [illegible]
گرفتن ضرور شد پس هفت را از سیزده ساقط کرده شش را تحت [illegible]

صورت ۱۶ صفحه ۶۲

صحاح

کسر خارج ۶۳ / ۳۳ / ۹۶

کسر نصف

مجموع

ساقط ۶۶ / ۳۰

کسر باقی ۶۶

حاصل تنصیف

صحاح خارج مطلوب

صورت ۱۷ صفحه ۶۳

مجموع

خارج قسمت بر دو دونه

۲ / ۲۵

ثلث ساقط ۱۵ / ۳۰

کسر باقی ۶۶

صورت ۱۸ صفحه ۶۲

صحاح خارج شصت شش

تنصیف صحاح خارج

مجموع مطلوب

۳۰ کسر

۴۴

صورت ۱۹ صفحه ۶۳

۲

۲ / ۹۶

۲ / ۶۵

۲

کسر ۶۲

صورت ۲۰ صفحه ۶۳

۳۲

۶۶

صورت ۲۱ صفحه ۶۳

۱۰

۸۸

صورت ۳۰ صفحه ۶۳

۲ / ۹۸

۹۹

صورت ۲۳ صفحه ۶۳

۲۱

۷۷

صورت ۲۴ صفحه ۶۴

۵۴

۵۵

صورت ۲۵ صفحه ۶۴

۱۰

۴۴

صورت ۲۶ صفحه ۶۴

۳۳

۳۳

صورت ۲۷ صفحه ۶۴

۱۰

۲۲

صورت ۲۸ صفحه ۶۴

۶۸

۱۹۸

چهارده ساقط کرده هفت را تحت چهار نهادم و هشت را از نه ساقط نمودم و واحد را تحت نه نگاشتم واز هشت ساقط نمودم و هفت را تحت هشت نوشتم واز هفت ساقط نمودم هیچ نماند و هذه صورته (صورت ۲۹) مثال دیگر اگر خواهم که ۷۸۳۹۸۷۵ را بر یازده قسمت کنم چون میزان آن ده بود پس آنرا از پانزده ساقط نموده پنج را تحت آحاد نوشتم و شش را از هفت ساقط نموده واحد را تحت هفت نگاشتم واز هشت ساقط نمودم و هفت را تحت هشت نگاشتم و هکذا تا آخر عمل نمودم بدین صـــــــــورت (صورت ۳۰)

مثال دیگر اگر خواهم که ۷۰۹۴۳۹۵ را قسمت کنم چون میزان آن هیچ نبود پس آحاد را تحت آحاد نوشتم و عمل تا آخر نمودم بدین صـــــــــــــــورت

۷۰۹۴۳۹۵
۶۴۴۹۴۵

* مطلب ثامن *

در بیان حقیقت جذر و ضلع اول (۲۷) و مجذور و مضلعات دیگر و ما یتعلق بها

بدانکه هر عدد را که في نفسه ضرب کنند آنرا جذر و ضلع و شيء گویند و حاصل الضرب را مجذور و مربع و مال نامند و هرگاه مجذور را باز در ان عدد ضرب کنند آن عدد را کعب گویند و حاصل الضرب را مکعب و اکثر بر حاصل الضرب هم اسم کعب اطلاق مي کنند کَالْخَلْقِ بِمَعْنَى الْمَخْلُوقِ و لفظ مکعب کم مستعمل است و هرگاه مکعب را در ان عدد ضرب کنند آن عدد را ضلع اول نامند و حاصل الضرب مال مال بلکه اطلاق ضلع اول عام است که جذر و کعب و ضلعهاي دیگر مضلعات را نیز شامل است و جمیع حاصلات ضرب را مضلعات مي نامند و مرتبهٔ آنرا منزل گویند اعني جذر در منزل اول است و مجذور در منزل دویم و کعب در منزل سیوم و بعضی گویند که جذر و مجذور اصطلاح فن حساب عددیه است و ضلع و مربع اصطلاح فن مساحت و شيء و مال و ضلع اول و مضلعات اصطلاح فن جبر و مقابله لکن في الحقیقة چون اینهمه فنون متعلق علم حساب اند لهذا محاسبین تخصیص روا نمیدارند خصوص در جذر و مجذور و ضلع و مربع و ضلع اول و مضلعات که این الفاظ اکثر در محاورهٔ محاسبین است الا شيء و مال سواي جبر و مقابله جاي دیگر اطلاق نمي شود مگر تخصیص اینهم درست نیست زیرا که در مراتب نزولي چنانکه بعد ازین مذکور میشود کسور را جزء شي و جزء مال و جزء کعب مي نامند عموما بغیر تخصیص پس باید دانست که اگر حاصلات را چنانکه مذکور شد مرة

بعد اخری دران عدد ضرب کنند مضلعات کثیر حاصل میشوند بَعْضُهَا فَوْقَ بَعْضٍ اِلَی غَیْرِ النِّهَایَةِ بِمَعْنَی لَا تَقِفُ عِنْدَ حَدٍّ پس بعد مرتبهٔ مال مال لفظ مال ثاني رابکعب بدل میسازند ومال کعب میگویند وبعد ازان مال اول راهم به کعب بدل مي کنند وکعب کعب مي نامند وپس ازان کعب اول رابدل بدومال مینمایند ومال مال کعب میخوانند وهمچنان باز مال ثاني رابکعب بدل کرده مال کعب کعب میگویند وبعد ازان کعب کعب کعب وهَکَذَا بَعْدَ ذٰلِکَ اِلَی مَا شَاءُوا وهمچنین کسررا که نسبت او بطرف واحد مثل نسبت واحد بطرف جذر بود آنرا جزء شيء خوانند وحاصل الضرب في نفسه آن کسررا جزء مال گویند وهمچنان بعد ازان جزء کعب وجزء مال مال وجزء مال کعب وغیر ذلک اطلاق میکنند وباید دانست چنانکه عدد صحیح در ضرب متزاید باضعاف است همچنان کسر در ضرب متناقص مي شود بانصاف ومراد از انصاف صرف نصف نیست بلکه نصف وثلث وربع وغیره جمیع کسورات چنانکه از اضعاف مراد صرف دوچند نیست بلکه سه چند وچهار چند وغیران پس مراتب مضلعات صحاح صعودي است ومراتب مضلعات کسر نزولي وواحد وسط فی النسبة است درمیان هر مضلع وجزء او وجذر اول منازل صاعدة است وجزء الشيء اول منازل نازله ومال ثانی الصواعد وکعب ثالث الصواعد وهمچنین جزء مال ثانی النوازل وجزء کعب ثالث النوازل است واز ینجا معلوم شد که واحد نه جذر است ونه مجذور بلکه وسط فی النسبة است زیرا که اگر واحد جذر باشد پس جزء شيء هم واحد خواهد بود فَلَا وَاسِطَةَ بَیْنَ الْجَذْرِ وَجُزْءِ الشَّیْءِ وَهُوَ مُحَالٌ لِاَنَّ جُزْءَ الشَّیْءِ کَسْرٌ وَالْوَاحِدُ لَیْسَ بِکَسْرٍ فَافْهَمْ وآنکه اکثر در حساب که واحد را جذر ومجذور گفته مي شود برسبیل مجاز است به سبب ضرورت که محاسبین را ازوگزیر نیست چنانکه واحد را که فی الحقیقت عدد نیست مگر به سبب ضرورت از عدد میشمارند کَمَا مَرَّ ونیز باید دانست که چون مال منزل دویم وکعب منزل سیوم است واسامي دیگر جمیع مضلعات را از ترکیبات آن استخراج کرده اند چنانکه مذکور شد پس هرگاه اسم هر مضلع براي مال عدد دو وبراي کعب عدد سه گرفته جمع کرده شود عدد منزل آن مضلع حاصل خواهد شد مثلاً در مال کعب از براي مال عدد دو واز براي کعب عدد سه گرفته جمع نمودم پنج شد دانستم که مال کعب در منزل پنجم است وهمچنین کعب کعب در ششم ومال مال کعب در هفتم وعلی هذا القیاس وهرگاه عدد منزل را برسه قسمت کنند پس اگر هیچ باقي نماند بعدة عدد خارج

قسمت لفظ کعب بنویسند که آن اسم مضلع آن منزل باشد واگر دو باقي ماند بعدة عدد خارج لفظ کعب نوشته یک مال در اول او بنویسند که اسم مضلع آن منزل باشد واگر واحد باقي ماند از عدد خارج واحد کم کرده بعدة باقي لفظ کعب نویسند و دو مال در اول نگارند که اسم مضلع آن منزل گردد مثلا در منزل نهم چون نه را بر سه قسمت کردم سه خارج شد پس کعب کعب کعب اسم مضلع منزل نهم است واگر هشت را بر سه قسمت کنند دو خارج شود دو باقي ماند پس مال کعب کعب اسم منزل هشتم است واگر هفت را بر سه قسمت نمایند دو خارج مي شود و واحد باقي میماند پس واحد از خارج قسمت ساقط نموده دو مال بران افزودند پس مال مال کعب اسم منزل هفتم است

* فائده هر مضلعیکه ضلع اول او تحقیقي باشد منطق است وآنرا مفتوح نیز گویند والا اصم وآنرا معقود نیز خوانند واکثر علماء برانند که ضلع اول مضلع اصم اصلا وجود ندارد وبعضي گویند که براي اصم جذر في نفس الامر هست لیکن عالم الخفیات سبحانه آنرا مستتر داشته ولهذا در اوراد خود گفته اند که سُبْحَانَ مَنْ يَعْلَمُ جَذْرَ الْعَدَدِ الْأَصَمِّ وَسُبْحَانَ مَنْ يَعْلَمُ نِسْبَةَ الْقُطْرِ إِلَى الدَّائِرَةِ وهرچند درین باب اشاره در مقدمه کرده شده چون اینجا بیان اقوال هریکي ودلائل آنها منظور است لهذا اشارة بطریق اختصار گفته مي شود خلخالي شارح خلاصة الحساب رحمه الله وغیر آن دلائل چند بر ابطال جذر الاصم بیان کرده اند بعضي ازان که از جملهٔ اصول اند بیان میگردد اول اینکه مربع کسر مجرد جائز نیست که عدد صحیح بود زیرا که مرتبهٔ نزولي دارد پس مربع کسر اقل از کسر است وکسر اقل از واحد در ینصورت مربع کسر مجرد عدد صحیح نتواند بود وهمچنین مربع عدد صحیح مع الکسر نیز جائز نیست که عدد صحیح باشد چرا که به شکل چهاردهم مقالهٔ هشتم اقلیدس ثابت شده که اگر مربعي عاد مربع دیگر باشد پس ضلع او هم عاد ضلع آن مربع دیگر خواهد بود مثلا نه که مربع سه است سي وشش را که مربع شش است ساقط میکند پس سه که جذر نه است نیز شش را که جذر سي وشش است ساقط میکند در ینصورت اگر مربع عدد صحیح مع الکسر عدد صحیح باشد چون واحد که خود مربع است وجمیع اعداد صحیحه را ساقط مي کند مي باید که جذر او هم که واحد است جذر آن عدد صحیح را که صحیح مع الکسر است ساقط کند وهذا باطل پس معلوم شد که مربع صحیح مع الکسر هم عدد صحیح نمي باشد وهرگاه هر دو مقدمه ثابت گردید پس جذر اصم چون عدد صحیح نیست اگر جذر باشد في نفس الامر از دو حال

خالي نتواند بود یا کسر مجرد باشد یا صحیح مع الکسر وهرد و باطل است زیراکه آن عدد اصم عدد صحیح است جائز نیست که مربع کسر مجرد یا مربع صحیح مع الکسر شود پس اصم الجذر عدیم الجذر است قطعا فقط واین ضعیف میگوید که درین دلائل بنظر تحقیق تامل است زیراکه درینجا معلوم نمیشود که از واحد مراد واحد حقیقي است یا غیر حقیقي است اگر واحد حقیقي مراد باشد پس گوئیم که چون واحد حقیقي منقسم نمیشود چگونه کسر کمتر از واحد خواهد بود وفي الحقیقة از تعریف کسر که جمیع محاسبین میکنند این امر ظاهر است چه کسر عدد مضاف را گویند که مضاف شود بسوي جمله که آنرا واحد فرض کرده شود اعني حقیقت نصف واحد بلحاظ اثنین است اگر اثنین را جملة واحد فرض کنند وصاحب عیون الحساب براي استخراج مخرج کسر که بیان نسبت تساوي وتباین وتوافق وتداخل کرده میگوید که كُلُّ عَدَدَيْنِ غَيْرُ الْوَاحِدِ مُتَمَاثِلَانِ إِنْ تَسَاوَيَا وَمُتَدَاخِلَانِ إِنْ أَفْنَى أَقَلُّهُمَا الْأَكْثَرَ وَمُتَوَافِقَانِ إِنْ أَفْنَاهُمَا ثَالِثٌ غَيْرُ الْوَاحِدِ وَمُتَبَايِنَانِ إِنْ لَمْ يُفْنِهِمَا غَيْرُ الْوَاحِدِ پس براي واحد کسر نیست چه واحد مخرج هیچ کسر نمیتواند شد ونیز واحد حقیقي نه جذر است ونه مجذور چه جذر عدد مضروب في نفسه را گویند وحاصل الضرب را مجذور خوانند وواحد را هیچ تاثیر در ضرب نیست كَمَا قَالَ صَاحِبُ خُلَاصَةِ الْحِسَابِ لَا تَأْثِيرَ لَهُ فِي الضَّرْبِ وچگونه تواند بود که در ضرب مي باید که نسبت احد المضروبین بطرف حاصل الضرب مثل نسبت واحد بطرف مضروب آخر باشد واگر واحد را در ضرب تاثیر باشد پس گویا نسبت واحد بطرف واحد مثل نسبت واحد بطرف واحد شود درینصورت تمثیل باطل ولغو محض است ونیز صاحب عیون الحساب در بیان مراتب مضلعات میفرماید که جذر اول مراتب صامد است وجذر ثاني که کسر است اول منازل نازله وواحد وسط في النسبة است پس ازینجا هم معلوم شد که واحد نه جذر است نه مجذور واگر مراد از واحد غیر حقیقي است نیز حال او همچنین است که کسور در از جهة واحدیت او نیستند بلکه از جهة ترکیب او با جزاء متعدده است بالقوه باشد یا بالفعل وهمچنین جذریت ومجذوریت از جهت واحدیت او درست نیست وفي الحقیقت چون واحد عدد نیست پس تاثیر او عمل عددیه مثل ضرب وقسمت وجذر ومجذور در وهیچ نیست ودلیل به شکل چهارم مقالة ثامن که مذکور است یقین است که در شکل مذکور مراد از مربع غیر الواحد است چنانکه

گویند فرد اوّلي آنست که بر هیچ عددي قسمت نه پذیرد و درینجا غیر الواحد مراد مي شود وحق آنست که چون اعداد عرض اند ومعروض آنها که ازو در علم حساب بحث میرود اجسام است متّصله باشد یا منفصله واجسام قابل انقسام الی غیر النهایة اند وجذر ومجذور وضرب وقسمت اعمال عدد عارض اجسام است پس ممکن است که جذر اصمّ في نفس الامر باشد وتعبیر عددي ازو دشوار بود چنانکه گویم مثلثي قائم الزاویه است که هر دو ضلعین او چهار چهار اند پس لامحالة وتر جذر سي ودو خواهد بود کَمَا ثَبَتَ بِشَکْلِ الْعَرُوْسِ وفي نفس الامر موجود است غَایَةُ مَا فِی الْبَابِ که تعبیر عددي ازو نمي تواند شد وهمچنین است که قدوة الحکماء المتاخرین الشیخ الرئیس در شفاء گفته جَازَ اَنْ یَّکُوْنَ بَیْنَ الشَّیْئَیْنِ نِسْبَةٌ مِقْدَارِیَّةٌ مِنْ حَیْثُ الْقِلَّةِ وَالْکَثْرَةِ لَا عَدَدِیَّةٌ اَیْ لَا یُمْکِنُ تَعْبِیْرُهَا بِالْعَدَدِ فَافْهَمْ فَاِنَّهُ دَقِیْقٌ

* فائدهٔ دیگر هرگاه در ضلع اول آحاد باشد در جمیع مضلّعات منطقهٔ آن آحاد خواهد افتاد واگر در ضلع اول صفر باشد پس در جمیع مضلّعات اصفار خواهد بود ودر مرتبهٔ مال اصفار بعدهٔ زوج خواهد افتاد وممکن نیست که بعدهٔ فرد واقع شود ودر کعب اگرچه اصفار بعدهٔ زوج یا فرد میتواند شد لکن بحیثیتیکه عاد ان عدد سه باشد اعني سه صفر یا شش صفر یا نه صفر در مرتبهٔ کعب میتواند افتاد بالجمله هرگاه در ضلع اول صفر یا اصفار واقع شود در مضلّعات نیز اصفار خواهد بود بعدهٔ حاصل الضرب عدد منزل آن مضلّع در عدد اصفار ضلع اول مثلاً اگر در ضلع اول یک صفر است در منزل پنجم که مال کعب است پنج صفر خواهد بود واگر در ضلع اول دو صفر است پس در مال کعب ده صفر خواهد افتاد وقس عَلَی هٰذَا پس در هر مضلّعیکه عدد اصفار او را عدد منزل عاد نشود اصمّ است چنانکه هر مضلّعیکه در یمین او سه صفر باشد بغیر کعب منطق نخواهد بود ویک صفر در هیچ مضلّع نمي تواند افتاد

* فائدهٔ دیگر در هر ضلع اوّل که رقم واحد یا پنج یا شش بمرتبهٔ آحاد واقع شود در جمیع مضلّعات او هم ارقام مذکور بعینه در آحاد خواهد افتاد

* فائدهٔ دیگر هرگاه در آحاد ضلع اوّل رقم نه واقع شود در جمیع مضلّعات او که عدد منزل آنها فرد باشد رقم نه در آحاد خواهد افتاد ودر مضلّعاتیکه عدد منزل آنها زوج باشد واحد در مرتبهٔ آحاد خواهد افتاد

* فائدهٔ دیگر اگر در آحاد ضلع اول رقم چهار باشد در مضلّعات منازل فرد او هم رقم چهار در آحاد خواهد افتاد ودر منازل زوج رقم شش

* فائدهٔ دیگر رقم دو و سه و هفت و هشت در آحاد مضلّعات منطقه که عدد منزل آنها زوج باشد واقع نمي شود و در منازل فرد جمیع ارقام تسعه بمرتبهٔ آحاد واقع مي تواند شد

* فائدهٔ دیگر واحد و نه میزان جمیع مضلّعات منطقه میتواند بود خصوصًا در مضلّعیکه براي عدد منزل آن سدس صحیح بود سواي واحد و نه دیگر عدد میزان نخواهد شد و در مضلّعیکه اسم او مرکّب از کعبهاست و عدّهٔ ان منزل فرد بود هشت هم میزان واقع مي شود و مضلّعیکه عدد منزل آن زوج باشد اربعه و سبعه هم میزان مي افتد بشرطیکه براي عدد منزل آن سدس صحیح نبود و بدانکه در ینجا میزان عبارت است از عدد باقي که بعد طرح نه نه باشد چنانکه قریب مذکور خواهد شد ان شاء الله تعالی

* فائدهٔ دیگر هر مضلّع منطق که از عدد منزل او واحد ساقط کنند باقي را عدد چهار نما کند در آحاد آن مضلّع بعینه آحاد ضلع او خواهد افتاد چون مال کعب و کعب کعب کعب

* فائدهٔ دیگر هر مضلّع منطق که براي عدد منزل او ربع صحیح بود در مرتبهٔ آحاد آن واحد یا پنج یا شش خواهد بود و دیگر رقم نخواهد بود چون مال مال و مال کعب کعب و اگر ربع او صحیح نباشد یکي ازین اعداد خمسه در آحاد او واقع خواهد شد واحد و چهار و پنج و شش و نه

* مطلب نهم در طریق استخراج جذر و مجذور ۲۸ *

* بدانکه جذر بالکسر و الفتح بمعنی اصل است چون اصل مضلّعات است لهذا باین اسم مسمّی گردیده و باید دانست که هرچند طریق حصول مجذور هر یک اعداد در قواعد ضرب که مخصوص تربیع است بیان کرده شد مگر اصول ان که طریق استخراج جذر هم بدان منوط است گفته مي شود هر عددي را که مربع کردن منظور است اگر آنرا مرکّب از دو جزء فرض کنند پس مجموع مربعین جزئین و مسطّح احدهما في ضعف الآخر مساوي مربّع آن عدد خواهد بود مثلًا اگر خواهم که بست و سه را مربّع نمایم چون مرکّب از بست و سه است و مربّع بست چهارصد و مربّع سه نه و مسطّح بست در شش که ضعف سه است یک صد و بست میشود و مجموع پانصد و بست و نه گردید آن مربّع بست و سه است و همچنین اگر پنج را مرکّب از دو و سه فرض کنم پس مربّع دو چهار و مربّع سه نه و مسطّح دو در شش دوازده است و مجموع آن بست و پنج مي شود و آن مربّع پنج است و هرگاه این اصل دانسته شد پس گوییم که دو استخراج جذر

اعداد قلیل که منطق باشد مثل چهار و نه و شانزده و بست و پنج وغیره احتیاج بقاعده نیست که بادنی تامّل حاصل می شود واگر اعداد قلیل اصمّ باشند چون ظاهر است که جذر آن صحیح نخواهد بود بلکه مرکّب از صحیح و کسر خواهد برآمد لهذا اقرب المجذورات منطقه آن عدد را بگیرند و جذر او بستانند و ضعف جذر نموده واحد بر و بیفزایند وانچه بعد اسقاط اقرب المجذورات ازان عدد باقی ماند آنرا بر مجموع که تضعیف مع الواحد است منسوب سازند که جذر مذکور مع حاصل نسبة جذر آن عدد اصمّ است تقریباً مثلاً خواستم که جذر ده بدانم اقرب المجذورات آنرا که نه است گرفتم و جذر او را که سه است ضعف نموده واحد بران افزودم هفت شد و واحد که بعد اسقاط نه از ده باقی مانده است بر هفت منسوب ساختم پس سه صحیح و یک سبع جذر ده برآمد تقریباً بدین صورت | ۳ ۱/۷ | واگر اعداد مطلوب الجذر کثیر باشد منطق بود یا اصمّ پس طریقش این است که بالای عدد مطلوب الجذر از ابتدای آحاد نقطهٔ علامت جذر بتفاوت یک یک مراتب نهند مثلاً اوّل بر آحاد بعد ازان بر مئات بعد ازان بر عشرات الوف پس ازان بر الوف الوف وهکذا الی الآخر و طلب کنند اکثر عددی از آحاد که اگر آنرا فی نفسه ضرب کنند و حاصل الضّرب را از عدد محاذی علامت اخیره که در یسار مطلوب الجذر است و از اعداد یسار او اگر باشد ساقط میتوانند کرد و هرگاه چنین عدد بهم رسد آنرا فوق علامت اخیره و پائین آن بتفاوتیکه مناسب باشد محاذی او نویسند و فی نفسه ضرب کرده و حاصل الضرب را چنانکه مذکور شد ساقط نمایند و باقی را تحت خط عرضی نویسند و در یمین آن اعدادیکه تحت علامت ثانی که یمین علامت اخیره است بنویسند و عدد خارج را که فوقانی است بر تحتانی افزوده اعنی ضعف نموده در پائین یک مرتبه بجانب یمین نقل کنند و باز طلب کنند اکثر عددی از آحاد که اگر در عدد منقول و فی نفسه ضرب کنند و حاصل را از محاذی او ساقط میتوانند کرد و درینجا طریق حاصل کردن اعظم عددی از آحاد مثل حاصل کردن عدد خارج قسمت است و هرگاه آن عدد را بیابند آنرا فوق علامت ثانی نوشته و تحت آن در یمین عدد منقول محاذی یک دیگر نگارند و ضرب ساخته حاصل را ساقط نمایند و باز فوقانی ثانی را بر تحتانی محاذی او افزوده مجموع را مع منقول اوّل یک مرتبه بجانب یمین نقل سازند و عدد دیگر چنانکه مذکور شد طلب کنند و همچنین تا آخر عمل نمایند پس در اخیر اگر از مطلوب الجذر چیزی باقی ماند

آنرا بر اعداد تحتاني كه اخير فوقاني هم مع واحد بران افزوده باشد منسوب سازند كه اعداد فوقاني مع حاصل النسبة جذر است وصاحب خلاصة الحساب براي استخراج جذر اين قسم اعداد رسم جدول بطور قسمت نموده وصاحب عيون الحساب جدول منبري مقرر ساخته ونيز جدول سطري كه دران آحاد وعشرات مطلوب الجذر را در سطر پائين نويسند ومئات والوف را در سطر فوق آن وعشرات ومئات الوف را فوق او هم چنين تا آخر مي نگارند مقرر نموده ومعمول فقيري جدول است زيرا كه هرگاه عدد فوقاني اخير را در پائين محاذي يک ديگر نويسند بعد ضرب ونقصان آنرا ضعف نموده يکمرتبه بطرف يمين نقل مي كنند درينصورت آحاد منقول محاذي عشرات علامت ثاني مي افتد وهرگاه عدد ثاني را فوق علامت ثاني وپائين محاذي او دريمين منقول اول مي نگارند پس از شمار مراتب اعداد ادراک محاذات يکديگر سهل است لهذا حاجت بجدول نيست چنانکه از مثال معلوم وواضح ميشود مثلاً خواستم كه جذر ۴۲۳۵۸۴۸۹۵۵۶۵ بدانم اول بر مطلوب الجذر نقطهٔ علامت از آحاد بتفاوت يکيک مرتبه نهادم چون علامت اخيره بر رقم دو كه في الحقيقت چهل ودو است افتاد طلب كردم اكبر عددي از آحاد كه مربع آنرا از چهل ودو ساقط توانم كرد عدد شش را يافتم آنرا فوق علامت اخيره در طريق عمل خود وفوق علامت آخر بالاي جدول وپائين در شكل جدولي وفوق منبر آخر وپائين در شكل منبري ودر يمين سطر اعلي در شكل سطري نهادم وفي نفسه ضرب كرده حاصل را از اعداد محاذي ساقط نمودم وباقي را كه شش ماند تحت خط عرضي در طريق خود ودر شكل جدولي ودر شكل منبري نوشتم ودر شكل سطري در يسار اعداد سطر دويم نگاشتم وفوقاني بر تحتاني افزوده اعني ضعف نموده در طريق خود جائي نگاشتم ودر شكل جدولي ومنبري يک مرتبه بطرف يمين نقل نمودم ودر شكل سطري محاذي سطر دويم در يمين ثبت نمودم وباز طلب عدد ديگر نمودم چون دانستم كه دوازده بلحاظ مراتب در طريق خود وشكل سطري وبلحاظ محاذات در شكل جدولي ومنبري محاذي شصت وسه افتاده است پس عدد پنج را يافتم وآنرا فوق علامت ثاني در طريق خود وشكل جدولي وشكل منبري ويمين ضعف اول در طريق خود وشكل سطري ودر پائين يمين منقول محاذي يک ديگر در شكل جدولي ومنبري نوشته وضرب نموده حاصل را از محاذات علامت اخير ساقط نموده

صورت ۳۹ صفحه ۶۵

۷ ۸ ۹ ۴ ۳ ۲ ۸ ۶ ۷ ۵

۷ ۱ ۷ ۶ ۶ ۶ ۲ ۴ ۳

۱۱ کسر

صورت ۳۰ صفحه ۶۵

۷ ۸ ۳ ۹ ۸ ۷ ۵

۷ ۱ ۲ ۷ ۱ ۵

۱۰

۱۱

شکل ۳۲ صفحه ۷۳

بطریق شکل سطری

۶ ۴ ۲

۶ ۳

۱۲۵ ۶ ۳ ۵

۶ ۲ ۵

۱۳۰۰ ۱ ۰ ۸ ۴

۱۳۰۰۸ ۱ ۰ ۸ ۴ ۸ ۹

۱ ۰ ۴ ۰ ۶ ۴

۱۳۰۱۶۳ ۴ ۴ ۳ ۵ ۵ ۵

۳ ۹ ۰ ۴ ۸ ۹

۱۳۰۱۹۶۴ ۵ ۳ ۰ ۶ ۶ ۶ ۵

۵ ۳ ۰ ۶ ۶ ۵ ۶

۹ ۱۳۰۱۶۶۹

شکل ۳۱ صفحه ۷۳

۶ ۵ ۰ ۸ ۳ ۴

۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰

۱۲۵۸۴۸۹۵۵۶۵

۳۶

۶ ۳ ۵

۶ ۲ ۵

۱ ۰ ۸ ۴ ۸ ۹

۱ ۰ ۴ ۰ ۶ ۴

۴ ۴ ۳ ۵ ۵ ۵

۳ ۹ ۰ ۴ ۸ ۹

۵ ۳ ۰ ۶ ۶ ۶ ۵

۵ ۳ ۰ ۶ ۶ ۵ ۶

۹

۱ ۳ ۰ ۱ ۶ ۶ ۹

۱۳۰۱۶۶۸

۱۳۰۱۶۶۴

۱۳۰۱۶۳

۱۳۰۰۰

۱۳۰۰۵

۶

جمع تصحیحات عوائد الاتحاد که جلد سیم
از جانب فوق دفتر
تصحیح نموده جمع سازند
کی نوانند شد

وباقي را چنانکه مذکور شد در هریکي تحت آن نکاشتم و باز فوقاني را بر مثلش در هریک طریق افزوده جمع کردم و در شکل جدولي و منبري یک مرتبه بطرف یمین نقل ساختم و در سطري محاذي سطر ثالث رسم نمودم و طلب عدد دیگر کردم یافته نشد پس صفر بر علامت ثالث نهادم و همان اعداد را بجنس تحت خط عرضي کشیدم و همچنان در یمین اعداد که از ضعف حاصل شده بود صفر نهاده در شکل جدولي و منبري یک مرتبه طرف یمین نقل نمودم و در سطري محاذي سطر چهارم نکاشتم و باز طلب عدد دیگر کردم هشت را یافتم و همچنان عمل نمودم باز عدد سه یافتم و همچنان عمل ساختم و باز عدد چهار یافتم و همچنان بعمل آوردم باقي نه ماند آنرا بر تضعیفات فوقاني واحد افزوده منسوب ساختم خارج قسمت گردید و صورها هکذا

۶۵۰۸۳۴
۹۰
۱۳۰۱۶۶۹

بطریق خود (شکل ۳۱) بطریق شکل سطري (شکل ۳۲)

بطریق شکل جدولي (شکل ۳۳) بطریق شکل منبري (شکل ۳۴)

و باید دانست که در شکل سطري آحاد اعداد یمین هر سطر میگیرند بحیثیتیکه آحاد سطر تحتاني را آحاد و آحاد سطر فوق آنرا عشرات و آحاد سطر فوق عشرات را مئات قرار میدهند و هکذا الی الآخر

* فائده بدانکه تفاضل بین المربعین المتوالیین بقدر ضعف جذر مربع اول مع الواحد مي باشد چنانکه در نه و شانزده تفاضل هفت است و در شانزده و بست و پنج تفاضل نه و علی هذا

* فائده بدانکه مربع جذر تقریبي اقل میباشد از عدد مطلوب الجذر و طریق دریافت مقدار کمي آن اینست که صورت کسر را در فضل مخرج که بران صورت است ضرب کنند و حاصل را بر مربع مخرج منسوب سازند مثلاً جذر تقریبي هفتده چهار صحیح و یک تسع است پس صورت کسر را که واحد است در فضل مخرج که هشت است ضرب کرده بر هشتاد و یک که مربع مخرج است منسوب ساختم معلوم شد که مربع چهار صحیح و یک تسع از هفتده اقل است بقدر هشت جزء از هشتاد و یک جزء واحد و همچنین جذر تقریبي بست و چهار که چهار صحیح و هشت تسع است و مربع آن از بست و چهار بقدر هشت جزء از هشتاد و یک جزء واحد کم است و جذر تقریبي هیجده که چهار صحیح و دو تسع است هرگاه دو را که صورت کسر است در هفت که فضل مخرج است ضرب کرده بر هشتاد و یک منسوب نمودم معلوم شد که مربع چهار صحیح و دو تسع

از هیجده بقدر چهارده جزء از هشتاد و یک جزء واحد کم است و همچنین مربع جذر تقریبی بست و سه از بست و سه بهمین قدر کم خواهد بود و مربع جذر تقریبی نوزده بقدر هیجده جزء از هشتاد و یک جزء واحد از نوزده کم است و همین مقدار جذر تقریبی بست و دو از بست و دو کم است و مربع جذر تقریبی بست و بست و یک بقدر بست جزء از هشتاد و یک جزء واحد کم خواهد بود پس معلوم شد که مقدار نقصان بتزاید صورت کسر زائد میشود تا که صورت کسر مساوی صحیح جذر شود و آن کمی در تزاید تا بربع واحد نمیرسد و هرگاه صورت کسر از صحیح جذر تزاید شود عدد کمی نقصان می پذیرد و اگر برای مخرج که بر ضعف صحیح جذر واحد می افزایند افزوده نشود بلکه همان ضعف را مخرج قرار دهند پس مربع آن همیشه بر عدد مفروض بقدر مربع کسر زائد خواهد بود درینصورت تفاوت در میان عدد مفروض و مربع جذر تقریبی آن اقل از اول خواهد بود اگر کسر تا بنصف نرسد و اگر کسر تا به نصف خواهد رسید تفاوت ربع خواهد بود و بعد از ان زیاده خواهد شد و تا واحد خواهد رسید پس اولی آنست که نظر باید کرد بطرف کسر که اگر کسر اقل از نصف است آنرا بر ضعف صحیح جذر منسوب سازند و اگر بقدر نصف یا زائد است پس بر ضعف صحیح جذر واحد افزوده منسوب سازند مثلاً جذر تقریبی هفتده چهار صحیح و یک ثمن و جذر هیجده چهار صحیح و یک ربع و جذر نوزده چهار صحیح و سه ثمن و بعد از ان جذر بست چهار صحیح و چهار تسع و علی هذا القیاس و نیز اصوب اینست که ضعف صورت کسر را بر چهار امثال صحیح جذر و واحد افزوده منسوب سازند چنانکه جذر هفتده چهار صحیح و دو جزء از هفتده جزء و واحد و جذر هیجده چهار صحیح و چهار جزء از هفتده جزء و واحد و جذر نوزده چهار صحیح و شش جزء از هفتده جزء و واحد

* مطلب دهم در استخراج ضلع اول مضلعات بر وجه عام بطریق سهل *

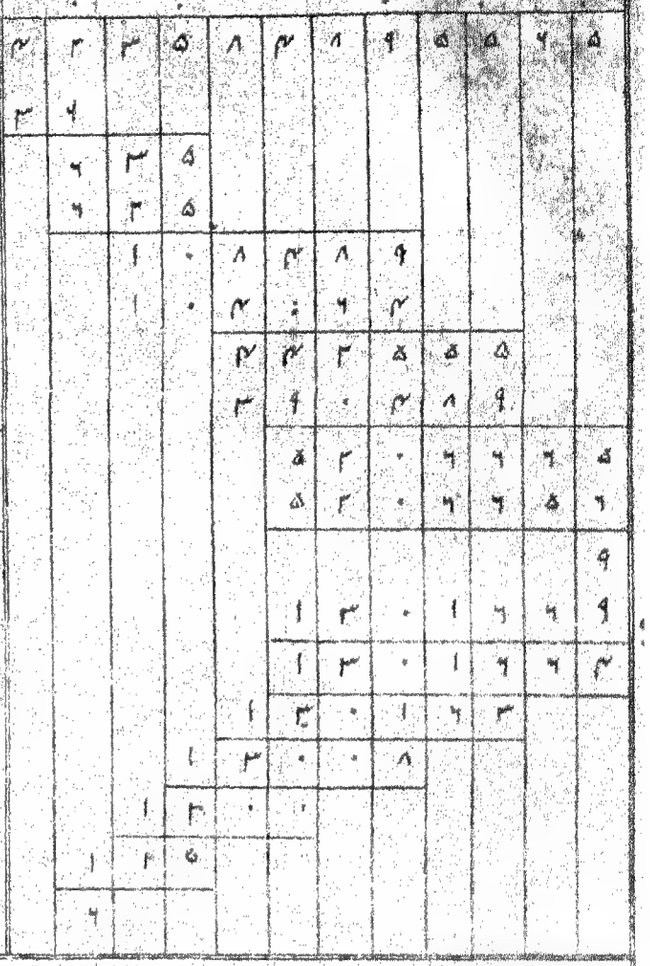
بدانکه اولاً عدد مراتب اعداد مضلعه را بر عدد منزل مضلعه قسمت کنند و شکل منبری متضاعد الدرجات بکشند که عدد درجات آن بقدر خارج قسمت باشد و اگر در قسمت جزئی باقی ماند برای آن یک درجه دیگر در آخر بکشند یعنی خطوط عرضی بالای یک دیگر باشند بفاصلهٔ قلیلی که دران دو رقم محاذی یک دیگر ثبت تواند شد و خط عرضی اول از دو ربع اعظم باشد بمقداریکه دران خطوط طولانی بقدر عدد مراتب مضلعه توانند کشید بعده در هر درجه خطوط طولانی چنانکه در شکل منبری برای جذر کشیده شده است بکشند الا در درجهٔ اخیر که بقدر عدد دیگه

باقي از مقسوم است کشیده شود و اعداد مضلعه را دران بنویسند و خطوط طولاني دراز بکشند بمقداریکه آنرا بقدر عدد مراتب مضلعه بعد اسقاط واحد بصفوف منقسم توانند کرد و در هر صف اعداد بقدر ضرورت از روي نقل وضرب میتوانند نوشت وصف اسفل مسمی به صف ضلع است وصف بالایش مسمی بصف مال وصف بالایش مسمی بصف کعب و علی هذا القیاس تا صف اخیر که بعد ازان صف منبري مسمی بصف عدد است و اعداد مضلعه را در مربعات منبري ثبت نمایند پس طلب کنند عددي را از آحاد که مضلعه آنرا از اعداد درجهٔ اخیر ساقط توانند کرد و هرگاه یافته شود آنرا بالاي مربع اول درجهٔ اخیر بنویسند و نیز در صف ضلع محاذي ان پائین جدول ثبت نمایند و عدد فوقاني را در تحتاني ضرب کرده حاصل را در صف مال بنویسند اگر صف مال باشد و همچنین باز عدد صف مال را در فوقاني ضرب نموده در صف کعب نویسند اگر صف کعب باشد و عدد صف کعب را در فوقاني ضرب ساخته در صف مال کعب نویسند اگر صف مال کعب باشد و علی هذا القیاس پس عدد صف اخیر را در عدد فوقاني ضرب کرده زیرا اعداد مربعات درجهٔ اخیر نگارند و ساقط کنند و باقي را تحت آن در مربعات خالي که برابر سطر درجهٔ ثاني است ثبت نمایند باید که آحاد حاصل ضرب در هر صف محاذي عدد فوقاني که خارج شده است نوشته شود و بعد ازان عدد فوقاني را بعدد تحتاني افزوده در صف ضلع جمع نمایند و حاصل جمع را در عدد فوقاني ضرب کرده در صف مال بنویسند و جمع نمایند و باز حاصل جمع صف مال را در فوقاني ضرب ساخته در صف کعب نویسند و جمع سازند و همچنین ضرب کرده و جمع ساخته تا صف اخیر برسند و حاصل جمع صف اخیر را یک خانه بطرف یمین نقل کنند و باز عدد فوقاني را بر تحتاني افزوده و جمع ساخته و حاصل جمع را در فوقاني ضرب کرده و در صف مال نوشته و جمع کرده و باز آنرا در فوقاني ضرب کرده و در صف بالایش نوشته و جمع نموده تا صف دویم اخیر برسند و حاصل جمع صف دویم اخیر را دو خانه بطرف یمین نقل کنند و همچنین باز فوقاني را بر تحتاني افزوده و ضرب کرده تا صف سیوم اخیر برسند و آنجا سه خانه بطرف یمین نقل سازند تا آنکه براي صف ضلع که صف اول است صرف فوقاني را افزوده و جمع ساخته یک خانه زیاده از صف بالایش بطرف یمین نقل سازند و باز طلب کنند اکثر عددي از آحاد که اگر آنرا در اعداد صف اخیر بلحاظ اینکه اعداد صف دویم هم دران عدد ضرب یافته در صف آخر افزوده خواهد شد ضرب کنند

از محاذي او ساقط تواند شد و هرگاه چنين عدد را بيابند پس آنرا بالاي مربع اول درجهٔ دويم
نويسند و محاذي آن در صف ضلع نويسند و مجموع اعداد صف ضلع را در اين فوقاني ضرب
كرده در صف مال نويسند و جمع سازند و حاصل را باز در فوقاني ضرب كرده در صف كعب
نويسند و جمع كنند همچنين تا آخر برسند و اعداد صف آخر را در فوقاني ضرب كرده در مربعات
درجهٔ دويم زيرا عداد نويسند و ساقط كنند و باقي را تحت آن در مربعات خالي نگارند و باز بطور
سابق فوقاني را بر تحتاني در صف ضلع افزوده و جمع كرده و در فوقاني ضرب كرده حاصل را
در صف مال نويسند و جمع كنند و باز ضرب كرده در صف كعب نويسند و همچنين تا صف آخر برسند
و يک خانه نقل كنند و باز فوقاني را بر تحتاني افزايند و ضرب كنند و تا صف دويم برسند و دو خانه
نقل كنند تا آنكه عدد صف ضلع را چنانكه مذكور شد نقل نمايند و باز طلب عدد ديگر بصفت مذكور
كنند و اگر يافته نشود صفر گذارند و اعداد جميع صفوف را نقل بطور سابق سازند و عمل تمام
كنند پس بايد دانست كه در استخراج ضلع مال چون سواي صف ضلع صف ديگر نيست
پس عدد فوقاني را بر تحتاني افزوده و جمع ساخته يک خانه بطرف يمين نقل خواهند كرد و در
كعب چون صف ضلع و صف مال است پس تحتاني را بر فوقاني افزوده و جمع نموده و در
فوقاني ضرب كرده و در صف مال نوشته و جمع ساخته يک خانه نقل خواهند كرد و باز فوقاني را
بر تحتاني افزوده و جمع ساخته در صف ضلع دو خانه نقل بطرف يمين خواهند كرد و همچنين
در مال مال و مال كعب و بايد دانست كه هر نقل و جمع را بخط عرضي فاصل نوشتن ضرور است
چون استخراج ضلع مال كه جذر است گفته شده است مثال استخراج ضلع كعب و ضلع مال كعب
در اينجا نوشته ميشود مثلاً خواستم كه ضلع كعب اين اعداد ٤٢٧٦٩٧١٢٥ را بدانم چون عدد
مراتب اعداد مضلعه نه است و آنرا بر عدد سه كه عدد منزل مضلعه كعب است قسمت نمودم
سه خارج شد پس شكل منبري سه درجه كشيدم و هر منبر را بخطوط طولاني تقسيم نمودم
و خطوط طولاني را دراز نموده بدو صف كه صف ضلع و صف مال است منقسم ساختم و اعداد
مضلعه را در مربعات منبري نوشتم هذه صورته صورت (٣٥)
و طلب كردم عددي را كه كعب آن از اعداد منبر اخير ساقط توانم كرد عدد هفت را يافتم پس آنرا
بالاي مربع اول منبر آخر نوشتم و تحتاني آن در صف ضلع نگاشتم و تحتاني را در فوقاني ضرب

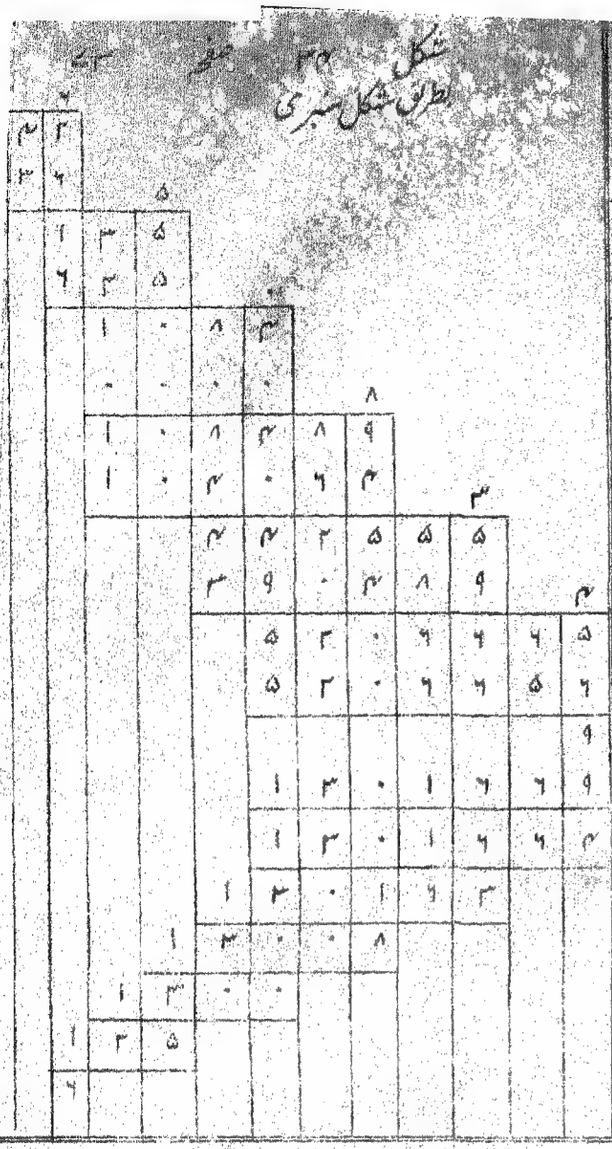
شکل ۳۳ صفحہ ۷۳

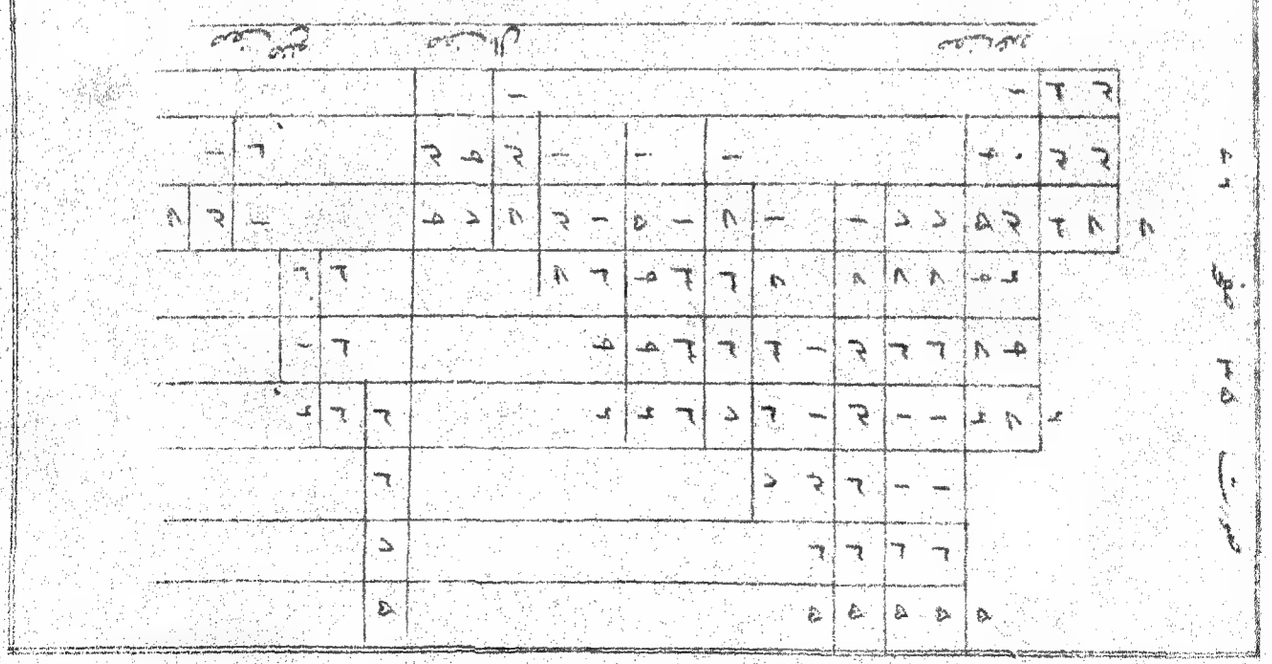
بطریق شکل جدولی



شکل ۳۴ صفحہ ۷۳

بطریق شکل سنبری





کرده حاصل ضرب را که ۴۹ بود در صف مال نوشتم و آنرا در فوقاني ضرب کرده حاصل را که ۳۴۳ بود
در مربعات منبر اول تحت اعداد مضلع نوشتم و ساقط کردم و باقي را که ۱۰۴ بود در تحت آن
در مربعات خالي برابر سطر منبر دویم نوشتم و فوقاني را بر تحتاني در صف ضلع افزودم ۱۴ شد
و آنرا در فوقاني ضرب کرده در صف مال نوشتم و جمع نمودم و حاصل جمع را که ۱۴۷ بود یکخانه
بطرف یمین نقل نمودم و باز فوقاني را بر تحتاني افزودم و مجموع را که ۲۱ بود دو خانه بطرف
یمین نقل ساختم و باز طلب کردم عددي را که اگر آنرا در اعداد صف مال بلحاظ اینکه اول آنرا
در اعداد صف ضلع ضرب کرده در صف مال افزوده خواهد شد ضرب نموده از اعداد منبري
که محاذي اوست ساقط توانم کرد شش را یافتم آنرا بالاي مربع اول منبر دویم و در صف
ضلع محاذي آن نوشتم در صف ضلع ۲۱۶ شد آنرا در فوقاني ضرب کرده در صف
مال افزودم و جمع نمودم در صف مال ۱۵۹۹۶ گردید آنرا در فوقاني ضرب کرده حاصل
ضرب را که ۹۵۹۷۶ بود در مربعات منبري نوشته ساقط نمودم و باقي را که ۸۷۲۱ بود تحت
آن در مربعات خالي نگاشتم و باز فوقاني را بر تحتاني افزودم در صف ضلع ۲۲۲ گردید
آنرا در فوقاني ضرب کرده در صف مال افزودم و مجموع را که ۱۷۳۲۸ بود یک مرتبه بطرف
یمین نقل نمودم و باز فوقاني را بر تحتاني افزوده مجموع را که ۲۲۸ بود دو مرتبه بطرف
یمین نقل کردم و باز طلب کردم عددي را بصفت مذکوره پنج را یافتم بالاي مربع اول
منبر سیوم و در صف ضلع محاذي هم نوشتم در صف ضلع ۲۲۸۵ شد آنرا در پنج که فوقاني بود
ضرب کرده و در صف مال افزوده و مجموع را که ۱۷۴۴۲۲۵ بود در فوقاني ضرب کرده حاصل
را که ۸۷۲۱۱۲۵ بود در مربعات منبري نوشتم و ساقط کردم هیچ باقي نماند پس معلوم شد که اعداد
سطر خارج منبر ضلع اول مضلع است مثال دیگر خواستم که ضلع مال کعب این اعداد بدانم
۳۴۳۰۰۰۴۶۰۵۲۱۱۴۹۴۵۴۵ چون عدد مراتب اعداد نوزده است و آنرا بر عدد منزل مضلع
که پنج است تقسیم کردم سه خارج شد و چهار عدد باقي ماند پس شکل منبري چهار منزلي
کشیده و در سه درجه خطوط طولاني بمراتب پنج کشیدم و در درجهٔ اخیر بمراتب چهار و رقوم
اعداد را ثبت نمودم و خطوط طولاني را منقسم نمودم بچهار صف که صف اول صف ضلع
و دویم صف مال و سیوم صف کعب و چهارم صف مال مال است و طلب کردم عددي را

که مال کعب آنرا از اعداد درجهٔ اخیر ساقط توانم کرد پنج را یافتم آنرا بالای مربع اول درجهٔ اخیر و تحتانی محاذی آن در صف ضلع نوشتم و تحتانی را در فوقانی ضرب کرده حاصل که ۲۵ بود در صف مال نوشتم و آنرا در فوقانی ضرب کرده ۱۲۵ را در صف کعب و همچنین ۶۲۵ در صف مال مال و ۳۱۲۵ در مربعات درجهٔ اخیر نوشته ساقط کردم و باقی را تحت آن در مربعات خالی برابر سطر منبر دویم نوشتم و فوقانی را بر تحتانی افزوده و ضرب کرده در صف مال نوشتم و جمع نمودم ۷۵ شد آنرا باز در فوقانی ضرب کرده در صف کعب جمع نمودم ۵۰۰ گردید و آنرا در فوقانی باز ضرب نموده در صف مال مال جمع نمودم ۳۱۲۵ شد آنرا بطرف یمین یک مرتبه نقل نمودم و باز فوقانی را بر تحتانی افزوده و ضرب ساخته و در صف مال افزوده و جمع ساخته و باز ضرب نموده و در صف کعب جمع کرده ۱۲۵۰ را دو مرتبه بطرف یمین نقل نمودم و باز فوقانی را بر تحتانی افزوده و ضرب کرده و در صف مال جمع ساخته ۲۵۰ را سه مرتبه بطرف یمین نقل نمودم و باز فوقانی را بر تحتانی افزوده ۲۵ را چهار مرتبه بطرف یمین نقل کردم و طلب کردم عددی را که در اعداد صف مال مال ضرب کرده از محاذی آن ساقط توانم کرد عددی نیافتم چرا که رقم ۳۱ در صف مال مال مقابل ۳۰ از سطر منبر دویم بود پس صفر را بالای مربع اول درجهٔ دویم نهادم و در تحتانی نیز محاذی آن صفر نوشتم و رقومات هر صف را نقل کردم بطریقیکه مذکور شد و باز طلب کردم عددی را بصفت مذکوره را یافتم آنرا بالای مربع اول درجهٔ سیوم و تحتانی محاذی آن نوشتم در تحتانی این رقم شد ۲۵۰۹ آنرا در فوقانی ضرب کرده ۲۲۵۸۱ را در صف مال جمع ساختم ۲۵۲۲۵۸۱ شد آن را در فوقانی ضرب کرده و حاصل را که ۲۲۷۰۳۲۲۹) است در صف کعب افزوده جمع ساختم ۱۲۷۲۷۰۳۲۲۹ شد آنرا در فوقانی ضرب نموده و ۱۱۴۵۴۳۲۹۰۶۱ را در صف مال مال افزوده جمع نمودم ۳۲۳۹۵۴۳۲۹۰۶۱ شد آنرا در فوقانی ضرب کرده ۲۹۱۵۵۸۸۹۶۱۵۴۹ در مربعات سطر درجهٔ سیوم نوشته ساقط کردم و باقی را که ۱۳۴۴۵۷۰۹۰۵۱۵ بود تحت آن در مربعات خالی برابر درجهٔ چهارم نوشتم و بدستور فوقانی را بر تحتانی افزودم و ۲۵۱۸ را در فوقانی ضرب کرده در صف مال ۲۲۶۶۲ افزوده و جمع ساخته و ۲۵۴۵۲۴۳ را در فوقانی ضرب کرده و در صف کعب ۱۲۲۹۰۷۱۸۷ افزوده و جمع کرده و ۱۲۹۵۶۱۰۴۱۶ را در فوقانی ضرب کرده و ۱۱۶۶۰۴۹۳۷۴۴ را در صف مال مال افزوده و جمع ساخته و

۳۳۵۶۱۴۸۲۲۸۰۵ را یک مرتبه بطرف یمین نقل نمودم وبازفوقاني را برتحتاني افزودم و ۲۵۲۷ رادرفوقاني ضرب کرده ۲۲۷۴۳ رادرصف مال افزوده وجمع ساخته ۲۵۶۷۹۸۶ رادرفوقاني ضرب کرده درصف کعب ۲۳۱۱۲۸۷۴ را افزوده وجمع ساخته ۱۳۱۸۷۲۲۲۹۰ راد ومرتبه نقل نمودم وبازفوقاني را برتحتاني افزوده و ۲۵۳۶ رادرفوقاني ضرب کرده ۲۲۸۲۴ را درصف مال افزوده وجمع ساخته ۲۵۹۰۸۱۰ راسه مرتبه نقل نمودم وبازفوقاني برتحتاني افزوده ۲۵۴۵ راچهار مرتبه نقل کردم وبازطلب کردم عددي رابصفت مذکوره چهار رایافتم بالاي مربع اول درجهٔ چهارم وتحت آن درصف ضلع نوشتم وضرب نموده ۱۰۱۸۱۶ رادرصف مال افزوده وجمع ساخته و ۲۵۹۱۸۲۸۱۶ رادرفوقاني ضرب نموده و ۱۰۳۶۷۳۱۲۶۴ را درصف کعب افزوده وجمع کرده و ۱۳۱۹۷۵۹۰۲۱۲۶۴ رادرفوقاني ضرب ساخته و ۲۷۹۰۳۶۰۸۵۰۵۶ رادر صف مال مال افزوده وجمع نموده ۳۳۶۱۴۲۷۲۶۴۱۳۵۰۵۶ رادرفوقاني ضرب کرده ۳۴۴۵۷۰۹۰۵۶۵۴۰۲۲۴ را درمربعات منبرچهارم نوشته ساقط کردم باقیماند ۵۴۳۲۱ واگرهیچ باقي نمي ماند مضلع منطق مي بود پس معلوم شد که مضلع اصم است وضلع تقریبي آن عدد خارج مع صورة کسر باقي است وبراي استخراج مخرج کسر باید دانست که رقم فوقاني اخیر را باز بدستور سابق برتحتاني افزوده وجمع ساخته ودرفوقاني ضرب کرده درهریک صفوف بدستور افزوده جمع سازند الانقل ساختن ضرور نیست وبعد از اتمام ضرب وجمع باصف اول اعداد هریک صف راجمع نمایند وواحد بران بیفزایند که مخرج کسر خواهد بود وبرین تقدیر نقصان مضلعات دیگر بسیار خواهد شد سواي مال چنانچه درین مثال چهار راکه عدد فوقاني اخیر بود برتحتاني افزوده وجمع ساخته و ۲۵۴۵۸ رادرفوقاني ضرب کرده ودرصف مال ۱۰۱۸۳۲ افزوده وجمع ساخته و ۲۵۹۲۸۴۶۴۸ رادرفوقاني ضرب کرده ودرکعب ۱۰۳۷۱۳۸۵۹۲ افزوده وجمع ساخته ۳۲۰۷۹۶۱۵۹۸۵۶ رادرفوقاني ضرب کرده درصف مال مال ۵۲۸۳۱۸۴۶۳۹۴۲۴ افزوده جمع ساختم ۳۳۶۶۷۱۰۴۴۸۷۷۴۴۸۰ درصف مال مال شد بازفوقاني را برتحتاني افزودم و ۲۵۴۶۲ رادرفوقاني ضرب کرده و ۱۰۱۸۴۸ درصف مال افزوده وجمع ساخته ۲۵۹۳۷۶۳۹۶ رادرفوقاني ضرب کرده درصف کعب ۱۰۳۷۵۴۵۹۸۴ افزوده جمع نمودم ۱۳۲۱۷۳۳۷۰۵۸۴۰ درصف کعب شد وبازفوقاني برتحتاني افزوده ۲۵۴۶۶ رادرفوقاني

ضرب نمودم و ۱۰۱۸۶۴ درصف مال افزوده جمع کردم ۲۵۹۴۸۸۳۶۰ درصف مال شد و باز فوقاني را بر تحتاني افزوده جمع نمودم ۲۵۴۷۰ درصف ضلع شد و اعداد هريک صفوف را جمع نموده واحد بران افزودم ۳۳۶۸۰۳۲۵۴۱۹۹۴۱۵۱ مخرج کسر گرديد و براي مخرج کسر کعب برعدد خارج منبر واحد افزوده مجموع را در عدد خارج منبر ضرب نمايند و حاصل ضرب را در سه ضرب نموده واحد بران بيفزايند مثلاً خواستم که کعب نود و هفت بدانم چهار خارج شد و سي و سه باقي ماند پس بر چهار واحد افزوده پنج را در چهار ضرب کردم و حاصل را که بست است در سه ضرب کرده واحد بران افزودم شصت و يک شد پس کعب نود و هفت چهار صحيح و سي و سه جزء از شصت و يک جزء گرديد و هذه صورته (جدول ۳۶)

* ذکر بيان فوائد متعلقه شکل منبري و غيره في هذا المطلب *

* فائدهٔ اولي شکل منبري براي تسهيل عمل است چه اعداد باقي بعد اسقاط بر اعداد سطر درجهٔ ثاني مي افتد و نيز ضرورت علامت نهادن نمي شود

* فائدهٔ ثاني چون مراتب اعداد ضلعات ارقام تسعه از عدد منازل مضلع زائد نمي شود و در استخراج ضلع اول طلب اکثر آحاد مطلوب است لهذا مراتب اعداد مضلع را بر عدد مراتب تقسيم ميکنند و بقدر خارج درجات منبر معين ميسازند و همين عبارت از علامت نهادن است که صاحب خلاصة الحساب در استخراج جذر گفته است که اَعْلِمْ مَرَاتِبَهُ بِخَطٍّ مَرْتَبَةً مَرْتَبَةً يعني نشان کن مراتب مجذور را بگذاشتن يک يک مرتبه چرا که عدد مرتبهٔ مال دو است پس مراتب مجذور را بر دو قسمت ميکنند و مجذور هيچ يک از ارقام تسعه بدرجهٔ مکعبات نمي رسد و همچنين کعب مرتبهٔ سيوم است پس مراتب اعداد مضلع کعب را بر سه قسمت ميکنند و بران نشان مي گذارند تا مراتب عدد ضلع اول معلوم شود و مضلع هر مرتبه نشان پذيرد

* فائدهٔ ثالث چون استخراج ضلع اول هر مضلع موقوف بر دريافت اصول منازل است لهذا دانستن اصول منازل و طريق دريافت آن پر ضرور است بايد دانست که اصول منازل عبارت از قاعدهٔ کلي است که ازان طريق حصول هر مضلع باعتبار تقسيم ضلع اول بتقسيمين معلوم ميشود مثلاً در مجذور يعني مال که در منزل دويم است اگر جذر را دو قسم نمايند خواه مساوي خواه مختلف پس مجموع مجذورين هر دو قسم و مضروب يک قسم در ضعف قسم ديگر مساوي

صف مال مال

صف کعب

صف مال

صف ضلع

جدول ۳۸ صفحه ۸۰۲

ضلع	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
مال	۴	۹	۱۶	۲۵	۳۶	۴۹	۶۴	۸۱
کعب	۸	۲۷	۶۴	۱۲۵	۲۱۶	۳۴۳	۵۱۲	۷۲۹
مال مال	۱۶	۸۱	۲۵۶	۶۲۵	۱۲۹۶	۲۴۰۱	۴۰۹۶	۶۵۶۱
مال کعب	۳۲	۲۷۳	۱۰۲۴	۳۱۲۵	۷۷۷۶	۱۶۸۰۷	۳۲۷۶۸	۵۹۰۴۹
کعب کعب	۶۴	۷۲۹	۴۰۹۶	۱۵۶۲۵	۴۶۶۵۶	۱۱۵۲۶۴	۲۶۲۱۴۴	۵۳۱۴۴۱
مال مال کعب	۱۲۸	۱۹۶۸۳	۱۶۳۸۴	۹۷۶۵۶۲۵	۳۳۶۴۸۱۶	۸۰۶۴۸۰۷	۱۶۷۷۷۲۱۶	۳۴۳۰۰۰۰۱
مال کعب کعب	۲۵۶	۵۳۱۴۴۱	۶۵۵۳۶	۳۰۱۷۷۶۲۵	۱۲۰۹۶۴۸۱۶	۴۸۳۸۴۰۰۷	۱۹۵۳۴۰۰۱۶	۷۸۷۵۰۰۰۱
کعب کعب کعب	۵۱۲	۱۴۳۴۴۱	۲۶۲۱۴۴	۷۸۷۵۰۰۰۱	۲۳۶۵۶۱۰۰۱۶	۱۰۶۳۱۴۴۰۰۷	۴۳۰۴۶۷۲۱۶	۱۷۷۱۴۵۰۰۰۱
مال مال کعب کعب	۱۰۲۴	۳۸۷۴۲۰۰۱	۱۶۷۷۷۲۱۶	۶۲۵۰۰۰۰۱	۲۳۰۴۳۰۰۰۱۶	۸۵۳۱۴۴۰۰۷	۳۱۴۳۶۷۲۱۶	۱۱۴۹۵۰۰۰۱

مجذور اول که مجذور مجموع قسمین است خواهد بود کما مرّ و همچنین در کعب که منزل سیوم است اگر ضلع اول را دو قسم سازند مجموع کعب هر دو قسم و مضروب سه مجذور هر یک قسم در قسم آخر مساوي کعب اول خواهد بود و علی هذا القیاس حال هر مضلعات متفاوت است و طریق دریافت اصول منازل آنست که عدد منازل مضلع را که دانستن اصول او منظور است برابر منزل اول که منزل ضلع است بنویسند و از عدد منزل مضلع واحد کم کرده در نصف عددیکه برابر ضلع نوشته اند ضرب سازند و حاصل را برابر منزل مال نویسند و باز از عدد منزل دو کم کرده باقي را در ثلث عددیکه برابر منزل مال نوشته شد ضرب سازند و حاصل را برابر منزل کعب نویسند و باز از عدد منزل مضلع سه کم کرده باقي را در ربع عددیکه برابر منزل کعب است ضرب کنند و حاصل را برابر منزل مال مال نویسند و باز از عدد منزل مضلع چهار کم کرده باقي را در خمس عددیکه برابر منزل مال مال است ضرب کرده حاصل را برابر منزل مال کعب نویسند و همچنین تا منزلیکه قبل منزل مضلع مطلوب است برسند مثلاً خواستم که اصول منزل مضلع که مال است بدانم چون عدد منزل او دو است آنرا برابر ضلع نوشتم چون منزل قبل مال همان منزل ضلع است لهذا برهمان دو اکتفا کردم و دانستم که اصول منزل مال دو است یعني اگر ضلع را دو قسم نمایند پس مجموع مال هر دو قسم و حاصل ضرب احدهما در دو مثل دیگري برابر مال ضلع مذکور خواهد بود چرا که عدد دو در منزل ضلع واقع است بدینصورت

قسم اول	قسم دویم
ضلع ۲	ضلع

و همچنین خواستم که اصول منزل کعب بدانم پس عدد منزل کعب را که سه است برابر منزل ضلع نوشتم و واحد از آن کم کرده دو باقي را در نصف سه که یک و نیم است ضرب کردم هم عدد سه حاصل شد آنرا برابر منزل مال نوشتم بدینصورت

قسم اول	قسم دویم
ضلع ۳	ضلع
مال ۳	مال

پس دانستم که مجموع کعب هر دو قسم و مسطح سه مال قسم اول در قسم دویم و مسطح مال قسم دویم در سه چند قسم اول که گویا مسطح سه مال قسم دویم در قسم اول است برابر کعب مجموع قسمین خواهد بود و در اصول منزل مال مال که چهارم است چهار را برابر ضلع نوشتم و واحد از و کم کرده سه را در دو که نصف چهار است ضرب کردم و شش را برابر منزل مال نگاشتم و باز از چهار دو کم کرده دو را در ثلث شش که هم دو است ضرب کردم حاصل ضرب را که چهار است

برابر منزل کعب نوشتم بدینصورت

قسم اول	قسم دویم
ضلع ۴	ضلع
مال ۶	مال
کعب ۴	کعب

پس دانستم که مجموع مال مال هردو قسم و مسطح چهار کعب هر قسم در قسم آخر و مسطح شش مال یکي در مال دیگر برابر مال مال مجموع قسمین خواهد بود و باید دانست که اعداد اصول منازل در نصف اول منازل ماقبل مضلع مطلوبه مساوي اعداد نصف ثاني منازل مذکور علی التناظر صعوداً و نزولاً واقع میشود اگر عدد منزل مضلع مطلوبه بعد اسقاط واحد زوج باشد و اگر عدد منزل فرد بود سواي وسط اعداد منازل هردو نصف علی التناظر مساوي خواهند بود مثلاً در کعب که بعد اسقاط واحد از عدد منزل دو باقي ماند پس اعداد اصول در ضلع و مال هردو مساوي افتاد و در مال مال که بعد اسقاط واحد سه ماند اعداد اول و سیوم مساوي شد و همچنین در مال کعب بدینصورت

قسم اول	قسم دویم
ضلع ۵	ضلع
مال ۱۰	مال
کعب ۱۰	کعب
مال مال ۵	مال مال

چرا که عدد منزل مال کعب پنج است آنرا برابر ضلع نوشتم و واحد از ان کم کرده چهار را در نصف پنج ضرب نمودم ده حاصل شد آنرا برابر منزل مال نوشتم باز از پنج دو کم کرده سه باقي را در ثلث ده ضرب کرده آنرا در برابر کعب نوشتم و باز از پنج سه کم کرده دو باقي را در ربع ده ضرب نمودم و پنج حاصل را برابر مال مال نوشتم و مساوات اعداد اصول اشاره برین است که هردو منزل باهم ضرب خواهند یافت یعني در مال کعب پنج مال مال هر قسم در قسم آخر ضرب خواهد یافت خواه پنج مثل هر قسم را در مال مال قسم آخر ضرب خواهند کرد که هردو یک است و همچنین ده کعب هر قسم در مال آخر همچنین در اصول مال مال که عدد چهار برابر ضلع و کعب افتاده است و عدد شش برابر مال اشاره برین است که چهار کعب هر قسم در قسم آخر ضرب خواهند یافت خواه چهار مثل هر قسم در کعب آخر ضرب خواهد شد و شش مال یکي در مال آخر چرا که عدد شش صرف برابر مال است و تکرار ندارد و همچنین در کعب کعب بدینصورت

قسم اول	قسم دویم
ضلع ۶	ضلع
مال ۱۵	مال
کعب ۲۰	کعب
مال مال ۱۵	مال مال
مال کعب ۶	مال کعب

درین منزل معلوم مي شود که شش مال کعب هر قسم در قسم آخر ضرب خواهد یافت و پانزده مال مال هر قسم در مال قسم آخر و بیست کعب یک قسم در کعب قسم آخر ضرب خواهد شد وَقِسْ عَلَی هٰذَا و براي دریافت اصول منازل از مال تا کعب کعب کعب کعب که منزل

دوازدهم است جدول رسم کردم تا طالبان را سهل باشد وبدانکه براي رقم ارقام جدول طريق سهل است که بعد کشيدن شکل منبري و رسم نامهاي منازل مطلوبه ومنازل سابقهٔ آن چون براي مال صرف ضلع بود لهذا دو درخانهٔ ضلع نوشتم وبراي کعب سه درخانهٔ ضلع وسه درخانهٔ مال نوشتم وبراي مال مال چهار درخانهٔ ضلع وچهار درخانهٔ کعب که متناظر اوست نوشتم وبراي خانهٔ مال عدد خانهٔ ضلع ومال سطر کعب را جمع نمودم وشش را درميان خانهٔ مال درسطر مال مال نگاشتم وهمچنين درمال کعب پنج را درخانهٔ ضلع ومال مال نگاشتم وعدد خانهٔ ضلع ومال سطر مال مال را جمع کرده درخانهٔ مال وعدد خانهٔ مال وکعب سطر مال مال را درخانهٔ کعب درسطر مال کعب نوشتم وهمچنين تا آخر بدين طريق استخراج اصول منازل زياده از کعب کعب کعب کعب هم آسان مي شود * (جدول ۳۷)

* فائدهٔ چهارم بايد دانست که تعين صف منازل سابقه درجدول وافزودن عدد بالائي برتحتاني وضرب کردن آن درفوقاني وحاصل ضرب را درصف هاي مال وکعب وغيره نوشتن همين سبب است که بقدر اصول هر مضلع اعداد صفوف آن جمع شوند تا براي ضرب قسم ديگر که مطلوب است نقل کرده شود چراکه ضلع اول درجهٔ اخير که برآمده است بلحاظ درجهٔ دويم گويا يک قسم از دو قسم ضلع اول خارج شده است وقسم دويم را خارج کردن منظور است پس بعدهٔ اعداد اصول منازل اعداد هر منزل قسم خارج را تضعيف نمودن ضرور شد لهذا براي حصول آن عمل مذکور مقرر کرده اند درينصورت بايد که اعداد منقولهٔ هريک صفوف را بدبينند اگر بقدر حاصل التضعيف اعداد منزل قسم خارج بعدهٔ اعداد منازل است عمل صحيح است والا غلط مثلاً در مضلع مال کعب اگر اعداد منقولهٔ اول صف مال مال بقدر پنج مال مال عدد خارج واعداد منقولهٔ صف کعب بقدر ده کعب عدد خارج ومنقولهٔ صف مال بقدر ده مال عدد خارج ومنقوله صف ضلع بقدر پنج مثل عدد خارج است عمل صحيح است والا پس هرجا که غلطي باشد درست ميتوان نمود

* فائدهٔ پنجم اعداد صفوف را بطرف يمين که نقل مي کنند ودرنقل اعداد هرصفوف تفاوت يکمرتبه مرعي ميدارند اين است چون دردرجهٔ اول که اخير است عدد خارج بمنزلهٔ آحاد بود بلحاظ عدد خارج درجهٔ دويم بمنزلهٔ عشرات شد پس بايد که تضعيف آن درصف

ضلع بمنزلهٔ عشرات عدد خارج درجهٔ دویم نوشته شود وتضعیف مال آن در صف مال بمرتبهٔ مئات وتضعیف کعب در صف کعب بمنزلهٔ الوف وعلی هذا القیاس تضعیفات صفوف دیگر نوشته شود

* فائدهٔ ششم اعداد هر مضلع که عدد منزل آن زوج باشد مجذور اعداد ضلع خواهد بود که عدد منزل آن نصف عدد منزل اوست مثلاً اعداد مضلع مال مال مجذور اعداد مضلع مال است واعداد مضلع کعب کعب مجذور اعداد ضلع کعب است پس اگر خواهند که ضلع اول مال کعب کعب که منزل هشتم است برآرند طریق سهل این ست که جذر اعداد مال کعب کعب را استخراج نمایند وان مال مال خواهد بود پس باز جذر آن خارج کنند که مال خواهد بود وباز جذر آن بگیرند که ضلع اول است وهمچنین اگر خواهند ضلع اول کعب کعب بدانند پس جذر آن بگیرند که کعب خواهد بود بعد از ان ضلع کعب استخراج نمایند وهر مضلع که برای عدد منزل آن ثلث صحیح باشد مثل شش ونه ودوازده پس کعب اعداد آن مضلع استخراج نمایند که آن اعداد مضلعی است که منزل ان ثلث منزل مضلع مذکور خواهد بود مثلاً در کعب کعب که منزل ششم است اگر کعب استخراج کنند اعداد مال خواهد برآمد وهمچنین در کعب کعب کعب اعداد کعب خارج خواهد شد درین صورت استخراج ضلع اول بسیار آسان میشود الا در مضلعاتیکه عدد منزل آن فرد اولی باشد چنانچه مال کعب که منزل پنجم است یا مال مال کعب که منزل هفتم است این طریق جاری نمی تواند شد فتأمل

* فائدهٔ هفتم بدانکه در جدول استخراج مضلعات اعداد صف اخیر صرف در ضلع ضرب می یابد واعداد صف دویم در مال واعداد صف سیوم در کعب همچنین الی آخر پس مضروب هر قدر که در منزل صعودی خواهد بود مضروب فیه بهمان نسبت در منزل نزولی خواهد افتاد تا آنکه در منزل وسط هر دو در یک منزل خواهد بود فلاحظها

* فائدهٔ هشتم از برای تسهیل استخراج ضلع مضلعات اعداد مضلعات آحاد از دو تا نه منزل مال مال کعب کعب در جدول ثبت نمودم که طالبان را اعانت عظیم شود (جدول ۳۰)

* فصل در استخراج فضل بین المضلعین عددین که منزل آنها متساوی باشند *

وطریقش چنانست که شکل ذو اربعه اضلاع بکشند وضلع فوقانی را منقسم سازند اگر عدد فاضل عددین واحد باشد والا پنج قسم نمایند وضلع ایمن را بعدد اعداد اصول منزل تقسیم کنند وخطوط

جدول ۳۷ صفحہ ۸۳

منازل مطلوبہ	ضلع											
مال	۲	مال										
کعب	۳	۴	کعب									
مال مال	۴	۶	۹	مال مال								
مال کعب	۵	۸	۱۰	۵	مال کعب							
کعب کعب	۶	۱۵	۲۰	۱۵	۶	کعب کعب						
مال مال کعب	۷	۴۹	۳۵	۳۵	۲۱	۷	مال مال کعب					
مال کعب کعب	۸	۲۸	۵۶	۷۰	۵۶	۲۸	۸	مال کعب کعب				
کعب کعب کعب	۹	۳۶	۸۴	۱۲۶	۱۲۶	۸۴	۳۶	۹	کعب کعب کعب			
مال مال کعب کعب	۱۰	۴۵	۱۲۰	۲۱۰	۲۵۲	۲۱۰	۱۲۰	۴۵	۱۰	مال مال کعب کعب		
مال کعب کعب کعب	۱۱	۵۵	۱۶۵	۳۳۰	۴۶۲	۴۶۲	۳۳۰	۱۶۵	۵۵	۱۱	مال کعب کعب کعب	
کعب کعب کعب کعب	۱۲	۶۶	۲۲۰	۴۹۵	۷۹۲	۹۲۴	۷۹۲	۴۹۵	۲۲۰	۶۶	۱۲	

صورت ۳۹ صفحہ ۸۵

۵	۶	۳۰
۱۰	۳۶	۳۶۰
۱۰	۲۱۶	۲۱۶۰
۵	۱۲۹۶	۶۴۸۰

۹۰۳۰
۱
۹۰۳۱

شکل ۴۰ صفحہ ۸۵

۵	۶	۳۰	۶۲۵	۱۸۷۵۰
۱۰	۳۶	۳۶۰	۱۲۵	۴۵۰۰۰
۱۰	۲۱۶	۲۱۶۰	۲۵	۵۴۰۰۰
۵	۱۲۹۶	۶۴۸۰	۵	۳۲۴۰

۱۵۰۱۵۰
۳۱۲۵
۱۵۳۲۷۵

صورت ۴۱ صفحہ ۸۷

۵	۶	۳۰
۱۰	۳۶	۳۶۰
۱۰	۲۱۶	۲۱۶۰
۵	۱۲۹۶	۶۴۸۰

واحد بر عشرات افزودم

۱۰۴۰۸۰

بعد جمع یک صفر افزودم

صورت ۴۲ صفحہ ۸۷

۵	۵	۲۵
۱۰	۲۵	۲۵۰
۱۰	۱۲۵	۱۲۵۰
۵	۶۲۵	۳۱۲۵۰

۲۷۶۳۸۱۲۵۰۰
۳۱۲۵
۲۷۶۳۸۱۵۶۲۵

صورت ۴۳ صفحہ ۸۷

۵	۵	۲۵
۱۰	۲۵	۲۵۰
۱۰	۱۲۵	۱۲۵۰
۵	۶۲۵	۳۱۲۵۰

۲۷۶۳۸۱۲۵۰۰
۳۱۲۵
۲۷۶۳۸۱۵۶۲۵

ازان خارج نمایند که ذوار بعه اضلاع منقسم بمربعات صغیره شود بعد ازان اعداد اصول منزل را در مربعات سطر ایمن ثبت نمایند و مضلعات سابقه مضلع مفروضهٔ عدد اقل را در مربعات سطر ثانی بنویسند و ضرب کنند اعداد هر مربع سطر اول را در اعداد مربعات سطر ثانی و حاصل را در مربعات سطر ثالث بنویسند و جمع نموده واحد بران بیفزایند که آن فضل مضلع عدد زائد بواحد بر مضلع عدد اقل است و اگر تفاضل زائد از واحد باشد فضل را مع مضلعات سابقهٔ آن در مربع سطر رابع بعکس ترتیب بنویسند و بعد ازان اعداد مربعات سطر ثالث را در اعداد مربعات سطر رابع که محاذی است ضرب نموده حاصل را در مربعات سطر خامس نویسند پس مجموع حواصل مع مضلع مفروضهٔ فضل تفاضل مضلع عدد اکثر بر مضلع عدد اقل خواهد بود مثلاً خواستم که فضل مال کعب هفت بر مال کعب شش بدانم پس شکل ذوار بعه اضلاع نوشته و ضلع فوقانی را سه قسم نمودم چرا که تفاضل عددین واحد بود و ضلع ایمن را چهار قسم نمودم که عدد اعداد اصول منزل چهار است پس سطر ایمن که اول است دران اعداد منزل را که ۵ و ۱۰ و ۱۰ و ۵ بود نوشتم و در سطر دویم شش و اعداد مضلعات سابقهٔ شش را که ۳۶ و ۲۱۶ و ۱۲۹۶ بود نوشتم و ضرب نمودم عدد مربعات سطر اول را در اعداد مربعات سطر ثانی که محاذی آن بود و حاصل ضرب را در مربعات سطر ثالث نوشتم و جمع نمودم و واحد افزودم ۹۰۳۱ شد و این مقدار تفاضل مال کعب هفت بر مال کعب شش است و هذه صورته (شکل ۳۹)

مثال دیگر خواستم که فضل مال کعب یازده بر مال کعب شش بدانم چون فضل یازده بر شش زیاده از واحد بود لهذا ضلع فوقانی شکل ذوار بعه اضلاع را پنج قسم نمودم و ضلع ایمن را چهار و اعداد اصول را در سطر اول نوشتم و شش و مضلعات سابقهٔ شش را در سطر ثانی و حاصل ضرب را در سطر ثالث و خمس را که تفاضل عددین است مع مضلعات سابقهٔ آن در سطر چهارم بعکس ترتیب نوشتم یعنی خمس را برابر مال مال شش و مال مال خمس را برابر شش نگاشتم و اعداد مربعات سطر ثالث را در اعداد سطر رابع ضرب کرده حواصل را در مربعات سطر پنجم ثبت نموده جمع کردم و مال کعب پنج را بران افزودم مجموع قدر تفاضل مال کعب یازده بر مال کعب شش شد و هذه صورته (شکل ۴۰)

و نیز اگر عدد اکثر ضعف عدد اقل باشد و مضلع اقل معلوم بود پس اعداد اصول منزل را جمع نموده و واحد بران افزوده در مضلع اقل که معلوم است ضرب کنند حاصل ضرب قدر

کب

تفاضل مضلع عدد اکثر بر مضلع عدد اقل خواهد بود مثلاً خواستم که تفاضل کعب کعب هشت بر کعب کعب چهار بدانم پس اعداد اصول را که ۶ و ۱۶ و ۲۰ و ۱۶ و ۶ بود جمع نمودم ۶۲ شد و واحد بران افزودم و ۶۳ را در ۴۰۹۶ که کعب کعب چهار است ضرب نمودم حاصل الضرب ۲۵۸۰۴۸ مقدار تفاضل کعب کعب هشت بر کعب کعب چهار است واگر مضلع اکثر که ضعف اقل است معلوم باشد پس بر اعداد اصول دو افزوده اعداد مضلع عدد اکثر را بران قسمت کنند خارج اعداد مضلع عدد اقل خواهد بود مثلاً در مثال مذکور کعب کعب هشت معلوم بود ۲۶۲۱۴۴ آنرا بر شصت و چهار که مجموع اعداد اصول مع اثنین است قسمت کردم خارج ۴۰۹۶ گردید که کعب کعب چهار است پس باسقاط مضلع اقل از مضلع اکثر فضل را دریافت می توان نمود واگر فضل مضلع اکثر عدد که ضعف اقل است معلوم باشد آنرا بر مجموع اعداد اصول مع الواحد قسمت کنند خارج مضلع اقل خواهد بود واگر عدد اقل جزء اکثر باشد پس عدد اکثر را بر اقل قسمت نموده مضلع خارج را در مضلع اقل ضرب کنند که حاصل مضلع اکثر است مثلاً در کعب کعب هشت ۲۶۲۱۴۴ معلوم است وخواستم که کعب کعب چهل بدانم پس چهل را بر هشت قسمت نمودم پنج خارج شد کعب کعب پنج را که ۶۲۵ بود در کعب کعب هشت ضرب کردم حاصل ۴۰۹۶۰۰۰۰۰ کعب کعب چهل است واگر مضلع اکثر که عدد اقل جزء آنست معلوم باشد مضلع اکثر را بر مضلع خارج که از قسمت عدد اکثر بر اقل متولد است قسمت نمایند خارج مضلع اقل خواهد بود واگر فضل اکثر بر اقل بصورت واحد باشد مثل ده و صد و هزار وغیر آن پس بعد رسم ذوار بعه اضلاع و مربعات صغار و اعداد اصول منازل و عدد اقل و مضلعات سابقهٔ آن باید که شروع ضرب اعداد اصول که در سطر اول است در اعداد سطر ثانی که مضلعات عدد اقل است از مربع اسفل نمایند و آحاد اعداد هر خانه را محاذی عشرات اعداد خانهٔ اسفل او نویسند اگر فضل ده باشد و محاذی مئات نویسند اگر فضل صد باشد و محاذی الوف نویسند اگر فضل هزار باشد و علی هذا القیاس بعد اتمام ضرب واحد بر حاصل الضرب اخیر بهمان طور بیفزایند یعنی اگر فضل ده است بر عشرات و اگر فضل صد باشد بر مئات و جمع نمایند و صفر مرتبهٔ فضل را بران زیاده کنند که آن فضل اکثر بر اقل است مثلاً خواستم که فضل مال کعب شانزده بر مال کعب شش بدانم پس بعد حصل

این عدد برآمد ۱۰۴۰۸۰۰ وهذه صورته (صورت ۴۱)

مثال دیگر خواستم که فضل مال کعب یک هزار و شش بر مال کعب شش بدانم پس آحاد حاصل الضرب هر خانه محاذي الوف خانهٔ اسفل او نوشتم و واحد را هم بهمین نسبت افزودم وجمع ساخته سه صفر افزودم این عدد حاصل شد وهذه صورته (صورت ۴۲)

واگر صورت اکثر واحد باشد مع صفر یا اصفار پس عدد اصفار را در عدد منزل ضرب نموده واحد در یسار نویسند که حاصل مضلع مفروضه اکثر است وازان مضلع اقل را ساقط کنند باقي فضل مضلع اکثر بر مضلع اقل خواهد بود مثلاً خواستم که فضل مال کعب یک صد بر مال کعب چهار بدانم عدد اصفار را که دو است در عدد منزل که پنج است ضرب کردم ده صفر شد و بر یسار آن واحد نوشتم

مال کعب صد شد وازان مال کعب چهار را ساقط کردم باقي فضل برآمد واگر	۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰ ۱۰۲۴ ۹۹۹۹۹۹۸۹۷۶

صورت اقل واحد مع صفر یا اصفار باشد پس بعد رسم ذو اربعه اضلاع واعداد اصول قدر تفاضل را مع مضلعات سابقهٔ آن در سطر ثاني بنویسم واصفار یمین اقل را بر حاصل الضرب مربع اسفل بیفزایم وضعف آن اصفار را بر حاصل الضرب بالاي آن وسه مثل اصفار اقل بر حاصل الضرب بالاي آن و همچنین الی آخر وجمع کنم و مضلع تفاضل بران بیفزایم مثلاً خواستم که فضل مال کعب یک صد و پنج بر مال کعب صد بدانم پس بعد رسم ذو اربعه اضلاع واتمام عمل این عدد حاصل شد وهذه صورته (صورت ۴۳)

* مطلب یازدهم در استخراج هر دو ضلع مسطحیکه تفاضل ضلعین آن معلوم باشد *

بدانکه مسطح عبارت از حاصل الضرب عددین مختلفین است مثلاً چهار را در پنج ضرب نمودم بست که حاصل الضرب شد مسطح چهار در پنج است وچهار و پنج هر دو ضلع مسطح اند وباید دانست چنانکه حاصل الضرب از مجذور عام است همچنان مسطح از مربع عام است اعني گاهي بر حاصل الضرب عددي نفسه هم اطلاق مي شود ودرین صورت ضرور است که یکي ازان هر دو ضلع اعظم و دیگري اصغر خواهد بود و مقدار اعظم مجموع اصغر و قدر تفاضل است پس مسطح اعظم در اصغر مساوي مجموع مربع اصغر و مسطح اصغر در تفاضل خواهد بود و همچنین اصغر را اگر اعظم الا قدر تفاضل تعبیر نمایند پس مسطح مساوي مربع اعظم الا مسطح اعظم در

تفاضل است وهمچنین اگر تفاضل را تنصیف نمایند پس مسطح مساوي مربع اصغر ومسطح اصغر در ضعف نصف تفاضل خواهد بود وبرین تعبیرات استخراج هردو ضلع مسطح که تفاضل ضلعین معلوم باشد به سه طریق میتواند شد

طریق اول اگر مسطح را مساوي مربع اصغر ومسطح اصغر در تفاضل تعبیر نمایم پس استخراج ضلع اصغر بقاعدهٔ استخراج مال زائد خواهد شد چنانچه در مطلب دوازدهم بیان کرده شود ان شاء الله تعالی

طریق دویم اگر مسطح را مساوي مربع اعظم الا مسطح اعظم در قدر تفاضل تعبیر نمایم استخراج ضلع اعظم بقاعدهٔ استخراج مال ناقص خواهد شد واین را نیز در مطلب دوازدهم مبین خواهم نمود

طریق سیوم اگر مسطح را مساوي مربع اصغر ومسطح اصغر در ضعف نصف تفاضل تعبیر کنم پس عدد مربع نصف تفاضل بر آن عدد مسطح افزوده جذر آن بگیرم که آن مجموع اصغر وقدر تفاضل خواهد بود چراکه در اصول منازل گفته شد که مربع عدد مساوي مربعین قسمین او ومسطح یک قسم در ضعف قسم آخر مي شود پس هرگاه مسطح مساوي مربع اصغر ومسطح اصغر در ضعف نصف تفاضل بود ومربع نصف تفاضل بران افزودم پس مجموع مربع اصغر ومربع نصف تفاضل ومسطح اصغر در ضعف نصف تفاضل شد که مجذور مجموع اصغر ونصف تفاضل است وهرگاه از جذر آن نصف تفاضل ساقط کنم اصغر باقي خواهد ماند واگر نصف تفاضل بینهما اعظم حاصل خواهد شد مثلاً خواستم که هردو ضلع یک صد وبست بدانم وتفاضل بین الضلعین دو است پس واحد را که مربع نصف تفاضل است بر یک صد وبست افزودم یک صد وبست ویک شد وجذر آن گرفتم یازده برآمد وهرگاه از ان واحد را که نصف تفاضل است ساقط کردم باقي ده ضلع اصغر شد وهرگاه واحد را افزودم دوازده ضلع اعظم شد واین قاعده از متعلقات جبر ومقابله است

*مطلب دوازدهم در استخراج ضلع اول مضلعات زائده وناقصه که به سبب آن اکثر مسائل جبر ومقابله که حل آن مشکل است حل مي شوند *

هرگاه دانستي که مضروب عدد في نفسه را مال ومضروب مال در آن عدد را کعب ومضروب کعب دران عدد را مال مال گویند وهمچنین جمیع مضلعات الی غیر النهایه است پس بدانکه مضلع زائد آنست که بران مضروب عددي معلوم در ضلع اول خواه در مضلع از مضلعات سابقه بینهما مثلاً مال زائد آنست که بر جذر عددي معلوم افزوده مجموع را دران جذر ضرب کنند خواه عددي را

درجذر ضرب کرده بر مال بیفزایند چنانکه گویند یکصد وبست راکه یک مال ودو شیء است وهمچنین
کعب زائد آنست که بران مضروب عددي در شيء خواه در مال خواه در هردو بیفزایند چنانکه
گویند یک هزار وبست رایک کعب ودو شيء است ویک هزار ودوصد رایک کعب ودو مال است
ویک هزار وسه صد وچهل رایک کعب وسه مال وچهار شيء است وقِسْ عَلَى هَذَا وهمچنین
مضلع ناقص آنست که از ان مضلع مضروب عددي معلوم در ضلع اول خواهد در مضلع از مضلعات
سابقهٔ او نقصان کنند چنانکه گویند یک صد وبست یک مال الا دو شيء است وعَلَى هَذَا القِيَاس
وطریق استخراجش چنانست که اعداد در یک سطر بنویسند وبالاي آن خط عرضي بکشند
وجدول ثبت نمایند چنانچه در استخراج مضلعات کشیده میشود الا فرق درین جدول اینست
که شکل منبري نمیکشند بلکه شکل مسطح به شکل جدولي که صاحب خلاصة الحساب براي
قسمت وجذر مقرر نموده میکشند وبجاي درجات منبر نقطهٔ علامت میگذارند وصفوف
مضلعات سابقهٔ آن نیز بهمان طریق درست سازند وعدد زائد را در مضلع زائد وناقص را در
مضلع ناقص در اسفل هر صف که بلحاظ ضرب صعوداً ونزولاً نظیر اوست ثبت نمایند بطوریکه
آحاد آن در نقل اخیر محاذي آحاد اعداد مضلع مفروض افتد مثلاً در کعب چهار شيء زائد
عدد چهار را که زائد است در صف مال نویسند بحیثیتیکه بنقل یک مرتبه در نقل اخیر محاذي آحاد
اعداد کعب واقع شود پس اگر علامت کعب که بالاي جدول نهاده اند چهار است سه مرتبهٔ
نقل خواهد شد درینصورت چهار را در مرتبهٔ الوف نویسند که در نقل اول بمرتبهٔ مئات ودر نقل
دویم بمرتبهٔ عشرات ودر نقل سیوم بمرتبهٔ آحاد خواهد افتاد ودر کعب شش مال زائد عدد شش
را در صف ضلع نویسند بحیثیتیکه بنقل دو ومرتبه محاذي آحاد اعداد کعب افتد پس اگر علامت
کعب چهار است ونقل سه مرتبه خواهد شد شش را در مرتبهٔ الوف الوف که مرتبهٔ هفتم از مراتب
اعداد است بنویسند وهمچنین ناقص را پس در مضلعات زائده استخراج ضلع اول نمایند چنانکه
در مطلب هشتم گفته شد واعداد زائدهٔ هر صف را مع اعداد آن صف جمع کرده ضرب وجمع ونقل
چنانکه قاعدهٔ استخراج مضلعات است سازند مثلاً خواستم ضلع اول این اعداد ۲۰۱۴۳۳۹۶۶۱۸۲۴
که مال کعب ودوصد وسیزده مال مال است بدانم پس بعد رسم جدول وعلامت دوصد
وسیزده را که عدد زائد است در صف ضلع بحیثیتیکه آحاد آن در مرتبهٔ نهم که مئات الوف الوف

است واقع شد نوشتم وجهت نوشتن درصف ضلع اینست که باعتبار اصول منزل مال کعب
صف ضلع نظیر صف مال مال است وسبب نوشتن آحاد بمرتبهٔ نهم این ست که باعتبار نقل
اعداد صف ضلع بطرف یمین که در مال کعب بگذاشتن چهار چهار خانه مي شود وبه سبب
علامت که سه است دو مرتبه نقل خواهد شد لهذا هشت مراتب عددي گذاشته در مرتبهٔ نهم
نوشته شد بعد ازان طلب کردم عددي راکه مال کعب آنرا از اعداد علامت اخیر وحاصل
الضرب اعداد زائد را از محاذات ساقط توان کرد عدد دو را یافتم آنرا بالاي علامة ومحاذي
آن درصف ضلع نوشتم وجمع کردم درصف ضلع این عدد شد ۴۱۳ آنرا در فوقاني ضرب کرده
درصف مال نوشتم این عدد شد ۸۲۶ وآنرا در فوقاني ضرب کرده درصف کعب نگاشتم این عدد
گردید ۱۶۵۲ وآنرا در فوقاني ضرب کردم درصف مال مال این ۳۳۰۴ نوشتم وآنرا در فوقاني
ضرب کرده واین عدد ۶۶۰۸ را از اعداد مضلع که محاذي آن بود ساقط کردم باقي ۳۵۳۵ را
تحت خط عرضي نوشتم وفوقاني برتحتاني افزودم واین ۶۱۳ را در فوقاني ضرب کرده
درصف مال ۱۲۲۶ افزوده وجمع نموده این ۲۰۵۲ را در فوقاني ضرب ساخته درصف کعب
۴۱۰۴ افزوده وجمع نموده ۵۷۵۶ را در فوقاني ضرب نموده ۱۱۵۱۲ درصف مال مال نوشتم
وجمع ساخته ۱۴۵۱۶ را یک مرتبه بطرف یمین نقل نمودم وباز فوقاني را برتحتاني افزوده
وجمع کرده ۸۱۳ را در فوقاني ضرب کرده ۱۶۲۶ را درصف مال افزوده وجمع نموده ۳۶۷۸
را در فوقاني ضرب کرده ۷۳۵۶ را درصف کعب نوشته وجمع ساخته ۱۳۱۱۲ را دو مرتبه بطرف
یمین نقل نمودم وباز فوقاني را برتحتاني افزودم ۱۰۱۳ را در فوقاني ضرب کرده درصف مال
۲۰۲۶ را نوشته وجمع ساخته ۵۷۰۴ را سه مرتبه نقل نمودم وباز فوقاني را برتحتاني افزوده ۲۱۳ را
چهار مرتبه بطرف یمین نقل نمودم وباز طلب عدد دیگر کردم نهم را یافتم آنرا بالاي علامت
دویم نوشتم ومحاذي آن درصف ضلع ۱۲۶۳ شد وبهمان طریق عمل نمودم پس ضرب وجمع
درصف مال ۶۳۳۵۵ ودرصف کعب ۱۶۲۷۹۷۵ ودرصف مال مال ۲۲۹۵۱۸۷۵ ودرصف عدد
۱۱۴۷۷۹۳۷۵ را ساقط کرده باقي ۲۰۵۷۴۵۹۱۱۸۲۴ را که تا علامت آخر از اعداد صف عدد باقي
تحت خط عرضي نوشتم وبعد ازان باز فوقاني را بطور سابق هر بار برتحتاني افزوده وضرب
کرده ودر هر صف جمع ساخته ونقل نمودم پس اعداد منقول صف مال مال ۳۲۸۴۳۷۵۰ را اعداد

منقول صف کعب ۲۳۶۱۲۵۰ واعداد منقول صف مال ۸۳۸۰۰ ومنقول صف ضلع ۱۴۶۳ گردید پس باز عدد دیگر طلب کردم شش را یافتم آنرا بالای علامت ومحاذی آن درصف ضلع نوشتم وعمل نمودم پس بعد عمل درصف ضلع ۱۴۶۹ ودرصف مال ۸۴۶۸۱۴ ودرصف کعب ۲۴۱۲۰۵۸۸۴ ودرصف مال مال ۳۴۲۹۰۹۸۵۳۰۴ ودرصف عدد ۲۰۵۷۴۵۹۱۱۸۲۴ گردید وهیچ باقی نماند وهذه صورته (جدول ۴۴)

مثال آخر خواستم که ضلع اول این اعداد ۱۴۹۷۶۶۳۱۹۸۷۲۰۰۰ که یک مال کعب ویک صد وچهل وچهار کعب است بدانم پس بعد رسم جدول وعلامت عدد زائد را که یک صد وچهل وچهار است درصف مال که باعتبار اصول منزل نظیر کعب است در مرتبهٔ سابعه که به سبب سه علامت ونقل دوبار به سه سه مرتبه متصور است نوشتم وطلب کردم اکثر عددی از آحاد برای علامت اخیره شش را یافتم آنرا بالای علامت اخیر وتحتانی درصف ضلع محاذی آن نوشتم وحاصل ضرب را درصف مال نگاشتم درصف مال ۳۶۰۱۴۴ شد آنرا در فوقانی ضرب نموده ۲۱۶۰۸۶۴ را درصف کعب نوشته ودر فوقانی ضرب کرده ۱۲۹۶۵۱۸۴ را درصف مال مال نگاشته وباز ضرب کرده ۷۷۷۹۱۱۰۴ را درصف عدد نوشته ساقط کردم وباقی را تحت آن نوشتم وباز فوقانی را بر تحتانی افزوده وجمع کرده ۱۲ را در فوقانی ضرب نموده درصف مال افزوده جمع نمودم ۱۰۸۰۱۴۴ را باز در فوقانی ضرب نموده درصف کعب افزوده جمع ساختم ۸۶۴۱۷۲۸ را در فوقانی ضرب نموده درصف مال مال جمع کردم و ۶۴۸۱۵۵۵۲ را یک مرتبه نقل نمودم وهمچنین باز فوقانی را بر تحتانی افزوده جمع ساختم پس درصف ضلع ۱۸ ودر صف مال ۲۱۶۰۱۴۴ ودرصف کعب ۲۱۶۰۲۵۹۲ گردید آنرا دو مرتبه نقل کرده وباز فوقانی را بر تحتانی افزوده ضرب وجمع ساختم درصف ضلع ۲۴ ودرصف مال ۳۶۰۰۱۴۴ شد آنرا سه مرتبه نقل نمودم وباز فوقانی را بر تحتانی افزوده وجمع کرده ۳۰ را چهار مرتبه درصف ضلع نقل ساختم وطلب عدد دیگر کردم هشت را یافتم بالای علامت دویم ومحاذی آن درصف ضلع نوشتم درصف ضلع ۳۰۸ شد وآنرا بدستور ضرب وجمع نمودم پس درصف مال ۳۸۴۶۵۴۴ ودرصف کعب ۲۴۶۷۹۸۲۷۲ ودرصف مال مال ۸۴۵۵۹۴۱۳۷۶ وتحت عدد ۶۷۶۴۷۵۳۱۰۰۸ شد آنرا ساقط کردم وباقی را تحت خط عرضی نوشتم بعد از آن فوقانی را بر تحتانی افزوده وضرب وجمع

نموده بدستور عمل نمودم پس منقول صف مال مال ۶۸ ۵۵ ۱۰۶۹۲۶۸ یک مرتبه و منقول صف کعب ۳۱۴۴۶۱۳۷۶ دو مرتبه و منقول صف مال ۴۶۲۴۱۴۴ سه مرتبه و منقول صف ضلع ۳۴۰ چهار مرتبه بطرف یمین شد و باز طلب کردم عدد دیگر چهار را یافتم و ضرب و جمع کردم در صف ضلع ۳۴۰۴ و در صف مال ۴۶۳۷۷۶۰ و در صف کعب ۴۱۶۳۱۶۴۸۰۰ و در صف مال مال ۱۰۸۱۹۲۱۲۱۶۰۰۰ و در تحت عدد ۴۳۲۷۶۸۴۸۶۴۰۰۰ شد و هیچ باقی نماند و هذه صورته (جدول ۴۵)

مثال دیگر خواستم که ضلع اول این عدد ۵۵۷۲۱۲۵۸۳۲۰۰۸ که مال کعب و دو صد و نود کعب و هفتاد و شش مال و پنجاه و دو شي است بدانم پس بعد رسم جدول و علامت عدد زائد دو صد و نود را در صف مال که نظیر کعب باعتبار اصول منزل است بمرتبهٔ سابعه نوشتم و هفتاد و شش را در صف کعب که نظیر مال بود بمرتبهٔ پنجم نگاشتم و پنجاه و دو را در صف مال مال که نظیر شيء بود بمرتبهٔ سیوم نوشتم تا که در نقل اخیر آحاد هر صف محاذي آحاد صف عدد افتد پس طلب عددي کردم براي علامت اخیر سه را یافتم بالاي علامت و در صف ضلع محاذي آن نوشتم و ضرب و جمع کردم پس در صف مال ۹۰۲۹۰ و در صف کعب ۲۷۰۲۶۹۰۷۶ و در صف مال مال ۸۱۲۶۱۲۲۸۵۲ و تحت عدد ۲۴۳۷۸۳۶۸۵۵۶ گردید آنرا ساقط کرده باقي را تحت خط عرضي نوشتم و فوقاني را بر تحتاني افزوده همچنان هر بار ضرب و جمع و نقل کردم پس منقول یک مرتبه در صف مال مال ۴۰۵۷۸۳۴۵۶۵۲ و منقول دو مرتبه در صف کعب ۲۷۰۲۶۹۰۷۶ و منقول سه مرتبه در صف مال ۹۰۰۲۹۰ و منقول چهار مرتبه در صف ضلع ۱۵ شد باز طلب عدد دیگر براي علامت دویم نمودم پنج را یافتم بالاي و محاذي در صف ضلع نوشتم و بدستور ضرب و جمع نمودم پس در صف ضلع ۱۵۵ و در صف مال ۹۷۷۱۹۰ و در صف کعب ۳۱۹۱۵۰۵۷۶ و در صف مال مال ۵۶۵۳۵۸۷۴۴۵۲ و تحت عدد ۲۷۲۶۷۹۳۷۲۲۶۰ نوشته ساقط کردم باقي را تحت خط عرضي نگاشتم و باز فوقاني را بر تحتاني بدستور افزوده و جمع و ضرب ساختم پس منقول صف مال مال ۷۵۱۳۷۸۷۸۲۵۲ و منقول صف کعب ۴۲۹۰۵۴۵۷۶ و منقول صف مال ۱۲۲۵۲۹۰ و منقول صف ضلع ۱۷۵ گردید باز طلب نمودم عددي را بر علامت اول چهار را یافتم و بالاي علامت و محاذي آن در صف ضلع نوشته بدستور ضرب و جمع نمودم پس در صف ضلع ۱۷۵۴ و در صف مال ۱۲۳۲۳۰۶ و در صف کعب ۴۳۳۹۸۳۸۰۰ و در صف مال مال ۷۶۷۷۳۷۱۳۴۵۲

صف عدد صف مال صف کعب

جدول ۴۲

صف مال صف کعب صف عدد

صف کعب صف مال صف عدد

جدول ۴۳

صف مال صف کعب

جدول ۴۴

صف کعب صف مال

جدول ۴۵

صف مال صف کعب

صف کعب صف مال صف عدد

وتحت عدد ۳۰۷۴۹۵۲۵۳۸۰۸ گردید آنرا ساقط کردم هیچ باقي نماند هذا جدوله (جدول ۴۵)
ودر مضلعات ناقصه هم اعداد ناقص را در صف هاي نظائران بطوریکه در زائد مي نویسند
بنویسند الا در زائد آن عدد را جمع مي کردند اینجا ناقص باید نمود و باید دانست که نقصان
صرف مرتبهٔ اول میشود ودر هر علامت نقصان نمي شود مثلاً خواستم که ضلع اول این اعداد
۵۱۶۱۴۸۵۳۰۹۲۰۶۴ که مال کعب الا ۵۶۴ مال مال است بدانم پس بعد رسم جدول وعلامت
اعداد ناقص را در اسفل صف ضلع که نظیر مال مال است بمرتبهٔ هشتم نوشتم وطلب کردم
عددي را براي علامت اخیر که اگر آنرا در صف ضلع محاذي علامت نوشته عدد ناقص را
بلحاظ مراتب عددي از وساقط کنم وباقي را در فوقاني براي هر صف ضرب کرده از اعداد
صف عدد که محاذي آن باشد ساقط توانم کرد پس هفت را یافتم چرا که عدد پنج که در مرتبهٔ مئات
عدد ناقص است محاذي علامت اخیر بود درینصورت هرگاه هفت را در صف ضلع نوشتم
عدد ناقص را از وساقط کردم بلحاظ مراتب عددي از هفتصد عدد پانصد وشصت وچهار ساقط شد
ویک صد وسي وشش باقي ماند آنرا بالاي خط عرضي در صف ضلع نوشته ودر فوقاني ضرب
کرده در صف مال نوشتم و۹۵۲ را در فوقاني ضرب نموده در صف کعب نگاشتم و۶۶۶۴ را در فوقاني
ضرب ساخته در صف مال مال نوشتم و۴۶۶۴۸ را در فوقاني ضرب کرده تحت عدد نوشتم
۳۲۶۵۳۶ را ساقط نموده باقي را تحت خط عرضي نگاشتم وفوقاني را در صف ضلع افزوده
وجمع ساخته وضرب نموده بدستور در هر صف جمع کرده ونقل بطرف یمین نمودم پس
در صف مال مال ۴۲۶۶۹۲ ودر صف کعب ۱۷۷۱۸۴ ودر صف مال ۳۳۲۰۸ ودر صف ضلع
۲۹۳۶ گردید پس باز طلب کردم عدد دیگر براي علامت ثاني سه را یافتم وآنرا بالاي علامت
ودر صف ضلع محاذي آن نوشتم وجمع نمودم پس در صف ضلع ۲۹۶۶ گردید وآنرا بدستور
در فوقاني ضرب کرده در هر صف نگاشتم در صف مال ۳۴۰۹۷۸ ودر صف کعب ۱۸۷۴۱۳۳۴
ودر صف مال مال ۴۸۲۹۱۶۰۰۲ وتحت عدد ۱۴۴۸۷۴۸۰۰۶ شد آنرا ساقط کرده وباقي را تحت
خط عرضي نوشتم وباز فوقاني را بر اعداد صف ضلع بدستور افزوده ودر هر صف ضرب وجمع
ساخته نقل نمودم پس در صف مال مال ۵۴۲۲۸۹۶۹۸ ودر صف کعب ۲۰۸۶۸۳۶۴ ودر صف
مال ۳۶۸۲۱۲ ودر صف ضلع ۳۰۸۶ گردید باز طلب کردم عددي را براي علامت اول هشت را

یافتم وبالای علامت ودرصف ضلع محاذي آن نوشته وجمع نمودم درصف ضلع ۳۰۹۳ گردید آنرا درهرصف ضرب وجمع نمودم پس درصف مال ۳۷۰۶۸۷۲ ودرصف کعب ۲۱۱۶۴۹۱۳۷۶ ودرصف مال مال ۵۵۹۲۲۱۶۲۹۰۰۸ وتحت عدد ۴۴۷۳۷۷۳۰۳۲۰۶۴ نوشته ساقط کردم هیچ باقي نماند هذا جدوله (جدول ۴۱)

وهمچنین اعداد ناقص باعتبار نظائر اصول منازل درهرصف که واقع شود از اعداد آن صف بلحاظ مراتب عددي ساقط نموده عمل باید نمود

* فائده باید دانست که گاهي عدد علامت زیاده از مراتب عدد ضلع اول درمضلعات زائده واقع مي شود هرگاه حواصل مضروبات عدد اخیر زائده از محاذي صف عدد ساقط نمیتوانند شد پس بعد نوشتن جدول وعلامت هیچ عددي براي علامت اخیر یافته نخواهد شد درینصورت مي باید که اعداد زائده را اولا درهرصف که نظیر اوست بطوریکه گفته شد نوشته بعد ازان بطرف یمین نقل کنند چنانکه براي حصول عدد علامت ثاني نقل میکردند وبرعلامت اخیر صفر گذارند وبراي علامت ثاني طلب عدد نموده عمل نمایند مثلا خواستم که ضلع اول این اعداد ۴۸۹۷۷۲۸ که یک کعب وسي وچهار هزار مال است بدانم پس بعد رسم جدول سه علامت بالاي جدول افتاد وهرگاه آحاد عدد زائد را درصف ضلع که نظیر مال بود بلحاظ مراتب نقل درخانهٔ پنجم نوشتم سه صد وچهل مقابل چهار افتاد پس براي علامت اخیر هیچ عدد یافته نشد لهذا عدد صف ضلع را درخانه بطرف یمین نقل نمودم وبراي علامت دویم طلب عددي کردم واحد برآمد چرا که سي وچهار مقابل چهل وهشت است پس آنرا بالاي علامت دویم ومحاذي آن درصف ضلع نوشته وجمع نموده وضرب درفوقاني کرده ۳۴۰۱۰ را درصف مال نوشتم همان عدد بعینه گردید وباز آنرا درفوقاني ضرب کرده تحت عدد نوشتم وساقط کردم وباقي را تحت خط عرضي نگاشتم وباز فوقاني برتحتاني افزوده وجمع نموده وباز جمع وضرب کرده درهرصف نقل نمودم پس درصف مال منقول یک مرتبه بطرف یمین ۶۸۰۳۰ ودرصف ضلع منقول درمرتبه بطرف یمین ۳۴۰۳۰ شد وباز طلب عدد دیگر براي علامت اولي کرده درو یافتم آنرا بالاي علامت ومحاذي آن درصف ضلع نوشتم وجمع وضرب نمودم پس درصف ضلع ۳۴۰۳۲ ودرصف مال ۷۴۸۳۶۴ ودرصف عدد ۱۴۹۶۷۲۸ گردید آنرا ساقط کردم هیچ باقي نماند هذا صورته (جدول ۴۲)

صف عدد

صف الالف

صف کعب

جدول

صف مال

صف ضلع

صف عدد

صف الالف

صف کعب

صفحه ۲۴

جدول

صفحه ۲۶

صف مال

صف ضلع

*فائده وهمچنین در ناقص هم گاهي براي علامت اخیر عددي یافته نمي شود بلکه علامت دیگر بطرف یسار خارج جدول نهادن وخانه ها کشیدن ضرور مي شود بسبب اینکه اعداد مراتب عددي ناقص که در صف ضلع واقع مي شود کم از عدد علامت خواهد بود یا زیاده یا مساوي پس اگر عدد مراتب ناقص کم باشد نقصان آن از عدد خارج که بالاي علامت اخیر خواهد بود مي تواند شد چنانچه از مثال معلوم شود واگر زیاده باشد پس بقدر اعداد مراتب عدد ناقص علامت نهادن ضرور است وبراي آن خانه هاي دیگر بطرف یسار جدول درست باید کرد الا اینکه در آن خانه ها در صف عدد هیچ مرقوم نخواهد شد واگر عدد مراتب ناقص مساوي علامت باشد پس باید دید که عددي زائد از اخیر اعداد ناقصه براي علامت اخیر بلحاظ اینکه مضروبات مضلعات آن بعد اسقاط اعداد ناقص از صف عدد باعتبار محاذات ساقط مي تواند شد یافته مي شود یا نه اگر یافته شود بهتر است والا همان عدد مرتبهٔ اخیر ناقص را بالاي علامت اخیر و محاذي آن در صف ضلع نوشته مضلعات آنرا تا صف آخر رسانیده یک خانه نقل کنند وباز فوقاني را بر تحتاني افزوده در هر صف نقل بدستور سازند وباز طلب کنند عددي را براي علامت ثاني که زائد از رقم مرتبهٔ دویم اخیر عدد ناقص باشد پس اگر یافته شود آنرا بالاي علامت دویم و تحت آن محاذي در صف ضلع نویسند واز فوقاني اعداد ناقص را بعد اسقاط مرتبهٔ اخیر که سابق بر علامت اخیر نوشته شده است بلحاظ مراتب عددي ساقط نموده باقي فوقاني را تحت خط عرضي فوق جدول نویسند وتحتاني را در فوقاني ضرب کرده در هر صفوف جمع نموده وحاصل جمع صف اخیر را در فوقاني ضرب کرده تحت عدد بنویسند بلحاظ اینکه آحاد حاصل ضرب محاذي آحاد باقي فوقاني افتد واز صف عدد ساقط نمایند وباز فوقاني را بر تحتاني افزوده وجمع نموده در فوقاني ضرب کرده وحاصل جمع صف دویم را در باقي فوقاني ضرب نموده در صف اخیر جمع کرده نقل نمایند وباز فوقاني را بر تحتاني افزوده وجمع کرده در فوقاني ضرب نموده وحاصل ضرب صف سیوم اخیر را در فوقاني ضرب نموده در صف دویم اخیر نقل کنند وهمچنین در هر صف الا در صف ضلع که براي نقل باقي فوقاني را افزوده نقل خواهند کرد واگر براي علامت دویم هم عددي یافته نشود عدد دویم مرتبهٔ اخیر اعداد ناقص را بالاي علامت دویم هم نویسند ودر هر صف ضرب وجمع نمایند

وبدستور درهر صف نقل سازند و از صف عدد ساقط نکنند تا که عدد دیگر سوای اعداد ناقصه برآید وعلی هذا القیاس درجمیع مراتب مثلاً خواستم که ضلع اول این اعداد ۱۵۵۶۹۵۶۰۵۴۶۸۷۵ که مال کعب الاشش صد مال مال است بدانم پس بعد رسم جدول وعلامت مرتبهٔ آحاد عدد ناقص که ۶۰۰ بود در صف ضلع که نظیر مال مال بود بخانهٔ نهم نوشتم چون رقم شش محاذی علامت اخیر افتاد وهیچ عددی زائد از شش برای علامت اخیر یافته نشد لهذا همان شش را فوق علامت اخیر نوشته وضرب نموده ودر هر صف نوشته نقل کردم پس در صف مال مال ۱۲۹۶ منقول بیک خانه ودر صف کعب ۸۶۴ منقول بدو خانه ودر صف مال ۲۱۶ منقول به سه خانه ودر صف ضلع ۲۴ منقول بچهار خانه شد باز برای علامت دویم طلب عدد دیگر کردم هفت را یافتم بالای علامت ثانی ودر صف ضلع محاذی آن نوشته ودر هر صف ضرب وجمع نمودم پس در صف ضلع ۲۴۷ ودر صف مال ۲۳۳۲۹ ودر صف کعب ۱۰۲۷۳۰۳ ودر صف مال مال ۲۰۱۵۱۱۲۱ وتحت عدد ۱۴۱۰۵۷۸۴۷ گردید آنرا ساقط کرده باقی را تحت خط عرضی نوشتم وفوقانی را بر تحتانی افزوده همچنان ضرب وجمع نموده در هر صف نقل کردم پس در صف مال مال ۲۸۵۷۲۴۸۵ ودر صف کعب ۱۳۹۱۵۹۰ ودر صف مال ۲۸۸۱۰ ودر صف ضلع ۲۷۵ گردید باز طلب عدد دیگر کردم پنج را یافتم بالای علامت اول ومحاذی آن در صف ضلع نوشتم ودر هر صف ضرب وجمع نمودم پس در صف ضلع ۲۷۵۵ ودر صف مال ۲۸۹۴۷۱۵ ودر صف کعب ۱۴۰۶۰۶۳۸۷۵ ودر صف مال مال ۲۹۲۷۵۱۶۹۳۷۵ ودر صف عدد ۱۴۶۳۷۷۵۸۴۶۸۷۵ گردید وآنرا ساقط کردم هیچ باقی نماند وهذه صورته (جدول ۴۸)

مثال دیگر خواستم ضلع اول این عدد ۷۳۰۳۷۶۵۶۲۵۰۰ که مال کعب الاششصد وهفتاد ویک مال مال است بدانم پس بعد رسم جدول وعلامت چون برای عدد اخیر عددی زائد از شش که عدد اخیر ناقص است یافته نشد لهذا همان شش را بالای علامت اخیر نوشته وضرب نموده در هر صف نوشتم پس در صف ضلع شش ودر صف مال ۳۶ ودر صف کعب ۲۱۶ ودر صف مال مال ۱۲۹۶ ودر صف مال مال رقم مرتبهٔ الوف خارج از جدول واقع شد پس رقوم صف مال مال را بصورته بطرف یمین نقل نمودم وباز فوقانی را بر تحتانی افزوده وجمع کرده در صف کعب [illegible] را دو مرتبه نقل ساختم وباز فوقانی را بر تحتانی افزوده وضرب وجمع کرده در صف مال [illegible] را [illegible]

صف عدد صف مال صف کعب

صف مال

صف ضلع

جدول ۸۷

صفحه ۹۶

صف مال صف عدد

صف ضلع

جدول ۸۷

صفحه ۹۶

صف مال صف عدد

صف کعب

صف مال

صف ضلع

جدول

صفحه ۹۷

نقل نمودم وباز فوقاني را برتحتاني افزوده وجمع نموده درصف ضلع ۲۴ را چهار مرتبه نقل کردم وباز طلب عدد دیگر براي علامت دویم نمودم که زیاده از هفت که عدد مرتبهٔ عشرات ناقص است باشد نیافتم پس همان را بالاي علامت دویم نهادم ومحاذي آن نوشته ضرب وجمع نموده در هرصف نقل ساختم درصف مال مال ۲۰۱۵۱۱۲۱ منقول یک مرتبه بطرف یمین ودر صف کعب ۱۲۰۳۰۵۲ منقول دو مرتبه بطرف یمین ودرصف مال ۲۶۹۳۴ منقول سه مرتبه بطرف یمین ودرصف ضلع ۲۶۸ منقول چهار مرتبه بطرف یمین شد پس باز طلب عددي براي علامت اول کردم که زائد از واحد باشد عدد پنج را یافتم آنرا بالاي علامت ومحاذي آن درصف ضلع نوشته درهرصف ضرب وجمع کردم پس درصف ضلع ۲۶۸۵ ودرصف مال ۲۷۰۶۸۲۵ ودرصف کعب ۱۲۱۶۵۸۶۱۲۵ ودرصف مال مال ۲۰۷۵۹۴۱۳۰۶۲۵ گردید آنرا درچهار که بعد اسقاط واحد از پنج باقي مانده ضرب نمودم ودرصف عدد نوشتم ۸۳۰۳۷۶۵۶۲۵۰۰ وساقط کردم هیچ باقي نماند هذا جدوله (جدول ۴۹)

مثال دیگر خواستم که ضلع اول این عدد را ۷۰۵۱۶۹۷۸۴۱۵۰۰ که مال مال الا ۲۶۴۱ کعب است بدانم پس بعد رسم جدول وعلامت چون عدد مراتب ناقص چهار بود وعدد علامت سه لهذا براي یک علامت دیگر خارج جدول یک خانه نوشته شد چراکه عدد اخیر ناقص دوا بست وکعب آن هشت است لهذا یک خانه کافي شد وهمان دو را بر علامت اخیر ومحاذي آن درصف ضلع نوشته ضرب ونقل کردم پس درصف کعب منقول یک مرتبه هشت ودرصف مال منقول دو مرتبه ۱۲ ودرصف ضلع منقول سه مرتبه ۶ گردید باز براي علامت دویم عددي طلب کردم که زائد از شش باشد نیافتم چراکه درصف کعب ۸ مقابل ۸ که درصف عدد است افتاده پس همان شش را که در مرتبهٔ مئات ناقص بود بالاي علامت ثاني نوشتم ومحاذي آن درصف ضلع نوشته ضرب وجمع نموده درهرصف نقل کردم پس درصف کعب منقول یک مرتبه ۱۷۵۷۶ ودرصف مال منقول دو مرتبه ۲۰۲۸ ودرصف ضلع منقول سه مرتبه ۷۸ گردید باز براي علامت ثالث طلب عددي کردم هشت را یافتم آنرا بالاي علامت ومحاذي آن درصف ضلع نوشتم واز عدد فوقاني که هشت بود آنچه را که از عدد ناقص باقي مانده بود بلحاظ مرتبه که عدد فوقاني که ۸۰ بود نقصان کرده باقي را ضم آنچه عدد فوقاني بالاي علامت نوشتم وفوقاني را که هشت بود

که

درتحتاني که ۷۸۸ بود ضرب کرده درصف مال ۶۳۰۴ افزوده وجمع نموده ۲۰۹۱۰۴ رادر فوقاني ضرب کرده درصف کعب ۱۶۷۲۸۳۲) افزوده وجمع ساخته ۱۹۲۴۸۸۳۲ رادرباقي فوقاني که ۳۹ بود ضرب کرده ۷۵۰۷۰۴۴۴۸ رادرصف عدد بحيثيتيکه آحاد محاذي عدد نه که درباقي فوقاني بمرتبهٔ آحاد است افتاد نوشته ساقط کردم وباقي راتحت خط عرضي نوشتم وباز هشت فوقاني رابرتحتاني افزوده وجمع کرده ۷۹۶ رادرفوقاني ضرب نموده درصف مال ۶۳۶۸ افزوده وجمع کرده ۲۱۵۴۷۲ رادر ۳۹ که باقي فوقاني بود ضرب ساخته ۸۴۰۳۴۰۸ رادرصف کعب افزوده وجمع ساخته ۲۰۰۸۹۱۷۲۸ رایک مرتبه بطرف يمين نقل نمودم وباز هشت فوقاني را برتحتاني افزوده وجمع کرده ۸۰۴ رادر ۳۹ که باقي فوقاني بود ضرب نموده درصف مال ۳۱۳۵۶ افزوده وجمع نموده ۲۱۸۶۰۷۶ رادومرتبه نقل ساختم وباز ۳۹ باقي فوقاني رابرتحتاني افزوده وجمع ساخته ۸۰۷۹ رادرصف ضلع سه مرتبه نقل نمودم وطلب کردم عددي ازآحاد براي علامت اول پنج رايافتم بالاي علامت ودرصف ضلع محاذي آن نوشتم درصف ضلع ۸۰۸۴ شد آنرادرفوقاني ضرب کرده ۴۰۴۲۰ رادرصف مال افزوده وجمع ساخته ۲۱۹۰۱۱۸۰ رابار درفوقاني ضرب نموده ۱۰۹۵۰۵۹۰۰ رادرصف کعب افزوده وجمع نموده ۲۰۱۹۸۶۷۸۷۰۰ را درفوقاني ضرب کرده ۱۰۰۹۹۳۳۹۳۵۰۰ رادرصف عدد نوشتم وساقط کردم هيچ باقي نماند هذا جدوله (جدول ۵۰)

* فائدهٔ ديگر وهمچنين اگر ضلع زائد وناقص باشد پس زائد رادرصفوف نظائر زياده نموده وناقص راازاعداد صفوف نظائر نقصان کرده استخراج ضلع اول توان نمود ليکن بايد که اگر مراتب عدد ناقص به سبب نظير متعلق صف ضلع باشد دراين لحاظ کرده شود درصورتيکه مراتب عدد ناقص زياده ازعدد علامت باشد خواه مساوي عدد علامت بود اگر عدد خارج براي علامت اخير يافته نشود درينصورت بطريقيکه گفته شد جدول بايد کشيد وعدد ناقص رابالاي علامت اخير نوشته عمل بايد نموده مگر اعداد زائد درهرصف که واقع شود آنرادرفوقاني ضرب کرده نقصان کردن ضرور است ونيز درجمع وضرب ونقل آن اعداد زائد درادرفوقاني ضرب کرده درهرصف جمع نمودن واجب واين امررا ملحوظ داشتن ازواجبات است مثال خواستم که ضلع اول اين اعداد ۸۵۲۵۶۲۹۳۷۷۶۰ که مال مال ويک صدوبست مال ۲۶۴۱۷۱

کعب و ۴ شيء است بدانم پس بعد رسم جدول و علامت چون عدد مراتب ۲۶۴۱ که ناقص و نظير ضلع است چهار بود و عدد علامت سه لهذا یک خانه در جدول براي یک علامت دیگر زیاده کشیدم و عدد ناقص چهار شيء را که چهار است در صف کعب که نظیر اوست در خانهٔ چهارم نوشتم که به نقل سیوم در خانهٔ آحاد افتد و بالاي آن خط محو کشیدم و ۱۲۰ را که زائد است در صف مال که باعتبار اصول منزل نظیر او بود نوشتم و چون ۲۶۴۱ ناقص کعب که نظیر ضلع است در صف ضلع نقصان نمي تواند شد لهذا عدد دو را بالاي علامت و محاذي آن در صف ضلع نوشته و فوقاني را در تحتاني ضرب نموده در صف مال نوشتم در صف مال این عدد شد ۴۰۰۰۱۲۰ باز آنرا در فوقاني ضرب نموده در صف کعب نوشتم ۸۰۰۰۲۴۰۰۰۰ و از ان ۴ را که عدد ناقص بود نقصان نمودم و باقي را بالاي خط عرضي نوشتم این ۸۰۰۰۲۳۹۹۹۶ شد و نیز حاصل ضرب ۱۲۰ زائد را بعد اسقاط ناقص کعب که این عدد ۲۳۹۹۹۶ در صف کعب است آنرا خارج از جدول محاذي آن براي یاد نوشتم و آنرا در فوقاني ضرب نموده از صف عدد ۴۷۹۹۹۲ ساقط کردم بطوریکه آحاد آن محاذي آحاد رقم صف کعب افتد زیرا که اعداد صف کعب انچه بسبب عدد ناقص حاصل شده است ساقط نمي تواند شد که گویا پیشتر ساقط شده است لکن این اعداد زائده را که بعد ناقصه در کعب باقي میماند در عدد خارج ضرب نموده ساقط کردن ضرور است و نیز زائده مال را در عدد خارج ضرب ساخته در صف کعب افزودن واجب لهذا باز ۱۲۰ زائد را در فوقاني ضرب کرده ۲۳۰ در صف کعب افزودم و نیز بالاي عدد خارج جدول بلحاظ مراتب افزودم و جمع کردم و عدد صف کعب را یک مرتبه بطرف یمین نقل نمودم پس در صف کعب عدد منقول ۸۰۰۰۴۷۹۹۹۶ شد و در خارج جدول محاذي منقول صف کعب ۴۷۹۹۹۶ شد پس باز فوقاني را بر صف ضلع افزودم در صف ضلع ۴ شد آنرا در فوقاني ضرب نموده ۸ را در صف مال نوشتم و جمع کرده ۱۲۰۰۰۱۲۰ را دو مرتبه بطرف یمین نقل نمودم و باز فوقاني را بر صف ضلع افزوده ۶ را سه مرتبه بطرف یمین نقل نمودم و براي علامت دویم طلب عدد دیگر کردم که زائد از شش باشد نیافتم همان شش را بالاي علامت دویم و محاذي آن در صف ضلع نوشتم در صف ضلع ۶۶ شد آنرا باز در فوقاني ضرب نموده ۳۹۶ را در صف مال افزودم و جمع کردم ۸۹۶۰۱۲۰ شد آنرا باز در فوقاني ضرب نموده ۹۵۷۶۰۷۲۰ را در صف کعب نوشتم و نیز ۱۲۰ زائد صف مال

رادرفوقاني ضرب كرده ۷۲۰ برعدد خارج جدول بلحاظ مراتب افزودم درخارج ۵۵۱۹۹۶
شد آنرادرفوقاني ضرب كرده ۳۳۱۱۹۷۶ را ازصف عدد ساقط نمودم بطوريكه آحاد آن محاذي
آحاد رقم صف كعب باشدوباز ۱۲۰ رادرفوقاني ضرب نموده درصف كعب وهم برعدد خارج
افزودم وجمع نمودم ورقم صف كعب راكه ۷۵۷۶۶۲۳۹۹۶ بوديك مرتبه بطرف يمين نقل كردم
وعدد خارج محاذي آن ۶۲۳۹۹۶ شدپس بازفوقاني رابرصف ضلع افزودم ۷۲ شد آنرادر
فوقاني ضرب كرده درصف مال ۴۳۲ افزودم وجمع نموده ۲۰۲۸۰۱۲۰ رادومرتبه بطرف يمين
نقل نمودم وبازفوقاني رابرصف ضلع افزوده ۷۸ راسه مرتبه بطرف يمين نقل نمودم وطلب
عدد ديگر براي علامت ثالث نمودم ۸ رايافتم آنرابالاي علامت فوقاني ودرصف ضلع
محاذي آن نوشتم و۴ راكه ازعدد ناقص كعب كه نظير ضلع است باقي بود از ۸ كه بلحاظ مرتبه
۸۰ است ساقط نمودم و۳۹ راتحت آن بلحاظ مرتبه نوشتم وعدد صف ضلع رادرفوقاني ضرب
كرده درصف مال ۶۳۰۴ افزودم وجمع نمودم ۲۰۹۱۰۵۲۰ رابازدرفوقاني ضرب كرده درصف
كعب ۱۶۷۲۸۴۱۶۰) افزودم وجمع كردم ۱۹۲۴۹۴۶۵۵۹۶ شدونيز ۱۲۰ زائدرادرفوقاني ضرب
كرده برعددخارج ۹۶۰) افزوده محاذي رقوم صف كعب جمع نمودم ۶۳۳۵۹۶ شدچون حالا ارقام
صف كعب رادر۳۹ كه باقي فوقاني است ضرب كرده ساقط نمودن منظوراست وحاصل ضرب
۱۲۰ زائدرادرفوقاني كه هشتاداست ضرب كرده ساقط كردن مي بايدلهذا اول اعداد خارج را
كه ۶۳۳۵۹۶ بود در۴۱ ضرب كرده ۲۵۹۷۷۴۳۶ راكه حاصل ضرب است ازصف عدد ساقط
كردم بطوريكه عشرات آن محاذي آحاد صف كعب باشد چراكه ۴ بجاي علامت سيوم است
وواحد دريمين آن افتاده وهرگاه در۴ كه گويابالاي علامت سيوم متصوراست ضرب ميكردم
حاصل ضرب رامحاذي آحاد كعب مي نوشتم پس الحال ضروراست كه عشرات آن محاذي
آحاد كعب افتد وباقي راتحت خط عرضي نوشتم وارقام كعب رادر۳۹ ضرب كرده
۷۵۰۷۲۹۱۵۸۲۴۴ راازصف عدد ساقط نمودم وباقي راتحت خط عرضي نوشتم وبازفوقاني را
برصف ضلع افزودم ۷۹۶ شد آنرادرفوقاني ضرب نموده ۶۳۶۸ رادرصف مال نوشتم وجمع
نمودم ۲۱۵۴۷۳۲۰ شد آنرادر۳۹ كه باقي فوقاني بودضرب كرده حاصل راكه ۸۳۴۵۴۷۰ بود
درصف كعب نوشتم و۱۲۰ زائدرادر۴۱ ضرب كرده درصف كعب ۴۹۲۰ افزودم چراكه ۱۲۰ زائدرا

در ۸۰ ضرب یافتن ضرور است چون شامل ارقام صف مال در ۳۹ ضرب یافته لهذا در ۴۱ ضرب کرده افزودم وجمع ساختم در صف کعب ۲۰۰۸۹۸۱۵۹۹۶ شد آنرا یک مرتبه بطرف یمین نقل نمودم وباز فوقانی برصف ضلع افزودم ۸۰۴ شد آنرا در ۳۹ که باقی فوقانی است ضرب نموده ۳۱۳۵۶ را در صف مال افزودم بطوریکه عشرات آن محاذی آحاد صف ضلع باشد وجمع نموده ۲۱۸۶۰۸۸۰ را دو مرتبه بطرف یمین نقل نمودم وباز ۳۹ باقی فوقانی را برصف ضلع افزودم ۸۰۷۹ شد آنرا سه مرتبه بطرف یمین نقل کردم وطلب عدد دیگر برای علامت اول نمودم ۵ را یافتم آنرا بالای علامت ومحاذی آن در صف ضلع نوشتم وجمع نمودم در صف ضلع ۸۰۸۴ شد آنرا در فوقانی ضرب کرده ۴۰۴۲۰ را در صف مال افزودم وجمع کردم ۲۱۹۰۱۳۰۰ شد آنرا باز در فوقانی ضرب کرده ۱۰۹۵۰۶۵۰۰ را در صف کعب افزودم وجمع کردم ۲۰۱۹۹۳۲۲۴۹۶ شد آنرا در فوقانی ضرب کرده ۱۰۰۹۹۶۶۱۲۴۸۰ را از صف عدد ساقط نمودم هیچ باقی نماند هذا جدوله

(جدول ۱۵)

* فائده دیگر اگر در استخراج مضلعات زائده وناقصه طریق ضرب وتفریق وجمع زائد وناقص که در باب جبر ومقابله مذکور است ملحوظ داشته عمل نمایند احتیاج نوشتن اعداد خارج جدول وغیره نمیشود وعمل بسیار آسان میگردد *

* مطلب سیزدهم در میزان اعمال *

بدانکه هرچه از مجموع صور ارقام بعد اسقاط نه نه باقی ماند آنرا میزان عدد گویند مثلاً میزان این اعداد ۱۲۴۰۳۵۸ که مجتمع صور ارقام آن ۲۹ است وبعد اسقاط نه نه باقی دو ماند پس دو را میزان عدد گویند وهمچنین اگر صور ارقام مراتب فرد را جمع کرده ومجموع صور ارقام مراتب زوج را در ده ضرب کرده بران بیفزایند واز حاصل جمع یازده یازده ساقط کنند هرچه باقی ماند نیز میزان آن عدد است مثلاً در مثال مذکور صور ارقام مراتب فرد را که ۸ و ۳ و ۴ و ۷ بود جمع کردم بیست ودو شد ومراتب زوج را جمع نمودم هفت شد آنرا در ده ضرب کرده بر بیست ودو افزودم ۹۲ شد یازده یازده از آن ساقط کردم ۴ باقی ماند این میزان است ونیز برای تسهیل اگر صور ارقام فرد را با زیادت یازده بر صور ارقام زوج جمع نموده یازده یازده اسقاط سازند هم میزان است چنانچه در مثال مذکور ۸ و ۳ و ۴ و ۷ صور ارقام فرد و ۶ و ۹ زیادت

یازده بر صور ارقام زوج است آنرا جمع نمودم ۳۷ شد و بعد اسقاط یازده ۴ باقي ماند پس
باید دانست که در تضعیف میزان عدد را ضعف نمایند و میزان حاصل بگیرند و در تنصیف میزان
عدد بگیرند و میزان حاصل تنصیف را ضعف نمایند و در جمع اعداد میزان جمع صفوف اعداد
را جمع کنند و میزان حاصل الجمع بگیرند و در تفریق میزان منقوص را از میزان منقوص منه
ساقط کنند و میزان باقي بگیرند و در ضرب میزان مضروب را در میزان مضروب فیه ضرب سازند
و میزان حاصل الضرب بگیرند و در قسمت میزان مقسوم را بر میزان مقسوم علیه قسمت سازند
و میزان خارج القسمت بگیرند و در جذر و کعب و غیره من المضلعات میزان ضلع را بهمان نسبت
مضلع سازند و میزان ارقام مضلع اول بگیرند پس در هر عمل اگر هر دو میزان که بیان کرده شد
موافق باشد عمل صحیح است والا غلط نیز باید دانست که اگر در ضرب کردن و مضلع نمودن
صور ارقام آن متعدد شود باز میزان آن بگیرند و اگر بعد اسقاط هیچ باقي نماند نه را در اسقاط نه
و یازده را در اسقاط یازده یازده در میزان معتبر دارند و این فقیر میگوید که چون در کتب متداوله
این فن طریق امتحان صرف از طرح نه نه یا یازده یازده مشهور است و هیچکس بیان حقیقت آن
نکرده که بچه سبب ازین اعداد بدین طریق خاص خاص امتحان میشود و نیز از طرح دیگر
اعداد هم حصول میزان و امتحان میتواند شد یا نه بلکه اکثري از شارحین خلاصة الحساب وغیره
درین امر مناقشه و خطا کرده اند و سخنان پریشان گفته اند چنانچه بعضي گویند که از هر اعداد
بطور طرح نه نه میزان مي تواند شد و بعضي گویند که سواي نه نه در دیگر عدد میزان نمي شود
لهذا فقیر حقیقت طرح و طریق حصول میزان از هر اعداد که خواهند بیان میکند که از ان امتحان
تواند شد بدانکه طرح در حقیقت قسمت است لکن در قسمت مقصود حصول عدد خارج قسمت
مي باشد و در طرح مقصود حصول عددیکه بعد طرح از مطروح منه باقي مي ماند چنانکه براي
امتحان عمل نه نه طرح میکنند و یا یازده یازده طرح میکنند یا غیر آن و عدد باقي را میزان میگویند
پس طرح حاصل کردن عدد باقي از مطروح منه است بعد اسقاط مطروح خواه یک مرتبه

فائده صحت عمل دلالت یقیني بل مستلزم صحت میزان است ولا عکس چه جائز است که
غلطي رقم نه یا یازده شود و میزان صحیح و عمل غلط باشد

باشد خواه بچند مرتبه بشرطیکه آن باقي کم از مطروح بود وطریقش این است که بهر عددیکه طرح کردن منظور است اگر آن عدد از آحاد است آحاد مطروح منه را بران طرح کرده باقي را اگر چیزي بماند در ذهن گیرند یازده را بران عدد طرح کرده باقي را جائي نویسند و مضروب فیه عشرات مطروح منه قرار دهند و عشرات مطروح منه را دران باقي ضرب ساخته و بر محفوظ افزوده باز طرح کنند و باقي را در ذهن گیرند و باز مضروب فیه عشرات را در ده ضرب کرده و طرح نموده باقي را در جائي براي ضرب مئات مطروح منه خواه یمین خواه یسار اول یا فوق یا تحت بعد خط عرضي فاصل نویسند و مضروب فیه مئات مطروح منه قرار دهند و مئات مطروح منه را دران ضرب کرده و بر محفوظ افزوده طرح نمایند و باقي را در ذهن گیرند و باز مضروب فیه مئات را در ده ضرب کرده و طرح نموده باقي را مضروب فیه الوف مطروح منه قرار دهند و همچنان تا آخر عمل نمایند بچون هر مرتبه بلحاظ یمین خود مرتبهٔ عشرات دارد لهذا مضروب فیه مرتبهٔ یمین را در ده ضرب کرده و طرح نموده باقي را مضروب فیه مرتبهٔ یسار مقرر مي سازند و اگر عدد مطروح مرکب از آحاد و عشرات است پس آحاد و عشرات مطروح منه را بران طرح نموده و باقي را در ذهن گیرند و باز عدد را بر مطروح طرح کرده باقي را مضروب فیه مرتبهٔ مئات قرار دهند و بعد از ان چنانکه مذکور شد عمل نمایند و باید دانست که چون واحد عاد جمیع اعداد است اگر آنرا مطروح قرار دهند از مطروح منه هیچ باقي نخواهد ماند و اثنین که زوج اول است و عاد جمیع ازواج است پس اگر مطروح منه زوج باشد همه را فنا خواهد کرد و اگر فرد باشد واحد باقي خواهد ماند و در عدد سه بعد طرح از عشر واحد باقي میماند و حاصل الضرب هر عدد در واحد همان عدد است پس صور ارقام جمیع مراتب مطروح منه را جمع کرده بر سه طرح کنند باقي میزان خواهد بود چنانکه در طرح نه نه است و در عدد چهار چون بعد طرح از عشر دو باقي میماند و در مئات هیچ نمي ماند پس اگر در عشرات مطروح منه رقم فرد باشد بر آحاد مطروح منه بعد طرح دو افزایند که مجموع میزان است و اگر زوج باشد همان آحاد بعد طرح میزان شود و در عدد پنج چون از عشرات هیچ باقي نمي ماند لهذا آحاد مطروح منه بعد طرح میزان میشود و در عدد شش چون بعد طرح از عشر چهار باقي مي ماند و هرگاه چهار را در ده ضرب کرده طرح کنند نیز چهار باقي مي ماند پس گویا مضروب فیه هر مراتب مطروح منه از عشرات

الی آخره عدد چها راست درینصورت باید که صور ارقام مطروح منه را از عشرات الی آخره
جمع نموده وطرح کرده وباقي را در چهار ضرب ساخته وبر آحاد افزوده طرح نمایند که باقي
میزان است ودر عدد هفت چون از عشر بعد طرح سه باقي مي ماند آنرا در جائي نویسند
وصورت عشرات مطروح منه را دران ضرب ساخته وبر آحاد افزوده وطرح نموده باقي را در
ذهن گیرند وباز سه را که مضروب فیه مرتبهٔ عشرات بود در ده ضرب نموده طرح کنند ودو را که
باقي مي ماند مضروب فیه مئات قرار داده در یمین یا در یسار یا تحت یا فوق سه بعد خط عرضي
فاصل نویسند وصورت مئات مطروح منه را در دو ضرب کرده وبر محفوظ افزوده طرح سازند
وباقي را در ذهن گیرند وباز دو را که مضروب فیه مئات بود در ده ضرب کرده وطرح نموده باقي را
که شش است مضروب فیه الوف قرار دهند وهمچنان که مذکور شد بنویسند وصورت آحاد الوف
مطروح منه را در شش ضرب نموده وبر محفوظ افزوده طرح نمایند وباقي را در ذهن بگیرند
وهمچنین تا آخر مراتب مطروح منه عمل نمایند که باقي اخیر میزان است ودر عدد هشت
چون از عشر دو باقي میماند پس مضروب فیه عشرات دو است ومضروب فیه مئات چهار
وبعد ازان اعداد مرتبهٔ الوف وغیره همه ساقط مي شوند ودر نه مضروب فیه هر مرتبه از عشرات
الی آخره واحد است وهرگاه واحد را در صورت مرتبهٔ عشرات ضرب خواهند کرد همان
صورت حاصل خواهد شد لهذا صور ارقام جمیع مراتب را جمع میسازند وطرح میکنند که باقي
میزان است ودر عدد ده چون از عشر هیچ باقي نمي ماند پس آحاد مطروح منه میزان است
ودر عدد یازده چون از عشر ده باقي مي ماند چرا که طرح نمي شود واز صد واحد باقي میماند
پس مراتب فرد مطروح منه بصورتش میگیرند ومراتب زوج را جمع نموده ودر ده ضرب کرده
طرح میکنند وباقي را بر مجموع مراتب فرد افزوده طرح میکنند که باقي میزان میشود ودر عدد
دوازده چون از عشر همان ده باقي مي ماند واز صد چهار باقي میماند وهرگاه چهار را در ده
ضرب کنند وطرح سازند نیز چهار باقي میماند پس مضروب فیه جمیع مراتب مطروح منه از
مئات الی آخره چهار است لهذا صور ارقام جمیع مراتب مطروح منه را از مئات الی آخر جمع
نموده وطرح کرده وباقي را در چهار ضرب ساخته با رقام آحاد وعشرات جمع میسازند وطرح
میکنند که باقي میزان است وهکذا در سیزده وچهارده وپانزده وغیر آن وباید دانست که حال

جميع اعداد مطروح از سه حال خالي نيست يكي آنكه براي هر مرتبه از مراتب مطروح منه سواي مرتبهٔ آحاد در صورتيكه مطروح آحاد باشد وسواي مرتبهٔ آحاد و عشرات در صورتيكه مطروح مركب از آحاد وعشرات بود مضروب فيه يک عدد معين خواهد بود چنانكه در شش ودوازده عدد چهار است دويم آنكه قايک مرتبه ودو مرتبه ياسه مرتبه عدد مضروب فيه خواهد برآمد وباقي مراتب همه فنا خواهد شد چنانكه در چهار وهشت وشانزده سوم آنكه براي هر مرتبه عدد مضروب فيه مختلف خواهد بود ليكن درينصورت اختلاف اعداد هم جائي منتهي خواهد شد وباز رجوع بصورت اول خواهد كرد چنانكه در هفت وغيره

* تنبيه بايد كه براي امتحان صحت اعمال اگر خواهند كه از عددي طرح كرده امتحان كنند پس عدد مطروح بايد كه از آحاد باشد مثل شش وهفت ونه خواه عدد ما بين العشرة والعشرين بود وحتي الامكان بهتر است كه عدد مطروح بصفت اول باشد اعني براي هر مرتبه از مراتب مطروح منه سواي آحاد خواه سواي آحاد و عشرات يک عدد مضروب فيه بود چنانكه در عدد سه وشش ونه ودوازده است وخواه مطروح به صفت ثالث باشد اعني براي هر مرتبه عدد مضروب فيه مختلف شود اگرچه درينصورت عمل امتحان طول خواهد شد لكن احتمال صحت امتحان است ودر صفت ثاني احتمال صحت امتحان نيست

* فائده در هر اعداد مطروح كه مضروب فيه مراتب عشرات ومئات وغير آن مختلف واقع ميشود اگر صرف مضروب فيه عشرات بگيرند وعمل از يسار نمايند بدينصورت كه رقم اخير را در مضروب فيه عشرات ضرب نموده وطرح كرده باقي را بر عدد يمين او زياده كنند وهمچنان عمل نمايند وتا عشرات مطروح منه برسند ودران مرتبه انچه بعد طرح باقي ماند آنرا بر آحاد مطروح منه افزوده طرح سازند كه باقي ميزان است مثلا در طرح هفت هفت خواستم كه اين عدد طرح نمايم ۳۴۶۵ چون مضروب فيه عشرات در طرح هفت هفت سه است پس سه را كه در مرتبهٔ اخير بود در سه ضرب نموده وحاصل را كه نه بود طرح كردم دو باقي ماند آنرا بر عدد يمين او كه چهار بود افزودم شش شد آنرا هم در سه ضرب نموده حاصل را طرح كردم باقي چهار ماند آنرا بر عدد يمين او كه شش است افزودم ده شد پس در سه ضرب ساختم وحاصل را طرح نمودم باقي دو ماند چون عمل تا مرتبهٔ عشرات مطروح منه رسيد پس دو را بر پنج

که آحاد مطروح منه بود افزوده طرح کردم هیچ باقي نماند پس دانستم که همان هفت میزان است واگر خواهم که همان عدد را برسیزده طرح کنم چون مضروب فیه عشرات درینصورت عدد ده است چراکه عدد ده برسیزده طرح نمي شود پس سه را که در اخیر بود در ده ضرب کرده طرح نمودم چهار باقي ماند وآنرا بر چهار که یمین اوست افزوده هشت را در ده ضرب ساختم وهشتاد را برسیزده طرح کردم دو باقي مانده آنرا برشش که یمین اوست افزوده هشت را در ده ضرب ساخته طرح نمودم بازده باقي ماند آنرا برپنج که آحاد مطروح منه است افزودم هفت گردید پس دانستم که هفت میزان است

* فائده ونیز اگر بطور قسمت بدون ارقام جدول وخارج قسمت وحاصل الضرب خارج في المقسوم علیه که درینجا عبارت از مطروح است صرف دو عدد اخیر مطروح منه را اول آحاد وعشرات تصور کرده وطرح نموده باقي را در ذهن گیرند وآنرا عشرات تصور نموده وعدد یمین آنرا آحاد دانسته باز طرح کنند وهمچنین تا آخر برسند نیز مطلوب حاصل مي تواند شد

* فائده براي امتحان هر عمل اگر عکس العمل نموده امتحان سازند نهایت خوب است که هرگز در صحت عمل شبهه نخواهد بود مثلاً اگر عمل جمع است حاصل جمع را تفریق سازند واگر تضعیف است حاصل تضعیف را تنصیف کنند وهمچنین اگر تنصیف است تضعیف نمایند واگر ضرب است قسمت کنند واگر قسمت است ضرب سازند واگر جذر است مجذور بگیرند واگر مجذور است جذر بگیرند

* فائده اگر هر عمل را از دو عدد یا سه عدد از روي طرح هم امتحان کنند نیز زیاده گمان صحت عمل می شود

تمّ الباب الاول

باب دویم

در حساب کسور و این باب مشتمل بر مقدمه و یازده مطلب است *

* مقدمه باید دانست که اگر عددي را بمنزلهٔ واحد فرض نموده عدد دیگر را که اقل از و باشد بران منسوب سازند پس منسوب را صورت کسر و منسوب الیه را مخرج نامند و بعبارت دیگر اگر واحد غیر حقیقي را که قابل تجزیه باشد بالفعل یا بالقوه وان واحد مفروضه است تجزیه نمایند باجزاء متساویه بهر عدة که خواهند پس عدد عدة را مخرج کسر و اجزاء را کسر گویند و کسر بر دو گونه است مفرد و مضاف اما مفرد آنست که منسوب الیه باز بطرف عددي دیگر منسوب نباشد چنانکه یک نصف و یا دو ثلث و مضاف آنست که منسوب الیه او نیز بطرف عدد دیگر منسوب باشد چنانکه یک نصف ثلث و دو ثلث ربع و نیز کسر مفرد و مضاف یا مجرد است یا مکرر مجرد آنست که صورت کسر واحد باشد چنانکه یک نصف و یک ثلث یا یک نصف ثلث و یک ثلث ربع و مکرر آنست که صورت کسر سواي واحد بود مثل دو ثلث و سه ربع یا دو ثلث ربع و سه ربع خمس و غیر آن و نیز باید دانست که گاهي صحیح و کسر مجتمعه منسوب بطرف صحیح و کسر میشود چنانچه گویند دو صحیح و دو ثلث از دوازده صحیح و چهار خمس و همچنین گاهي صحیح و کسر منسوب بطرف صرف صحیح مي شود مثلا چهار صحیح و دو ربع از بست و گاهي کسر صرف منسوب بطرف صحیح و کسر میشود مثلا دو ثلث از چهار صحیح و سه ربع و همچنین کسر صرف بطرف صحیح منسوب میگردد مثل یک ربع از بست و همچنین صحیح بطرف صحیح منسوب میشود چنانکه چهار از ده و کسر بطرف کسر منسوب میشود چون دو ثلث از سه ربع پس درینصورتها منسوب الیه را واحد و منسوب را کسر منکسره گویند و بدانکه کسر منکسره هم فی الحقیقت کسر مفرد است که مخرج آن منسوب الیه است و منسوب صورت کسر است لکن چون مخرج درضمن خفا است و صورت بطور کسور معینه نیست لهذا این را منکسر میگویند که قابل کسر شدن است و تعبیر از ان بي لفظ من در عربي و لفظ از در فارسي نمي تواند شد فافهم و گاهي کسر مستثنی میشود از کسر دیگر و آنرا مستثنی گویند مثل سه خمس الا ربع و گاهي معطوف مي شود مثل ربع و خمس و سدس

* رباعي *

* گر مخرج کسر را صحیح است عدد آن کسر بود نزد محاسب مفرد *
* معطوف و مضاف و منکسر مستثنی اصناف کسور غیر مفرد شمرد *

وگاهي کسر منکسر از اصناف خمسهٔ کسور مرکب مي شود و همچنین معطوف و مضاف و مستثنی هم بترکیب حاصل مي شود

* مطلب اول از باب دویم در رقم کسور *

بدانکه کسر مفرد را تحت صحیح بنویسند و مخرج را تحت کسر و اگر با کسر صحیح نباشد پس بالایش صفر گذارند و معطوف را در یسار معطوف علیه بعد واو عطف بنویسند و مستثنی را یسار مستثنی منه بعد الا و مضاف الیه را تحت مضاف بعد خط فاصل بالفظ من و هذه صورته

۲ دو صحیح و یک ثلث ۰ یکربع ۰ و ۰ یک ربع و دو خمس ۰ الا ۰ چهار خمس الا یک ربع
۱ ۱ ۱ ۴ ۲ ۴ ۱
۳ ۴ ۵ ۵ ۴

۰ دو ثلث من سه ربع ۲ دو صحیح و یک نصف از چهار صحیح و یک ثلث و اگر منکسر را
۲ ۱ بدینصورت نویسند بهتر است ۲ من ۳
۳ ۲ ۱ ۱
۳ ۴ بدانکه جمیع اعمال کسور متعلق بکسر مفرد است ۲ ۳
۴ ۱
۰ ۳ وغیر مفرد منتقل بمفرد میشود و براي نقل کردن غیر مفرد بمفرد

دانستن نسبت اعداد و طریق استخراج مخرج مشترک پر ضرور است باید دانست که دو عدد غیر واحد اگر مساوي باشند آنها را متماثلان و متساویان گویند و نسبت را تساوي و تماثل نامند مثل چهار و چهار که هر دو مساوي اند و اگر دو عدد غیر الواحد مختلف باشند پس اگر عدد اقل عدد اکثر را از روي قسمت ساقط کند و هیچ نماند آنها را متداخلان گویند و نسبت را تداخل خوانند و اگر چیزي از روي قسمت باقي ماند پس عدد اقل را بر باقي قسمت کند و اگر در قسمت دویم هم چیزي باقي ماند باقي قسمت اول را بر باقي قسمت ثاني قسمت نمایند تا آنکه از مقسوم اخیر هیچ باقي نماند یا واحد باقي افتد پس اگر در قسمت اخیر هیچ باقي نماند آنها را متوافقان و عشاریان گویند و این نسبت را توافق خوانند و مقسوم علیه اخیر را که ساقط کنندهٔ هر دو عدد است وفق نامند و هرگاه هر دو عدد متوافقان را بر وفق قسمت کنند خارج را جزء وفق و جزء عشاریک خوانند

چون ده وپانزده که هرگاه پانزده را که اکثر است برده قسمت کردم پنج باقي ماند وبازده را بر پنج قسمت کردم هیچ باقي نماند پس عدد ده وپانزده را متوافقان گویند وپنج را وفق هر دو خوانند وده را که بر پنج قسمت نکردم دو خارج شد وآن جزء وفق ده است وپانزده را که بر پنج قسمت کردم سه خارج شد آن جزء وفق پانزده است واگر از رومي قسمت اخیر واحد باقي ماند آنرا متباینان گویند ونسبت را تباین چون پنج وچهار و۱۷ و۲۵ وفقهاء رضوان الله علیهم متداخلین را هم متوافقین میگویند ونسبت توافق اعم از تداخل مي شمارند واین نسبتها درمیان سه عدد وچهار عدد وزیاده ازان هم میتواند شد پس هما اگر متساوي اند متساویات خوانند مثل ۴ و۴ و۴ و۴ واگر مختلف اند وهر عدد اعظم را هر عدد اصغر ساقط میتواند کرد آنها متداخلات اند چون ۲ و۴ و۸ و۲۴ واگر یکي ازینها خواه عدد دیگر آن همه را ساقط تواند کرد پس آنهارا متوافقات خوانند چون ۲ و۴ و۶ و۱۰ دیگر ۱۶ و۲۴ و۲۶ وطریق دریافت آن آنست که اولاً توافق بین العددین معلوم کنند وبعد ازان توافق بین الوفق وعدد ثالث معلوم نمایند وبعد ازان توافق بین الوفق دویم وعدد رابع دریافت کنند وهمچنین تا آخر پس وفق اخیر را اعتبار دارند واگر هیچ یکي دیگري را ساقط نتواند نمود وعدد ثالث هم ساقط نتواند کرد آنهارا متباینات گویند

بیان فوائد فائدهٔ اولی* باید دانست که درمیان دو عدد نسبتي خاص دیگر که آنرا نسبت هندسي گویند سوای این چهار نسبت هم مي باشد مثل نسبت ثلثي وربعي وغیر آن چنانچه در ۲ و۴ نسبت نصفي است ودر ۲ و۶ نسبت ثلثي ودر ۴ و۶ نسبت دو ثلثي است ودر ۳ و۴ نسبت سه ربعي است وعلی هذا القیاس

* فائدهٔ دویم نسبت هندسي که درمیان دو عدد متباینان است آن نسبت در هیچ دو عدد دیگر که اقل ازان هر دو باشد یافته نخواهد شد مثلاً ده ویازده

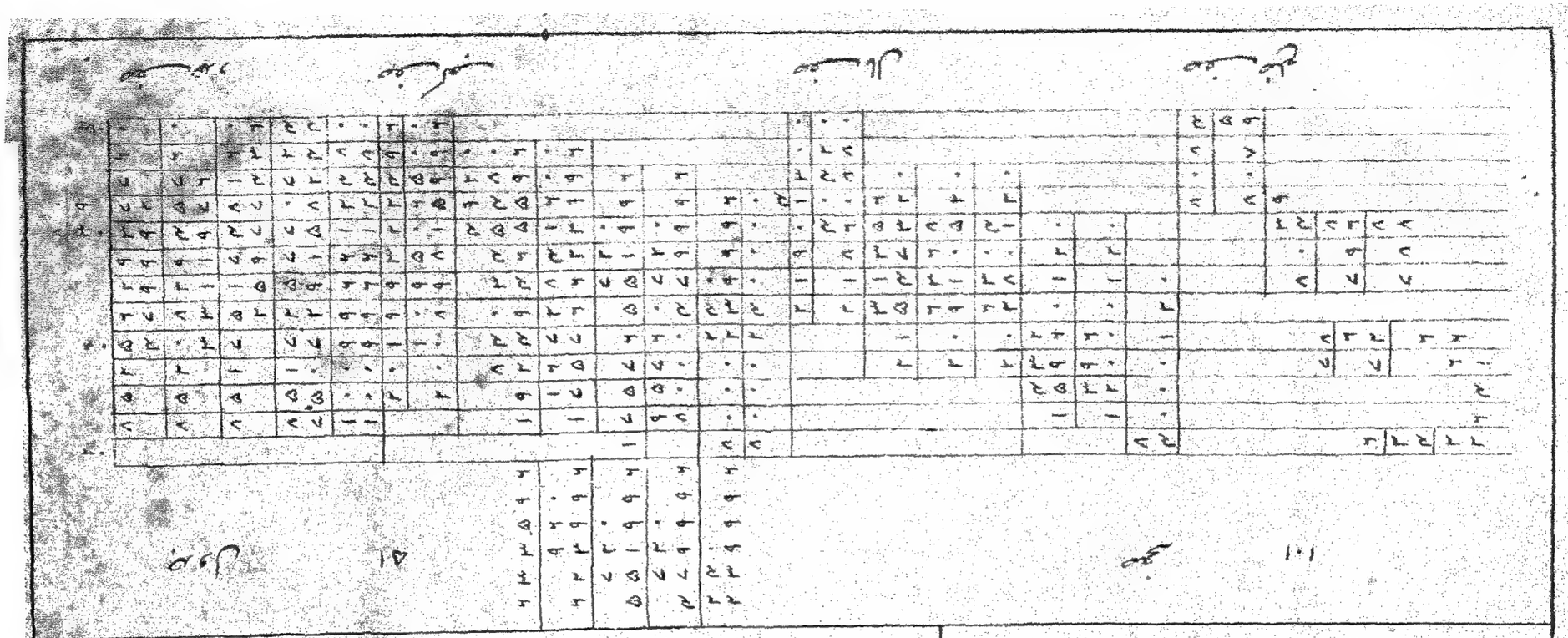
* فائدهٔ سیوم هر نسبت هندسي که درمیان هر دو جزء وفق متوافقان است در هیچ دو عدد که اقل ازان هر دو جزء وفق باشد یافته نخواهد شد مثلاً نسبت هندسي که درمیان ۶ و۷ که جزء وفق ۱۲ و۱۴ اند در هیچ دو عدد دیگر که اقل ازان هر دو باشد نیست

* فائدهٔ چهارم هر دو جزء وفق متوافقان عدد زوج واقع نمي شود مثلاً ۸ و۱۰ که متوافقان اند وجزء وفق یکي ۴ ودیگري ۵ است ممکن نیست که در هیچ متوافقان هر دو جزء وفق عدد زوج باشد بلکه فرد بودن هر دو ممکن است مثل ۹ و۱۵ که متوافقان اند وجزء وفق یکي ۳ وجزء وفق دیگري ۵ است

*فائدهٔ پنجم فرد اولي را با جميع اعداد ماتحت خود بلكه با اعداد مافوق غير الاضعاف نسبت تباين ميباشد وزوج الزوج را با جميع زوج الزوج نسبت تداخل وزوج الزوج را با زوج الفرد وزوج الزوج والفرد توافق وتداخل مي شود واعداد فرد را با هريكي تباين وتداخل وتوافق هر سه مي باشد

* مطلب ثاني در استخراج مخرج مشترک جميع کسور *

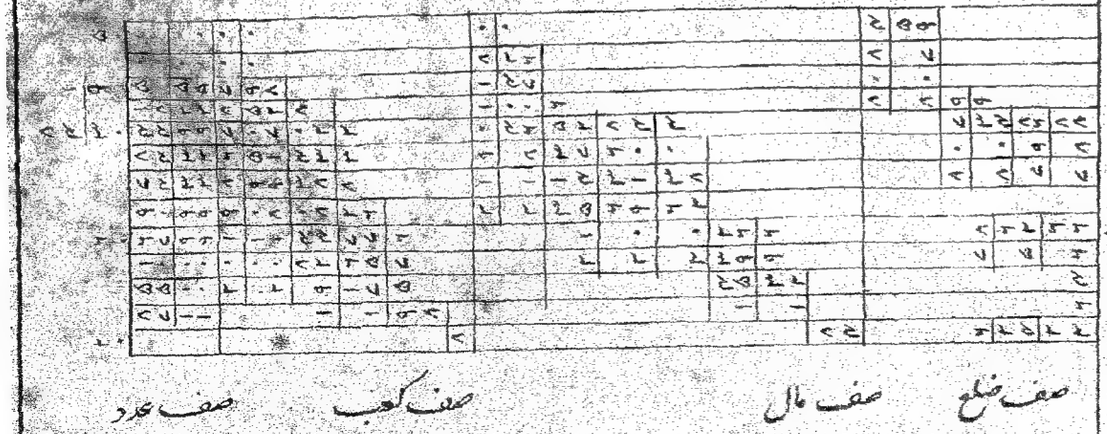
بدانکه مخرج مشترک عبارت است از تحصيل اقل عدد که در ان کسور مفرده مفروضه صحيح باشد پس بدانکه اگر مخرج دو کسر مفرد متساويين اند پس مخرج يکي بعينه مخرج ديگري است واگر آن هر دو متداخلان اند مثل ۱ و ۱ پس مخرج اعظم مخرج مشترک است واگر آن هر دو متوافقان اند جزء وفق يکي را در ديگري ضرب نمايند که حاصل مخرج مشترک است مثلا ۱ و ۱ که مخرج آنها متوافق است جزء وفق يکي را در ديگري ضرب ساختم اعني سه را در چهار يا دو را در شش ضرب نمودم دوازده شد وآن مخرج مشترک است واگر هر دو متباينان باشند پس مخرج يکي را در ديگري ضرب نمايند مثل ۱ و ۱ که مخرج مشترک ۱۲ شد وهمچنين اگر کسور متعدده باشد پس مخرج مشترک دو کسر بر آورده آنرا با مخرج ثالث نسبت دهند ومخرج مشترک برارند وهمچنين بعد از ان تا آخر ويکي طريق آنست که جدول ذوار بعة اضلاع بنويسند وخط عرضي را بعدة کسور تقسيم نمايند وخطوط طولي را چهار قسم سازند وجدول تمام کنند پس در سطر اول مخارج کسور را ثبت کنند بطوريکه اقل در مربع اول واعظم در مربع آخر بترتيب واقع شود ودر سطر ثالث صورت کسور را بترتيب نويسند بعد از ان در جميع مخارج نظر کنند واصغر جميع متداخلات را بخط محو محو نمايند بعد از ان اعظم را به بينند که با باقي مخارج چه نسبت دارد پس با هر که توافق است جزء وفق آنرا بالايش نويسند بعد از ان جزء وفق را با هريک مخارج وجزء وفق سواي اعظم ملاحظه کنند اگر توافق دارد وفق بالايش بعد خط محو نويسند وباز به بينند که با هريک مخارج سواي اعظم چه نسبت دارد اگر تداخل است آنرا هم محو سازند تا که جميع مخارج وجزء وفق سواي اعظم متباين باقي ماند پس اعظم را در اصغر که ماقبل اوست ضرب کنند وحاصل را در ما قبلش همچنين تا که در جميع مخارج وجزء وفق که باقي است ضرب واقع شود وحاصل الضرب اخير مخرج مشترک مطلوب است آنرا



جدول ۵۲ صفحه ۱۱۱

۱۸۰۱۸۰	۱	۱۸۰۱۸۰
۲۴۰۲۴۰	۲	۱۲۰۱۲۰
۹۰۰۹۰	۳	۹۰۰۹۰
۲۱۶۲۱۶	۴	۷۲۰۷۲
۳۰۰۳۰۰	۵	۶۰۰۶۰
۳۰۱۱۱۰	۶	۵۱۴۱۰
۱۳۵۱۳۵	۷	۴۵۰۴۵
۱۶۰۱۶۰	۸	۴۰۰۴۰
۳۴۳۳۴۴	۹	۳۶۰۳۶۰
۲۲۹۳۲۰	۱۰	۳۲۷۶۰
۱۵۰۱۵۰	۱۱	۳۰۰۳۰
۲۲۱۷۶۰	۱۲	۲۷۷۲۰
۷۷۲۳۰	۱۳	۲۵۷۴۰
۲۶۳۳۹۷۵		

جدول ۵۰ صفحه ۹۸



صف ضلع صف مال صف کعب صف عدد

فوق جدول نویسند بعد از ان مخرج مشترک را بر هریک مخارج قسمت نمایند و خارج قسمت را در سطر ثاني بنویسند و باز آنرا در اعداد صور الکسور که در سطر ثالث است ضرب نموده در سطر چهارم نویسند وجمع ساخته بر مخرج مشترک قسمت سازند خارج جمع اعداد کسور از مخرج مشترک است

مثلاً خواستم ۱ و ۲ و ۱ و ۳ و ۵ و ۶ و ۳ و ۴ و ۹ و ۷ و ۵ و ۸ و ۳
۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۱۰ ۱۱ ۱۲ ۱۳ ۱۴
را جمع کنم

ومخرج مشترک استخراج نمایم بعد رسم جدول مخارج کسور در سطر اول نوشتم وصورت کسور را در سطر سیوم ونظر کردم در مخارج چون ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ در دیگر مخارج داخل بودند بر آنها خط محو کشیدم و اعظم را که ۱۴ است با ۱۲ توافق بالنصف یافتم جزء وفق ۱۲ را که ۶ است بالاي ۱۲ بعد خط محو نوشتم و باز چهارده را با ده وهشت توافق بالنصف بود جزء وفق ده را که ۵ وجزء وفق ۸ را که ۴ بود بالاي هردو بعد خط محو نوشتم باز شش را که جزء وفق ۱۲ است با ۹ توافق بالثلث بود لهذا ثلث آنرا که دو است بالاي خط محو نگاشتم وچون باز آنرا با چهار که جزء وفق ۸ است تداخل بود بالایش خط محو کشیدم و باقي ماند ۴ و ۹ و ۵ و ۱۱ و ۱۳ و ۱۴ ضرب کردم ۱۴ را در ۱۳ حاصل ۱۸۲ شد آنرا در یازده ضرب کردم حاصل ۲۰۰۲ گردید آنرا در ۵ ضرب نمودم حاصل ۱۰۰۱۰ شد و آنرا در ۹ ضرب ساختم حاصل ۹۰۰۹۰ گردید و آنرا در ۴ ضرب کردم حاصل ۳۶۰۳۶۰ شد این مخرج مشترک مطلوب است آنرا بالاي جدول نگاشتم و بر هریک مخرج که در سطر اول بود قسمت کردم و خارج را در سطر ثاني نوشتم و صور کسور که محاذي در سطر ثالث بود ضرب کرده حاصل را در سطر چهارم نوشتم و جمع نمودم ۲۶۳۳۹۷۵ شد بر مخرج مشترک قسمت کردم خارج ۷ صحیح و $\frac{۱۱۱۴۵}{۳۶۰۳۶۰}$ گردید و این جمع کسور است هذه صورته

(جدول)

۳۶۰۳۶۰	۹۰۰۹۰	۱۰۰۱۰	۲۰۰۲	۱۸۲
مخرج مشترک				

* فائده باید دانست که در عمل حساب تسهیل بقدر وسع امکان اهمّ مطالب است خصوص

در اعمال کسور هر قدر تسهیل شود غلطی کم واقع خواهد شد و تسهیل عمل منحصر بر مخرج است اعم از اینکه مشترک باشد یا مفرد یعنی مخرج هر قدر اقل العدد خواهد بود عمل سهل خواهد بود پس ضرور است که حتی الامکان مخرج را قلیل سازند و طریقش آنست که اگر صورت کسر را با مخرج تداخل است مخرج را بر صورت کسر قسمت سازند و واحد را بالای عدد مخرج قسمت منسوب کنند مثلاً $\frac{16}{48}$ چون ۱۶ را با ۴۸ تداخل بود قسمت کردم مخرج شد واحد را بالایش منسوب ساختم یک ثلث شد و اگر صورت کسر را با مخرج توافق است جزء وفق صورت را بر جزء وفق مخرج منسوب کنند مثلاً $\frac{16}{24}$ چون ۱۶ را با ۲۴ توافق باثمن است پس ثمن ۱۶ را که دو است بر ثمن ۲۴ که سه است منسوب ساختم $\frac{2}{3}$ دو ثلث شد و اگر در صورت کسر و مخرج تباین باشد بر حال خود گذارند که در این رجوع باقل ممکن نیست

* مطلب ثالث در تجنیس *

و آن عدد صحیح را کسر نمودن است از جنس کسری معین پس ضرب کنند صحیح را در مخرج کسر و صورت کسر را اگر با صحیح باشد بالایش بیفزایند مثلاً خواستم که چهار صحیح را بجنس را مجنس نمایم پس چهار را در پنج که مخرج کسر است ضرب کردم صورت کسر را که سه است بالایش افزودم $\frac{23}{5}$ شد و این را تبسیط نیز گویند

* مطلب چهارم در ترفیع *

و آن کسور را صحیح نمودن است اگر زائد از مخرج باشد پس صورت کسر را بر مخرج قسمت کنند خارج صحیح و باقی کسر است مثلاً خواستم کسری و چهار صحیح را صحیح نمایم و چهار را بر هفت قسمت نمودم خارج چهار صحیح و شش سبع شد هو المطلوب

* مطلب خامس در تجرید کردن کسور غیر مفرد *

باید دانست که هرگاه جمیع اعمال کسور منحصر بر کسر مفرد است پس ضرور است که هر کسر را مفرد باید نمود و آن بدون حصول مخرج مشترک نمی تواند شد [illegible] چنانکه مذکور شد مخرج مشترک گرفته کسر مفرد سازند و در مضاف صورت کسر مضاف را بر صورت کسر مضاف الیه ضرب نموده بالای حاصل ضرب مخرج هر دو کسر [illegible] اجزاء مستثنی را از مستثنی منه ساقط سازند اگر [illegible] متحد المخرج باشند و الا مخرج مشترک [illegible]

ساقط نمایند و همچنین در منکسر وغیره و اگر استثناء مکرر باشد مخرج مشترک گرفته از اجزاء مجموع مستثنی منه مجموع اجزاء مستثنی را ساقط کنند و همچنین اگر اضافت مکرر باشد صرف صور و مخرج را مکرر سازند مثلاً خواستم که ۴ ۵ / ۵ ۶

را کسر مفرد کنم پس چهار را در پنج که صور کسر اند ضرب کردم و پنج را در شش که هر دو مخرج اند ضرب نمودم و منسوب ساختم ۳۰ شد رجوع باقل کردم ۳ گردید و همچنین را خواستم کسر مفرد نمایم پس صورت کسر را که ۲ و ۵ و ۶ بود باهم ضرب نمودم ۶۰ شد و مخرج را که ۵ و ۶ و ۷ بود باهم ضرب نمودم ۲۱۰ گردید پس ۶۰ را بر او منسوب ساختم بدینصورت ۲۱۰ گردید و رجوع باقل العددین نمودم در هر دو توافق بالثلثین بود پس جزء وفق کسر را که ۲ است بر جزء وفق ۲۱۰ که هفت است منسوب ساختم ۷ شد

۲ / ۵ / ۵ / ۶ / ۶ / ۷

و همچنین خواستم که سه صحیح و یک خمس از چهار صحیح و یک سدس را که منکسر و بدینصورت است ۳ من ۴ / ۱ / ۱ / ۵ / ۶ کسر مفرد کنم چون مخرج مشترک ۳۰ بود سه را مجنس نمودم ۹۰ نود شد و یک خمس سی که شش است بالای آن افزودم ۹۶ گردید آنرا بالای اجزاء مضاف الیه که از تجنیس چهار صحیح و یک سدس ۱۲۵ شده است منسوب ساختم ۹۶ / ۱۲۵ گردید چون صورت کسر را با مخرج تباین است لهذا همچنان گذاشتم و خواستم که سه صحیح و سه خمس از چهار صحیح و یک خمس را که بدینصورت است

۳ من ۴ / ۱ / ۳ / ۵ / ۵ کسر مفرد کنم مخرج مشترک پنج بود هر دو را مجنس کرده منسوب ساختم ۱۸ / ۲۱ گردید و رجوع باقل نموده جزء وفق ۱۸ را که ۶ است بالای جزء وفق ۲۱ که ۷ است منسوب ساختم ۳ / ۶ / ۷ شد و خواستم که ۳ / ۷ من ۴ را کسر مفرد کنم ۲۴ را که مجنس اول است بالای ۲۸ که مجنس دویم بود منسوب نموده ۲۴ / ۲۸ را رجوع باقل کردم ۶ / ۷ گردید و همچنین خواستم که سه صحیح و یک خمس از شش صحیح و چهار تسع و دو صحیح و یک سدس از چهار صحیح الا واحد و دو خمس از چهار صحیح مستثنی من المجموع را کسر مفرد

کنم

سازم ۳ من ۶ ۲ من ۴ الا ۱ من ۴
۱ ۴ و ۱ ۲
۵ ۹ ۶ ۵ چون مخرج مشترک منکسر اول ۴۵ است پس صحیح
۷۲
رامع الکسر مجنس نمودم و منسوب ساختم وکسر مفرد نمودم ۲۹۰ شد رجوع باقل نمودم ۱۴۵
۱۴۴
گردید باز منکسر دویم را مجنس نمودم ۱۳ ۲۴ شد و منکسر اول و دویم را از مخرج مشترک
۳۶۱۳
گرفته جمع نمودم به سبب تباین مخرجین این ۳۴۸۰ مستثنی منه گردید و چون
مستثنی را مجنس نموده مفرد ساختم ۲۰ شد اجزاء آنرا از مخرج مشترک گرفتم چون مخرج
۱۲۱۸
مستثنی داخل بمخرج مستثنی منه بود ۳۴۸۰ گردید از مستثنی منه ساقط نمودم
باقی ماند ۲۳۹۵ / ۳۴۸۰ آنرا رجوع باقل العددین کردم چون صورت کسر را با مخرج توافق بالخمس
بود ۴۷۹ شد
۶۹۶

* مطلب سادس در تضعیف و تنصیف و جمع و تفریق *

بدانکه در تضعیف اگر کسر مفرد باشد پس مخرج را به بینند اگر زوج است آنرا تنصیف سازند
و اگر فرد است صورت کسر را ضعف نمایند و اگر کسور متعدده باشند پس مخرج مشترک
بگیرند و کسور را مفرد سازند و مخرج آنرا به بینند که زوج است یا فرد و همچنان که مذکور شد
عمل نمایند و بعد از ان اگر صورت کسر زائد بر مخرج باشد مخرج را از صورت کسر ساقط نموده
باقی را بر مخرج منسوب سازند و واحد صحیح بران بیفزایند مثلاً اگر خواهم که سه خمس را ضعف
کنم چون مخرج و صورت کسر هر دو فرد بود صورت کسر را ضعف نمودم شش خمس شد
پس پنج را که مخرج است از شش که صورت کسر است ساقط نمودم باقی ماند واحد آنرا بر
مخرج منسوب ساختم و برای مسقط واحد صحیح افزودم یک صحیح و یک خمس گردید
و همچنین اگر خواهم که پنج ثمن را ضعف نمایم چون مخرج زوج است آنرا تنصیف نمودم ربع
شد چهار را از پنج ساقط کردم و باقی را بر چهار منسوب ساختم و واحد صحیح افزودم یک صحیح
و یک ربع گردید و در تنصیف باید که صورت کسر را به بینند که زوج است یا فرد اگر زوج است آنرا
تنصیف سازند و الا مخرج را تضعیف نمایند مثلاً خواستم که چهار سبع را تنصیف کنم چون صورت
کسر زوج است آنرا تنصیف ساختم دو سبع برآمد و اگر خواهم که سه سبع را تنصیف کنم چون
صورت کسر فرد است لهذا مخرج را تضعیف نمودم سه جزء از چهارده جزء شد در جمع باید که جمع

کسور را از مخرج مشترک گرفته جمع سازند پس اگر مجموع زائد از مخرج مشترک باشد آنرا بر مخرج مشترک قسمت نمایند و باقي را بر مخرج مشترک منسوب سازند که خارج صحیح و باقي کسر است مثلاً خواستم که یک نصف و دو ثلث و سه ربع و چهار خمس را جمع کنم چون مخرج مشترک شصت است و نصف آن سي و دو ثلث آن چهل و سه ربع آن چهل و پنج و چهار خمس آن چهل و هشت است و مجموع آن یک صد و شصت و سه میشود پس مجموع کسور از مخرج مشترک زائد گردید لهذا بر مخرج مشترک قسمت نمودم دو صحیح و چهل و سه جزء از شصت جزء بر آمده و در تفریق باید که کسر منقوص و منقوص منه را از یک جنس سازند اعني از مخرج مشترک بگیرند و صورت کسر منقوص را از صورت کسر منقوص منه ساقط نمایند و باقي را بر مخرج مشترک منسوب نمایند که باقي مطلوب است مثلاً خواستم که چهار سبع را از دو ثلث ساقط کنم چون مخرج مشترک بست و یک است و چهار سبع آن دوازده و دو ثلث آن چهارده پس دوازده را از چهارده ساقط نمودم باقي دو ماند آنرا بر بست و یک منسوب ساختم دو جزء از بست و یک جزء گردید و باید دانست که در این همه اعمال اگر با کسر صحیح هم باشد پس در تضعیف صحیح را جدا تضعیف نمایند و کسر را جدا و جمع سازند و در تنصیف اگر صحیح زوج است آنرا هم جدا تنصیف نمایند و اگر صحیح فرد بود پس صحیح را از نصف آن جدا کرده و نصف مخرج کسر بر صورت تنصیف کسر بیفزایند و جمع سازند و در جمع هم صحاح را جدا جمع کنند و کسور را جدا و در تفریق اگر در هر دو از منقوص و منقوص منه صحاح باشد صحاح منقوص را از منقوص منه جدا ساقط نمایند و کسور را جدا و در این صورت اگر صورت کسر منقوص از صورت کسر منقوص منه ساقط نتواند شد واحد از باقي صحاح کم کرده و صورت کسر منقوص منه را با مخرج جمع نموده صورت کسر منقوص را ساقط سازند و باقي را بر مخرج منسوب نمایند و همچنین اگر صحیح صرف در منقوص منه باشد عمل کنند پس تضعیف دو صحیح و سه ثمن چهار صحیح و سه ربع است و تضعیف دو صحیح و سه ربع پنج صحیح و یک نصف و تنصیف دو صحیح و سه ربع یک صحیح و سه ثمن و تنصیف سه صحیح و یک نصف یک صحیح و سه ربع میشود و مجموع دو صحیح و یک ربع و سه صحیح و چهار خمس شش صحیح و یک بستم است و تفریق دو صحیح و یک ربع از سه صحیح و چهار خمس یک صحیح و یازده بستم است و قس علی هذا

* مطلب سابع در ضرب کسور *

بدانکه ضرب کسور منحصر بر پنج قسم است کسر فی الکسر کسر فی الصحیح کسر فی الصحیح معه الکسر صحیح معه الکسر فی الصحیح صحیح معه الکسر فی الصحیح معه الکسر پس در قسم اول صورت کسر را در صورت کسر و مخرج را در مخرج ضرب نمایند و اگر حاصل الضرب صورت کسر زائد از حاصل الضرب مخرج باشد رفع سازند و رجوع باقل کنند اگر ممکن باشد و در قسم ثانی صورت کسر را در صحیح ضرب نموده بر مخرج منسوب سازند و رجوع باقل کنند و اگر صورت کسر زائد باشد رفع نمایند و در قسم سیوم صورت کسر اول را در صحیح ضرب نموده و بر مخرج منسوب ساخته باز صورت کسر اول را در صورت کسر دویم و مخرج را در مخرج ضرب کرده و منسوب نموده جمع کنند و در قسم چهارم صحیح را در صحیح ضرب نموده و صورت کسر را در صحیح ضرب ساخته جمع کنند و در قسم پنجم صحیح را در صحیح ضرب کرده و صورت کسر اول را در صحیح دویم و صورت کسر دویم را در صحیح اول ضرب ساخته و صورت کسر اول را در صورت کسر دویم و مخرج را در مخرج ضرب کرده و منسوب نموده در مخرج مشترک گرفته جمع سازند مثال قسم اول خواستم که سه ربع $\frac{3}{4}$ مضروب را در شش سبع $\frac{6}{7}$ مضروب فیه ضرب کنم پس سه را که صورت کسر مضروب است در شش که صورت کسر مضروب فیه است ضرب کردم ۱۸ شد و چهار را که مخرج مضروب است در ۷ که مخرج مضروب فیه است ضرب نمودم ۲۸ شد حاصل کسر را بر حاصل مخارج منسوب ساختم $\frac{18}{28}$ را رجوع باقل نمودم $\frac{9}{14}$ شد مثال قسم ثانی سه سبع $\frac{3}{7}$ را در دو صحیح ضرب کنم صورت کسر را که سه باشد در ضرب کردم شش شد چون کمتر از مخرج بود منسوب ساختم $\frac{6}{7}$ شش سبع گردید و اگر چهار خمس را در دوازده ضرب نمایم چهار را که صورت کسر است در دوازده ضرب کردم ۴۸ شد چون زائد از مخرج بود رفع نمودم اعنی بر مخرج که پنج است قسمت کردم نه صحیح و سه خمس گردید مثال قسم ثالث خواستم که $\frac{4}{5}$ چهار خمس را در $\frac{2}{3}$ دو صحیح و سه سبع ضرب کنم چهار را که صورت کسر بود در دو صحیح ضرب کردم هشت را $\frac{7}{1}$ بر پنج که مخرج مضروب است قسمت نمودم یک صحیح و سه خمس شد $\frac{3}{5}$ باز چهار را در سه که صورت کسر مضروب فیه است ضرب نمودم ۱۲ گردید آنرا بر حاصل ضرب پنج

پنج که مخرج مضروب است در هفت که مخرج مضروب فیه است منسوب ساختم ۱۲/۳۵ شد
وباحاصل ضرب اول جمع نمودم یک صحیح وسي وسه سي وپنجم ۱/۳۳/۳۵ شد

مثال قسم رابع خواستم ۴/۲
چهار صحیح ودو ثلث را ۳

در پنج صحیح ضرب کنم چهار صحیح را در پنج ضرب کردم بست گردید ودو را که صورت کسر بود در پنج ضرب نمودم ده گردید آنرا بر سه که مخرج کسر است قسمت نمودم سه صحیح ویک ثلث خارج شد آنرا با حاصل ضرب اول جمع نمودم بست سه صحیح ویک ثلث گردید مثال

قسم خامس خواستم چهار صحیح ودو ثلث ۴/۲
را در سه صحیح وسه ربع ۳/۳
ضرب کنم چهار صحیح ۴

را در سه صحیح ضرب کردم حاصل اول دوازده شد ودو ثلث را در سه صحیح ضرب نمودم دو صحیح حاصل دریم شد باز چهار صحیح را در سه ربع ضرب نمودم سه صحیح حاصل سیوم گردید ودو ثلث را در سه ربع ضرب نمودم یک نصف حاصل چهارم شد جمع نمودم هفده صحیح ویک نصف گردید

* ذکر بیان الفوائد المتعلقة بهذا المطلب *

* فائده اول در قسم اول اگر صورت کسر احد المضروبین مثل مخرج آخر باشد پس صورت کسر دویم را بر مخرج دویم منسوب سازند مثلا ۳/۴ را بر ۴/۵ ضرب کنم چون کسر مضروب فیه مثل مخرج مضروب بود لهذا صورت کسر مضروب را بر مخرج مضروب فیه منسوب ساختم ۳/۵ شد واین حاصل ضرب است

* فائده دویم در قسم ثانی اگر مخرج کسر داخل صحیح باشد صحیح را بر مخرج قسمت نموده خارج را در صورت کسر ضرب نمایند که حاصل مطلوب است مثلا اگر پنج سدس را در دوازده ضرب کنم دوازده را بر شش قسمت نمودم وخارج را که دو است در پنج که صورت کسر است ضرب کردم حاصل ده شد واین مطلوب است

* فائدهٔ سیوم هر عدد صحیح معه النصف را که مربع نمایند باید که بر صحیح واحد افزوده در آن صحیح ضرب کنند و بالایش یک ربع بیفزایند مثلاً خواستم که پنج صحیح و یک نصف را مربع کنم واحد بر پنج افزودم شش شد و آنرا در پنج ضرب کرده یک ربع افزودم سی صحیح و یک ربع شد

* فائدهٔ چهارم اگر یک خمس یا دو خمس یا سه خمس یا چهار خمس را در عدد صحیح ضرب کنند باید که صورت کسر را ضعف نموده در عدد ضرب سازند و از حاصل الضرب مرتبهٔ آحاد را محو سازند و نصف عدد مرتبهٔ آحاد را بر پنج که مخرج است منسوب ساخته با باقی جمع کنند مثلاً خواستم که سه خمس را در سه هزار و پانصد و نود و هفت ۳۵۹۷ ضرب کنم ۳۵۹۷ را در شش که ضعف صورت کسر است ضرب نمودم ۲۱۵۸۲ شد مرتبهٔ آحاد را ساقط کردم و چون عدد مرتبهٔ آحاد دو است لهذا یک خمس گرفتم $\frac{1}{5}$ ۲۱۵۸ شد و این مطلوب است

* فائدهٔ پنجم در هر اقسام ضرب که صحیح نیز باشد اختیار است که آنرا مجنس نموده رجوع به قسم اول نمایند و صورت کسر را در صورت کسر و مخرج را در مخرج ضرب نموده منسوب سازند و اگر صورت کسر زائد از مخرج باشد ترفیع نمایند

* مطلب هشتم در قسمت کسور *

و آن هشت قسم است کسر علی الکسر کسر علی الصحیح کسر علی الصحیح معه الکسر صحیح علی الکسر صحیح علی الصحیح معه الکسر صحیح معه الکسر علی الکسر صحیح معه الکسر علی الصحیح صحیح معه الکسر علی صحیح معه الکسر * و طریقش چنانست که در قسم اول اگر مخرج مقسوم و مقسوم علیه متحد باشد پس صورت مقسوم را بر صورت مقسوم علیه قسمت نمایند اگر صورت مقسوم زائد باشد والا منسوب سازند و اگر مخرج متحد نباشد مخرج مشترک بگیرند و اجزاء مقسوم و مقسوم علیه را از مخرج مشترک گرفته قسمت سازند و در دیگر جمیع اقسام صحیح را نیز تجنیس ساخته با صورت کسر جمع نمایند که رجوع به قسم اول شود و صورت مقسوم را بر صورت مقسوم علیه قسمت سازند اگر صورت مقسوم زائد باشد والا منسوب سازند مثلاً خواستم که $\frac{5}{12}$ را بر $\frac{4}{12}$ قسمت کنم چون مخرج متحد بود پنج را بر چهار قسمت کردم خارج یک صحیح و یک ربع شد و همچنین خواستم $\frac{5}{6}$ را بر $\frac{3}{4}$ قسمت نمایم چون مخرج مختلف بود

مخرج مشترک گرفته اجزاء مقسوم ومقسوم علیه گرفتم مقسوم $\frac{10}{12}$ ومقسوم علیه $\frac{9}{12}$ شد ده را بر نه قسمت کردم خارج یک صحیح ویک تسع گردید

وهمچنین خواستم هشت صحیح وسه ربع را بر پنج صحیح ودو ثلث قسمت نمایم مخرج مشترک گرفته مجنس نمودم واجزاء آن گرفتم مقسوم ۱۰۸ ومقسوم علیه ۶۸ گردید قسمت نمودم خارج یک صحیح وسي وهفت جزء از شصت وهشت جزء شد وعلی هذا القیاس در جمیع اقسام

* فائده چون در قسمت کسور اکثر مبتدئین تعجب میکنند ودر مغالطه مي افتند که خارج قسمت چگونه از مقسوم زائد بلکه صحیح برمي آید چه قسمت تجزیهٔ مقسوم است وجزء اقل از کل میباشد لهذا درینجا بیان حقیقت آن ضرور است بدانکه در مطلب هفتم باب اول گفته شد که قسمت دو نوع است یکي آنکه مقصود استخراج مقدار حصه باشد اعني نصیب واحد صحیح دویم آنکه مقصود استخراج عدد حصص است پس هرگاه سه ربع را بر دو ثلث مثلا قسمت کنم بموجب قاعده مذکورهٔ معینه یک صحیح ویک ثمن خارج قسمت است درینصورت اگر مقصود نوع اول باشد خارج قسمت مقدار حصه اعني نصیب واحد صحیح است وتقریر آن بدین نهج میشود که چون سه ربع را بر دو ثلث قسمت کردم مقصود آنست که هرگاه نصیب دو ثلث واحد سه ربع است پس نصیب واحد چه خواهد بود زیرا که مقصود از قسمت استخراج نصیب واحد صحیح است وظاهر است که اگر سه ربع را بر واحد قسمت میکردم خارج همان سه ربع مي شد وهرگاه بر دو ثلث واحد قسمت میکنم یقین است که خارج زیاده از سه ربع خواهد بود چه هرگاه مقسوم علیه ثاني از مقسوم علیه اول کم شده خارج ثاني از اول لا محاله زیاده خواهد بود وچون مراتب کسور نزولي است ومراتب صحاح صعودي پس بهر امر در مراتب نزولي خلاف مراتب صعودي واقع خواهد شد اعني مخرج کسر مقسوم علیه هرقدر زائد خواهد بود خارج قسمت هم زائد خواهد برآمد بخلاف صحاح که در آنجا هرقدر عدد مقسوم علیه زائد میشود خارج قسمت اقل برمي آید چرا که فی الحقیقت زیادتي مخرج موجب قلت مقدار کسر مي شود اعني ثلث از نصف اقل وکمتر است وهمچنین اگر مقصود استخراج عدد حصص باشد پس خارج قسمت عدد حصص خواهد بود اعني اگر سه ربع را بر دو ثلث قسمت کنند اعني مقدار هر حصه دو ثلث باشد پس عدد حصص یک صحیح ویک ثمن خواهد برآمد وتعریف قسمت که نسبت

واحد بطرف خارج مثل نسبت مقسوم علیه بطرف مقسوم است درینجا صادق می آید اعنی نسبت واحد بطرف یک صحیح ویک ثمن مثل نسبت دو ثلث بطرف سه ربع است چه واحد هشت تسع به نسبت یک صحیح ویک ثمن است ودو ثلث هم هشت تسع به نسبت سه ربع است ونیز اگر خارج قسمت را در مقسوم علیه ضرب کنند حاصل مساوی مقسوم میشود پس بهیچ وجه مغالطه وتعجب نیست فافهم

* فائده اگر صورت کسر مقسوم ومقسوم علیه متحد باشد پس مخرج مقسوم علیه را اگر زائد باشد بر مخرج مقسوم قسمت کنند والا منسوب سازند مثلاً خواستم $\frac{3}{7}$ را بر $\frac{3}{8}$ سه سبع قسمت کنم هفت را بر پنج قسمت نمودم خارج یک صحیح ودو خمس شد وهو المطلوب واگر $\frac{3}{7}$ را بر $\frac{3}{8}$ قسمت کنم خارج $\frac{8}{7}$ خواهد بود

* مطلب نهم در استخراج جذر وضلع اول جمیع مضلعات *

* بدانکه اگر صورت کسر ومخرج هر دو منطق باشند پس جذر وضلع کسر را بر جذر وضلع مخرج منسوب سازند مثلاً خواهند که جذر نه جزء از بست وپنج جزء بدانند جذر نه را که سه است بر جذر بست وپنج که پنج است منسوب سازند $\frac{3}{5}$ سه خمس جذر است واگر خواهند ضلع مال مال دو صد وپنجاه وشش جزء از شش صد وبست وپنج جزء بدانند پس ضلع اول دو صد وپنجاه وشش را که مال مال منطق است برآوردم چهار برآمد وضلع اول ششصد وبست وپنج را که هم مال مال منطق است برآوردم پنج شد پس چهار را بر پنج منسوب ساختم $\frac{4}{5}$ چهار خمس شد واگر صورت کسر ومخرج هر دو منطق نباشند خواه یکی منطق باشد ودیگری اصم پس در استخراج جذر مخرج را در صورت کسر ضرب کنند وجذر تقریبی آن گرفته بر مخرج منسوب سازند مثلاً خواستم که جذر چهار سبع بدانم چهار را در هفت ضرب کردم بست وهشت شد جذر تقریبی آن گرفتم پنج صحیح وسه یازدهم برآمد آنرا بر هفت منسوب ساختم $\frac{5\frac{3}{11}}{7}$ گردید جمع نمودم پنجاه وهشت جزء از هفتاد وهفت جزء تقریبا گردید $\frac{1}{7}$

ودر استخراج کعب مال مخرج را در صورت کسر ضرب نمایند وکعب تقریبی حاصل الضرب بگیرند وبر مخرج منسوب سازند ودر مال مال کعب مخرج را در صورت کسر ضرب کنند

ودر مال کعب مال مال مخرج را در صورت کسر ضرب سازند وضلع اول گرفته بر مخرج منسوب نمایند وعلی هذا القیاس در جمیع مضلعات عمل کنند مثلاً خواستم ضلع مال مال سه ربع بدانم پس کعب چهار را که شصت و چهار است در سه ضرب کردم یک صد و نود و دو شد ضلع مال مال تقریبی آن را گرفتم سه صحیح ویک صد و یازده جزء از یک صد و هفتاد و پنج جزء شد باین قاعده که بعد استخراج ضلع اول از روی جدول عدد فوقانی را بر تحتانی افزوده و جمع نموده در فوقانی ضرب نمودم و در صف مال نوشته و جمع نموده باز در فوقانی ضرب نموده در صف کعب نوشتم و باز فوقانی را بر تحتانی افزوده و جمع نموده و در فوقانی ضرب کرده در صف مال نگاشتم و باز فوقانی را بر تحتانی افزوده در صف ضلع نوشتم پس در صف ضلع ۱۲ و در صف مال ۵۴ و در صف کعب ۱۰۸ گردید وهر سه را جمع نموده واحد بران افزودم یکصد وهفتاد و پنج شد پس عدد خارج را که سه بود و باقی را که یک صد و یازده بود بر یک صد وهفتاد و پنج منسوب نمودم سه صحیح ویک صد و یازده جزء از یک صد وهفتاد و پنج جزء گردید آنرا

بر مخرج اول که چهار بود منسوب نمودم ۳ و ۱۱۱ / ۱۷۵ ۴

سه ربع ویک صد و یازده جزء از یک صد وهفتاد ۱

و پنج جزء یک ربع شد آنرا از مخرج مشترک ۴

جمع نمودم ۶۳۶ / ۷۰۰ شش صد و سی و شش جزء از هفت صد شد آنرا رجوع باقل نمودم چون

در صورت کسر و مخرج توافق بالربع بود ربع هر دو گرفتم ۱۵۹ / ۱۷۵

یکصد و پنجاه و نه جزء از یک صد وهفتاد و پنج جزء گردید واین ضلع

مال مال تقریبی سه ربع است صورة الجدول (جدول ۵۳)

وخواستم که ضلع کعب پنج سدس بدانم پس مال مخرج را که ۳۶ بود در پنج ضرب کردم یک صد وهشتاد شد وضلع کعب تقریبی آن پنج صحیح وپنجاه و پنج جزء از نود و یک جزء گردید

آنرا بر مخرج اول منسوب ساختم ۵ و ۵۵ / ۹۱ ۶ گردید

و از مخرج مشترک جمع نمودم ۱

پانصد و ده جزء از پانصد و چهل و شش ۶

جزء شد چون در صورت کسر و مخرج توافق بالسدس بود سدس هر دو گرفتم هشتاد و پنج جزء

ازنود ویک جزء گردید واین کعب پنج سدس است تقریباً واگر باکسر صحیح هم باشد پس ضلع صحیح را چنانکه دراستخراج ضلع گفته شد بگیرند اگر صحیح منطق است وبراي مال برضعف جذر واحد افزوده کسر را برا و منسوب کنند ودر کعب برمجموع اعداد صف مال وصف ضلع واحد افزوده کسر را منسوب نمایند وعلی هذا القیاس در هر مضلعات مثلاً خواستم که جذر نه صحیح ویک نصف بدانم پس جذر نه که سه است گرفتم وکسر را بر هفت منسوب ساختم سه صحیح ویک نصف سبع شد وخواستم که کعب بست و هفت ویک ربع بدانم چون کعب بست وهفت سه است واعداد صف مال ۲۷ وصف ضلع نه است ومجموع آن سي وهفت شد وکسر را برا و منسوب نمودم سه صحیح ویک ربع سي وهفتم شد واگر صحیح منطق نبود دراستخراج جذر عدد باقي را معه الکسر باضعف جذر معه الواحد منکسر سازند ورجوع به کسر مفرد کنند وترفیع سازند اگر ممکن باشد ودراستخراج دیگر اضلاع بامجموع اعداد صفوف که بقاعدهٔ استخراج ضلع جمع کرده وواحد بیفزایند ومنکسر سازند ورجوع بمفرد کنند مثلاً خواستم که جذر ده صحیح وسه خمس بدانم جذر ده سه برآمد وواحد باقي ماند آنرا معه الکسر جمع نمودم وباهفت که ضعف جذر مع الواحد است منکسر نمودم یک صحیح وسه خمس از هفت شد آنرا مفرد نمودم یعني هفت را در پنج که مخرج بود ضرب نمودم سي وپنج شد ویک صحیح وسه خمس را مجنس نمودم وبالایش منسوب ساختم هشت جزء از سي وپنج جزء گردید پس جذر سه صحیح وهشت جزء از سي وپنج جزء برآمد واگر صحیح را هم مجنس نموده وباکسر جمع کرده استخراج جذر وضلع اول جمیع مضلعات چنانکه بالا گفته شد نمایند بهتر واحسن است ومیگوییم اگر مضلع منطق صحیح معه الکسر است ضلع اول آن بدون مجنس کردن تحقیقاً معلوم نمي شود یعني اگر بقاعدهٔ که بالا مذکور شد که جذر صحیح گرفته باقي صحیح را معه الکسر برضعف جذر معه الواحد منکسر سازند ومنفرد کنند جذر تحقیقي نخواهد برآمد بلکه تقریبي خواهد بود مثلاً خواهم که جذر دوازده صحیح ویک ربع بدانم پس بقاعدهٔ اول جذر صحیح گرفتم سه برآمد وسه صحیح ویک ربع باقي ماند آنرا با هفت منکسر نموده رجوع بمفرد نمودم سیزده جزء از بست وهشت جزء گردید پس جذر دوازده صحیح ویک ربع سه صحیح وسیزده جزء از بست وهشت جزء شد واین تقریبي است واگر مجنس نمایند ۴ چهل ونه ربع میشود

وجذر آن هفت نصف که سه صحیح ویک نصف است میشود واین تحقیقي است وهمچنین اگر خواهم که کعب چهل ودو صحیح وهفت ثمن بدانم پس اگر مجنس نمودم سه صد وچهل وسه ثمن شد وضلع کعب آن هفت نصف وسه صحیح ویک نصف است برآمد واین تحقیقي واگر بقاعدهٔ اولی عمل نمودم وضلع کعب چهل ودو گرفتم سه صحیح شد وپانزده صحیح وهفت ثمن باقي ماند پس آنرا بالاي مجموع اعداد صف مال وضلع معه الواحد که سي وهفت است منکسر ساخته رجوع بمفرد نمودم سه صحیح ویک صد وبست وهفت جزء از دو صد ونود وشش جزء گردید واین تقریبي است فافهم پس بهتر است که صحیح معه الکسر را مجنس نموده استخراج ضلع اول نمایند

* مطلب دهم در بیان قاعدهٔ استخراج ضلع اول مضلعات اصم بطریقیکه اقرب التقریبي باشد وآن موقوف بر دانستن مقدمه ایست که بیان میکنم *

هرگاه مضلعي را در مضلعي دیگر که متساوي المنزل باشد ضرب کنند وضلع حاصل الضرب بلحاظ همان منزل استخراج کنند پس مسطح ضلعین اولین مساوي ضلع حاصل خواهد بود کما برهن علیه اقلیدس مثلاً که مال سه است در چهار که مال دو است ضرب کنند سي وشش میشود پس ضلع وجذر آن که شش است مساوي حاصل ضرب سه در دو است درینصورت هرگاه ضلع حاصل را بر احد الضلعین اولین قسمت کنند خارج ضلع دیگر خواهد شد چنانکه اگر شش را بر سه قسمت کنند دو خارج میشود واگر بر دو قسمت کنند سه خارج مي شود وهمچنین اگر یک مضلع منطق را در مضلع اصم که متساوي المنزل باشد ضرب نمایند وضلع تقریبي حاصل الضرب را بلحاظ همان منزل خارج نموده بر ضلع منطق قسمت کنند خارج ضلع مضلع اصم خواهد بود پس میگوییم که براي تسهیل عمل استخراج مخرج تقریبي ضلع اصم که یک مضلع منطق ذو اصفار را که به صورت واحد ومساوي منزل مضلع اصم باشد در مضلع اصم ضرب کنند بلکه صرف اصفار مضلع منطق بر یمین مضلع اصم ثبت کنند وضلع اول استخراج کنند وکسر باقي را که در ضلع حاصل باشد ترک کرده اعداد خارج را بر ضلع منطق قسمت سازند خارج القسمت ضلع تقریبي اصم است مثلاً خواستم که جذر ۲۴۵ بدانم چون معلوم شد که اصم الجذر است چرا که جذر آن بقاعدهٔ معینه مذکورهٔ سابق برآوردم پانزده صحیح وبست جزء از سي ویک جزء گردید لهذا ۲۴۵ را در مال یک هزار ۱۰۰۰ که بدین صورت است ۱۰۰۰۰۰۰ ضرب کردم بلکه شش صفر

بر یمین او افزودم بدینصورت شد ۲۴۵۰۰۰۰۰۰ و جذر آن استخراج کردم ۱۵۶۵۲ عدد خارج شد و ۱۴۸۹۶ کسر باقی ماند آنرا ترک کردم و عدد خارج را بر یک هزار قسمت نمودم خارج پانزده صحیح و شش صد و پنجاه و دو جزء از یک هزار جزء گردید و آن ضلع اقرب التقریبی است

۱۵
۱۵۶۵۲
۱۰۰۰

و باید دانست که مراتب اعداد باقی از قسمت بقدر اصغار ضلع منطق خواهد بود و هرقدر اصغار ضلع منطق اکثر خواهد بود ضلع تقریبی اقرب تر خواهد بر آمد

۵۶۵۲
۵۰۰۰

و چون در مثال مذکور صورت کسر با مخرج نسبت توافق بالربع دارد لهذا رجوع باقل نمودم ۱۵ گردید

۶۵۲
۱۰۰۰

۱۶۳
۲۵۰

مثال دیگر خواستم که ضلع کعب ۳۵۴) استخراج کنم چون اصم است لهذا نه اصغار که عدد اصغار مکعب هزار است بران افزودم و ضلع کعب استخراج نمودم ۷۰۷۴ خارج شد و باقی ۶۵۹۸۷۷۶ ماند آنرا ترک کردم و عدد خارج را بر یک هزار قسمت نمودم خارج

۷
۷۴
۱۰۰۰

هفت صحیح و هفتاد و چهار جزء از هزار جزء گردید و این ضلع اقرب التقریبی است به نسبت ضلعی که از روی قاعدهٔ معینهٔ مذکورهٔ سابق هفت صحیح و یازده جزء از یک صد و شصت و نه جزء میشود و اگر کسر باقی مضلع را ترک نکنم بلکه عدد باقی قسمت در مخرج تقریبی کسر باقی ضرب نموده و صورت کسر را بران بیفزایم و مجموع را بر مخرج تقریبی اصغار بقدر ضلع منطق افزوده منسوب سازم اقرب تر میشود مثلا در مثال اول که کسر باقی مضلع ۱۴۸۹۶ و مخرج تقریبی بقاعدهٔ معینهٔ سابق ۳۱۳۰۵ است و عدد باقی قسمت ۶۵۲ پس ۶۵۲ را در مخرج تقریبی ضرب نمودم ۲۰۴۱۰۸۶۰ شد بران صورت کسر را که ۱۴۸۹۶ بود افزودم و جمع نمودم ۲۰۴۲۵۷۵۶ گردید بر مخرج تقریبی سه صفر که عدد اصغار یک هزار است افزودم ۳۱۳۰۵۰۰۰ شد و منسوب ساختم بدینصورت

۱۵ گردید
۲۰۴۲۵۷۵۶
۳۱۳۰۵۰۰۰

و چون در صورت کسر و مخرج توافق بالربع است رجوع باقل نمودم و این ضلع تقریبی نهایت اقرب است و هذا جدوله (جدول ۵۴)

۱۵ گردید
۵۱۰۶۴۳۹
۷۸۲۶۲۵۰

* مطلب یازدهم در تحویل کسور *

وآن عبارت است از تبدیل کسري بکسر دیگر مثلاً ثمن را بربع تبدیل سازند وبالعکس وسدس را بخمس تبدیل نمایند وبالعکس وطریقش آنست که صورت کسر را در مخرج مطلوب ضرب کرده بر مخرج موجود قسمت نمایند وخارج را بر مخرج مطلوب منسوب سازند مثلاً اگر پنج سدس را با سباع تبدیل نمایم پنج را در هفت که مخرج مطلوب است ضرب کرده حاصل را که سي وپنج است برشش که مخرج موجود است قسمت کنم وخارج را که پنج صحیح وپنج سدس است برسبع منسوب سازم پس پنج سبع وپنج سدس سبع خواهد شد

۵ و ۵
۶ ۷
—
۱
۷

واگر پنج سدس را باخماس تبدیل سازم پنج صورت کسر را در پنج که مخرج مطلوب است ضرب ساخته بست وپنج را که حاصل است برشش که مخرج موجود است قسمت سازم وخارج را که چهار صحیح ویک سدس است برخمس منسوب گردانم ۴ و ۱ خواهد شد

۵
۶
—
۱
۵

* باب سیوم در بعض فوائد عام که محاسب را دانستن آن ضروري است ودر استخراج مجهولات مُعیّن مي شود *

* مطلب اول دربیان خواص اعداد *

خاصهٔ عدد فرد آنست که مجذور او هم فرد خواهد بود وهرگاه از مجذور او واحد کم کنند باقي برهشت قسمت پذیرد به قسمت صحیح خاصهٔ عدد زوج آنست که ربع مجذور وي مجذور عدد صحیح بود وآن عدد صحیح نصف آن عدد زوج خواهد بود مثلاً ده که عدد زوج است ومجذور آن صد است ویک ربع آن بست وپنج است وآن مجذور پنج است خاصهٔ زوج الزوج آنست که مجموع اجزاء او ناقص باشند از وي بواحد چون عدد هشت ومجموع نصف وربع وثمن وي هفت میشود که ناقص از هشت است بواحد ودیگر اینکه برهیچ عددی فرد قسمت صحیح نه پذیرد خاصهٔ زوج الزوج والفرد آنست که برعدد زوج وفرد قسمت صحیح پذیرد وهرگاه برعدد زوج قسمت کنند عدد فرد خارج شود واگر برعدد فرد قسمت نمایند عدد زوج

خارج گردد چنانکه بست که بر چهار و پنج قسمت صحیح می پذیرد و هرگاه بر چهار قسمت نمایند عدد پنج بر می آید و اگر بر پنج قسمت سازند عدد چهار خارج می شود خاصهٔ مجذور آنست که در میزان او که به نه نه کرده شود این پنج عدد نمی باشد دو و سه و پنج و شش و هشت خاصهٔ کعب آنست که در میزان او به نه نه این شش عدد نبود دو و سه و چهار و پنج و شش و هفت و خاصهٔ عدد تام آنست که چون آن را بر عدد زوج الزوج قسمت نمایند خارج فرد اولی شود و آن فرد اولی از ضعف آن زوج الزوج بواحد کم باشد و نیز خاصهٔ عدد تام انست که در هر مراتب از آحاد و عشرات و مئات و الوف یک عدد تام واقع میشود چنانکه در آحاد عدد تام شش است و در عشرات بست و هشت و در مئات چهار صد و نود و شش است و علی هذا القیاس در مرتبهٔ الوف وغیره

* مطلب دویم در جمع اعداد و دران مقدمه و چند فصل است *

* مقدمه بدانکه جمع بر دو قسم است قسم اول آنکه جمع اعداد علی نسبة معینة معلومه باشد و آن نیز منقسم بدو نوع میشود یکی آنکه نسبت فی الکیف باشد و آن نسبت هندسی است مثل نصف و ثلث و ربع در ینصورت اعداد متفاضله اگرچه اعداد مختلفه باشد لکن مشابه فی الکیف عند نسبة بعضها فی بعض خواهند بود و این نیز دو صنف است یکی آنکه نسبت عددین نسبت تضعیف باشد اعنی عدد ماقبل نصف عدد مابعد بود چنانچه در تضعیف بیوت شطرنج وغیر آن و دویم آنکه نسبت عددین غیر نصف بود اعنی نسبت ثلث و ربع و سدس و سبع بود چنانچه مثال آن بیاید ان شا الله تعالی و نوع دویم از قسم اول آنکه نسبت فی الکم باشد و آن نسبت عددی است مثل اعداد متوالی علی نظم طبیعی که بتفاضل واحد واحد اند و ازواج متوالی که تفاضل اثنین اثنین دارند و در ینصورت تزاید باعداد متساویه خواهد بود و بدانکه نوع دویم را انواع کثیر است مثل جمع اعداد متوالی و مربعات متوالی و مکعبات متوالی و جمع افراد متوالی و ازواج متوالی وغیر آن و قسم دویم آنکه جمع علی نسبت غیر معینه باشد چنانکه در باب اول در مطلب رابع گفته شد *

* فصل اول در جمع اعداد متزاید علی نسبت فی الکیف که نوع اول قسم اول است و دران دو بیان است

* بیان اول در جمع تضعیفات متوالی * بدانکه از روی برهان هندسی ثابت است که مجذور عدد مساوی مجموع چهار مجذور نصف عدد میشود و ضعف الضعف مجذور عدد مساوی

مجذور ضعف عدد است چنانچه مجذور شش که سي وشش است مساوی چهار مجذور سه که نه است وهمچنین سي وشش که ضعف الضعف مجذور سه است مساوي مجذور شش که ضعف سه است پس باید دانست که در تضعیفات متوالي که ابتداء از واحد است در مرتبهٔ اول فرد واحد افتاده وان بنفس خود مجذور است پس در جمیع خانه هاي فرد که خانه ضعف الضعف اول است مجذور خواهد بود وجذر آن در خانهٔ که از روي عدة نصف خانهٔ فرد باشد معه اعتبار کسر نصف به صحیح واحد اعني جذر عدد خانهٔ پنجم در خانهٔ سیوم وجذر عدد خانهٔ هفتم در خانهٔ چهارم وعلی هذا القیاس وجمع تضعیفات متوالي مساوي ضعف عدد خانهٔ اخیر الا واحد میشود پس اگر عدد خانهٔ اخیر معلوم باشد ضعف آن نموده واحد از وکم کنند واگر معلوم نباشد خانهٔ اخیر را به بینند که زوج است یا فرد اگر فرد باشد عدد خانهٔ نصف آن معه اعتبار کسر بمنزلهٔ صحیح بگیرند یعني کسر را که نصف است واحد شمار کنند واگر عدد آن خانه معلوم باشد مجذور آن بگیرند که عدد خانهٔ اخیر خواهد بود واگر معلوم نباشد وخانهٔ زوج بود بران علامت تضعیف گذارند وواحد از وکم کنند تا فرد شود وباز آن فرد ثاني را نصف سازند پس اگر زوج باشد علامت تضعیف گذارند وواحد کم نموده فرد سازند وهمچنین تا خانهٔ که عدد آن معلوم تواند شد برسند ومرتبه مرتبه مجذورات آنرا گرفته برابر علامت تضعیف تضعیف نموده تا خانهٔ اخیر برسند که عدد خانهٔ اخیر معلوم شود آنرا تضعیف نموده واحد کم کنند که جمع تضعیفات حاصل شود مثلاً خواستم که جمع تضعیفات متوالي تا هجده خانه بدانم وعدد خانهٔ هجدهم معلوم نبود چون خانهٔ زوج است علامت تضعیف بران نهادم وواحد کم کردم هفده ماند آنرا زیر او نوشتم ونصف آن که نه باعتبار کسر به صحیح است آنرا تحت آن نوشتم ونصف آنرا که پنج است تحت آن نوشتم ونصف آن که سه است تحت آن ثبت نمودم وچون خانهٔ سیوم بسهولت معلوم مي تواند شد که چهار است آنرا مربع کرده شانزده را برابر خانهٔ پنجم نوشتم ومجذور شانزده را که دوصد وپنجاه وشش است برابر خانهٔ نهم نهادم ومربع دوصد وپنجاه وشش را که شصت وپنج هزار وپانصد وسي وشش است برابر خانهٔ هفدهم نگاشتم وآنرا تضعیف نموده برابر هجدهم نوشتم یک لک وسي ویک هزار وهفتاد ودو گردید وآن عدد خانهٔ هجدهم است پس آنرا تضعیف نموده واحد کم کردم مجموع تضعیفات تا خانهٔ هجدهم دو لک وشصت ودو هزار ویک صد

وچهل وسه شد وهذه صورته

۱۸	۱۳۱۰۷۲
۱۷	۶۵۵۳۶
۹	۲۵۶
۵	۱۶
۳	۴

ونیز اگر عدد خانهٔ زوج باشد فرد ما بعد او را گرفته عمل کنند واز عدد خانهٔ فرد اخیر واحد بکاهند حاجت تضعیف اخیر نمیشود مثلاً در مثال مذکور ما بعد هجدهم که نوزدهم خانهٔ فرد بود آنرا گرفته تنصیف نمودم ده شد چون زوج بود بران علامت تضعیف نهادم وواحد کم کرده نه را نوشتم وهمچنین عمل تمام کردم بدینصورت

۱۹	۲۶۲۱۴۴
۱۰	۵۱۲
۹	۲۵۶
۵	۱۶
۳	۴

وواحد از عدد خانهٔ نوزدهم ساقط کردم باقي جمع تضعیفات متوالي تا خانهٔ هجدهم گردید واگر خواهند جمع تضعیفات بیوت شطرنج بدانند تا خانهٔ شصت وچهارم چون عدد خانهٔ شصت وپنجم بواحد از وکم است لهذا عدد خانهٔ شصت وپنجم براورده وواحد از ان کم کنند بدینصورت

۶۵	۱۸۴۴۶۷۴۴۰۷۳۷۰۹۵۵۱۶۱۶
۳۳	۴۲۹۴۹۶۷۲۹۶
۱۷	۶۵۵۳۶
۹	۲۵۶
۵	۱۶
۳	۴

واگر وضع تضعیفات مختلف شود اعني در خانهٔ اول مثلاً چهار ودر دویم هشت ودر سیوم شانزده وعلی هذا القیاس درینصورت جمع تضعیفات باعتبار ابتداء از واحد چنانکه بالا مذکور شد حاصل کنند ودر عدد خانهٔ اول ضرب سازند که حاصل جمع تضعیفات است مثلاً خواستم که جمع تضعیفات از خانهٔ اول تا خانهٔ هشتم درحالیکه ابتداء از چهار است بدانم اول باعتبار ابتداء از واحد جمع تضعیفات نمودم دوصد وپنجاه وپنج شد آنرا در چهار ضرب ساختم حاصل یک هزار وبست شد واین جمع تضعیفات تا خانهٔ هشتم باعتبار ابتدا از چهار است وهذه صورته

۱	۴
۲	۸
۳	۱۶
۴	۳۲
۵	۶۴
۷	۱۲۸
۸	۲۵۶
	۵۱۲
	۱۰۲۰

وعلی هذا القیاس اگر ابتدا از سه خواه پنج خواه شش وغیر آن شود وباید دانست که تضعیف جمع المثلین است که عبارت از ضرب عدد در اثنین باشد واضعاف جمع امثال که عبارت از ضرب عدد در ما فوق اثنین بود وچون اهل کتب حساب صرف قاعدهٔ جمع تضعیفات مقرر کرده ومتعرض قاعدهٔ جمع اضاعیف نشده اند لهذا این نحیف قاعدهٔ کلي که شامل است مر جمع تضعیفات وجمع اضاعیف را استنباط نموده بیان میکند که عدد خانهٔ آخر تضعیفات خواه اضاعیف درصورتیکه ابتدا از واحد باشد بعد اسقاط واحد حاصل الضرب جمع اعداد خانه هاي ماقبل

اودر عدد امثال الاواحد است درینصورت از عدد خانهٔ اخیر واحد کم کرده باقي را بر عدد امثال الاواحد قسمت کنند وخارج را بر عدد خانهٔ آخر بیفزایند که مجموع جمع مطلوب است مثلاً در تضعیفات متوالي از ابتداي خانهٔ اول تا خانهٔ هفتم اگر جمع نمایند از عدد خانهٔ هفتم واحد کم کرده باقي را بر واحد که عدد امثال الاواحد است قسمت کنند وخارج را که همان عدد خانهٔ آخر الاواحد خواهد بود بر عدد خانهٔ آخر بیفزایند ودر جمع اضاعیف مثلاً اگر اضاعیف سه امثال باشند اعني درخانهٔ اول واحد ودر خانهٔ دویم سه ودر خانهٔ سیوم نه ودر چهارم بست وهفت وعلی هذا وبخواهند که جمع اعداد تا خانهٔ هفتم بدانند پس از عدد خانهٔ هفتم واحد کم کرده باقي را بر دو که عدد امثال الاواحد است قسمت کرده خارج را بر عدد خانهٔ آخر بیفزایند وهمچنین اگر اضاعیف بچهار امثال است از عدد خانهٔ آخر واحد کم کرده باقي را بر سه قسمت کنند وخارج را بر عدد خانهٔ آخر بیفزایند وقاعدهٔ استخراج عدد خانهٔ اخیر انچه در جمع تضعیفات بیان کرده شد در جمع اضاعیف هم جاري مي شود الا اینکه در خانهاي زوج در تضعیفات عدد خانهٔ فرد ماقبل را تضعیف مي کردند ودر اضعاف در عدد امثال ضرب میکنند وهمچنین اگر ابتدا از واحد نباشد پس جمع بلحاظ ابتدا از واحد نموده حاصل را در عدد خانهٔ اول ضرب سازند چنانچه در جمع تضعیفات گفته شد

* بیان دویم در جمع اعداد که تزاید آن سواي نسبة ضعف باشد پس عدد اصغر را که در خانهٔ اول باشد در تفاضل عدد اعظم که در خانهٔ اخیر بود ضرب نموده حاصل را بر تفاضل عدد خانهٔ دویم که از عدد خانهٔ اول است قسمت نمایند وخارج را با عدد اخر جمع سازند مثلاً خواستم که جمع اعداد از خانهٔ اول تا خانهٔ پنجم کنم بحیثیتیکه تزاید علی نسبت نصف است اعني درخانهٔ اول شانزده ودر خانهٔ دویم بست وچهار ودر خانهٔ سیوم سي وشش ودر خانهٔ چهارم پنجاه وچهار ودر خانهٔ پنجم هشتاد ویک پس شانزده را در شصت وپنج که تفاضل هشتاد ویک بر شانزده است ضرب نموده یک هزار وچهل را بر هشت که تفاضل بست وچهار بر شانزده است قسمت نمودم یک صد وسي بر آمد آنرا با هشتاد ویک جمع نمودم دو صد ویازده شد واین جمع اعداد است تا خانهٔ پنجم واگر عدد خانهٔ آخر معلوم نباشد باید که نسبة تزاید را از خانهٔ اول بگیرند وتا خانهٔ آخر برسانند ونسبت آخر را در کسر عدد خانهٔ اول ضرب سازند که حاصل عدد

خانهٔ اخر است مثلاً در مثال مذکور چون ابتدای تزاید از نصف است برابر خانهٔ اول
ده و نوشتم که مخرج کسر است و برابر خانهٔ دویم سه که مجموع دو و نصف دو است و برابر
خانهٔ سیوم چهار صحیح و یک نصف که مجموع سه و نصف سه است و برابر خانهٔ چهارم شش
صحیح و سه ربع که مجموع چهار صحیح و یک نصف و نصف آنست و برابر خانهٔ پنجم ده صحیح
و یک ثمن که مجموع شش صحیح و سه ربع و نصف آنست پس نصف عدد اول که هشت بود در
ده صحیح و یک ثمن ضرب نمودم خارج هشتاد و یک گردید و این عدد خانهٔ اخیر است تا نهم
و بدانکه این عمل عام است در جمع اعداد متزایده علی ای نسبة هندسیة کانت

* فصل دویم در جمع اعداد متوالی صاحب خلاصة الحساب و دستور الحساب
و عیون الحساب در جمع اعداد متوالی صرف یک قاعده بیان کرده اند و آن اینست که بر عدد اخیر
واحد افزوده در نصف عدد اخیر ضرب سازند که حاصل جمع اعداد متوالی است مثلاً خواهم که
جمع اعداد متوالی از واحد تا ده بدانم واحد بر ده افزوده یازده را در پنج ضرب کردم حاصل پنجاه
و پنج شد و این جمع اعداد متوالی علی نظم طبیعی از واحد تا ده است و مؤلف این نسخه میگوید
که اگر بر ضعف مجذور نصف عدد اخیر نصف عدد اخیر بیفزایند مجموع جمع اعداد است مثلاً در
مثال مذکور پنج را که نصف ده است مربع کرده بست و پنج را تضعیف نمودم و پنج بر آن افزودم
پنجاه و پنج شد و هم اگر بر نصف مجذور عدد اخیر نصف عدد اخیر بیفزایند مطلوب حاصل شود
و بنوبطور قاعدهٔ کلی بیان میکنم که اعداد متوالی را بمنزل خانها فرض کنند و اعدادیکه در آن
خانها افتد بعدد خانه تعبیر کنند چنانکه در نظم اعداد طبیعی تزاید واحد واحد است در خانهٔ
اول واحد و در خانهٔ دویم دو و در خانهٔ سیوم سه و اینچنین اعتبار کنند و اگر تزاید اثنین اثنین است
پس در خانهٔ اول دو و در خانهٔ دویم چهار و در خانهٔ سیوم شش و در خانهٔ چهارم هشت خواهد
بود در اینصورت قاعدهٔ جمع اعداد متوالی این است که عدد خانهٔ اخیر را با عدد خانهٔ اول جمع
نموده در نصف عدد خانهٔ اخیر ضرب کنند و عدد خانهٔ اخیر حاصل ضرب عدد اول در عدد تزاید
است مثلاً در مثال مذکور در خانهٔ دهم عدد ده که حاصل ضرب عدد اول در واحد است با عدد
خانهٔ اول که واحد بود جمع نموده یازده را در پنج که نصف عدد خانهٔ دهم است ضرب کردم
پنجاه و پنج شد و اگر تزاید اثنین اثنین است عدد خانهٔ دهم را که ده است در دو ضرب کردم بست شد

واین عدد خانهٔ دهم است آنرا با عدد خانهٔ اول که دواست جمع نموده بست ودو را در پنج ضرب نمودم یک صد وده شد واین جمع اعداد متوالي از خانهٔ اول تا خانهٔ دهم است بتزاید اثنین اثنین

* فصل سیوم در جمع اعداد متوالي از هر خانه که ابتدا کرده شود وطریقش آنست که تفاضل عدة خانهٔ آخیر بر عدد خانهٔ اول گرفته واحد بران بیفزایند ودر نصف مجموع عددین طرفین ضرب کنند مثلاً خواهم که از خانهٔ سیوم تا خانهٔ دوازدهم جمع اعداد متوالیه علی نظم طبیعي که تزاید واحد واحد است بدانم چون عدة خانه اخیر دوازده وعدة خانهٔ اول سه وتفاضل بینهما نه است واحد بران افزودم وده را در هفت ویک نصف که نصف پانزده مجموع طرفین است ضرب کردم هفتاد وپنج شد واگر تزاید دو دو است پس ده را که تفاضل معه الواحد است در پانزده که نصف سي مجموع طرفین است ضرب کنم حاصل یک صد وپنجاه خواهد شد

* فصل چهارم در جمع افراد متوالي از ابتداي واحد وطریقش آنست که مربع عدة خانهاي فرد را در عدد تزاید ضرب کنند خواه بر عدة خانهٔ اخیر واحد افزوده مربع نصف مجموع را در عدد متزاید ضرب سازند مثلاً خواستم که جمع افراد متوالیه علی نظم طبیعي که بتزاید واحد واحد است تا خانهٔ یازدهم بدانم پس بطریق اول چون عدة خانهاي فرد تا خانهٔ یازدهم شش است ومربع آن سي وشش مي شود آنرا در واحد که عدد تزاید است ضرب نمودم هم سي وشش شد وبطریق ثاني واحد را بر عدة خانهٔ اخیر که یازده است افزودم دوازده شد ونصف آنرا که شش است مربع ساختم سي وشش شد در واحد ضرب نمودم هم سي وشش گردید ودر صورتیکه بتزاید اثنین اثنین است بهر دو طریق سي وشش را در دو ضرب کردم هفتاد ودو شد

* تنبیه باید دانست که در افراد متوالیه از خانهٔ اول تا هر خانهٔ که باشد هرگاه واحد بر عدة خانهٔ اخیر بیفزایند نصف آن عدة خانهاي فرد میشود

* تنبیه بدانکه مراد از افراد وازواج متوالیه وغیره خانهاي فرد وزوج است نه عدد خانهاي چراکه مثلاً اگر عدد تزاید زوج باشد در پنج خانهٔ عدد فرد نمي افتد

* فصل پنجم در جمع افراد وازواج متوالیه از هر خانه که خواسته باشند ابتدا نموده جمع سازند ودرین دو طریق است اول که شامل است جمع افراد وازواج را این است که عدة خانهٔ طرف اول وطرف اخیر را جمع نموده نصف سازند وواحد بر وی بیفزایند ومجموع را در نصف فضل عدة

خانهٔ طرف اخیر بر عدهٔ خانهٔ طرف اول ضرب ساخته بر حاصل ضرب عدهٔ خانهٔ طرف اول را افزوده مجموع را در عدد تزاید ضرب کنند و طریق دویم که خاص است برای جمع افراد این است که مربع عدهٔ خانهٔ طرف اخیر را بلحاظ فرد و زوج بگیرند و مربع عدهٔ خانهٔ ماقبل طرف او را از و ساقط کرده باقی را در عدد تزاید ضرب سازند مثلاً اگر خواهم جمع افراد متوالیه از خانهٔ پنجم تا خانهٔ یازدهم علی نظم طبیعی بدانم بطریق اول پنج را با یازده مجموع نمودم شانزده شد و بر نصف آن که هشت است واحد افزودم نه گردید آنرا در نصف فصل عدهٔ خانهٔ طرف اخیر بر عدهٔ خانهٔ طرف اول که سه بود ضرب نمودم بست و هفت شد و بران پنج که عدهٔ خانهٔ طرف اول است افزوده در واحد که عدد تزاید است ضرب ساختم سی و دو گردید و بطریق دویم چون عدهٔ خانهٔ اخیر بلحاظ فرد شش است و مربع آن سی و شش و عدهٔ خانهٔ طرف اول بلحاظ فرد سه است و عدهٔ خانهٔ ماقبل او دو و مربع آن چهار است پس چهار را از سی و شش ساقط نمودم سی و دو باقی ماند آنرا در واحد که عدد تزاید است ضرب نمودم و اگر تزاید اثنین اثنین است بهر دو طریق سی و دو را در دو که عدد تزاید است ضرب نمایم شصت و چهار میشود همچنین اگر خواهم که جمع ازواج متوالی از خانهٔ ششم تا خانهٔ دوازدهم علی نظم طبیعی بدانم پس بطریق اول عدهٔ خانهٔ طرف اول و طرف اخیر را جمع نمودم هجده شد و بر نصف آن که نه است واحد افزودم ده شد آنرا در نصف فصل بین الطرفین که سه است ضرب نموده بر سی عدد شش که عدد خانهٔ طرف اول است افزودم سی و شش شد و آنرا در واحد که عدد تزاید است ضرب ساختم و اگر تزاید اثنین اثنین است در دو ضرب نمودم

* فصل ششم در جمع ازواج متوالیه از ابتدای خانهٔ دویم که برای زوج خانهٔ اول است تا هر خانه که خواهند طریقش این ست که بر نصف عدهٔ خانهٔ اخیر واحد افزوده در نصف عدهٔ ضرب سازند و حاصل را در عدد تزاید ضرب کنند مثلاً خواهم که جمع ازواج متوالی علی نظم طبیعی از ابتدای خانهٔ دویم تا خانهٔ بستم بدانم نصف عدد خانهٔ اخیر را که ده است در یازده ضرب نموده حاصل را که یک صد و ده میشود در واحد که عدد تزاید است ضرب نمودم و اگر عدد تزاید اثنین است در دو ضرب ساختم و از ازین قاعده ظاهر میشود اگر بر مربع عدهٔ خانهٔ اخیر بلحاظ زوج همان عدهٔ خانهٔ اخیر را بیفزایند هم مطلوب حاصل شود چرا که عدهٔ هر خانه بلحاظ زوج

نصف عدة آن خانه است بلالحاظ

* تنبیه اگر بخواهند که عدة خانهٔ اخیر بلحاظ زوج از مجموع ازواج بدانند باید که یک ربع واحد بر مجموع ازواج بیفزایند واز جذر آن یک نصف ساقط کنند که باقي عدة خانهٔ اخیر بلحاظ زوج خواهد بود مثلاً در مثال مذکور که مجموع ازواج یک صد وده است خواستم که عدة خانهٔ اخیر بلحاظ زوج بدانیم یک ربع بران افزودم واز جذر آن که ده صحیح ویک نصف است یک نصف را ساقط کردم باقي عدد ده عدة خانهٔ اخیر است بلحاظ زوج

* فصـــل هفتم در جمع ازواج الفرد از ابتداي خانهٔ دویم در صورتیکه دو را هم زوج الفرد قرار دهند باید دانست که ازواج الفرد اعداد از ابتداي دو بتفاضل چهار چهار مي باشد مثل دو وشش وده وچهارده وهجده وطریقش آنست که نصف مجموع عدة خانهٔ طرف اول وطرف اخیر را در ربع مجموع ضرب سازند وحاصل را در عدد تزاید ضرب کنند مثلاً خواستم که جمع ازواج الفرد از ابتداي خانهٔ دویم تا خانهٔ هجدهم علی نظم طبعي بدانم چون مجموع خانهٔ طرف اول وطرف اخیر بست است پس ده را که نصف المجموع است در پنج که ربع المجموع است ضرب کرده حاصل را که پنجاه شد در واحد که عدد تزاید بود ضرب ساختم وطریق آخر اگر عدة خانهٔ اخیر را بلحاظ زوج الفرد در ضعف خودش ضرب سازند نیز مطلوب حاصل شود چنانکه در مثال مذکور که عدة خانهٔ اخیر بلحاظ زوج الفرد پنج است آنرا در ضعفش که ده است ضرب نمایم هم پنجاه میشود واگر خواهم که ده زوج الفرد از ابتداي خانهٔ دویم جمع کنم پس ده را در بست ضرب کردم دو صد شد

* تنبیه اگر اثنین را زوج الفرد شمار نکنند باید که بعد از جمع آنرا ساقط نمایند چنانکه در مثال اول چهل وهشت بماند ودر مثال دویم یکصد ونود وهشت فافهم

* فصـــل هشتم در جمع اعداد متوالیه که تزاید آن بمقدار معین باشد لیکن در خانهٔ اول عدد تزاید واقع نشود بلکه عدد دیگر باشد فقط مثلاً تزاید چهار چهار است ودر خانهٔ اول عدد سه است پس طریقش آنست که از عدة خانهٔ اخیر واحد کم کرده باقي را در عدد تزاید ضرب کنند وبر حاصل ضرب عدد خانهٔ اول بیفزایند ومجموع عدد خانهٔ اخیر خواهد بود پس عدد خانهٔ اول را بر عدد خانهٔ اخیر افزوده در نصف عدة خانهٔ اخیر ضرب سازند مثلاً خواستم که جمع اعداد متوالیه که عدد تزاید آنها چهار چهار است ودر خانهٔ اول عدد سه واقع شده تا خانهٔ هفتم

بدانم چون عدة خانهٔ اخیر هفت بود واحد ازان کم کرده شش را که باقي بود در چهار ضرب ساختم بست وچهار شد عدد سه که در خانهٔ اول بود بران افزودم بست وهفت گردید واین عدد خانهٔ اخیر است باز سه را که عدد خانهٔ اول بود بران افزوده سي را در سه ونیم که نصف عدة خانهٔ اخیر است ضرب ساختم یک صد وپنج شد واین جمع اعداد است مؤلف خاکسار میگوید که این قاعده مطابق قاعدهٔ کلي است که در فصل دویم بیان کرده ام ونیز اگر جمع اعداد خانها بقاعدهٔ جمع اعداد متوالیه حاصل نموده در عدد تزاید ضرب کنند واز حاصل الضرب مذکور عدة خانهٔ اخیر را در فضل عدد تزاید بر عدد خانهٔ اول ضرب کرده ساقط کنند در صورتیکه عدد خانهٔ اول کمتر از عدد تزاید باشد واگر عدد خانهٔ اول زائد باشد حاصل ضرب را بر حاصل ضرب اول بیفزایند که مطلوب حاصل شود مثلاً در مثال مذکور جمع اعداد خانها بقاعدهٔ جمع اعداد متوالیه بست وهشت است وهرگاه آنرا در چهار ضرب کردم یک صد ودوازده شد پس عدة خانهٔ اخیر را که هفت است در واحد که فضل عدد تزاید بر عدد خانهٔ اول است ضرب نموده ساقط کردم باقي یک صد وپنج ماند ودر صورتیکه عدد خانهٔ اول پنج باشد پس بر یکصد ودوازده هفت را بیفزایم که یک صد ونوزده شود وآن جمع اعداد خواهد بود واگر خواهم که عدد خانهٔ اخیر بدانم عدة خانهٔ اخیر را در عدد تزاید ضرب کرده فضل عدد تزاید بر عدد خانهٔ اول از حاصل الضرب ساقط کنم در صورتیکه عدد خانهٔ اول کمتر از عدد تزاید باشد وبیفزایم در صورتیکه زائد باشد چنانکه در مثال اول هفت را که عدة خانهٔ اخیر بود در چهار که عدد تزاید است ضرب کرده واز بست وهشت واحد را که فضل عدد تزاید بر عدد خانهٔ اول است ساقط نمودم بست وهفت شد واین عدد خانهٔ اخیر است در مثال اول ودر مثال دویم واحد را بر بست وهشت افزودم بست ونه شد وآن عدد خانهٔ اخیر در مثال دویم است واین قاعده در جمیع اعداد از هر خانهٔ که ابتدا کنند ودر جمیع افراد وازواج وغیر آن مفید است مثلاً اگر جمع اعداد در مثال اول از خانهٔ سیوم تا هفتم بدانم پس بقاعدهٔ فصل سیوم جمع اعداد خانها از سیوم تا هفتم نمودم بست وپنج شد وآنرا در چهار که عدد تزاید بود ضرب نمودم یکصد شد وچون از عدة خانهٔ اخیر دو کم شده چرا که ابتدا از خانهٔ سیوم است پس پنج باقي را در فضل که واحد بود ضرب کرده ساقط نمودم باقي نود وپنج ماند فافهم

* فصـــــل نهم در جمع اعداد مثلثات ومربعات و مخمسات ومسدسات وغیر آن

بایددانست که گاهي تزاید باعداد متزایده بالمتزاید المعین میشود مثلاً در خانهٔ اول واحد است ودر خانهٔ دویم دو برواحد افزوده سه نوشتم ودر خانهٔ سیوم سه برسه افزوده شش نوشتم ودر چهارم چهار برشش افزوده ده نوشتم وهمچنین تا هرجاکه بخواهند پس این تزاید واحد است واین در حقیقت جمع عدهٔ هرخانه از روي قاعدهٔ جمع اعداد متوالیه در واحد ضرب کرده برعدهٔ خانهٔ مابعدش مي افزایند مثلاً چون جمع عدهٔ خانهٔ اول واحد بود آنرا برعدهٔ خانهٔ دویم افزوده سه را در خانهٔ دویم نوشتم وچون جمع عدهٔ خانهٔ سیوم که شش بود آنرا برعدهٔ خانهٔ چهارم که چهار است افزوده ده را در خانهٔ چهارم ثبت نمودم وگویا جمع عدهٔ هرخانه دران خانه مي افتد واین را مثلثات گویند چراکه بیشتر این اعداد مثلث واقع میشود مثل سه وشش وپانزده وبست ویک وسي وشش وغیره وهمچنین اگر تزاید بالاعداد المتزایده بالاثنین است چنانکه در خانهٔ اول واحد بود پس سه بران افزوده چهار را در خانهٔ دویم نوشتم وباز پنج بران افزوده نه در خانهٔ سیوم نگاشتم وباز هفت بران افزوده شانزده در خانهٔ چهارم ثبت نمودم وهمچنین الی الآخر واین را مربعات گویند چراکه درینصورت اعداد جمیع خانه مربعات مي باشند وحقیقت آن اینست که جمع عدهٔ هرخانه را در وضرب کرده برعدهٔ خانهٔ مابعد مي افزایند مثلاً چون جمع عدهٔ خانهٔ اول واحد بود آنرا در دو ضرب کرده برعدهٔ خانهٔ دویم که دو است افزودم چهار شد وچون جمع عدهٔ خانهٔ دویم سه است آنرا در دو ضرب کرده برعدهٔ خانهٔ سیوم افزودم نه گردید وهمچنین الی الآخر

* تنبیه ازین عمل ظاهر میشود که جمیع مربعات از یک دیگر تفاضل بالاعداد متزاید بالاثنین دارند اعني هرقدر شانزده را برنه تفاضل است ازان تفاضل بست وپنج را برشانزده بزیادتي اثنین است

* فائده باید دانست که در اعداد مربعات مربع عدهٔ هرخانه در آن خانه مي افتد مثلاً در خانهٔ دویم چهار ودر خانهٔ سیوم نه ودر چهارم شانزده وعلی هذا القیاس وهمچنین اگر تزاید باعداد متزایده به سه باشد آنرا مخمسات نامند مثلاً در خانهٔ اول واحد ودر خانهٔ دویم پنج ودر خانهٔ سیوم دوازده وحقیقت آن اینست که جمع عدهٔ هرخانه را در سه ضرب کرده برعدهٔ خانهٔ مابعد مي افزایند وچون درینصورت بیشتر اعداد مخمس واقع میشوند لهذا مخمسات گویند واگر همچنین تزاید باعداد متزایده بچهار باشد آنرا مسدسات گویند ووجه تسمیهٔ هریک ازینها اینهم میتواند شد

که در مثلثات بخانهٔ دویم که در حقیقت ابتدای تزاید باعداد متزایده است عدد سه و در مربعات عدد چهار و در مخمسات عدد پنج و در مسدسات عدد شش واقع میشود والله اعلم بالصواب

* قاعده طریق جمع مثلثات متوالیات و مربعات و مخمسات و مسدسات وغیره آنست که از عدهٔ خانهٔ اخیر یکی نقصان کنند و ثلث باقی را در عدد تزاید ضرب نموده واحد براو بیفزایند و در جمع اعداد متوالی ضرب سازند مثلاً اگر جمع مثلثات را از ابتداء تا خانهٔ دهم بدانند واحد از ده کم کرده سه که ثلث نه باقی است در واحد که عدد تزاید است ضرب نموده و واحد براو افزوده چهار را در پنجاه و پنج که جمع اعداد متوالیه تا خانهٔ دهم است ضرب نمودم دو صد و بست شد و این مطلوب است و همچنین اگر دانستن جمیع مربعات تا خانهٔ دهم مطلوب است پس سه را که ثلث نه باقی بود در دو که عدد تزاید است ضرب ساخته و واحد براو افزوده در پنجاه و پنج ضرب نمودم سه صد و هشتاد و پنج شد و همچنین در مخمسات و مسدسات مؤلف خاکسار میگوید که اگر برای تسهیل عمل اعداد جمع متوالیه را در باقی عدهٔ اخیر بعد نقصان واحد ضرب نموده ثلث حاصل را در عدد تزاید ضرب نمایند و با اعداد جمع متوالیه جمع کنند بهتر است چراکه ثلث باقی عدهٔ اخیر بعد نقصان واحد اکثر صحیح نمی باشد و ضرب کسور خالی از دقّت نیست و انچه بنده بیان کرد هرگز در ثلث کسر واقع نمیشود

* فائده بدانکه خاصهٔ مثلثات اینست که هرگاه آنرا در هشت ضرب کرده واحد براو بیفزایند مجذور ضعف عدهٔ معه الواحد است مثلاً اگر مثلث خانهٔ ششم را که بست و یک است در هشت ضرب کرده واحد بیفزایم یک صد و شصت و نه میشود و آن مجذور سیزده است که ضعف شش معه الواحد است

* فصل دهم در جمع مضروبات متوالیه از ابتدای واحد و آنرا مسطحات خوانند بدانکه هرگاه واحد را در اثنین ضرب نمایند و دو را در سه و سه را در چهار و علی هذا القیاس الی الآخر این را مضروبات متوالیه نامند و طریق جمع آن آنست که از عدهٔ اخیر واحد کم کرده دو ثلث باقی را در اعداد جمع متوالیه ضرب سازند و خواه دو ثلث اعداد جمع را در باقی ضرب کنند مثلاً خواستم که جمع مضروبات متوالیه از واحد تا ده بدانم پس از ده واحد کم کرده دو ثلث باقی را که شش است در پنجاه و پنج که جمع اعداد متوالی تا خانهٔ دهم است ضرب نمودم سه صد و سی شد و همچنین اگر بخواهم که تا خانهٔ یازدهم بدانم پس ده را که باقی عدهٔ بعد نقصان

واحد است در چهل وچهار که دو ثلث شصت وشش جمع اعداد است ضرب نمودم چهار صد وچهل گردید وباید دانست که مراد از عدة اخیر عدة مضروب فیه اخیر است وجمع اعداد متوالیه هم تا عدة مضروب فیه اخیر می باید گرفت ودر مثال جمع مضروبات که از واحد تا ده مذکور است مراد از ده مضروب فیه اخیر است درینصورت گویا جمع مضروبات تا خانهٔ نهم شد فافهم

* فصل یازدهم در جمع مجسمات متوالیه از ابتدای واحد بدانکه هرگاه واحد را در دو ضرب کرده در سه ضرب سازند ودو را در سه ضرب کرده در چهار ضرب کنند وسه را در چهار ضرب ساخته در پنج ضرب کنند این اعداد را مجسمات گویند طریق جمع آن این ست که بر عدد اخیر واحد افزوده جمع اعداد متوالیه بگیرند وواحد از ونقصان نموده در جمع اعداد ضرب سازند مثلاً خواستم که جمع مجسمات تا خانهٔ هفتم بدانند پس بر عدة اخیر که هفت است واحد افزوده وتا هشت جمع اعداد متوالیه گرفتم سی وشش شد واحد از ان کم کردم وسی وپنج را در سی وشش ضرب نمودم حاصل یک هزار ودو صد وشصت گردید واین مطلوب است واگر از مربع اعداد جمع هم جذر را که همان اعداد است ساقط کنند مطلوب حاصل میشود چنانکه از مربع سی وشش سی وشش را ساقط کنند هم مطلوب خواهد بود

* فصل دوازدهم در جمع مربعات متوالیه بطریق خاص وآن اینست که عدة اخیر را ضعف نموده واحد بیفزایند وحاصل جمع را در ثلث اعداد جمع متوالیه ضرب سازند خواه بالعکس مثلاً خواستم که جمع مربعات تا خانهٔ ششم بدانم بر دوازده که ضعف شش است واحد افزودم وسیزده را در هفت که ثلث اعداد جمع متوالیه تا خانهٔ ششم است ضرب نمودم نود ویک شد وهمین مطلوب است

* فصل سیزدهم در جمع مکعبات متوالیه از ابتدای واحد وطریقش آنست که عدد جمع متوالیه را فی نفسه ضرب نمایند مثلاً خواستم که جمع مکعبات تا خانهٔ پنجم بدانم وعدد جمع متوالیه تا خانهٔ پنجم پانزده است مربع آن گرفتم دو صد وبست وپنج شد وآن مطلوب است

* فصل چهاردهم در جمع مال مال متوالیه از ابتدای واحد وطریقش آنست که از عدد جمع متوالیه واحد کم کرده خمس باقی بران عدد بیفزایند ومجموع را در عدد جمع مربعات ضرب سازند مثلاً خواستم که جمع مال مال تا خانهٔ ششم بدانم

چون عدد جمع متوالیه تا خانهٔ ششم بست ویک است واحد ازو کم کرده خمس باقي را که چهار است برا وافزودم بست وپنج شد آنرا در نود ویک که مجموع مربعات تا خانهٔ ششم است ضرب نمودم دوهزار ودوصد وهفتاد وپنج شد واین مطلوب است

* فصـــــل پانزدهم در جمع ضلع اول معه مضلعات متوالیه او تا هر منزل که خواهند وطریق آن چند است * طریق اول عدد ضلع اول را در مضلع اخیر ضرب نموده واز حاصل الضرب عدد ضلع اول را ناقص کنند وباقي را بر عدد ضلع اول بعد نقصان واحد قسمت کنند خواه از مضلع اخیر واحد کم کرده در ضلع اول ضرب کرده بر عدد ضلع اول بعد نقصان واحد قسمت سازند مثلاً خواستم که جمع عدد پنج با کعب کعب آن نمایم پس پنج را در پانزده هزار وشش صد وبست وپنج که کعب کعب اوست ضرب نمودم هفتاد وهشت هزار ویک صد وبست وپنج شد ازان پنج را نقصان نمودم وباقي را بر چهار قسمت ساختم خارج نوزده هزار وپانصد وسي شد وآن مطلوب است

* طریق دویم ضلع اول را از مضلع اخیر ساقط نموده باقي را بر ضلع اول بعد نقصان واحد قسمت کنند وخارج را بر مضلعهٔ اخیر بیفزایند مثلاً در مثال مذکور پانزده هزار وشش صد وبست را بر چهار قسمت کردم خارج سه هزار ونه صد وپنج شد آنرا با مضلع اخیر جمع نمودم حاصل مطلوب است واگر ضلع اول کسر باشد فضل بین الصورة والمخرج مضلع اخیر را بگیرند وآنرا در صورت کسر ضلع اول ضرب کرده بر فضل بین الصورة والمخرج ضلع قسمت کنند وحاصل را بر مخرج مضلع اخیر قسمت سازند اگر ممکن باشد والا منسوب کنند مثلاً خواستم که چهار تسع را معه مضلعات آن تا مال مال جمع کنم چون مال مال آن دوصد وپنجاه وشش جزء از شش هزار وپانصد وشصت ویک بود فضل مخرج آنرا که شش هزار وسه صد وپنج است در چهار که صورت کسر ضلع است ضرب نمودم وبست وپنج هزار ودوصد وبست را بر پنج که فضل مخرج ضلع بر صورت ضلع است قسمت کردم خارج شد پنجهزار وچهل وچهار آنرا بر مخرج مضلع اخیر منسوب ساختم پنجهزار وچهل وچهار جزء از شش هزار وپانصد وشصت ویک شد مثال دیگر خواستم که سه سبع را معه مضلعات آن تا کعب جمع کنم چون کعب آن بست وهفت جزء از سه صد وچهل وسه بود فضل مخرج مضلع را که سه صد وشانزده است در سه که صورت کسر ضلع است ضرب نمودم نه صد وچهل وهشت گردید آنرا بر چهار که فضل مخرج ضلع بر صورت کسر است قسمت نمودم وخارج را

برمخرج مضلع آخر منسوب نمودم دوصد وسي وهفت جزء از سه صد وچهل وسه شد واین مطلوب است

* مطلب سیوم در بیان بعض مسائل هندسي که متعلق عدد وعلم حساب است *

* مسئلهٔ اولی چهار مقادیر را که نسبت اول بطرف ثاني مثل نسبت ثالث بطرف رابع باشد اربعهٔ متناسبه گویند ومراد از نسبت نسبة هندسي است نه عددي تا غلط نشود وخاصیه اش آنست که مسطح اول فی الرابع که آنرا مسطح الطرفین گویند مساوي مسطح ثاني فی الثالث که آنرا مسطح الوسطین خوانند میشود زیرا که در مسطح الطرفین گویا بموجب قاعدهٔ ضرب که در مطلب ششم باب اول ذکر یافت احد المضروبین را اعني اول را اضعاف یا انصاف کرده وبهمان نسبت مضروب آخر اعني رابع را انصاف یا اضعاف نموده ضرب ساخته اند پس هرگاه مسطح الطرفین را براحد الوسطین قسمت کنند خارج وسط آخر خواهد بود ومسطح الوسطین را اگر براحد الطرفین قسمت نمایند خارج طرف آخر خواهد برآمد مثلاً چهار وشش ودوازده وهجده که نسبت اول بطرف ثاني مثل نسبت ثالث بطرف رابع است وآن نسبت دوثلث است ومسطح الطرفین اعني مسطح چهار در هجده هفتاد ودو است ومسطح الوسطین اعني مسطح شش در دوازده نیز هفتاد ودو میشود وهرگاه مسطح الطرفین را که همان مسطح الوسطین است براحد الوسطین قسمت سازند خارج وسط آخر میشود اعني اگر بر شش قسمت نمایند خارج دوازده است واگر بر دوازده قسمت کنند خارج شش است اگر همچنین براحد الطرفین قسمت سازند خارج طرف آخر خواهد بود

* مسئلهٔ ثانیه هرگاه چهار مقادیر متناسبه باشند وچهار مقادیر دیگر هم متناسبه بود وثاني ورابع را از متناسبهٔ اولی بعینه ثاني ورابع متناسبه دویم باشد پس نسبت مجموع اولین بطرف ثاني مثل نسبت مجموع ثالثین بطرف رابع خواهد بود وبعبارت اخری هرگاه در شش عدد نسبت اول بطرف ثاني مثل نسبت ثالث بطرف رابع ونسبت خامس بطرف ثاني مثل نسبت سادس بطرف رابع باشد پس نسبت اول وخامس مجموعه بطرف ثاني مثل نسبت ثالث وسادس مجتمعة بطرف رابع خواهد بود مثاله هشت وچهار وبست وچهار ودوازده ودو وچهار وشش ودوازده پس نسبت مجموع اولین اعني اول وخامس که ده است بطرف چهار که ثاني است مثل نسبت سي که مجموع ثالث وسادس است بطرف دوازده که رابع است خواهد بود وآن نسبت دو مثل ویک نصف او ست بالعکس نسبت دو خمس وخاصه اش اینکه هرگاه مسطح مجموع اولین

فی الرابع را بر ثانی قسمت نموده از خارج احد الثالثین را ساقط کنند باقی ثالث آخر بود و همچنین اگر مسطح مجموع ثالثین فی الثانی را بر رابع قسمت نموده احد الاولین از خارج کم کنند باقی اول آخر خواهد بود

* مسئلهٔ ثالثه چهار مقادیر متناسبه باشند و چهار دیگر هم متناسبه بوند اول را در اول آخر و ثانی را در ثانی آخر و ثالث را در ثالث آخر و رابع را در رابع آخر ضرب نمایند پس نسبت مسطح اولین بطرف مسطح ثانیین مثل نسبت مسطح ثالثین بطرف مسطح رابعین خواهد بود مثلاً سه وچهار و شش و هشت اربع متناسبه اول است و هفت و پنج و چهارده و ده اربعه متناسبه دویم پس نسبت بست و یک که مسطح الاولین است بطرف بست که مسطح الثانیین مثل نسبت هشتاد و چهار که مسطح الثالثین است بطرف هشتاد که مسطح الرابعین است خواهد بود و خاصهٔ اش اینکه اگر مسطح اولین را در مسطح رابعین ضرب کرده حاصل را بر مسطح ثالثین قسمت سازند و خارج را بر احد الثانیین قسمت نمایند خارج دویم ثانی دیگر خواهد بود و همچنین اگر مسطح ثانیین را در مسطح ثالثین ضرب نموده حاصل را بر مسطح اولین قسمت کنند و خارج را بر احد الرابعین قسمت سازند خارج دویم رابع دیگر خواهد بود

* مسئلهٔ رابعه در هر اربعه متناسبه که ابدال نسبت کنند اعنی ثالث را ثانی و ثانی را ثالث گردانند هم اربعه متناسبه خواهد بود مثلاً سه وچهار و شش و هشت که اربعه متناسبه است اگر ابدال نسبت کنند و سه و شش و چهار و هشت خواهد بود و اینهم اربعه متناسبه است چرا که نسبت سه بطرف شش مثل نسبت چهار بطرف هشت است و ازین مسئلهٔ متبادر میشود که در هر اربعه متناسبه نسبت اول بطرف ثالث مثل نسبت دویم بطرف رابع می باشد

* مسئلهٔ خامسه در هر اربعه متناسبه اگر نسبت را مرکب کرده شود هم اربعه متناسبه خواهد بود اعنی نسبت مجموع اول و ثانی و بطرف ثانی و نسبت مجموع ثالث و رابع بطرف رابع کرده شود مثلاً سه و شش و چهار و هشت که اربعه متناسبه اند اگر مرکب کرده شود بدینصورت خواهد بود نه و شش و دوازده و هشت و اینهم اربعه متناسبه است و خاصهٔ اش اینکه اگر مسطح الطرفین را بر ثانی قسمت کنند و از خارج رابع را ساقط کنند باقی ثالث اربعه متناسبه اولی خواهد بود و اگر مسطح الوسطین را بر رابع قسمت نموده از خارج ثانی را ساقط کنند باقی اول اربعه متناسبه اولی خواهد بود

* مسئلهٔ سادسه هر اربعهٔ متناسبه که اول آن اعظم از ثاني وثالث اعظم از رابع باشد پس اگر نسبت فضل گرفته شود اعني نسبت فضل اول بر ثاني بطرف ثاني ونسبت فضل ثالث بر رابع بطرف رابع هم متناسبه خواهد بود مثل دوازده ونه وبست وپانزده پس اگر نسبت فضل گرفته شود بدینصورت خواهد بود سه ونه وپنج وپانزده واین هم اربعهٔ متناسبه است وخاصه اش اینکه اگر اول احد الاربعین المتناسبین را در ثالث آخر ضرب کرده بر اول آخر قسمت کنند خارج ثالث اول خواهد بود واگر بر ثالث اول قسمت کنند خارج اول آخر خواهد بود

* مسئلهٔ سابعه در هر اربعهٔ متناسبه که قلب نسبت نمایند اعني نسبت اول بطرف فضل اول علی الثاني ونسبت ثالث بطرف فضل ثالث علی الرابع بگیرند آنهم اربعهٔ متناسبه خواهد بود مثلا دوازده ونه وبست وپانزده که اربعهٔ متناسبه اند اگر قلب نمایند بدینصورت دوازده وسه وبست وپنج هم اربعهٔ متناسبه میشود وخاصه اش اینکه اگر چهارم اولی را در ثاني دویم ضرب کرده بر رابع دویم قسمت کنند ثاني اولی خواهد برآمد واگر بر ثاني اولی قسمت کنند رابع دویم خواهد برآمد

* مسئلهٔ ثامنه در سه مقادیر متناسبه که اول اعظم از دویم ودویم اعظم از سیوم باشد نسبت اول بطرف سیوم اعظم از نسبت دویم بطرف سیوم میشود وهمچنین نسبت سیوم بطرف دویم اعظم از نسبت سیوم بطرف اول مي باشد مثلا بست وچهار ودوازده وشش پس نسبت بست وچهار که اول است بطرف شش که سیوم است نسبت چهار مثل است واعظم است از نسبت دوازده که دویم است بطرف شش که سیوم است وآن نسبت دو مثل است وهمچنین نسبت شش بطرف دوازده که نسبت نصف است اعظم است از نسبت شش بطرف بست وچهار که نسبت ربع است وخاصه اش اینکه اگر ثاني را بر عدد نسبت اول قسمت نموده خارج را در اول ضرب کنند مساوي مسطح ثاني در ثالث میشود چنانکه در مثال مذکور اگر دوازده را بر چهار که عدد نسبت اول است قسمت نموده خارج را که سه است در اول ضرب نمایند هفتاد ودو میشود وآن مساوي مسطح ثاني در ثالث است واگر اول را بر عدد نسبت دویم قسمت نموده خارج را در ثاني ضرب سازند مساوي مسطح اول در ثالث میشود

* مسئلهٔ تاسعه هر دو صنف از مقادیر که متحد العدة باشند ودو ودو مقادیر از هر صنف علی نسبت دو دو مقادیر صنف آخر باشند پس آن نسبت خواه نسبت انتظامي خواهد بود اعني اول وثاني

صنف اول علی نسبت اول وثاني صنف دویم باشد وثاني وثالث صنف اول علی نسبت ثاني وثالث صنف دویم وثالث ورابع صنف اول علی نسبت ثالث ورابع صنف دویم واین را نسبت منتظمه گویند وخواه نسبت اضطرابي اعني اول وثاني صنف اول علی نسبت ثاني وثالث صنف دویم باشد وثاني وثالث صنف اول علی نسبت اول وثاني صنف دویم وهکذا الی آخره واین را نسبت مضطربه گویند پس در هرد ونسبت نسبت اول صنف اول بطرف آخر صنف اول مثل نسبت اول صنف دویم بطرف آخر صنف دویم خواهد بود مثلاً هکذا (جدول ۵۵)

واین چنین نسبت در اول نسبت مساوات منتظمه ودر آخر نسبت مساوات مضطربه است وخاصه اش این است که اگر دو ومقادیر متناسبهٔ هر صنف را بگیرند اربعه مقادیر متناسبه میشود

* مسئلهٔ عاشره هرگاه چهار اعداد متناسبه علی الولاء باشند اعني نسبت اول بطرف ثاني مثل نسبت ثاني بطرف ثالث ونسبت ثالث بطرف رابع باشد پس حاصل ضرب رابع در مربع اول مساوي مکعب ثاني خواهد بود وحاصل ضرب اول در مربع رابع مساوي مکعب ثالث وحاصل ضرب اول در ثالث مساوي مربع ثاني وحاصل ضرب ثاني در رابع مساوي مربع ثالث خواهد بود واگر حاصل ضرب اول فی الثالث را در حاصل ضرب ثاني فی الرابع ضرب نمایند مساوي مربع مسطح الطرفین ومسطح الوسطین که آن هرد وهم مساوي اند خواهد بود

مثالش سه وشش ودوازده وبست وچهار که اعداد اربعهٔ متناسبه علی الولاء اند اگر بست وچهار را در نه ضرب کنند دوصد وشانزده میشود واین مکعب شش است واگر سه را در پانصد وهفتاد وشش که مربع بست وچهار است ضرب کنند حاصل یک هزار وهفتصد وبست وهشت میشود واین مکعب دوازده میشود که ثالث است واگر سه را در دوازده ضرب کنند سي وشش مربع شش میشود واگر شش را در بست وچهار ضرب سازند یکصد وچهل وچهار مربع دوازده است واگر سي وشش را که مسطح اول فی الثالث است در یکصد وچهل وچهار که مسطح ثاني فی الرابع است ضرب کنند حاصل پنجهزار ویکصد وهشتاد وچهار میشود وجذر آن هفتاد ودو است که مساوي مسطح الطرفین اعني مسطح اول فی الرابع ومساوي مسطح الوسطین اعني مسطح ثاني فی الثالث است

* مسئلهٔ حادیة عشر هرگاه هرد وعدد که علی نسبت معینه باشند دو عدد دیگر که همان نسبت داشته باشند بیفزایند خواه از ان هرد وناقص کنند پس مجموعین در صورت زیاده کردن

وباقیین درحالت نقصان هم برهمان نسبت خواهند بود مثلاً دوازده وشانزده که علی نسبت سه ربع اند اگر بردوازده سه وبرشانزده چهار که هم علی نسبت سه ربع اند بیفزایم پانزده وبست میشود واین هردو هم علی نسبت سه ربع اند واگر نقصان کنم باقي نه ودوازده هم برین نسبت میماند

* مسئلهٔ ثانیة عشر هرگاه دو عدد را که علی نسبت معینه باشند در عدد ثالث ضرب کنند حاصلین هم برهمان نسبت خواهند بود مثلاً سه وچهار را که علی نسبت سه ربع اند اگر در پنج ضرب کنند پس حاصلین هم که بست وپانزده است برهمان نسبت اند پس در هر اربعهٔ متناسبه اگر اول وثاني را در عددي ضرب کنند وثالث ورابع را در عددي دیگر ضرب نمایند اربعهٔ متناسبه حاصله هم بهمان نسبت اول خواهد بود واین را نسبت مؤلفه گویند وهمچنین اگر اول وثاني را بر عددي قسمت کنند وثالث ورابع را بر عددي دیگر قسمت نمایند اربعهٔ متناسبهٔ خارجه هم بهمان نسبت اول خواهد بود واین را نسبت منقسمه گویند

* مسئلهٔ ثالثة عشر نسبت احد المضروبین از مضروب ومضروب فیه بطرف مربع خود مثل نسبت دیگري بطرف حاصل ضرب است ونیز نسبت مربع بطرف مجموع اجذار خود باي عدة کانت مثل نسبت جذر بطرف همان عدة اجذار است مثلاً سه را در چهار ضرب کردند دوازده شد پس نسبت سه بطرف نه که مربع اوست مثل نسبت چهار بطرف دوازده است ونسبت چهار بطرف شانزده که مربع اوست مثل نسبت سه بطرف دوازده است وهم نسبت نه که مربع سه است بطرف دوازده که مجموع چهار امثال جذر اوست مثل نسبت سه که جذر است بطرف چهار که عدة است میشود ونسبت شانزده بطرف دوازده که سه امثال جذر اوست مثل نسبت چهار بطرف سه است .

* مسئلهٔ رابعة عشر هرعدد را که در عددي دیگر ضرب کنند وباز آن عدد را برهمان عدد قسمت سازند وحاصل الضرب را در خارج القسمت ضرب کنند حاصل مساوي مربع آن عدد خواهد بود مثلاً دوازده را در چهار ضرب کردم چهل وهشت شد وبازدوازده را برچهار قسمت نمودم سه خارج شد هرگاه چهل وهشت را که حاصل ضرب است در سه که خارج القسمت است ضرب نمودم یکصد وچهل وچهار شد وآن مساوي مربع دوازده است

* مسئلهٔ خامسه عشر دو عدد را اگر بریک دیگر قسمت نمایند ونیز دریک دیگر ضرب سازند وخارجین را در حاصل ضرب کنند پس مجموع حاصلین مساوي مربعین آن هردو عدد خواهد بود

مثلاً چهار و هشت دو عدد اند و هرگاه هشت را بر چهار قسمت نمودم خارج دو شد و چهار را بر هشت قسمت نمودم خارج یک نصف گردید و حاصل ضرب چهار در هشت سي و دو است پس دو را در سي ضرب نمودم شصت و چهار شد و یک نصف را در سي و دو ضرب ساختم شانزده گردید و مجموع آن هشتاد است و آن مساوي مجموع مربعین چهار و هشت میشود مثال دیگر دو عدد سه و پنج فرض کردم و پنج را بر سه قسمت نمودم خارج یک صحیح و دو ثلث شد باز سه را بر پنج قسمت نمودم خارج سه خمس گردید پس یک صحیح و دو ثلث را در پانزده که حاصل ضرب عددین مفروض است ضرب نمودم حاصل بست و پنج شد و هرگاه پانزده را در سه خمس ضرب نمودم نه صحیح حاصل گردید و مجموع آن سي و چهار مساوي مجموع مربعین سه و پنج است و باید دانست که ازین متفرع میشود که اگر خارج قسمت را در حاصل ضرب مقسوم فی المقسوم علیه ضرب نمایند حاصل مربع مقسوم است مثلاً دوازده را بر سه قسمت کردم خارج چهار شد و آنرا در حاصل ضرب مقسوم فی المقسوم علیه که سي و شش است ضرب نمودم یکصد و چهل و چهار گردید و آن مربع دوازده است

مسئلهٔ سادسه عشر هرگاه دو عدد را بر یکدیگر قسمت کنند و خارجین را باهم ضرب سازند حاصل واحد خواهد بود مثلاً سه و پنج را بر یکدیگر قسمت نمودم خارج اول یک صحیح و دو ثلث و خارج ثاني سه خمس شد و هرگاه هر دو خارج را باهم ضرب نمودم واحد گردید

• مسئلهٔ سابعه عشر هرگاه مجموع دو عدد را بر هر یک از آن عدد قسمت کنند و خارجین را باهم ضرب سازند حاصل مساوي مجموع خارجین خواهد بود مثلاً مجموع سه و پنج را که هشت است بر سه قسمت کردم دو صحیح و دو ثلث خارج شد و بر پنج قسمت نمودم یک صحیح و سه خمس خارج گردید و مجموع آن چهار صحیح و چهار پانزدهم است و هرگاه دو صحیح و دو ثلث را در یک صحیح و سه خمس ضرب نمودم حاصل هم چهار صحیح و چهار پانزدهم گردید

• * مسئلهٔ ثامنه عشر نسبت خارج القسمت بطرف مربع خود مثل نسبت مقسوم علیه بطرف مقسوم است مثلاً دوازده را بر سه قسمت نمودم خارج چهار شد و نسبت چهار بطرف شانزده که مربع اوست مثل نسبت سه بطرف دوازده است

* مسئلهٔ تاسعه عشر نسبت قیمت یک جنس بطرف قیمت جنس دیگر مساوي عدد جنس

خواه از روي وزن خواه ذراع وغيرآن هرچه باشد مثل نسبت عدد يک جنس بطرف عدد جنس آخر معه تساوي قيمت خواهد بود مثلاً قيمت يک رطل سرکه دو درهم است وقيمت يک رطل عسل پنج درهم است پس قيمت دو رطل عسل مثل قيمت پنج رطل سرکه خواهد بود وهمچنين درمقياسات وغيره مثلاً ذراع شرعي ۳/۴ ذراع قطعي است پس پنج ذراع قطعي مساوي چهار ذراع شرعي باشد ونسبت مربع ذراع شرعي بطرف مربع ذراع قطعي مثل نسبت بست وپنج بطرف شانزده است ونسبت مکعب ذراع شرعي بطرف مکعب ذراع قطعي مثل نسبت يکصد وبست وپنج بطرف شصت وچهار است پس شانزده مربع ذراع شرعي مساوي بست وپنج مربع ذراع قطعي است وشصت وچهار مکعب ذراع شرعي مساوي يکصد وبست وپنج ذراع قطعي مي شود وهمچنين است حال اجرتين وايام عمل اجرتين که نسبت اجرت يکي بطرف اجرت ديگري معه تساوي ايام عمل مثل نسبت ايام عمل يکي بطرف ايام عمل ديگري معه تساوي اجرت است مثلاً اجرت يکي في يوم سه روپيه است واجرت ديگري في يوم دو روپيه است پس اجرت دو يوم براي اول مثل اجرت سه يوم براي ديگري خواهد بود وهمچنين نسبت اجناس شيء ومربعات ومکعبات وغيره است مثلاً اگر شش کعب معادل پنجاه وچهار شيء باشد پس نسبت يک کعب بطرف شيء مثل نسبت پنجاه وچهار بطرف شش است

* فائده هرگاه عدد شيء را بر عدد کعب قسمت کنند خارج مقدار مال مي شود مثلاً در مثال مذکور پنجاه وچهار را بر شش قسمت کردم نه خارج شد واين مقدار مال است ومقدار شيء سه شد وهمچنين اگر کعب معادل مال باشد پس خارج قسمت عدد مال بر عدد کعب شيء خواهد بود واگر مال مال معادل شيء باشد خارج قسمت کعب خواهد بود واگر مال مال معادل مال باشد خارج قسمت مال مي شود واگر مال مال معادل کعب گردد خارج قسمت شيء مي شود غرض درمضاعفات درين نسبت از روي قسمت عدد نظير هر جنس از روي اصول منازل خارج ميشود

* مسئلة عشرون هر عدد ديرا که منقسم بدو قسم کنند پس مجموع مربعين قسمين معه مسطح احد القسمين في ضعف الآخر مساوي مربع عدد مي شود مثلاً دوازده را منقسم بدو قسم نمودم يکي ده ودیگر دو ومربع ده يک صد ومربع دو چهار ومسطح ده در چهار که ضعف دو است چهل مي شود ومجموع آن يک صد وچهل وچهار مساوي مربع دوازده است

* مسئلهٔ حادیة و عشرون تفاضل بین المربعین مساوي مسطح مجموع جذرین في تفاضل جذرین است مثلاً تفاضل دربست وپنج که مربع پنج است ودرچهل ونه که مربع هفت است بست وچهار مي شود ومسطح دوازده که مجموع پنج وهفت است دردو که تفاضل پنج وهفت است هم بست وچهار میگردد

* مسئلهٔ ثانیة و عشرون هرعددیرا که منقسم بدو قسم مختلف سازند پس تفاضل مربع نصف آن عدد برمسطح قسمین بقدر مربع فضل بین النصف والقسم خواهد بود مثلاً هجده را دو قسم کردم یکي دوازده ودیگرشش پس تفاضل هشتاد ویک که مربع نصف عدد است برهفتاد ودو که مسطح قسمین است بقدر نه که مربع فضل بین النصف والقسم است مي شود چراکه نصف هجده نه است وتفاضل آن برشش سه است وتفاضل دوازده براوهم سه است

* مسئلهٔ ثالثة و عشرون هرعددیرا که دراحد القسمین او ضرب سازند وبرحاصل مربع نصف قسم آخر بیفزایند پس مجموع مساوي مربع مجموع قسم مضروب فیه ونصف قسم الآخر خواهد بود مثلاً هجده رادرشش که احد القسمین اوست ضرب کردم یک صدوهشت شد وبران سي وشش که مربع نصف دوازده قسم ثاني است افزودم مجموع یک صدوچهل وچهار مساوي مربع مجموع شش که قسم مضروب فیه است وشش که نصف قسم آخر است مي شود مثال دیگرچهارده رابدو قسم منقسم نمودم یکي شش ودیگرهشت وچهارده رادرهشت ضرب کردم یکصدودوازده شد بران عدد نه مربع نصف شش که قسم دویم است افزودم مجموع یک صدوبست ویک گردید وآن مربع یازده مجموع هشت که قسم مضروب فیه است وسه که نصف قسم آخر است مي شود

* مسئلهٔ رابعة وعشرون نسبت یک مربع بطرف مربع دیگرمثل نسبت جذرمربع اول بطرف جذرمربع ثاني است مثناة بالتکریر اعني اگردرجذرین نسبت ثلث است پس درمجذورین آنها نسبت ثلث ثلث خواهد بود ومقصود ازتکرار نسبت اضافة نسبت برهمان نسبت است چنانکه درسه وشش که نسبت نصف است ودرنه وسي وشش که مربعین اند نسبت نصف النصف است وآن نسبت ربع است وهمچنین نسبت یک دائره بطرف دائرهٔ دیگرمثل نسبت قطر دایرهٔ اول بطرف قطر دائرهٔ ثاني است مثناة بالتکریر ونیز نسبت مسطحین متشابهین مثل نسبت ضلع

یک سطح بطرف ضلع سطح ثاني که نظیر اوست مثناة بالتکریر مي باشد وبیان دائرتین و مسطحین متشابهین درباب مساحت کرده شود ان شاء الله تعالی

مسئلهٔ خامسة وعشرون نسبت یک مکعب بطرف مکعب دیگر مثل نسبت ضلع اول مکعب اول بطرف ضلع اول مکعب ثاني است مثلثة بالتکریر وهمچنین نسبت یک کره بطرف کرهٔ دیگر مثل نسبت قطر کرهٔ اول بطرف قطر کرهٔ ثاني است مثلثة بالتکریر مثلاً درسه وشش که نسبت نصف است پس دربست وهفت که کعب سه و دوصد وشانزده که کعب شش است نسبت نصف نصف النصف است وآن نسبت ثمن است وهمچنین نسبت مال مال بطرف مال مال دیگر مثل نسبت ضلعین مربعة بالتکریر مي باشد هکذا در هر منازل مضلعات

* مسئلهٔ سادسة وعشرون اگر خواهند که عدد یرا بدو قسم منقسم سازند بحیثیتیکه مسطح آن عدد فی الاصغر مساوي مربع اعظم باشد وچنین تقسیم را تقسیم علی نسبت ذات وسط وطرفین گویند پس باید که برمربع عدد ربع آن مربع بیفزایند واز جذر حاصل الجمع نصف آن عدد ساقط کنند که باقي اعظم القسمین است مثلاً اگر خواهند که عدد ده را علی نسبت ذات وسط وطرفین تقسیم نمایند برمربع ده که یک صد است ربع مربع را که بست وپنج باشد بیفزایند مجموع یک صد وبست وپنج شد وجذر تقریبي آن یازده صحیح ودو جزء از یازده جزء گردید ازان پنج را که نصف ده است ساقط کنند باقي شش صحیح ودو جزء از یازده جزء مقدار قسم اعظم است تقریبا وسه صحیح ونه جزء از یازده جزء تقریبا مقدار قسم اصغر است وهرگاه ده را در قسم اصغر ضرب کنند حاصل سي وهشت صحیح ودو جزء از یازده جزء خواهد بود وآن مربع مقدار قسم اعظم است تقریبا وباید دانست که هیچ عدد باین نسبت منقسم بقسمت تحقیقي نمیتواند شد الا تقریبي چراکه مجموع مربع وربع مربع مجذور نمي باشد بلکه اصم الجذر است که جذر آن تحقیقي نیست لهذا خاصهٔ این قسمت است که قسمت تحقیقي نمي شود

* مسئلهٔ سابعة وعشرون فرد اول که واحد است مکعب واحد است ومجموع فرد ثاني وفرد ثالث که سه وپنج است ومجموع آن هشت میشود مکعب دو است ومجموع فرد رابع وخامس وسادس که هفت ونه ویازده اند مکعب سه است ومجموع فرد سابع وثامن وتاسع وعاشر که سیزده وپانزده وهفده ونوزده اند مکعب چهار است پس فرد اول مکعب واحد

وبعد ازان مجموع دو فرد مکعب دو وبعد ازان مجموع سه فرد مکعب سه وبعد ازان مجموع چهار فرد مکعب چهار وبعد ازان مجموع پنج فرد مکعب پنج وعلی هذا القیاس خواهد بود

*مسئلهٔ ثامنة وعشرون زوج الفرد فقط نه مربع واقع مي شود نه مکعب نه مال مال

*مسئلهٔ تاسعة وعشرون هرگاه از مضروب ومضروب فیه وحاصل الضرب دو عدد مربع خواه مکعب خواه مال مال وغیر آن از جنس مضلعات واقع شوند پس سیوم نیز از همان جنس خواهد بود واگر احدي ازین هر سه مضلع نباشد پس باقیین هم مضلع نخواهند بود وهمچنین از مقسوم ومقسوم علیه وخارج القسمت اگر دو عدد مضلع از یک جنس واقع شود ثالث هم مضلع از همان جنس خواهد بود واگر احدي مضلع نباشد پس باقیین هم مضلع نخواهند بود مثلاً هرگاه نه را در چهار ضرب کنند سي وشش مي شود وهر سه مربع اند وهمچنین اگر بست وهفت را در چهار ضرب کنند چون هر دو از یک جنس نیستند پس حاصل ضرب هم که یکصد وهشت است از جنس آنها نخواهد بود

*مسئلهٔ ثلثون هرگاه از عددي احدي از اجزاء او مثل نصف خواه ثلث خواه ربع ساقط کنند وبر باقي احدي از اجزاء آن باقي که مخرج آن از مخرج اول کمتر بواحد باشد بیفزایند خواه برعکس کنند اعني احدي از اجزاء عدد بر عدد بیفزایند واز مجموع احدي از جزء او که مخرج آن از مخرج اول بواحد زیاده باشد نقصان سازند پس در هر دو صورت حاصل مثل آن عدد خواهد بود مثلاً از پانزده اگر ثلث آن که پنج است ساقط کردم باقي ده ماند بران نصف ده که مخرج آن از مخرج ثلث بواحد کم است افزودم باز پانزده شد وهمچنین از پانزده اگر خمس آنرا که سه است ساقط نمایم دوازده باقي میماند وهرگاه ربع دوازده بران بیفزایم باز پانزده میماند

*مسئلهٔ حادیة وثلثون هرگاه از عددي اجزاء او را بعدة معینه ساقط کنند وبر باقي جزء ان باقي را که مخرج ان از مخرج اول بعدة مذکوره کم باشد بهمان عدة بیفزایند وخواه برعکس کنند که بر عددي اجزاء او را بعدة معینه بیفزایند واز حاصل الجمع جزء او را که مخرج او از مخرج اول بعدة مذکوره زائد باشد ساقط کنند در هر دو صورت همان عدد خواهد برآمد مثلاً از بست سه خمس او را که دوازده است ساقط نمایم هشت باقي مي ماند وهرگاه بر باقي سه نصف آنرا که هم دوازده است بیفزایند بست میشود وهمچنین اگر بر بست

سه خمس او بیفزایند مجموع سي ود ومیگردد وهرگاه از وسه ثمن آن که دوازده است ساقط گردد باقي بست خواهد بود

* مسئلهٔ ثانیة وثلثون هرگاه ازعددي اجزاء اورا بعدتي که ازمخرج بواحد کم باشد ساقط کنند وباقي را درمخرج ضرب سازند حاصل همان عدد خواهد بود مثلاً ازپانزده چهار خمس اورا که دوازده است ساقط نمودم باقي سه ماند هرگاه آن رادرپنج که مخرج است ضرب کردم باز پانزده شد

* مسئلهٔ ثالثة وثلثون هرگاه ازعددي اجزاء اورابعدهٔ معینه ساقط کنند وازواحدهم جزء واحدرا بهمان عدة ومخرج ساقط نمایند وباقي را برباقي واحد قسمت سازند خارج همان عدد خواهد بود وبالعکس اگربرعدد وواحد اجزاء هردو بعدهٔ معینه بیفزایند ومجموع حاصل اول رابرحاصل ثاني قسمت سازند خارج همان عدد خواهد بود مثلاً ازدوازده سه ربع اوراساقط کردم سه باقي ماند وازواحد سه ربع ساقط نمودم یک ربع باقي ماند هرگاه سه را بریک ربع قسمت ساختم خارج دوازده شد واگربود وازده یک ربع آنرا افزودم پانزده شد وبرواحدهم یک ربع افزودم واحد صحیح ویک ربع گردید هرگاه پانزده را برواحد ویک ربع قسمت ساختم نیزخارج دوازده شد

* مسئلهٔ رابعة وثلثون دراربعهٔ متناسبه اگرعکس نسبت کنندیعني مقدمین راتالیین وتالیین را مقدمین گردانند هم اربعهٔ متناسبه خواهد بود چون چهار وهشت وپنج وده اگرعکس کنند هشت وچهار وده وپنج میشود نیزاربعهٔ متناسبه است

* مطلب چهارم دراستخراج عدد تام وزائد وناقص ومتحابّین ومتعادلین *

* فصـــل اول دراستخراج عدد تامّ وآن عبارت است ازعددي که مجموع اجزاء اومساوي اوباشد چنانکه درمقدمة الکتاب مذکورشد وطریق استخراجش چنان است که ازسلسلهٔ تضاعیف اثنین که زوج الزوج است عددي رابگیرند بحیثیتیکه هرگاه ازوواحد کم کنند فرد اول باقي ماند پس آن فرد اول رادرنصف عدد مذکورضرب سازند حاصل عدد تام است مثلاً چهار که ازتضاعیف اثنین است وهرگاه ازوواحد کم کردم سه باقي ماند وآن فرد اول است سه را دردو که نصف چهار است ضرب نمودم شش شد وآن عدد تام است چراکه نصف آن سه وثلث آن دو وسدس آن یک است ومجموع همه شش وهمچنین ازهشت واحد کم کردم هفت

لح

فرد اول است آنرا در چهار که نصف هشت است ضرب ساختم بست وهشت گردید آن عدد تام است چرا که نصف او چهارده و ربع او هفت وسبع او چهار و چهاردهم او دو و بست وهشتم آن واحد ومجموع بست وهشت میشود واز شانزده هم که از سلسلهٔ تضاعیف اثنین است اگر واحد کم کنند چون فرد اول باقي نمي ماند لهذا اصلاحیت عمل ندارد ومحقق جلال الدین دواني براي استخراج عدد تام خلاصه قاعدهٔ مذکوره در نظم آورده وآن این است * بیت *

* چو باشد فرد اول ضعف زوج الزوج کم واحد * بوده مضروب ایشان تام ورنه ناقص وزائد *

از فرد اول وزوج الزوج حاصل هردو عدد تام است وحاصل ضرب غیر همایا ناقص یا زائد

* طریق دیگر جمع تضعیفات متوالیه از واحد بگیرند تا هرجا که حاصل جمع فرد اول یابند آن فرد اول را در عدد تضعیف خانهٔ اخیر ضرب سازند حاصل عدد تام میشود مثلاً تضاعیف واحد را تا خانهٔ پنجم جمع نمودم سي ویک شد وآن فرد اول است پس آنرا در شانزده که عدد تضعیف خانهٔ پنجم است ضرب نمودم چهارصد ونود وشش که حاصل شد عدد تام است

* فصـــل دویم در استخراج اعداد زائد وناقص بدانکه اگر مجموع اجزاء عدد از ان کم باشد آن عدد را ناقص گویند اعني اجزاء او ناقص اند واگر زائد باشد آن عدد را زائد خوانند اعني اجزاء او از ان عدد زائد اند وطریقش آنست که جمع تضعیفات متوالیه از واحد بگیرند وهرجا که فرد اول حاصل شود پس اگر عدد خانهٔ تضعیف اخیر را در هر فرد اول که کمتر از عدد مجتمع باشد ضرب سازند عدد زائد حاصل خواهد شد واگر در هر فرد اول که زائد از مجتمع باشد ضرب نمایند عدد ناقص خواهد گردید وقدر زیادت ونقصان بقدر فضل ما بین فرد اول وعدد مجتمع خواهد بود مثلاً جمع تضعیفات تا خانهٔ سیوم نمودم هفت شد وآن فرد اول است پس عدد خانهٔ اخیر را که چهار است اگر در سه که فرد اول وکمتر از مجتمع هفت است ضرب نمودم دوازده شد وآن عدد زائد است چرا که مجموع اجزاء شانزده میشود وقدر زیادتي عدد چهار است که مقدار تفاضل ما بین سه فرد اول بر هفت مجتمع است وهمچنین اگر چهار را در پنج که فرد اول وکمتر از مجتمع است ضرب کردم بست شد آن هم عدد زائد است چرا که مجموع اجزاء او بست ودو میشود وقدر زیادت عدد دو است که تفاضل مقدار ما بین پنج فرد اول وهفت مجتمع است واگر چهار را در یازده که فرد اول است وزائد بر مجتمع است ضرب نمایم حاصل چهل وچهار میشود

عدد ناقص است چراکه مجموع اجزاء او چهل است وقدر نقصان که چهار است بمقدار تفاضل مابین یازده وهفت است واگر چهار را در سیزده ضرب کنم نیز پنجاه ودو عدد ناقص حاصل شود وقدر نقصان شش باشد که مقدار تفاضل است واگر چهار را در هفده ضرب سازم شصت وهشت عدد ناقص حاصل شود که قدر نقصان ده باشد که مقدار تفاضل است این فقیر میگوید که چون عدد صحیح یا تام است یا ناقص یا زائد پس بناي این قاعده براي استخراج جمیع اعداد زائده وناقصه نیست بلکه این قاعده براي استخراج اعداد زائده وناقصه که قدر زیادت ونقصان آن بدون جمع اجزاء آنها ازین قاعده معلوم میتواند شد مقرر کرده اند واکثر اعداد زائده وناقصه اند که قدر زیادت ونقصان آنها بدون جمع معلوم نمیتواند شد پس استخراج آنها ازین قاعده نمي شود ونیز این ضعیف میگوید که جمیع اعداد فرد ناقص مي باشند ونقصان فرد اول بمقدار عدد زوج است که بعد اسقاط واحد ازان باقي ماند وقدر نقصان افرادیکه مسطح فردین اولین باشند بقدر تفاضل او بر مجموع ضلعین او خواهند بود وقدر نقصان دیگر افراد بدون جمع معلوم نمیتواند شد چراکه هر عدد فرد از سه حال خالي نیست یا فرد اول است یا مسطح دو فرد اول یا مسطح دو فرد مثلاً سه وپنج وهفت ویازده وسیزده وهفده ونوزده وبست وسه که افراد اول اند پس در آنها غیر از واحد هیچ جزء دیگر صحیح نیست ونه وپانزده وبست ویک که فرد اول نیستند از مسطح دو فرد حاصل شده اند اعني نه مسطح سه در سه است وپانزده مسطح پنج در سه است وبست ویک مسطح هفت در سه وعلی هذا القیاس پس مجموع اجزاء آنها همان مجموع مضروب ومضروب فیه که عبارت از ضلعین است خواهد بود واگر مسطح دو فرد است مثل چهل وپنج وهشتاد ویک پس قدر نقصان آن بجمع اجزاء معلوم خواهد شد چون عدد زوج هم از سه حال بیرون نیست یا زوج الزوج است یا زوج الفرد یا زوج الزوج والفرد پس میگویم جمیع اعداد زوج الزوج ناقص اند ومقدار نقصان آنها واحد است واعداد زوج الفرد وزوج الزوج والفرد عدد تام هم میشود وزائد وناقص نیز ومضروبات عدد تام همیشه زائد مي باشد وقدر زیادت ونقصان آنها بدون جمع اجزاء معلوم نمیتواند شد الا هرجا که قاعدهٔ استخراج مذکور جاري گردد

* فائده خاصهٔ عدد ناقص این است که مخرج جزوی از اجزاء او عدد تام نباشد وخاصهٔ

عدد زائد این است که بر چهار عدد مختلف یا زیاده از آن قسمت یابد

* فصل سیوم در استخراج عددین متحابّین بدانکه اگر دو عدد مختلف باشند و مجموع اجزاء اقل مساوي عدد اعظم باشد و مجموع اجزاء اعظم مساوي اقل بود آنرا متحابّین گویند و وجه تسمیهٔ ان ظاهر است پس یقین که عدد اقل عدد زائد خواهد بود و عدد اعظم عدد ناقص وطریق استخراج وي آنست که از تضعیفات اثنین عددي بگیرند که هرگاه آن را یکمرتبه در یک ونیم ضرب سازند ومرتبهٔ دیگر در سه ضرب کنند خواه یک مرتبه آن عدد را با عدد خانهٔ ماقبل او جمع سازند ومرتبهٔ دویم با ما بعد او جمع کنند واز هر دو حاصل علی تقدیر ضرب خواه جمع واحد واحد کم کنند باقي فرد اول ماند ونیز هرگاه آن هر دو فرد اول را باهم ضرب کرده حاصل را که فرد ثالث است باز بآن هر دو فرد اول جمع سازند مجموع هم فرد اول گردد پس آن عدد را در فرد ثالث ضرب سازند حاصل عدد زائد ویکي از متحابّین خواهد بود وباز در مجموع افراد که هم فرد اول است ضرب سازند حاصل عدد ناقص ودویم از متحابّین خواهد برآمد مثلا از تضعیفات اثنین چهار گرفتم ویک مرتبه آن را در یک ونیم ضرب کردم خواه با عدد خانهٔ ماقبل او که دو است جمع نمودم شش شد ومرتبهٔ دویم آنرا در سه ضرب ساختم خواه با عدد خانهٔ مابعد که هشت است جمع نمودم دوازده گردید واز هر دو حاصل واحد کم کردم در اول پنج ودر ثاني یازده که هر دو فرد اول اند باقي ماند آنها را باهم ضرب نمودم پنجاه وپنج فرد ثالث شد وآن هر سه را جمع ساختم هفتاد ویک گردید وآن هم فرد اول است پس چهار را در پنجاه وپنج که فرد ثالث است ضرب کردم دوصد وبست شد وآن عدد زائد ویکي از متحابّین است وباز چهار را در هفتاد ویک که مجموع است ضرب نمودم دوصد وهشتاد وچهار گردید واین عدد ناقص ودویم از متحابّین است چرا که اجزاء عدد زائد یکصد وده نصف آن عدد است وپنجاه وپنج ربع آن عدد است وچهل وچهار خمس وبست ودو عشر وبست یازدهم ویازده بستم وده بست ودویم وپنج چهل وچهارم وچهار پنجاه وپنجم ودو یکصد ودهم ویک دوصد وبستم ومجموع اینها دویست وهشتاد وچهار است واین عدد ناقص از متحابین است واجزاء این عدد ناقص نصف که یکصد وچهل ودو است وربع هفتاد ویک وهفتاد ویکم چهار ویک صد ودویم دو ودوصد وهشتاد وچهارم واحد ومجموع آن دوصد وبست میشود که عدد زائد است

* طریق دویم از تضعیفات اثنین که اعداد زوج الزوج اند عددي را بگیرند که اگر از و واحد کم نمایند باقي فرد اول ماند و این اصل اول است و باز از ان باقي اگر ربع آن زوج الزوج ساقط کنند باز ثاني هم فرد اول باشد و این اصل ثاني است و اگر نصف آن زوج الزوج بر باقي اول بیفزایند حاصل جمع هم فرد اول گردد و این اصل ثالث است و چون این زوج الزوج را در مثل خودش بزیادت ثمن وي ضرب سازند و واحدي نقصان کنند هم فرد اول ماند و این اصل چهارم است پس چهار فرد اول حاصل شدند چون اصل ثاني را در فرد اول و اصل ثالث ضرب کرده حاصل الضرب را در نصف زوج الزوج ضرب سازند حاصل ضرب یکي از متحابین خواهد بود و اگر فرد اول و اصل رابع را در نصف زوج الزوج ضرب کنند حاصل عدد دویم از متحابین خواهد بود مثلاً هشت را از تضعیفات اثنین گرفتم و واحدي از و کم کردم هفت ماند و آن فرد اول و اصل اول است و هرگاه از ان دو را که ربع عدد ماخوذ است ساقط کردم پنج باقي ماند و این فرد اول و اصل دویم است و نصف زوج الزوج بر اصل اول افزودم یازده شد و آن فرد اول و اصل سیوم و عدد ماخوذ را که هشت است در مثل او بزیادت ثمن وي که نه میشود ضرب کردم هفتاد و دو شد یکي را از و ساقط نمودم هفتاد و یک ماند و این فرد اول و اصل چهارم است پس اصل دویم را که پنج است در یازده که اصل سیوم است ضرب نمودم و حاصل را که پنجاه و پنج بود در نصف ماخوذ که چهار است ضرب ساختم دو صد و بست گردید و آن یکي از متحابین است و هفتاد و یک را که اصل چهارم بود در نصف عدد ماخوذ که چهار است ضرب نمودم حاصل دو صد و هشتاد و چهار گردید و آن عدد دویم از متحابین است بدانکه قاعدهٔ اول اسهل است لکن این هم خالي از فائده نیست لهذا ایراد کرده شد مثال دیگر بقاعدهٔ اولی از تضعیفات اثنین شانزده را گرفتم و آنرا در یک و نیم ضرب کردم و از بست و چهار واحد کم نمودم بست و سه فرد اول ماند و باز شانزده را در سه ضرب ساخته و از چهل و هشت واحد کم کردم چهل و هفت هم فرد اول ماند هر دو را با هم ضرب ساختم یکهزار و هشتاد و یک فرد ثالث شد هر سه را جمع نمودم یک هزار و یکصد و پنجاه و یک گردید که هم فرد اول است پس شانزده را در یک هزار و هشتاد و یک ضرب نمودم هفده هزار و دو صد و نود و شش شد و آن عدد زائد و یکي از متحابین است باز شانزده را در یکهزار و یکصد و پنجاه و یک ضرب ساختم هجده هزار و چهار صد و شانزده شد و آن عدد ناقص

ودویم از متحابین است چراکه مجموع اجزاء عدد زائد مساوي ناقص اند ومجموع اجزاء ناقص مساوي زائد بدین صورت

۱۷۲۹۶

اجزاي این

نصف ۸۶۴۸
ربع ۴۳۲۴
ثمن ۲۱۶۲
شانزدهم ۱۰۸۱
چهل و هفتم ۳۶۸
بست وسیوم ۷۵۲
نود وچهارم ۱۸۴
یکصد وهشتاد وهشتم . . . ۹۲
سه صد وهفتاد وششم . . . ۴۶
۳۷۶
۱۸۸
۹۴
۲۳
۴۷
۱۶
۸
۴
۲
۱

جمع باجزاي خود وعدد زائد است ۱۸۴۱۶

۱۸۴۱۶

اجزاي این

نصف ۹۲۰۸
ربع ۴۶۰۴
ثمن ۲۳۰۲
شانزدهم ۱۱۵۱
۱۶
۸
۴
۲
۱

جمع باجزاي خود وعدد ناقص ۱۷۲۹۶ است

* فصـــــل چهارم دراستخراج اعداد متعادلین بدانکه هردو عدد مختلف که متحد الاجزاء باشند آن را متعادلین خوانند اعني مجموع اجزاء یکي بعینه مجموع اجزاء دیگري باشد وطریق استخراج وي آنست که از تضعیفات اثنین عددي را بگیرند که اگر آن را یک مرتبه بدو قسم منقسم سازند که هرقسم آن فرد اول باشد ومرتبهٔ دیگر هم بدو قسم منقسم نمایند که هرقسم فرد اول شود پس قسمین اولین را باهم ضرب سازند یکي از متعادلین حاصل شود وقسمین آخرین را باهم ضرب کنند دویم از متعادلین حاصل گردد مثلاً شانزده را از تضعیفات اثنین گرفتم ومرة دو قسم کردم یکي سه ودویم سیزده که هردو فرد اول اند ومرة اخری باز دو قسم نمودم یکي پنج ودویم یازده واین هردو هم فرد اول اند پس سه را در سیزده که قسمین اولین اند ضرب

نمودم سي ونه يكي از متعادلين شد وپنج را در يازده كه قسمين آخرين اند ضرب ساختم پنجاه وپنج گرديد واين دويم از متعادلين است چرا كه مجموع اجزاء هر دو هفده است وبايد دانست كه اعداد متعادلين صرف اعداد فرد مي باشند كه از مسطح فردين اولين حاصل شوند ومجموع الضلعين هر دو متعادلين مساوي خواهد بود

* مطلب پنجم در بيان نسبتها *

* بدانكه نسبت معتبره ده اند اول نسبت عددي است كه تفاضل بين الاعداد بقدر عدد معين باشد مثل تفاضل واحد واحد خواه اثنين اثنين خواه سه سه خواه چهار چهار دويم نسبت هندسي است كه نسبت نصف خواه ثلث خواه نسبت ربع باشد چنانكه در اربعة متناسبه وتضعيفات وغير آن سيوم نسبت تاليفيه وآن نسبتي است كه درميان سه عدد نسبت تفاضل اعظمين بطرف تفاضل اصغرين مثل نسبت اعظم بطرف اصغر بود چنانچه در شش وهشت ودوازده كه نسبت تفاضل اعظمين اعني هشت ودوازده كه چهار است بطرف تفاضل اصغرين اعني شش وهشت كه دو است مثل نسبت دوازده بطرف شش است واز خواص اوست كه حاصل الضرب مجموع الطرفين في الوسط مساوي ضعف حاصل الضرب اصغر في الاعظم باشد چنانكه در مثال مذكور مجموع الطرفين كه هجده است هرگاه آن را در هشت ضرب كردم يك صد وچهل وچهار شد وآن مساوي ضعف هفتاد ودو است كه مسطح دوازده وشش است وهر عدد فرد درميان عدد عدة خود ومضروب خودش دران عدة وسط نسبت تاليفي مي باشد چنانكه سه كه عدة او دو است اعني فرد دويم است ومضروب او دران عدة شش پس سه در وسط دو وشش از روي نسبت تاليفي است ۲ و ۳ و ۶ اعني نسبت تفاضل اعظمين كه سه است بطرف تفاضل اصغرين كه واحد است مثل نسبت شش بطرف دو است وهمچنين پنج چون عدة او سه است اعني فرد سيوم است لهذا وسط درميان سه وپانزده واقع ميشود ۳ و ۵ و ۱۵ وهفت كه عدة او چهار است اعني فرد چهارم است لهذا درميان چهار وبست وهشت وسط واقع مي شود ۴ و ۷ و ۲۸ وهر فردي كه براي او ثلث باشد پس آن فرد درميان دو ثلث خود وضعف خود وسط واقع ميشود مثل نه كه درميان شش وهجده است ۶ و ۹ و ۱۸ چهارم نسبت متضاده وآن درميان سه عدد است كه نسبت تفاضل اعظمين بطرف تفاضل اصغرين مثل نسبت

اصغر بطرف اعظم باشد چنانکه دوازده وهفده وبست که نسبت تفاضل اعظمین اعني بست وهفده که سه است بطرف تفاضل اصغرین اعني هفده ودوازده که پنج است مثل نسبت دوازده بطرف بست است که نسبت سه خمس باشد پنجم درمیان سه اعداد که نسبت تفاضل اعظمین بطرف تفاضل اصغرین مثل نسبت اصغر بطرف اوسط باشد چنانکه دو وچهار وپنج که نسبت تفاضل اعظمین اعني پنج وچهار که واحد است بطرف تفاضل اصغرین اعني چهار ودو که دو است مثل نسبت دو بطرف چهار است که نسبت نصف است وهمچنین شش ونه ویازده که نسبت تفاضل اعظمین که دو است بطرف تفاضل اصغرین که سه است مثل نسبت شش بطرف نه است ششم درمیان سه اعداد که نسبت تفاضل اعظمین بطرف تفاضل اصغرین مثل نسبت اوسط بطرف اعظم باشد چنانکه واحد وچهار وشش که نسبت تفاضل اعظمین که دو است بطرف تفاضل اصغرین که سه است مثل نسبت اوسط بطرف اعظم است وآن نسبت دو ثلث است هفتم درمیان سه اعداد نسبت تفاضل طرفین اعني اعظم واصغر بطرف تفاضل اصغرین مثل نسبت اعظم بطرف اصغر باشد چنانکه شش وهشت ونه که نسبت تفاضل طرفین که سه است بطرف تفاضل اصغرین که دو است مثل نسبت نه بطرف شش است هشتم درمیان سه اعداد که نسبت تفاضل طرفین بطرف تفاضل اعظمین مثل نسبت اعظم بطرف اصغر باشد چنانکه شش وهفت ونه که نسبت تفاضل طرفین که سه است بطرف تفاضل اعظمین که دو است مثل نسبت نه بطرف شش است نهم درمیان سه اعداد نسبت تفاضل طرفین بطرف تفاضل اصغرین مثل نسبت اوسط بطرف اصغر باشد چنانکه چهار وشش وهفت که نسبت تفاضل طرفین که سه است بطرف تفاضل اصغرین که دو است مثل نسبت شش بطرف چهار است دهم درمیان سه اعداد نسبت تفاضل طرفین بطرف تفاضل اعظمین مثل نسبت اوسط بطرف اصغر باشد چنانکه سه وپنج وهشت که نسبت تفاضل طرفین که پنج است بطرف تفاضل اعظمین که سه است مثل نسبت پنج بطرف سه است که اصغرین اند

* بیان فوائد متعلقة بهذا المطلب *

* بیان اول در فوائد نسبت تالیفیه بدانکه هرگاه دانستي که در تالیفیه نسبت تفاضل اعظمین بطرف تفاضل اصغرین مثل نسبت اعظم بطرف اصغر مي باشد واین از بعد متناسبه باشد چنانکه در ۱۲ و ۱۶ و ۲۴ که سه عدد اند وتفاضل اعظمین هشت است وتفاضل اصغرین چهار

پس نسبت هشت بطرف چهار مثل نسبت بست وچهار بطرف دوازده است واین اربعهٔ متناسبهٔ اول است وهرگاه این را بموجب مسئلهٔ رابعهٔ من مطلب ثالث ابدال نسبت کرده شود اربعهٔ متناسبهٔ دویم گردد اعني نسبت هشت بطرف بست وچهار مثل نسبت چهار بطرف دوازده است وهرگاه این را بموجب مسئلهٔ خامسهٔ مطلب مذکور مرکب کنم اربعهٔ متناسبهٔ سیوم شود اعني نسبت سي ودو بطرف بست وچهار مثل نسبت شانزده بطرف دوازده است واگر اربعهٔ متناسبهٔ دویم را بموجب مسئلهٔ رابعه وثلثون مطلب مذکور عکس نموده مقدم را تالي کرده مرکب سازم اربعهٔ متناسبهٔ چهارم باشد اعني نسبت سي ودو بطرف هشت مثل نسبت شانزده بطرف چهار است واگر اربعهٔ متناسبهٔ اول را مرکب سازم اربعهٔ متناسبهٔ پنجم گردد اعني نسبت دوازده که مجموع الفضلین است بطرف چهار که فضل الاصغر است مثل نسبت سي وشش که مجموع الطرفین است بطرف دوازده است ونیز گویم هرگاه اعظم از فضل اعظمین بقدر اوسط زائد است پس اصغر هم از فضل اصغرین زائد خواهد بود پس بموجب مسئلهٔ سابعهٔ مطلب مذکور از روي عکس وقلب اربعهٔ متناسبهٔ دویم نسبت اعظم بطرف اوسط مثل نسبت اصغر بطرف فضل او علی فضل الاصغرین است اعني نسبت بست وچهار بطرف شانزده مثل نسبت دوازده بطرف هشت است که فضل دوازده بر چهار است واین اربعهٔ متناسبهٔ ششم شد واین را اگر ابدال نموده عکس سازم اربعهٔ متناسبهٔ هفتم گردد اعني نسبت دوازده بطرف بست وچهار مثل نسبت هشت که فضل الاصغر علی فضل الاصغرین است بطرف شانزده واگر این را مرکب سازم اربعهٔ متناسبهٔ هشتم شود اعني نسبت سي وشش بطرف بست وچهار مثل نسبت بست وچهار که مجموع فضل اصغر علی فضل الاصغرین واوسط است بطرف شانزده که اوسط است ودرین صورت چون اوسط مساوي مجموع اصغر وفضل الاصغرین است پس ثالث اربعهٔ متناسبهٔ هذا ضعف الاصغر شد وگویا نسبت مجموع الطرفین اعني اعظم واصغر بطرف اعظم مثل نسبت ضعف الاصغر بطرف اوسط شد وهرگاه اربعهٔ متناسبهٔ دویم را عکس نموده بموجب مسئلهٔ سادسهٔ مطلب مذکور فصل النسبة کنم اربعهٔ متناسبهٔ نهم شود اعني نسبت شانزده که فضل اعظم علی فضل الاعظمین وفي الحقیقة عدد اوسط است بطرف هشت که فضل الاعظمین است مثل نسبت هشت که فضل الاصغر علی فضل الاصغرین است بطرف چهار که فضل الاصغرین است پس حالا میگویم

که بموجب اربعهٔ متناسبهٔ سیوم مسطح اعظم فی الاوسط مساوي مسطح اصغر في مجموع اعظم وفضل الاعظمین است پس اگر مسطح اعظم فی الاوسط را بر مجموع اعظم وفضل الاعظمین قسمت کنند خارج اصغر خواهد بود وبموجب اربعهٔ متناسبهٔ چهارم مسطح اوسط في فضل الاعظمین مساوي مسطح مجموع الاعظم و فضل الاعظمین في فضل الاصغرین است پس اگر مسطح اوسط في فضل الاعظمین را بر مجموع الاعظم وفضل الاعظمین قسمت کنند خارج فضل الاصغرین خواهد بود وهرگاه آنرا از اوسط ساقط کنند باقي اصغر میماند وبموجب اربعهٔ متناسبهٔ پنجم مسطح اصغر في فضل الاعظم علی الاصغر مساوي مسطح مجموع الطرفین في فضل الاصغرین میشود پس اگر مسطح اصغر في فضل الاعظم علی الاصغر را بر مجموع الطرفین قسمت نمایند خارج فضل الاصغرین خواهد بود وهرگاه آن را بر اصغر بیفزایند اوسط حاصل میشود وبموجب اربعهٔ متناسبهٔ ششم چون اول آن مجموع اعظم واصغر وثاني آن عدد اعظم است وثالث آن ضعف الاصغر ورابع اوسط است پس اگر مسطح الوسطین اعني ضعف مسطح اعظم فی الاصغر را بر مجموع اعظم واصغر قسمت نمایند خارج اوسط خواهد بود ونیز اگر مسطح اعظم فی الاصغر را بر نصف مجموع اعظم واصغر قسمت سازند خارج اوسط خواهد بود وبموجب اربعهٔ متناسبهٔ ششم وهفتم مسطح اوسط فی الاصغر مساوي مسطح اعظم في فضل الاصغر علی فضل الاصغرین خواهد بود پس اگر مسطح اوسط واصغر را بر فضل الاصغر علی فضل الاصغرین قسمت نمایند خارج اعظم خواهد بود وبموجب اربعهٔ متناسبهٔ نهم مسطح اوسط في فضل الاصغرین مساوي مسطح فضل الاعظمین في فضل الاصغر علی فضل الاصغرین است پس اگر مسطح اوسط في فضل الاصغرین را بر فضل الاصغر علی فضل الاصغرین قسمت نمایند خارج فضل الاعظمین خواهد بود وآن را هرگاه بر اوسط بیفزایند اعظم حاصل شود فافهم

* بیان دویم در فوائد نسبت متضادّه بدانکه این ضعیف میگوید که در نسبت متضادّه مسطح اصغر في فضل الاصغرین معه مربع فضل ما بین الاصغر ونصف اوسط مساوي مربع نصف الاوسط است چرا که فی الحقیقت اوسط مجموع اصغر وفضل الاصغرین است که گویا اوسط بدو قسم مختلف منقسم گردیده وبموجب مسئلهٔ ثانیه وعشرون مطلب مذکور مربع نصف عدد مساوي مجموع مسطح قسمین آن عدد ومربع فضل بین النصف والقسم است وچون

بموجب اربعهٔ متناسبه که از نسبت فضل اعظمین بطرف فضل اصغرین مثل نسبت اصغر بطرف اعظم حاصل شده مسطح اعظم في فضل الاعظمین مساوي مسطح اصغر في فضل الاصغرین اعني مسطح قسمین اوسط است پس هرگاه از مربع نصف اوسط مسطح اعظم في فضل الاعظمین را که في الحقیقت مسطح قسمین اوسط است ساقط کنند باقي مربع فضل بین النصف و القسم اوسط خواهد بود وهرگاه جذر آنرا که فضل بین النصف والقسم است یک مرتبه برنصف اوسط بیفزایند ومرتبهٔ دویم ساقط کنند خارج قسمین مذکورین که یکي ازان اصغر ودویم فضل الاصغرین است خواهد بود وصاحب عیون الحساب براي استخراج عدد اصغر صرف این قاعده بیان کرده که اعظم را اگر در فضل الاعظمین ضرب کرده حاصل را از مربع نصف اوسط ساقط کنند وجذر باقي را برنصف اوسط بیفزایند خواه ساقط کنند که هردو حاصل صلاحیت عدد اصغر بودن دارند وبناي استخراج آنرا بر جبر ومقابله نهاده است مثالش ۲۰و۱۷و۱۲ این سه عدد اند که نسبت تفاضل اعظمین بطرف تفاضل اصغرین مثل نسبت اصغر بطرف اعظم است پس مسطح بست که اعظم است في فضل الاعظمین که سه است شصت میشود آن را از مربع نصف الاوسط که هفتاد ودو صحیح ویکربع است ساقط کنند باقي دوازده صحیح ویک ربع مي باشد وجذر آن سه صحیح ویک نصف است وهرگاه آنرا برنصف اوسط که هشت صحیح ویک نصف است بیفزایند دوازده میشود واگر ساقط کنند باقي پنج میماند وهردو عدد اصغر میتواند بود اعني اگر دوازده عدد اصغر باشد پس فضل الاصغرین پنج خواهد بود واگر پنج عدد اصغر باشد دوازده فضل الاصغرین خواهد شد وازروي برهان که این ضعیف بیان نمود نیز اینمعني ثابت میشود چراکه اربعهٔ متناسبهٔ اول ازروي نسبت بدین صورت شد ۳و۵و۱۲و۲۰ پس مسطح الطرفین اعني مسطح اعظم في فضل الاعظمین مساوي مسطح الوسطین اعني مسطح اصغر في فضل الاصغرین که في الحقیقة هردو قسمین اوسط اند خواهد بود پس قاعدهٔ مرقوم را جاري ساختم که اصغر حاصل شد ونیز هرگاه این اربعهٔ متناسبه را مرکب سازم اربعهٔ متناسبهٔ دویم شود اعني نسبت هشت که مجموع تفاضل اعظمین وتفاضل اصغرین است که آن في الحقیقت تفاضل اعظم بر اصغر است بطرف پنج که تفاضل اصغرین است مثل نسبت سي ودو که مجموع اعظم واصغر است بطرف بست که اعظم است خواهد بود واگر اربعهٔ متناسبهٔ اول را عکس نموده مرکب سازند اربعهٔ متناسبهٔ سیوم

شود اعني نسبت هشت كه مجموع تفاضلين است بطرف سه كه تفاضل اعظم است مثل نسبت سي ودو بطرف دوازده خواهد بود وچون بموجب اربعهٔ متناسبهٔ دويم مسطح مجموع تفاضلين كه في الحقيقت تفاضل اعظم على الاصغراست دراعظم مساوي مسطح مجموع اعظم واصغر في فضل الاصغرين خواهد بود پس اگر تفاضل اعظم على الاصغر را دراعظم ضرب نموده برمجموع اعظم واصغر قسمت كنند فضل الاصغرين خارج خواهد شد وآن را براصغر بيفزايند عدد اوسط خواهد برآمد چون بموجب اربعهٔ متناسبهٔ سيوم مسطح مجموع تفاضلين في الاصغر مساوي مسطح مجموع اعظم واصغر في فضل الاعظمين است پس اگر تفاضل اعظم على الاصغر را كه في الحقيقت مجموع التفاضلين است دراصغر ضرب كرده برمجموع اعظم واصغر قسمت سازند خارج تفاضل الاعظمين خواهد بود آن را از اعظم ساقط كنند باقي عدد اوسط خواهد بود ونيز اين ضعيف ميگويد كه چون اعظم مجموع اوسط وتفاضل اعظمين است وبموجب مسئلهٔ ثالثه وعشرون من مطلب ثالث من هذا الباب مسطح هرعدد في احد قسميه معه مربع نصف قسم آخر مساوي مربع مجموع قسم مضروب فيه ونصف قسم آخر مي شود وبموجب اربعهٔ متناسبهٔ اول مسطح اصغر في تفاضل الاصغرين مساوي مسطح اعظم في تفاضل الاعظمين است پس هرگاه مسطح اصغر في تفاضل الاصغرين را كه في الحقيقت مسطح اعظم في احد قسميه است برمربع نصف اوسط كه درحقيقت مربع نصف قسم آخر اعظم است بيفزايند جذر مجموع مساوي مجموع تفاضل اعظمين كه قسم مضروب فيه ونصف اوسط كه نصف قسم الآخر خواهد بود وهرگاه بران نصف اوسط را بيفزايند اعظم خواهد برآمد وصاحب عيون الحساب اين را از جبر ومقابله بيان نموده

* بيان سيوم در فوائد نسبهٔ خامسه كه درميان سه اعداد نسبهٔ اوسط بطرف اصغر مثل نسبت فضل الاصغرين بطرف فضل الاعظمين باشد چنانكه ٧٩ و٦٤ و٤٠ پس اربعهٔ متناسبهٔ اول شد بدين صورت ٦٤ و٤٠ و٢٤ و١٥ پس اگر مسطح الطرفين را از مربع نصف اوسط ساقط كرده جذر باقي را برنصف اوسط بيفزايند خواه نقصان كنند هردو حاصل صلاحيت عدد اصغر دارد برهان آن مثال برهان نسبت متضاده است چنانكه درمثال مذكور مسطح الطرفين را كه نهصد وشصت است از مربع نصف اوسط كه يك هزار وبست وچهار ميشود ساقط نمودم باقي شصت وچهار ماند

وجذر آن هشت است هرگاه آنرا برسي ود وکه نصف اوسط است افزودم چهل شد وهرگاه ساقط کردم بست وچهار باقي ماند وهر دو صلاحیت عدد اصغر بودن دارند واگر مربع نصف فضل اعظم علی اصغر را بر مربع اصغر بیفزایند وجذر آن مجموع را بر نصف فضل مذکور زیاده کنند حاصل عدد اوسط شود واگر مسطح الاوسطین را اعني مسطح اصغر في فضل الاصغرین را بر اوسط قسمت کنند خارج فضل اعظم علی الاوسط خواهد بود پس آنرا بر اوسط بیفزایند که حاصل اعظم شود

* بیان چهارم در فوائد نسبة سادسه که در میان سه اعداد نسبت اعظم بطرف اوسط مثل نسبت فضل الاصغرین بطرف فضل الاعظمین باشد چنانکه ۱۲ و ۸ و ۲ واربعهٔ متناسبه اول شد بدینصورت ۱۲ و ۸ و ۶ و ۴ پس اگر مسطح الطرفین اعني مسطح اعظم في فضل الاعظمین را بر اوسط قسمت کنند خارج فضل الاصغرین خواهد بود وهرگاه آنرا از اوسط ساقط سازند باقي اصغر است چنانکه در مثال مذکور دوازده را در چهار ضرب کردم وچهل وهشت را که حاصل ضرب است بر هشت که اوسط است قسمت نمودم خارج شش گردید آنرا از هشت ساقط نمودم باقي دو که اصغر است برآمد واگر مربع نصف فضل اعظم علی الاصغر را بر مربع اعظم بیفزایند واز جذر مجموع نصف فضل را ساقط کنند باقي اوسط خواهد بود چنانکه در مثال مذکور نصف فضل اعظم علی الاصغر را که پنج است مربع کرده بست وپنج را بر یک صد وچهل وچهار که مربع اعظم بود افزودم یک صد وشصت ونه گردید وجذر آن سیزده است هرگاه از ان نصف فضل را که پنج بود ساقط کردم باقي هشت ماند که اوسط است واگر اوسط را در فضل الاصغرین ضرب سازند ومربع نصف اوسط بران بیفزایند وباز جذر مجتمع را بر نصف اوسط زیاده سازند حاصل اعظم خواهد بود چنانکه در مثال مذکور اوسط را که هشت بود در شش که فضل الاصغرین است ضرب نمودم وبر چهل وهشت که حاصل الضرب است شانزده که مربع نصف الاوسط بود افزودم شصت وچهار گردید وجذر آن هشت است آنرا بر نصف اوسط که چهار بود افزودم دوازده شد وآن اعظم است

* بیان پنجم در فوائد نسبت سابعه که در میان سه اعداد نسبت اعظم بطرف اصغر مثل نسبت تفاضل اعظم علی الاصغر الی تفاضل الاصغرین باشد چنانکه ۹ و ۶ و ۳ واربعه متناسبهٔ اول شد بدینصورت ۹ و ۳ و ۶ و ۲ پس اگر مسطح اعظم فی الاوسط را از مربع اعظم ساقط نموده جذر باقي را از اعظم ساقط سازند اصغر خواهد بود چنانکه در مثال مذکور نه را که اعظم است در پنج که اوسط است

ضرب نموده حاصل را که چهل وپنج است از هشتاد ویک که مربع اعظم است ساقط نمودم باقي سي وشش ماند وجذران شش است آنرا از نه ساقط نمودم سه باقي ماند وان اصغر است واگر اصغر را در تفاضل اعظم علی الاصغر ضرب نموده بر اعظم قسمت کنند خارج فضل الاصغرین خواهد بود وهرگاه آنرا بر اصغر بیفزایند اوسط حاصل خواهد بود چنانکه در مثال مذکور سه را که اصغر بود در شش که تفاضل اعظم علی الاصغر است ضرب نمودم حاصل هجده شد آنرا بر نه که اعظم بود قسمت نمودم خارج دو گردید وهرگاه آنرا بر سه که اصغر بود افزودم حاصل پنج شد وآن اوسط است واگر از اصغر فضل الاصغرین را ساقط کرده ومربع اصغر را بر باقي قسمت سازند خارج اعظم خواهد بود چنانکه در مثال مذکور دو که فضل الاصغرین است از سه که اصغر است ساقط نمودم باقي واحد ماند وبران مربع سه را قسمت ساختم خارج نه شد وآن عدد اعظم است

* بیان ششم در فوائد نسبت ثامنه که درمیان سه اعداد نسبت اعظم بطرف اصغر مثل نسبت تفاضل اعظم علی الاصغر بطرف تفاضل الاعظمین باشد چنانکه ۹ و ۷ و ۳ واربعه متناسبهٔ اول شد بدینصورت ۹ و ۳ و ۶ و ۲ پس اگر اعظم را در فضل الاعظمین ضرب کرده از مربع نصف اعظم ساقط کنند وجذر باقي را بر نصف الاعظم بیفزایند یا ساقط کنند اصغر حاصل خواهد بود چنانکه در مثال مذکور نه را که اعظم است در دو ضرب کرده وهجده را از بست صحیح ویک ربع که مربع نصف اعظم است ساقط نمودم باقي دو صحیح ویک ربع ماند وجذر آن یک صحیح ویک نصف است آنرا از چهار ونیم که نصف اعظم است ساقط کردم باقي سه ماند واگر زیاده کنم شش مي شود ان هم صلاحیت اصغر بودن دارد واگر در اربعه متناسبهٔ مذکوره مسطح الوسطین اعني اصغر را در فضل اعظم علی الاصغر ضرب نموده بر اعظم قسمت سازند خارج فضل اعظم علی الاوسط خواهد بود وهرگاه آنرا از اعظم ساقط نمایند باقي اوسط میماند چنانکه در مثال مذکور سه را که اصغر بود در شش که فضل اعظم علی الاصغر است ضرب نمودم وهجده را بر اعظم قسمت ساختم خارج دو شد وآنرا از اعظم ساقط نمودم باقي هفت ماند وآن اوسط است ونیز اگر اصغر را در فضل اعظم علی الاصغر ضرب نموده حاصل را از مربع اعظم ساقط کنند وباقي را بر اعظم قسمت نمایند خارج اوسط خواهد بود چنانکه در مثال مذکور هجده را که حاصل ضرب است از هشتاد ویک که مربع اعظم است ساقط نمودم وشصت وسه را بر نه قسمت کردم خارج هفت برآمد وآن اوسط است واگر مربع اصغر را از مربع هفت مجموع اوسط واصغر

ساقط کنند وجذر باقي را برنصف مذکور بیفزایند حاصل اعظم خواهد بود چنانکه درمثال مذکور مربع اصغر را که نه است از بست وپنج که مربع نصف مجموع اوسط واصغر است ساقط کردم باقي شانزده ماند وجذر او چهار است آنرا برنصف المجموع که پنج بود افزودم نه شد وان اعظم است

* بیان هفتم در فوائد نسبة تاسعه که در سه اعداد نسبت اوسط بطرف اصغر مثل نسبت فضل اعظم علی الاصغر بطرف تفاضل الاصغرین باشد چنانکه ۷ و ۶ و ۴ واربعه متناسبهٔ اول بدینصورت شد ۶ و ۳ و ۲ و ۲ پس اگر مربع اوسط را از مربع نصف مجموع اوسط واعظم ساقط نموده جذر باقي را از نصف مذکور نقصان نمایند که حاصل اصغر خواهد بود چنانکه درمثال مذکور سي وشش را که مربع اوسط است از چهل ودو صحیح ویک ربع که مربع شش صحیح ویک نصف است که نصف المجموع اوسط واعظم بود ساقط نمودم باقي شش صحیح ویک ربع ماند وجذر ان دو صحیح ویک نصف است هرگاه آنرا از شش صحیح ویک نصف ساقط نمودم چهار باقي ماند وآن اصغر است واگر مربع نصف الاصغر را بر حاصل الضرب اصغر في فضل الاعظم علی الاصغر زیاده کرده جذر مجموع را برنصف الاصغر بیفزایم حاصل اوسط خواهد بود چنانکه درمثال مذکور چهار را که مربع نصف الاصغر است برد وازده که حاصل ضرب اصغر في فضل اعظم علی الاصغر است افزودم شانزده شد وجذر آن برنصف اصغر افزودم شش گردید وآن اوسط است واگر مسطح اوسط في فضل الاصغرین را براصغر قسمت کنند خارج فضل اعظم براصغر خواهد شد وهرگاه آنرا براصغر بیفزایند اعظم حاصل مي شود چنانکه درمثال مذکور شش را که اوسط است در دو که فضل الاصغرین است ضرب نموده حاصل را که دوازده است برچهار که اصغر است قسمت نمودم خارج سه گردید وهرگاه برچهار افزودم هفت شد وآن اعظم است

* بیان هشتم در فوائد نسبت عاشره که درمیان سه اعداد نسبت اوسط بطرف اصغر مثل نسبت فضل اعظم علی الاصغر بطرف فضل الاعظمین باشد چنانکه ۸ و ۵ و ۳ واربعه متناسبهٔ آن بدینصورت است ۵ و ۳ و ۵ و ۳ ودرین نسبت همیشه اعظم مساوي مجموع اوسط واصغر مي باشد پس هرگاه اوسط را از اعظم ساقط کنند باقي اصغر برآید واگر اصغر را ساقط کنند اوسط باقي ماند واوسط واصغر را جمع کنند اعظم شود

* باب چهارم در طریق حساب اهل تنجیم ودران یک مقدمه وچند مطلب است *

* مقدمه باید دانست که اهل تنجیم بجاي عدد حروف تهجي را بحساب جمل مینویسند

وآن ابجد هوز حطي كلمن سعفص قرشت ثخذ ضظغ است وحروف تسعه از الف كه براي واحداست تا ط كه براي نه است آحاد مقرر كرده وحروف تسعه از يا كه براي ده است تا ص كه براي نوداست عشرات مقرر ساخته اند وحروف تسعه از قاف كه براي صداست تا ظ كه براي نه صد است مئات قرار داده اند وغين معجمه را براي هزار مقرر نموده اند وبراي اعداد مركبه اين حروف بست وهشت را باهم تركيب مي دهند وعشرات را بر آحاد ومئات را بر عشرات والوف را بر مئات مقدم مي كنند پس يازده را بدينصورت يا نويسند وبست وچهار را بدينصورت اد وچهل وپنج را بدينصورت مه ويكصد وسي ودو بدينصورت قلب ودو هزار بدين صورت بغ ودو هزار وشش صد وچهارده بدينصورت بغخيد وصد هزار را عني لكهه را بدينصورت قغ وهكذا ونيز بايد دانست كه جيم را بلا دامن مينويسند وآنرا ابتر گويند بدينصورت ح وهمچنين ش ص ض ق را ابتر مي نويسند ودال را بصورت همزه نويسند هكذا ء وها را مدور نويسند هكذا ه ونقطه باء موحده وجيم وزاي معجمه وياي تحتاني را نمي نويسند وباقي حروف چنانكه متعارف است منقوط وغير منقوط مينگارند ويا تحتاني را معكوس مي نگارند هكذا ے وبعضي براي امتياز راي مهمله بالاي زاء معجمه علامت هفت مي نهند هكذا ز وكاف را بدينصورت نويسند ک ونون را بدينصورت ن وصفر را بدينصورت ٥ ونيز بايد دانست كه اهل تنجيم محيط هر دائره را بسه صد وشصت درجه قسمت مي كنند وقطر دائره را يك صد وبست درجه وهر درجه را به شصت دقيقه قسمت مي نمايند وهر دقيقه را به شصت ثانيه وهر ثانيه را به شصت ثالثه وهر ثالثه را به شصت رابعه وهكذا الى غير النهاية ودر منطقة البروج وديگر دوائر افلاك متحركه سواي معدل النهار هرگاه يك نقطه را مبدء حركت فرض كنند هر سي درجه را يك برج قرار ميدهند كه محيط دائره منقسم بدوازده برج مي شود وبعضي عدد درجات را از يكي تا سه صد وشصت بجنس مي نويسند وهرگاه به سه صد وشصت رسند يا زياده از آن پس سه صد وشصت را يك دور قرار ميدهند وعدد باقي را در يسار مي نويسند مثلا

رباعي

يكان شمار ز ابجد حروف تا حطي چنانكه از كلمن ده ده است تا سعفص
وليك از قرشت تا ضظغ بود صد صد دل از حساب جمل كن تمام مستخلص

اگر سه صد وهفتاد وشش درجه باشد بدینصورت آ دور نو درجه نویسند اعني یک دور وشانزده درجه ودر اکثر حال دور را ساقط مي کنند وصرف باقي درجات را مي نگارند لکن نوشتن دور بهتر است وبعضی عدد بروج را از یکی تا دوازده نویسند وانچه زائد از برج باشد آنرا در یسار آن نگارند ودوازده برج را یک دور قرار دهند وآنرا در یمین بروج نگارند ودر اکثر دور را ساقط هم مي کنند مثلا هشتاد وچهار درجه را بدینصورت رسم مي کنند ب الد درجه وسه صد وهفتاد وشش درجه را بدینصورت ا ا نود درجه وچهار صد وبست وپنج درجه را بدینصورت اب ه درجه وبعضي شصت درجه را مرفوع نموده واحد فرض میکنند وآنرا مرفوع مرة گویند وشصت مرفوع مرة را مرفوع مرتین ومثاني خوانند وهمچنین شصت مرفوع مرتین را مرفوع ثلث مرات ومثالث گویند وشصت مرفوع ثلث مرات را مرفوع اربع مرات ومرابع نامند وهکذا واین مرفوعات را یمین درجه نویسند علی سبیل الترتیب اعني مرفوع مرة یمین درجه ومثاني یمین مرفوع مرة ومثالث یمین مثاني وهکذا ودقائق را یسار درجه وثواني را یسار دقائق وثوالث را یسار ثواني وهکذا الی ماشاء الله ودر هر مرتبه که عدد نباشد صفر گذارند ودر آخر یسار هرچه از درجه خواه دقیقه خواه ثواني خواه ثوالث واقع شود آنرا می نویسند وبعضي اسم مرتبهٔ اولی را در اول می نگارند وبعضي فوق هر مرتبه اسم مرتبه را می نویسند مثلا سه هزار وهفتصد وشصت وسه درجه وبست وچهار دقیقه وهجده ثانیه وچهار ثالثه وسي ونه رابعه را بدین صورت نویسند اب مح الدیج ءلط رابعه اعني یک مثاني ودو مرفوع مرة وچهل وسه درجه وبست وچهار دقیقه وهجده ثانیه وچهار ثالثه وسي ونه رابعه است وازین بیان ظاهر است که منجمین را در حساب خود احتیاج برقم اعدادیکه زیاده از سه صد وشصت باشد نمي شود بلکه برقم اعدادیکه زیاده از پنجاه ونه باشد نمیگردد

* فائده باید دانست چنانکه در حساب اعداد هر مرتبه را هرگاه به عشر میرسد آنرا واحد فرض کرده شامل مرتبهٔ یسار او مي کنند همچنان اهل تنجیم در هر مرتبه هرگاه به شصت میرسد آنرا واحد فرض کرده شامل مرتبهٔ یمین او می نمایند وچنانکه در حساب اعداد اول مراتب صحاح را آحاد میگویند درینجا درجه مي نامند مراتب صحاح در حساب اعداد صعودي است ومراتب کسر نزولي وواحد وسط فی النسبة است هم چنان درینجا مرفوع ومثاني ومثالث در مراتب

صعودي است ودقيقه وثواني وثوالث درمراتب نزولي ودرجه وسط في النسبة است ومراتب هردو سلسلهٔ صعودي ونزولي متواليه علي نسبت واحد است ونيز انچه درمرتبهٔ واحد باشد آنرا مفرد گويند وانچه دردو مرتبه يازياده باشد مركب خوانند وانچه بيكحرف نوشته شود آنرا مجرد ميگويند

* مطلب اول درتضعيف وتنصيف وتفريق وجمع ودران چهار بيان است *

بيان اول درتضعيف وطريقش چنانكه درتضعيف اعداد گفته شد هر مرتبه راكه بخواهند تضعيف كنند الا درتضعيف بروج اگر دريسار اوكه مرتبهٔ درجه است زياده از ند باشد واحد برتضعيف بروج بيفزايند ودرتضعيف درجه وغير آن اگر رقم يسار زياده از الد باشد واحد برتضعيف آن بيفزايند وحاصل را دربروج انچه زائد بر دوازده باشد آنرا تحت آن نويسند ودردرجات انچه زائد برسي باشد ودردقائق وثواني وغيره انچه زائد برشصت باشد آنرا تحت آن نگارند واگر حاصل مساوي شصت بود صفر نويسند واگر اقل از شصت باشد بجنس نويسند واگر بروج را اعتبار نكنند بلكه مرفوع مرة ومثاني ومثالث اعتبار كنند پس درهر مرتبه رقم يسار را به بينند اگر زائد از الط باشد برتضعيف واحد بيفزايند ودرمرتبهٔ اخير يمني براي شصت اگر از حاصل تضعيف باشد واحد بنويسند مثلا خواستم كه ءالالب م ح ثالثه اعني چهار بروج وبست ويك درجه وسي ودو دقيقه وچهل ثانيه وپنجاه ثالثه را تضعيف كنم تحت بروج ط نوشتم زيرا كه رقم درجه از ند زائد بود وتحت درجه م چرا كه رقم يسار او از الط زياده بود وهرگاه الا را كه رقم درجه است تضعيف نمودم مب شد وازان بعد اسقاط ل) ب باقي ماند وواحد بران افزودم م شد وتحت دقيقه ه وتحت ثانيه الا نوشتم چرا كه يسار او هم از الط زياده است وتحت ثالثه م نگاشتم بدينصورت

ءالالب م ح
ط ح ه الا م

مثال ديگر مرفوع مرة دادله دقيقه خواستم كه يازده مرفوع مرة وچهار ده درجه وسي وپنج دقيقه را تضعيف سازم پس مرفوع مرة الب نوشتم وتحت درجه الط چرا كه دريسار او زائد از الط است وتحت دقيقه ے بدين صورت

مرفوع مرة
الب الط ے دقيقه

طريق ديگر كه از يسار مي نمايند مثلا خواستم كه رح الب ط ح ثالثه اعني هفت بروج وهجده درجه وبست ودو دقيقه ونه ثانيه وپنجاه وسه ثالثه را تضعيف كنم پس شروع از يسار كردم واول رقم ثالثه را تضعيف نمودم امو شد اعني يك صد وشش ثالثه كه آن يك ثانيه وچهل وشش ثالثه است پس مو را تحت ثالثه نوشتم والف را درذهن داشتم وبعد ازان ط را تضعيف

نمودم یح شد الف بران افزودم و لط را تحت ثانیه نکاشتم باز الب را تضعیف نمودم مد شد آنرا تحت دقیقه نهادم باز یح را تضعیف ساختم لو شد چون درجه بود لهذا و را تحت درجه نوشته برای ل الف را در ذهن گرفتم و باز ر را تضعیف نمودم ند شد و الف بران افزودم نه گردید چون بروج است لهذا نب را از ان ساقط کردم باقی ح ماند آنرا تحت بروج نکاشتم و برای نب الف را در یمین او نوشتم و بالایش لفظ دور نکاشتم بدینصورت بروج درجه دقیقه ثانیه ثالثه

	ر	یح	الب	ط	ح
دورا	ح	و	مد	لط	مو

* بیان دویم در تنصیف *

و آن عکس تضعیف است و طریقش این ست که ابتدا از یمین کنند و نصف رقم هر مرتبه را تحت آن نهند اگر رقم زوج باشد و از نصف آن صحیح را نگارند و کسر نصف را محفوظ دارند پس اگر آن کسر نصف دو را است شش اعتبار کنند و اگر نصف برج است پانزده اعتبار نمایند و در غیر آن سی اعتبار دارند و اگر در یسار آن عددی باشد آنرا بر تنصیفش بیفزایند و الا همان کسر را هرچه اعتبار کرده اند در یسار بنویسند و طریق دیگر که ابتدا از جانب یسار سازند بلکه از هرجا که بخواهند و درینصورت رقم یمین آنرا ملاحظه کنند اگر رقم فرد باشد بر نصف بروج شش بیفزایند و بر نصف درجات پانزده و بر انصاف غیر آن سی بیفزایند و تحت آن نویسند مثلا خواستم که برج درجه دقیقه ثانیه ثالثه را تنصیف نمایم بهرد و طریق عمل کردم ح الدباء نول رابعه شد

	ر	یح	الب	ط	ح
رابعه	ح	الد	با	ء	لول

* بیان سیوم در جمع *

طریقش این ست که ارقام مطلوب الجمع را محاذی المراتب نویسند و در هر مرتبه که هیچ رقم نباشد صفر گذارند و در صورتیکه مزید و مزید علیه متفق المراتب باشند خواه بعض متفق المراتب و بعضی مختلف و از یسار جمع سازند پس در جمع درجات انچه زائد برسی باشد تحت آن نویسند اگر یسار آن بروج باشد و در جمع بروج انچه زائد بر دوازده باشد تحت آن نگارند و در غیر آن هر دو انچه زائد بر شصت بود بجنس نویسند و برای باقی واحد را در ذهن گیرند و بر جمع یمین آن بیفزایند و هکذا

الى آخره عمل كنند واگر ارقام مزيد ومزيد عليه در هيچ مرتبه متفق نباشند پس اعلى را يمين ادنى نويسند واگر در ميان مراتب هر دو كدام مرتبه خالي باشد در انجا صفر گذارند مثلا خواستم كه ر الله م ح ثواني و ط ه الب ح ثواني را جمع كنم هر دو را تحت يكديگر متحاذي المراتب نوشتم وجمع كردم

بدينصورت

	برج	درجه	دقيقه	ثانيه
	ر	الله	م	ح
	ط	ه	الب	ح
دور	ء	ما	ب	الا
	ا		۱۱	

مثال ديگر

	درجه	دقيقه	ثانيه	ثالثه
	قف	يح	ما	ل
	رعد	ك	ح	م
دور	مد	لح	نه	ے
	۹۴	ا		

مثال ديگر

	مرفوع مرتين	مرفوع مرة	درجه	دقيقه	ثانيه
	ك	ك	ح	م	نا
		مب	ح	مح	لو
		ل	بر	لو	ے
	الا	لح	الو	مه	لر

مثال ديگر خواستم كه ح الانب ح ثانيه را با الطالح ل لب سادسه جمع نمايم اعني سه برج وبست ويک درجه وپنجاه ودو دقيقه وهجده ثانيه را با بست ونه ثالثه وسي وهشت رابعه وسي خامسه وسي ودو سادسه جمع نمايم چون مزيد ومزيد عليه در هيچ مرتبه متفق نبودند لهذا اعلى را در يمين ادنى نوشتم بدينصورت ح الانب يح الطالح ل لب سادسه وهو المطلوب مثال ديگر خواستم ط ه ند نب ثانيه را با الاح مد سابعه جمع كنم چون مزيد ومزيد عليه در هيچ مرتبه متفق نبودند لهذا اعلى را در يمين ادنى نوشتم وچون در ميان هر دو مزيد ومزيد عليه در مرتبه خالي ميماند لهذا در ان هر دو مرتبه صفر نهادم

	برج	درجه	دقيقه	ثانيه	ثالثه	رابعه	خامسه	سادسه	سابعه
	ط	ه	ند	نب	ها	ها	الا	ح	مد

* بيان چهارم در تفريق *

بايد كه منقوص را تحت منقوص منه محاذي المراتب نويسند وابتدا از يسار كنند ورقم هر مرتبه منقوص را از رقم محاذي او كه از منقوص منه است ساقط كنند اگر ممكن باشد والا در نقصان برج دوازده بر رقم منقوص منه كه محاذي اوست بيفزايند ودر نقصان درجه سي ودر غير آن شصت افزوده ساقط كنند وباقي را تحت آن نويسند وبراي انچيكه افزوده اند واحد در ذهن داشته وبر رقم

منقوص که یمین اوست افزوده از منقوص منه ساقط نمایند و همچنین عمل بآخر رسانند و اگر منقوص زائد از منقوص منه باشد پس صاحب عیون الحساب این را جائز داشته میگوید که بر منقوص منه عددي بحسب لحاظ مرتبه یمین او افزوده و منقوص را ساقط کرده تحت آن نگارند لکن صاحب مفتاح وغیر آن اینمعنی را نه نگاشته اند چراکه هرگاه در یمین او هیچ عدد نباشد چگونه این معنی جائز تواند بود الا بقیاس اینکه چنانکه دو را در جمع و تضعیف بعضي ساقط میکنند همچنین در تفریق موجود خیال کنند مثلاً خواستم که ء الب نا مح ثانیه را از ح ط ح ه ثانیه ساقط کنم نوشتم منقوص منه و منقوص را تحت یکدیگر و اول مح را از ه ساقط نمودم باقي ب ماند آنرا تحت ه نوشتم بعد از ان نا را از ح ساقط نمودم چون ممکن نبود لهذا نا را از سر ساقط نمودم باقي ط ماند ط و ح را جمع کردم و ب را تحت ح نگاشتم و براي سر واحد را در ذهن داشته بر الب افزودم الح شد چون اسقاط آنهم از ط ممکن نبود لهذا آنرا از ل ساقط کرده ر را که باقي ماند بر ط افزودم نو شد آنرا تحت ط نگاشتم و براي ل واحد را در ذهن داشته بر ء افزودم و ه را از ح ساقط نمودم ح باقیماند آنرا تحت ح نوشتم بدینصورت

	برج	درجه	دقیقه	ثانیه
منقوص منه	ح	ط	ح	ه
منقوص	ء	الب	نا	مح
	ح	نو	ب	ب

مثال دیگر خواستم که با الدلح مه ه ثالثه را از ح الدنالب م ثالثه نقصان کنم پس ه را از م ساقط کردم ه باقیماند آنرا تحت م نوشتم و واحد بر مه افزوده مو را از لب ساقط نمودم مو باقي ماند آنرا تحت لب نگاشتم و باز واحد بر لح افزوده لد را از نا ساقط کردم ر باقي ماند آنرا تحت نا نوشتم و الد را از الد ساقط نمودم و صفر تحت الد نوشتم و نا را از ح ساقط نمودم چون ممکن نبود لهذا دوازده بر ان افزوده از نه ساقط کردم ء باقي ماند آنرا تحت ح نگاشتم و هذا علی طریق صاحب عیون الحساب و هذه صورته

منقوص منه	ح الد نا لب م	
منقوص	با الد لح مه	ه
	ء ا	ر مو ه

* فائده اگر منقوص و منقوص منه در هیچ مرتبه متفق نباشند پس از مرتبهٔ یسار منقوص منه واحد کم کرده در هر مرتبه تا محاذي مراتب منقوص نط بنویسند و محاذي مرتبهٔ اخیر یسار منقوص سر نگارند و منقوص را از منقوص منه ساقط کرده باقي تحت آن بنویسند مثلاً خواستم که ندالهه ه سادسه را از ﻫ مط ثانیه ساقط کنم چون متفق المراتب نبودند لهذا واحد از مط ساقط کرده براي باقي مراتب یسار نط نوشتم و سر در مرتبهٔ اخیر

نکاشتم ومنقوص را ساقط نمودم بدین صورت

منقوص منه ک مح نط نط نط سادسه
منقوص بداله ح سادسه
ک مح نط مه لد ے

* مطلب ثاني در ضرب *

بدانکه چون در ضرب واحد الی ستین بعضها في بعض اکثر مردمان را دقت واشکال واقع مي شود لهذا منجمین براي سهولیت جدولي مقرر کرده اند مشتمل بر مربعات صغار که فوق آن عرضا ارقام از آ تا نط نویسند وهمچنین در یمین آن طولاً از آ تا نط نویسند وحاصل الضرب هریک را در مربع متحاذي مضروبین نگارند ونیز حاصل ضرب را از شصت مرفوع نموده براي شصت واحد قرار داده مرفوع را یمین مبسوط نگارند واگر صفر باشد صفر نویسند مثلاً در ضرب وفي ل بدینصورت ح ها ودر ضرب رفي ل بدینصورت ح ل ودر ضرب توفي م بدینصورت ے م ودر ضرب توفي مب بدینصورت ناب ودر ضرب ح في ر بدینصورت الا ودر ضرب توفي ر بدینصورت انب وهکذا الی آخره وهذا جدوله (جدول ۳ ه)

ونیز اگر ضرب مرکب فی المفرد یا ضرب مرکب فی المرکب مطلوب شود حاصلات ضرب مفرد فی المفرد را جمع سازند که مطلوب حاصل شود مثلاً اگر خواهم که حاصل ضرب توفي م بدانم پس حاصل ضرب وفي م را که ءها است با حاصل ضرب ے في م که وم است جمع نمودم ے م شد وآن مطلوب است وهمچنین اگر خواهم که حاصل ضرب توفي مب بدانم حاصل ضرب وفي ب را که نب است وحاصل ضرب ے في ب را که ک است وحاصل ضرب وفي م را که ءها است وحاصل ضرب ے في م را که وم است جمع نمودم بدینصورت ناب شد وآن مطلوب است ونیز باید دانست که چنانکه در ضرب ارقام هندیه نسبت واحد بطرف احد المضروبین مثل نسبت مضروب آخر بطرف حاصل ضرب مي باشد همچنان درین جا نسبت مرتبهٔ درجه بطرف مرتبهٔ

	نب
	ک
ء	ها
و	م
نا	نب

احد المضروبین مثل مرتبهٔ مضروب آخر بطرف مرتبهٔ حاصل الضرب مي باشد چراکه در ارقام هندیه چنانکه مراتب صعودي ونزولي متوالیه در نسبت برابر اند وواحد وسط فی النسبة است همچنان در این جا مراتب صعودي مرفوع مرة ومثاني ومثالث وغیره ومراتب نزولي دقایق وثواني وثوالث وغیره که متوالیه اند در نسبت برابر اند ودرجه وسط فی النسبت

جدول ۵۶ صفحه ۱۷۰

جدول ضرب واحد الی ستین بعضها فی بعض بحروف ابجد

مفروب فیہ

است ودرینصورت بُعدمرتبهٔ احدالمضروبین ازدرجه مثل بُعدمرتبهٔ حاصل الضرب ازمرتبهٔ مضروب آخر خواهد بود پس براي مرتبهٔ درجه صفر مقرر میکنند وبراي مرفوع مرة ودقیقه واحد وبراي مثاني وثانیه اثنین وبراي مثالث وثالثه ثلثه مقرر مي نمایند اعني هرقدر صعودي ونزولي که متقابل یک دیگراند براي آن عددي بقدر ابعاد مراتب آنها که از درجه باشد مقرر می کنند وهرگاه مفرد رادر مفرد ضرب مي سازند پس آن هردو مفرد بیک طرف صعودي خواه نزولي باشند مجموع اعداد مراتب مضروبین عدد مرتبهٔ حاصل الضرب مي شود واگر آن هردو مختلف الجهة باشند اعني یکي صعودي ودیگري نزولي پس تفاضل بین عددین المراتبین بگیرند که آن عدد مرتبهٔ حاصل ضرب درطرفیکه آن رافضل است خواهد بود واگر تفاضل بین عددین المراتبین نبود پس حاصل الضرب درجه خواهد بود ونیز براي معرفت مرتبهٔ حاصل ضرب جدولي مقرر کرده اند چنانکه در مطلب ثالث نوشته خواهد شد ان شاء الله تعالی مثلاً اگر خواهند که الد دقیقه رادر ب رابعه ضرب کنند چون حاصل ضرب ک مح است ومضروبین درطرف نزولي واقع شده اند ومرتبهٔ دقیقه واحد ومرتبهٔ رابعه اربعه ومجموع آنها خمس است پس حاصل ضرب درمرتبهٔ خامسه افتاده اعني ک رابعه ومح خامسه وهمچنین اگر الد دقیقه رادر ب مثالث ضرب کنند پس فضل بین المراتبین دواست وفضل بطرف صعودي است لهذا حاصل الضرب ک مثالث ومح مثاني گردید وهمچنین اگر ر مثاني رادر ح ثانیه ضرب کنند چون مراتب مضروبین مساوي است لهذا حاصل الضرب که الا است درجه خواهد بود

* فائده چون درضرب براي سهولیت جدول ستینیه مقرر کرده اند لهذا اگر در احدالمضروبین برج یادور باشد آنرا هم درجه ساخته ومرفوع مرة ومثاني ومثالث نموده ضرب سازند

* فائده چون درجه درحساب اهل تنجیم مثل واحد است لهذا هرمرتبه راکه دردرجه ضرب سازند همان مرتبه حاصل مي شود صعودي باشد یانزولي وباید دانست که براي ضرب قواعد متعدده اند وما هریکي رابه تفصیل بیان می سازم

* قاعدهٔ اول درضرب مفرد فی المرکب *

وطریقش یکي اینست که مفرد رادرهرواحد ازمفردات آن مرکب علی الترتیب خواه

ابتدا از یمین خواه از یسار ضرب کرده حاصل را چنانکه در ضرب مفرد فی المفرد گفته شد تحت یک دیگر نویسند بحیثیتیکه مرفوع هر واحد محاذی مبسوط دیگری که در یمین اوست واقع شود وبعد ازان جمع سازند و مرتبهٔ اخیر حاصل الضرب را دریافته بنویسند مثلاً خواستم که لو دقیقه را در مرفوع مرة درجه دقیقه ثانیه لو ثانیه ضرب کنم پس اول لو را در لا ضرب نمودم لب شد آنرا نوشتم باز لو را در ح ضرب کردم ے مح شد ے را که مرفوع بود تحت لو که مبسوط یمین اوست نوشتم باز لو را در صفر ضرب کردم صفر حاصل شد آنرا در یسار مح نوشتم چرا که دران مرتبه اگر کدام رقم می بود مبسوط حاصل ضرب درانجا می افتاد باز لو را در لو ضرب نمودم لح لو شد لح را تحت صفر نوشتم و لو در یسار او و جمع نمودم بدینصورت

لب لو
ے مح لح لو
لب مو مح لح لو ثالثه

وبعد ازان مرتبهٔ اخیر حاصل الضرب را دریافتم اعنی چون مرتبهٔ مضروب که دقیقه است واحد بود و مرتبهٔ اخیر مضروب فیه که ثانیه است دو بود و مجموع آنها سه میشود پس مرتبهٔ اخیر حاصل ضرب را ثالثه نوشتم و هو المطلوب ونیز اگر بخواهند ابتدا از یسار نموده مرفوع و مبسوط هر مرتبه را متقاطرین نویسند و مبسوط مرتبهٔ دویم را تحت مرفوع مرتبهٔ اول نگارند بدینصورت

لب ے لح
لو مح لح لو
لب مو مح لح لو ثالثه

واگر بخواهند مبسوط مرتبهٔ دویم را فوق مرفوع مرتبهٔ اول رقم نمایند بدینصورت

لو مح لح لو
لب ے لح
لب مو مح لح لو ثالثه

* طریق دویم در ضرب مفرد فی المرکب وآن اینست که اول بنویسند مضروب و مضروب فیه را بعد ازان مضروب را در رقم مرتبهٔ اخیر مضروب فیه که در یسار اوست ضرب نمایند و مبسوط حاصل الضرب را بنویسند و مرفوع را در ذهن دارند بعد ازان مضروب را در رقم یمین اخیر مضروب فیه ضرب ساخته مبسوط حاصل الضرب را بر محفوظ افزوده انچه اقل از شصت باشد انرا در یمین اول نویسند و برای شصت واحد در ذهن

داشته بر مرفوع آن بیفزایند و در ذهن دارند وهم چنین عمل بآخر رسانند مثلاً خواستم که الد درجه را در ح مب لو مو ثالثه ضرب نمایم اول الد را در مو ضرب نمودم ح الد شد الد را که مبسوط بود نوشتم و ح را که مرفوع بود در ذهن داشتم باز الد را در لو ضرب ساختم بد الد شد الد را بر ح که محفوظ بود افزودم مب شد آنرا در یمین الد نوشتم و بد را محفوظ داشتم و باز الد را در مب ضرب نمودم لو مح شد مح را که مبسوط بود بر بد که محفوظ بود افزودم اب گردید ب را در یمین مب نگاشتم و واحد بر لو که محفوظ بود افزوده ر را در ذهن داشتم و باز الد را در ح ضرب ساختم ر ب شد ب را که مبسوط بود بر ر که محفوظ بود افزوده الط را در یمین ب نگاشتم و ر را که مرفوع بود در یمین آن نوشتم چرا که مراتب مضروب فیه تمام شده بود پس حاصل ضرب ر الط ب مب الد ثالثه گردید و هو المطلوب

* قاعدهٔ دویم در ضرب مرکب فی المرکب *

وطریقش یکي ضرب شبکه است باید که شبکه چنانکه در مطلب ششم باب اول براي ضرب اعداد مذکور گردیده رسم سازند الاخطوط مورب آن از زاویه فوقاني یسری و تحتاني یمنی در هر مربعات کشند که مربعات منقسم بمثلثات شوند واحد المضروبین را فوق شبکه علی الولاء نویسند ومضروب آخر را یمین جدول بحیثیتیکه مرتبهٔ عالیه فوق مرتبهٔ سافله باشد ومفردات را باهم ضرب نموده حاصلات ضرب را در مربعات محاذي مضروبین نگارند بحیثیتیکه مرفوع در مثلث فوقاني ومبسوط در مثلث تحتاني واقع شود بعد ازان جمع نمایند چنانکه در ضرب شبکه مذکور است الا اینکه درینجا شروع جمع از یسار مي شود اعني اول رقم مثلث تحتاني مربع تحتاني یسری را بعینه نگارند وآن مبسوط حاصل الضرب اخیر مراتب مضروب ومضروب فیه است بعد ازان ارقام ما بین الخطین المورببن را که فوق اوست جمع سازند وهرچه اقل از شصت باشد آنرا یمین رقم اول نهند وباقي را به شصت مرفوع نموده عدد مرفوع را در ذهن دارند وبا ارقام ما بین الخطین المورببن که فوق اوست جمع ساخته همچنان بعمل آرند وعمل تمام سازند ومرتبهٔ اخیر حاصل الضرب را حاصل ساخته در اخیر حاصل الضرب نگارند مثلاً خواستم الد ده م لح ثالثه را در ح ط ناک دقیقه ضرب کنم پس شبکه رسم نمودم واول الد را در ح ضرب نمودم ه ب شد ه را در مثلث فوقاني و ب را در تحتاني مربع محاذي یک دیگر نوشتم باز الد را

در ط ضرب نمودم ح لو شد ح را در مثلث فوقاني و لو را در مثلث تحتاني مربع محاذي الدو ط
نگاشتم و باز الد را در نا ضرب ساختم ک الد گردید ک را در مثلث فوقاني و الد را در مثلث تحتاني
مربع محاذي الدو نا نهادم باز الد را در ک ضرب کردم ح ها شد ح را در مثلث فوقاني و صفر
را در مثلث تحتاني مربع محاذي الدو ک رسم نمودم پس نه را در م ضرب نمودم و ح نه
را در مثلث مربع محاذي نه و م نوشتم و نه را در ط ضرب کردم و ب نه را نوشتم و باز نه را
در نا ضرب ساخته ب مه را نگاشتم و باز نه را در ک ضرب کرده ه ها را نوشتم و همچنین م
را در م ضرب نموده ح م را نگاشتم و م را در ط ضرب کرده و ها را رسم نمودم و م را در نا ضرب
ساخته لد ها را نگاشتم و م را در ک ضرب کرده م ک را نوشتم و باز لح را در م ضرب نموده ح ند
را نوشتم و باز در ط ضرب ساخته ه مب را رسم نمودم و باز در نا ضرب کرده لب ح را نهادم
و باز در ک ضرب نموده ب م را نوشتم و جمع نمودم ه ط الب ند مد الرح م رابعه شد

وهذه صورته (جدول ۸۷)

طریق دیگر بطور ضرب نایم مفردات احد المضروبین را در جمیع مراتب مضروب فیه
چنانکه در طریق دویم قاعدهٔ اول گفته شد ابتدا از یسار ضرب کرده ارقام حاصلات هر سطر را
علی الترتیب نویسند بحیثیتیکه مرتبهٔ اول حاصل ضرب رقم یمین محاذي مرتبهٔ ثاني حاصل
ضرب رقم یسار واقع شود و بعد از ان جمع سازند چنانکه در ضرب نایم می کنند مثلا خواستم
ک مب له ثانیه را در نه الومح م دقیقه ضرب نمایم اول له را در جمیع مراتب مضروب فیه ضرب
نمودم لب ک لح الح ک شد بعد از ان مب را در جمیع مراتب مضروب فیه ضرب ساختم
لح مح موء ها گردید و بعد از ان ک را در جمیع مراتب مضروب فیه ضرب نمودم ح الح نو م ک
شد و جمع نمودم ط ح بر ک ب الح ک ثالثه گردید بدینصورت

لب ک لح الح ک
لح مح موء ها
ح الح نو م ک
ثالثه
ط ح بر ک ب الح ک

* بیان بعضي فوائد *

* فائدهٔ اول هر رقم را که در نط ضرب کنند آنرا
از مرفوع که بصورت او باشد ساقط کنند که باقي مطلوب است مثلا اگر لب را در نط ضرب نمایند لب
را از لب ها ساقط سازند اعني بر یسار آن رقم صفر نهاده آنرقم را ساقط کردم چنانکه در ضرب

جدول ۵۴ صفحه ۱۲۴

۲	۵	۶	۵	۵	۵	۴	۲	
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۴	۲	
						۴	۱	
						۲	۱	
		۰	۰	۰	۰	۲		
		۶	۳	۸	۱			
		۴	۶	۱	۰			
		۶	۵	۱	۵			
۰	۰	۵	۷	۷				
۴	۰	۶	۲	۶				
۶	۹	۸	۴	۱				
۵	۰	۳	۱	۳				
۳								
۲	۰	۳	۱	۳				
		۵						
		۵	۲	۱	۳			
				۶				
				۶	۰	۳		
						۵	۲	
						۵	۲	
								۱
								۱

جدول ۵۵ صفحه ۱۴۲

صنف اول منتظمه	۸۰	۲۰	۱۲	۶	۲
صنف دوم منتظمه	۱۲۰	۳۰	۱۸	۹	۳
صنف دوم مضطربه	۸۰	۴۸	۱۲	۴	۲

جدول صفحه ۱۴۵

دقیقه	مرابع	مثالث	مثانی	مرفوع	درجات	دقائق	ثوانی	ثوالث	روابع	خوامس	سوادس	مرفوع مرة
ثوانی	مثالث	مثانی	مرفوع	درجات	دقائق	ثوانی	ثوالث	روابع	خوامس	سوادس	سوابع	مثانی
ثوالث	مثانی	مرفوع	درجات	دقائق	ثوانی	ثوالث	روابع	خوامس	سوادس	سوابع	ثوامن	مثالث
روابع	مرفوع	درجات	دقائق	ثوانی	ثوالث	روابع	خوامس	سوادس	سوابع	ثوامن	تواسع	مرابع
خوامس	درجات	دقائق	ثوانی	ثوالث	روابع	خوامس	سوادس	سوابع	ثوامن	تواسع	عواشر	مخامس
	مخامس	مرابع	مثالث	مثانی	مرفوع مرة	درجه	دقائق	ثوانی	ثوالث	روابع	خوامس	

مقسوم

جدول ۵۸ مضروب

	مخامس	مرابع	مثالث	مثانی	مرفوع مرة	درجه	دقائق	ثوانی	ثوالث	روابع	خوامس
مخامس	معاشر	متاسع	مثامن	مسابع	مسادس	مخامس	مرابع	مثالث	مثانی	مرفوع	درجات	خوامس
مرابع	متاسع	مثامن	مسابع	مسادس	مخامس	مرابع	مثالث	مثانی	مرفوع	درجات	دقائق	روابع
مثالث	مثامن	مسابع	مسادس	مخامس	مرابع	مثالث	مثانی	مرفوع	درجات	دقائق	ثوانی	ثوالث
مثانی	مسابع	مسادس	مخامس	مرابع	مثالث	مثانی	مرفوع	درجات	دقائق	ثوانی	ثوالث	ثوانی
مرفوع مرة	مسادس	مخامس	مرابع	مثالث	مثانی	مرفوع	درجات	دقائق	ثوانی	ثوالث	روابع	دقائق
درجه	مخامس	مرابع	مثالث	مثانی	مرفوع	درجات	دقائق	ثوانی	ثوالث	روابع	خوامس	درجه

هر عدد درنه میکردم باقي ماند لا الخ ونیز اگر فضل سر راکه بران رقم است بر مرفوع آنرقم که بواحد ازو کم باشد زیاده کنند هم مطلوب حاصل شود اعني ازان رقم واحد کم کرده بریسار آن صفر نهند وفضل سر راکه بران رقم است بیفزایند مثلا در مثال مذکور از لب واحد کم کردم لا ماند و فضل سر برلب که الخ است آنرا افزودم لا الخ شد که مطلوب است

* فائدهٔ دویم هر رقم راکه در نخ ضرب کنند پس بریسار آن رقم صفر نهاده ضعف آن رقم ازو ساقط کنند واگر در نر ضرب سازند سه امثال آنرقم ساقط نمایند

* مطلب ثالث در قسمت *

بدانکه در قسمت اعداد چنانکه نسبت مقسوم بطرف مقسوم علیه مثل نسبت خارج قسمت بطرف واحد مي باشد همچنان درینجا نسبت مرتبهٔ مقسوم بطرف مرتبهٔ مقسوم علیه مثل نسبت خارج قسمت بطرف درجه می باشد پس بُعد مرتبهٔ مقسوم از مرتبهٔ مقسوم علیه مثل بُعد مرتبهٔ خارج قسمت از مرتبهٔ درجه خواهد بود درینصورت هرگاه فضل عدد مرتبهٔ مقسومین گرفته شود اگر مقسومین در یک طرف از درجه باشد وعدد مرتبهٔ مقسومین راجمع کرده شود اگر مقسومین در دو طرف مختلف از درجه باشند حاصل عدد مرتبهٔ خارج قسمت خواهد بود از سلسلهٔ صعودي اگر مرتبهٔ مقسوم فوق مرتبهٔ مقسوم علیه باشد والا از سلسلهٔ نزولي مثلا اگر مسادس را بر مثاني قسمت کنند چون مقسومین بطرف سلسلهٔ صعودي واقع شده اند مرتبهٔ مقسوم فوق مرتبهٔ مقسوم علیه است وفضل بین المراتب مقسومین چهار پس خارج قسمت مرابع خواهد بود واگر مثاني را بر مسادس قسمت کنند چون مرتبهٔ مقسوم علیه فوق مرتبهٔ مقسوم است درینصورت خارج قسمت روابع که از سلسلهٔ نزولي است خواهد شد واگر دقائق را بر ثوالث قسمت کنند چون مقسومین از سلسلهٔ نزولي اند ومرتبهٔ مقسوم فوق مرتبهٔ مقسوم علیه است وفضل بین المرتبتین دو پس خارج قسمت مثاني است واگر ثوالث را بر دقائق قسمت کنند خارج قسمت ثواني باشد واگر مثاني را بر دقائق قسمت کنند خارج قسمت مثالث می شود واگر دقائق را بر مثاني قسمت نمایند خارج قسمت ثوالث می باشد وبراي دریافت مراتب حاصل الضرب ومراتب خارج قسمت جدولي رسم می شود که ازان سهولیت در عمل تواند شد ومرتبهٔ حاصل ضرب وخارج قسمت از مربعات محاذي مضروبین ومقسومین معلوم توان کرد (جدول ۵۸)

وانچه درین جدول مرقوم نیست مثل مسادس وسوادس وغیر آن همبرین قیاس باید کرد
ونیز باید دانست که در ضرب مقصود حاصل کردن مرتبهٔ اخیر حاصل الضرب می شود
ودر قسمت مرتبهٔ اول خارج قسمت مطلوب می باشد ودیگر مراتب از آن معلوم میتواند شد
وباید دانست که طریق قسمت چنانکه در قسمت اعداد مذکور است همچنان درینجا هم
جاري می شود الا اینکه درینجا شروع قسمت از جانب یمین می کنند و مقسوم علیه را پایین
جدول بطرف یمین می نویسند بحیثیتیکه اول مقسوم علیه محاذي اول مقسوم باشد اگر مقسوم علیه
کمتر از مقسوم شود والا یک مرتبه بجانب یسار نقل کرده بنویسند وبعد ازان طلب اکثري
از مفردات نمایند اعني از واحد تا نط که آنرا در هر واحد از مقسوم علیه ضرب نموده حاصل
ضرب را از مقسوم که محاذي اوست ساقط توانند کرد وهرگاه چنین مفرد بیابند آنرا فوق جدول
ودر یمین محاذي اخیر مقسوم علیه تا هرجا که بخواهند نویسند وحاصل ضرب را تحت مقسوم نویسند
بحیثیتیکه آخر حاصل ضرب محاذي اخیر مقسوم علیه واقع شود وآنرا از مقسوم ساقط نموده
باقي را تحت خط عرضي نویسند ویک مرتبه بطرف یمین نقل کنند وباز مفرد دیگر بصفت مذکور
طلب سازند واگر مفردی بصفت مذکور یافته نشود بر یسار خارج قسمت صفر نهند وطریق
طلب اکثري از مفردات آنست که در جدول ستینیه نظر کنند که رقم اول مقسوم علیه را در کدام
رقم ضرب نموده از مقسوم ساقط می توانند کرد بشرطیکه در یسار آن رقم اول مقسوم علیه
هم هر رقم دیگر که باشد دران مفرد مذکور ضرب یافته حاصل ضرب از محاذات او ساقط تواند
شد وهمچنین عمل بآخر رسانند خواه اینکه مقسوم بالکل فنا شود خواه درصورت عدم فناء مقسوم
حسب ارادهٔ خود عمل آخر کنند مثلاً خواستم که ح ء نط لو ثانیه را بر اله لو ح دقیقه قسمت نمایم
بعد رسم جدول مقسوم را اخلال جدول نوشتم ومقسوم علیه را تحت جدول چنانکه مذکور شد
نگاشتم وطلب کردم اکثر مفرد را بصفت مذکوره از جدول ستینیه که اگر آنرا در اله که اول
مقسوم علیه است ضرب نموده از مقسوم که ح ء محاذي اوست ساقط توانند کرد مب را یافتم
وآنرا از لو که ثاني مقسوم علیه بود نیز امتحان کردم که حاصل آنهم ساقط می تواند شد پس نوشتم
مب را فوق جدول وآنرا در مقسوم علیه بطور ضرب بسیط ضرب ساختم اعني اول آنرا در ح
ضرب نمودم حاصل له ا شد صفر محاذي ح تحت مقسوم نگاشتم وله را محفوظ داشتم وباز

مب را در لو ضرب کردم اله ب شد له را که محفوظ بود بر ب افزودم مر گردید آنرا محاذي لو نوشتم و اله را محفوظ داشتم و باز مب را در اله ضرب ساختم بر ل گردید اله را بر ل افزودم نه شد نه را محاذي اله نگاشتم و بر را در یمین او نوشتم بدینصورت گردید بر نه مر ها و آنرا از مقسوم که ح ء لط لو بود ساقط کردم و باقي را که ح لب لو ماند تحت خط عرضي نوشته یک مرتبه بجانب یمین نقل نمودم و باز طلب مفرد دیگر نمودم که اگر آنرا در اله ضرب نمایند حاصل از ح لب نقصان تواند شد ک را یافتم آنرا در یسار مب فوق جدول نوشتم و اول آنرا در ح ضرب نمودم لوم شد م را محاذي ح نوشتم و لو را محفوظ داشتم و باز ک را در لو ضرب ساختم ب ها گردید پس لو را که محفوظ بود محاذي لو نوشتم و ب را محفوظ کردم و ک را در اله ضرب نمودم ح ک شد ب را که محفوظ بود بر ک افزودم و لب را محاذي اله نگاشتم و ح در یمین او نوشتم بدینصورت شد ح لب لوم آنرا از ح لب لوها ساقط نمودم باقي ط ک ماند آنرا بعد خط عرضي یکمرتبه بطرف یمین نقل نمودم و باز طلب مفرد دیگر نمودم که اگر آنرا در اله ضرب نموده حاصل را از محاذي او که ط است ساقط توانم کرد نیافتم لهذا صفر در یسار ک فوق جدول نهادم و ط ک را یک مرتبه دیگر بطرف یمین نقل نمودم و طلب اکثر مفرد بصفت مذکور نمودم مه را یافتم آنرا اول در ح ضرب نمودم لرل گردید ل محاذي ح نگاشتم و لر را محفوظ داشتم و باز مه را در لو ضرب کردم الرها شد پس لر را که محفوظ بود محاذي لو نگاشتم و الر را محفوظ داشتم و مه را در اله ضرب نمودم ح مه شد الر را بر مه افزودم اب گردید ب را محاذي اله نوشتم و واحد را بر ح افزوده ط در یمین آن نگاشتم بدینصورت شد بط ب لرل آنرا از لط ک ها نقصان نمودم باقي ماند رالب ل و عمل را بحسب ارادهٔ خود قطع کردم زیرا که اگر بخواهم باز باقي را قسمت کنم تا هر جا که بخواهم لکن چون قسمت آخر نمي شود و باقي قلیل ماند و تا رابع خارج قسمت حاصل گردید زیرا که به قسمت اول اخیر مقسوم محاذي اخیر مقسوم علیه واقع شد و هر گاه ثانیه را که اخیر مقسوم است بر دقیقه که اخیر مقسوم علیه است قسمت نمایند خارج قسمت دقیقه میشود هذه صورته (جدول ۵۹)

مثال دیگر خواستم که ح غ نب ه مح ل نط خامسه را بر الط مح ه د ثالثه قسمت نمایم رسم جدول بطور صاحب عیون الحساب چنانکه در قسمت اعداد گفته شد نمودم و مقسوم علیه را فوق جدول نگاشتم و مقسوم را در میان جدول نهادم و خارج قسمت را در یسار نوشتم چون اول الط مح ه د

ثالثه که مقسوم علیه بود محاذي ح ع نب ، مح ثالثه افتاد درینصورت خارج قسمت اول که ر بود درجه برآمد و الوکه اخیر خارج قسمت است خامسه شد * (جدول ۶۰)

* مطلب رابع در استخراج جذر وضلع اول مضلعات *

بدانکه هرمفرد راکه في نفسه ضرب کنند جذر گویند وحاصل الضرب را مربع وهرگاه مربع را دران مفرد ضرب سازند کعب نامند وهکذا الی غیر النهایة چنانکه حال ضلع اول مضلعات عددیه است ودرهرضرب عدد مرتبهٔ آن مفرد برمرتبهٔ آن مفرد زیاده می شود سواي درجه مثلا اگر دقیقه رافي نفسه ضرب کنند حاصل ضرب ثواني می شود وهرگاه ثواني را بازدر دقیقه ضرب سازند ثوالث حاصل شود وهمچنین اگر مرفوع مرة رافي نفسه ضرب سازند مثاني حاصل شود واگر مثاني را بازدر مرفوع مرة ضرب نمایند مثالث حاصل گردد وعلی هذا بعد ذلک پس لامحالة عدد مرتبهٔ مضلعات هرمفرد از ضرب عدد مرتبهٔ آن مفرد درعدد منزل آن مضلع حاصل میشود صعودي باشد یا نزولي مثلا اگر خواهم که عدد مرتبهٔ مال مال دقیقه بدانم چون عدد مرتبهٔ دقیقه واحد نزولي است وعدد منزل مال مال چهار پس چهار را در واحد ضرب کردم هم چهار حاصل شد دانستم که عدد مرتبهٔ مال مال دقیقه رابع است که مرتبهٔ چهارم نزولي است واگر خواهم که عدد مرتبهٔ مال کعب مثاني بدانم چون عدد مرتبهٔ مثاني دو صعودي است وعدد منزل مال کعب پنج پس پنج را در دو ضرب کردم حاصل ده شد دانستم که عدد مرتبهٔ مال کعب مثاني معاشر که مرتبهٔ دهم صعودي است خواهد بود وازین بیان معلوم شد که هر مضلع از مضلعات مفرد در مرتبهٔ خواهد بود که عدد منزل آن مضلع عاد عدد آن مرتبه باشد پس هر مرتبه که آنرا عدد منزل مضلع عاد باشد منطق است والاّ اصم وهرگاه عدد مرتبهٔ مضلع را برعدد منزل قسمت نمایند خارج قسمت عدد مرتبه ضلع اول خواهد بود درینصورت درجه منطق است براي جمیع مضلعات زیرا که حاصل ضرب درجه في نفسه همان درجه می باشد ومرفوع مرة ودقیقه اصلا منطق نمي تواند شد ومثاني وثواني منطق بالمال اند ومثالث وثوالث منطق بالکعب ومرابع ورابع منطق بالمال ومال مال اند ومخامس وخوامس منطق بمال کعب ومسادس وسوادس منطق بکعب کعب ومال وکعب اند وعلی هذا القیاس وباید دانست که هرگاه بخواهند ضلع اول عددي که مضلع مفروض باشد بدانند فوق آن خط عرضي کشند ودرمیان

جدول ۵۹ صفحه ۱۶۶

مب	ا	يا	مه	
يح	ر	نط	لو	
ر	له	مو	يا	باقی بالنقل
ح	لب	لو		
ح	لب	لو	م	
	نط	ا		باقی بالنقل
نط	ا	يا	يا	
نط	ب	لر	ل	نقل دوم بسبب صفر
	ر	الف	ل	
	اله	لو	٥	باقی بسبب تمام کردن عمل نقل نشد

جدول ۶۰ صفحه ۱۶۸

مقسوم علیه

					خارج قسمت
٠	الط	مح	ه	ند	
ح	نخ	ن	ه	مح	ر
ح	الح	و	نا	لح	
اله	مه	مد	ے	ل	نا
اله	نو	مه	ما	ند	
الح	نخ	الح	لو	نط	نخ
الح	مد	الب	لحر	لب	
مد	و	ح	الر	يا	الح
نح	نب	الر	الو	لب	
نح	لو	يا	الح	يا	الر
نح	الب	مح	لو	يح	
نح	نو	نا	مب	يا	الو
ب	نب	نط	مو	ى	
	الح	نا	نه	نو	

هر مرتبه خطوط طولاني رسم نمايند چنانكه در استخراج ضلع اول مضلعات اعداد مي نوشتند ومراتب منطقه را بنقطه علامت كنند وخطوط طولاني را در استخراج ضلع اول كعب وغيره منقسم بصفوف سازند ونيز در يسار خطوط طولاني ديگر خطوط طولاني بعدة منزل مضلع بكشند تا هر جا كه عمل كردن منظور باشد وابتدا از جانب يمين كنند وهر طريقيكه در استخراج ضلع اول مضلعات عدديه است درينجا هم همان طور عمل مي نمايند پس اگر چيزي از مضلع مطلوب الضلع باقي نماند آن ضلع اول تحقيقي است والّا تقريبي وظاهر است كه هر قدر مراتب سطر ضلع اول كه فوق جدول نوشته مي شود در سلسلة نزولي خواهد افتاد ضلع اول ادق واقرب التقريبي خواهد بود وبايد كه عدد مرتبه منطقة اول را بر عدد منزل مضلع مفروضه قسمت نموده خارج قسمت را كه عدد مرتبة مفرد خارج اول است فوق رقم خارج اول نويسند چنانكه از مثال فهم شود ان شاء الله تعالى مثلاً خواستم كه جذر ے ط مط ك درجه بدانم آنرا در خلال جدول نوشتم وچون درجة منطق جميع مضلعات است لهذا ابتداء علامت ازان نمودم دو علامت افتاد وچهار خانة ديگر يسار جدول كشيدم تا جذر تقريبي ادق خارج شود بعد ازان طلب كردم اكثر مفرد ي را كه اگر آنرا في نفسه ضرب كنم از ے ط كه محاذي علامت اخير است ساقط توانم كرد الد را يافتم آنرا فوق جدول بالاى علامت وپائين محاذي آن چنانكه در استخراج جذر معمول است نوشتم وفوقاني را در تحتاني ضرب نموده حاصل را كه طلو بود از ے ط ساقط نمودم باقي لح ماند والد را كه فوقاني بود بر تحتاني افزودم مح شد آنرا يك مرتبه بطرف يسار نقل كردم پس مح مقابل لح مط افتاد باز طلب مفرد ديگر كردم چنانكه معمول استخراج جذر است ما را يافتم آنرا فوق علامت ثاني وپائين محاذي آن نوشتم وفوقاني را در تحتاني ضرب كرده حاصل را كه لح لوا بود از لح مط ك ساقط نمودم باقي لح نط ماند باز فوقاني را بر تحتاني افزوده وجمع كرده يك مرتبه بطرف يسار نقل نمودم وطلب مفرد ديگر بصفت مذكور نمودم م را يافتم آنرا فوق علامت ثالث وپائين آن نهادم وضرب كرده حاصل ضرب را كه لب نه وم بود از لح نط ها ساقط نمودم وباقي را كه الح نح ك ماند تحت خط عرضي نگاشتم وفوقاني را بر تحتاني افزوده يكمرتبه بطرف يسار نقل نمودم وطلب مفرد ديگر نمودم الط را يافتم آنرا همچنان نوشتم وعمل تمام كردم وچون علامت اخير كه در يمين است بر مثاني افتاده بود وعدد مرتبة آنرا كه دو است هر گاه

برعدد منزل مجذور که هم دواست قسمت نمودم واحد خارج شد وآن عدد مرتبهٔ مرفوع مرة است پس مرفوع مرة فوق الدکه خارج اول است نکاشتم خارج الدمام الط ثانیه گردید (جدول ۶۱)

فائده باید دانست که علامت جذر وکعب وغیره چنانکه در استخراج جذر اعداد از یمین ابتدا با حاد می کنند همچنان درینجا از اخیر یسار که بمنزلهٔ آحاد است می نمایند الّا اینکه درینجا لحاظ مرتبهٔ منطقه هم میکنند اگر مرتبهٔ اخیر یسار منطقه مضلع مفروضه است پس ازهمان جا علامت شروع میکنند والا هر مرتبه که منطقه آن مضلع باشد ازانجا شروع علامت می سازند مثلاً اخیر یسار دقیقه واقع شده چون برای هیچ مضلع منطق نیست لهذا اگر استخراج جذر منظور است شروع علامت از درجه خواه ثانیه خواهند نمود واگر استخراج کعب منظور شود شروع علامت از ثالثه خواهند کرد وبرای ثانیه وثالثه خطوط جدول خالی از ارقام رسم خواهند نمود ودرینجا خواهند نهاد وبرای استخراج کعب وغیره مضلعات اگر جدولی علی حده که ستینیه باشد رسم نموده بدارند سهولیت میتواند شد اعنی از آ تا نط مجذور ومکعب ومال مال ومال کعب وغیر آن تا هرجا که بخواهند استخراج نموده در جدولی بنویسند چنانکه برای اعداد ارقام تسعهٔ هندیه نوشته شده است

* مطلب خامس در تحویل ارقام ستینیه الی الهندیه وبالعکس *

صحاح باشد یا کسور وتحویل کسور از مخرجی بمخرج دیگر وبیان کسور اعشاریه ما هریکی را در بیانی علی حده وا می نمائیم *

بیان اول در تحویل ارقام صحاح ستینیه الی ارقام الهندیه وآن بدو طریق است طریق اول آنکه رقم اعلی مراتب ستینیه را در شصت ضرب کرده عدد یسار او بران بیفزایند ومجموع را باز در شصت ضرب کنند وحاصل را بر عدد یسار او افزوده مجموع را باز در شصت ضرب نمایند وهمچنین تا مرتبهٔ درجات برسند تا مطلوب حاصل شود مثلاً خواستم که الد اله لود رجه را تحویل بارقام هندیه نمایم الد را که بست وچهار است در شصت ضرب کردم ۱۴۴۰ شد بران بست وپنج که عدد اله است افزودم ومجموع را که ۱۴۶۵ گردید در شصت ضرب نمودم ۸۷۹۰۰ شد سی وشش که عدد لو است بران افزودم ۸۷۹۳۶ درجه شد وآن مطلوب است طریق دیگر اینکه از مجموع ارقام ستینیه انچه در احاد درجه واقع شده است آنرا بارقام آحاد هندیه نویسند وباقی را برپے بطور

قسمت اهل تنجیم قسمت سازند و در خارج هرچه در آحاد درجه واقع شود آنرا در عشرات هندیه نگارند و باز باقي را برے بهمان طریق قسمت کنند و هرچه از خارج در آحاد درجه افتد آنرا در مئات هندیه رسم نمایند و باز باقي را برے بهمان طور قسمت نمایند تا آنکه قسمت تمام شود و هیچ باقي نماند که مطلوب برآید مثلاً در مثال مذکور چون رقم آحاد درجه واست شش را در آحاد هندیه نوشتم والد اله ل را برے قسمت نمودم بدینصورت (جدول ۶۲) بد لط

ب	الو ا	ل	را
ب			
	و	ل	
	و	ل	
	ے	ے	

ب الولم خارج شد و چون آحاد درجه خارج قسمت ح است سه را در عشرات هندیه نگاشتم و باز برے قسمت نمودم بد لط برآمد نه را در مئات هندیه نگاشتم و باز بد ل را برے قسمت کردم خارج الرشد هفت را در الوف هندیه نوشتم واے را برے قسمت نمودم خارج ح کردید هشت را در عشرات الوف هندیه رسم نمودم عمل تمام شد و مطلوب برآمد بدینصورت ۸۷۹۳۶

* بیان دویم *

در تحویل ارقام هندیه الی الستینیه و آن هم بر دو طریق است طریق اول آنکه ارقام هندیه را برشصت قسمت کنند و هرچه باقي ماند آنرا برقم درجات نویسند و باز خارج را برشصت قسمت نمایند هرچه باقي ماند آنرا برقم مرفوع مرة نگارند و همچنین باز خارج دویم را برشصت قسمت سازند و هرچه باقي ماند آنرا برقم مثاني ثبت نمایند و هکذا الی اخیر مثلاً در مثال مذکور خواستم که ۸۷۹۳۶ را تحویل برقوم ستینیه نمایم آنرا برشصت قسمت کردم بدینصورت

۸۷۹۳۶ ۱۴۶ه
۶۰ ۲۴
۲۷۹ ۱۴۶ه
۲۴۰ ۱۲۰
۳۹۳ ۲۶ه
۳۶۰ ۲۴۰
۳۳۶ ۲ه
۳۰۰
۳۶

سي و شش باقیماند لو درجه نگاشتم و ۱۴۶ه را برشصت قسمت نمودم بدینصورت بست و پنج باقي ماند اله را در رقم مرفوع مرة نوشتم و چون بست و چهار که خارج قسمت بود برشصت قسمت نتوانست شد لهذا الد را مثاني نگاشتم الد اله لو شد که مطلوب است طریق دویم آنست که اعلی مراتب رقوم هندیه را در ده ضرب کرده حاصل را از رقم ستینیه بگیرند و بران رقم هندیه که یمین اوست برقم ستینیه بیفزایند و مجموع را باز درے ضرب کنند و بر حاصل رقم هندیه که یمین اوست برقم ستینیه افزوده باز درے ضرب سازند و همچنین تا آحاد برسند که مجموع اخیر مطلوب است مثلاً در مثال مذکور اول هشت را در ده ضرب کردم هشتاد شد و آن برقم ستینیه اے

است بران هفت از رقم هندیه که یمین هشت بود افزودم الوشد آنرا بازدر ے ضرب کردم بدل شد بران نه راکه دریمین هفت بود افزودم بدلط گردید آنرا در ے ضرب نمودم ب الول شد باز بران سه راکه یمین نه بود افزودم ب الولم گشت آنرا در ے ضرب ساختم الداله ل گردید بران شش را که یمین سه بود افزودم مجموع الداله لو شد که مطلوب است وجدولي که براي تسهیل تحویل ستینیه بارقام هندیه وارقام هندیه به ستینیه مقرر شده این است جدوله (جدول ۶۳)

* بیان سیوم در کسور اعشاریه *

بدانکه صاحب مفتاح الحساب براي تسهیل عمل استخراج نسبت محیط الی القطر کسور اعشاریه مقرر نموده اعني در ارقام ستینیه بهر مرتبه از مراتب صحاح وکسر شصت را واحد مقرر مي سازند اعني شصت ثانیه را یک دقیقه وشصت دقیقه را یک درجه وشصت درجه را یک مرفوع مرة وهکذا فرض مي کنند همچنان در کسور اعشاریه ده دقیقه را یک درجه وده درجه را عشرات فرض مي نمایند وهکذا مراتب صعودي ونزولي در نسبت متساوي مي شوند ودرجه وسط في النسبة مي باشد وارقام این اعداد را برقم هندیه مقرر ساخته اند وکسور اعشاریه را اول الاعشار وثاني الاعشار وثالث الاعشار مینامند ودر صحاح یمین آحاد درجه مینویسند یا لفظ آحاد مي نگارند ودر کسور یمین آن نام مرتبه آنرا مي نگارند مثل ثاني الاعشار یا سادس الاعشار وغیر آن ونیز باید دانست که چون درجه را ده قسم کرده کسور اعشاریه مقرر کرده اند درینصورت مقدار هر اعشار اول شش دقیقه مي شود وچون ثاني الاعشار عشر العشر است لهذا مقدار هر ثاني الاعشار سي وشش ثانیه مي باشد وهمچنین مقدار هر ثالث الاعشار ۲۱۶ میگردد وهکذا هر بار مضلعات شش مي افتد واعمال ضرب وقسمت وجذر وغیره چنانکه در ارقام ستینیه مي کنند هم چنان درین هم جاري مي شود الا اینکه در انجا صحاح را بدرجه ومرفوع مرة ومثاني ومثالث تعبیر مي سازند درینجا آحاد وعشرات ومئات والوف اطلاق مي کنند ودر کسور چنانکه در ستینیه دقیقه وثانیه وثالثه ورابعه میگویند درینجا اول الاعشار وثاني الاعشار وثالث الاعشار وغیر آن مي نامند واستخراج مراتب حاصل الضرب وقسمت وجذر وغیره بلحاظ مراتب صعودي ونزولي چنانکه در ستینیه مي کنند درینجا هم مي نمایند مثلا اگر مضروبین مفردین یک طرف از آحاد باشد صعودي خواه نزولي مجموع عدد مراتب آنها بعدد مرتبهٔ حاصل الضرب خواهد بود، طرفیکه آن تفاضل واقع شود وهمچنین اگر مقسومین

جدول ضرب

	المفردات	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
احاد	اجزاء	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
	مرفوع مرة	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
عشرات	اجزاء	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰	۹۰
	مرفوع مرة	۱۰۰	۲۰۰	۳۰۰	۴۰۰	۵۰۰	۶۰۰	۷۰۰	۸۰۰	۹۰۰
مئات	اجزاء	۱۰۰	۲۰۰	۳۰۰	۴۰۰	۵۰۰	۶۰۰	۷۰۰	۸۰۰	۹۰۰
	مثالث	۱۰۰۰	۲۰۰۰	۳۰۰۰	۴۰۰۰	۵۰۰۰	۶۰۰۰	۷۰۰۰	۸۰۰۰	۹۰۰۰
الوف	مرفوع مرة	۱۰۰۰	۲۰۰۰	۳۰۰۰	۴۰۰۰	۵۰۰۰	۶۰۰۰	۷۰۰۰	۸۰۰۰	۹۰۰۰
	اجزاء	۱۰۰۰	۲۰۰۰	۳۰۰۰	۴۰۰۰	۵۰۰۰	۶۰۰۰	۷۰۰۰	۸۰۰۰	۹۰۰۰
عشرات الوف	مثانی	۱۰۰۰۰	۲۰۰۰۰	۳۰۰۰۰	۴۰۰۰۰	۵۰۰۰۰	۶۰۰۰۰	۷۰۰۰۰	۸۰۰۰۰	۹۰۰۰۰
	مرفوع مرة	۱۰۰۰۰	۲۰۰۰۰	۳۰۰۰۰	۴۰۰۰۰	۵۰۰۰۰	۶۰۰۰۰	۷۰۰۰۰	۸۰۰۰۰	۹۰۰۰۰
	اجزاء	۱۰۰۰۰	۲۰۰۰۰	۳۰۰۰۰	۴۰۰۰۰	۵۰۰۰۰	۶۰۰۰۰	۷۰۰۰۰	۸۰۰۰۰	۹۰۰۰۰
مئات الوف	مثالث	۱۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰	۶۰۰۰۰۰	۷۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰	۹۰۰۰۰۰
	مثانی	۱۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰	۶۰۰۰۰۰	۷۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰	۹۰۰۰۰۰
	مرفوع مرة	۱۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰	۶۰۰۰۰۰	۷۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰	۹۰۰۰۰۰
	اجزاء	۱۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰	۶۰۰۰۰۰	۷۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰	۹۰۰۰۰۰
الوف الوف	مثالث	۱۰۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰۰	۶۰۰۰۰۰۰	۷۰۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰۰	۹۰۰۰۰۰۰
	مثانی	۱۰۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰۰	۶۰۰۰۰۰۰	۷۰۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰۰	۹۰۰۰۰۰۰
	مرفوع مرة	۱۰۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰۰	۶۰۰۰۰۰۰	۷۰۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰۰	۹۰۰۰۰۰۰
	اجزاء	۱۰۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰۰	۶۰۰۰۰۰۰	۷۰۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰۰	۹۰۰۰۰۰۰
عشرات الوف الوف	مرابع	۱۰۰۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰۰۰	۶۰۰۰۰۰۰۰	۷۰۰۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰۰۰	۹۰۰۰۰۰۰۰
	مثالث	۱۰۰۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰۰۰	۶۰۰۰۰۰۰۰	۷۰۰۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰۰۰	۹۰۰۰۰۰۰۰
	مثانی	۱۰۰۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰۰۰	۶۰۰۰۰۰۰۰	۷۰۰۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰۰۰	۹۰۰۰۰۰۰۰
	مرفوع مرة	۱۰۰۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰۰۰	۶۰۰۰۰۰۰۰	۷۰۰۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰۰۰	۹۰۰۰۰۰۰۰
	اجزاء	۱۰۰۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰۰۰	۶۰۰۰۰۰۰۰	۷۰۰۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰۰۰	۹۰۰۰۰۰۰۰
مئات الوف الوف	مخامس	۱۰۰۰۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰۰۰۰	۶۰۰۰۰۰۰۰۰	۷۰۰۰۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰۰۰۰	۹۰۰۰۰۰۰۰۰
	مرابع	۱۰۰۰۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰۰۰۰	۶۰۰۰۰۰۰۰۰	۷۰۰۰۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰۰۰۰	۹۰۰۰۰۰۰۰۰
	مثالث	۱۰۰۰۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰۰۰۰	۶۰۰۰۰۰۰۰۰	۷۰۰۰۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰۰۰۰	۹۰۰۰۰۰۰۰۰
	مثانی	۱۰۰۰۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰۰۰۰	۶۰۰۰۰۰۰۰۰	۷۰۰۰۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰۰۰۰	۹۰۰۰۰۰۰۰۰
	مرفوع مرة	۱۰۰۰۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰۰۰۰	۶۰۰۰۰۰۰۰۰	۷۰۰۰۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰۰۰۰	۹۰۰۰۰۰۰۰۰
	اجزاء	۱۰۰۰۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰۰۰۰	۶۰۰۰۰۰۰۰۰	۷۰۰۰۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰۰۰۰	۹۰۰۰۰۰۰۰۰
الوف الوف الوف	مخامس	۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۶۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۷۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۹۰۰۰۰۰۰۰۰۰
	مرابع	۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۶۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۷۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۹۰۰۰۰۰۰۰۰۰
	مثالث	۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۶۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۷۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۹۰۰۰۰۰۰۰۰۰
	مثانی	۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۶۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۷۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۹۰۰۰۰۰۰۰۰۰
	مرفوع مرة	۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۶۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۷۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۹۰۰۰۰۰۰۰۰۰
	اجزاء	۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۶۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۷۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۹۰۰۰۰۰۰۰۰۰
عشرات الوف الوف الوف	مسادس	۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۶۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۷۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۹۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰
	مخامس	۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۶۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۷۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۹۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰
	مرابع	۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۶۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۷۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۹۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰
	مثالث	۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۶۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۷۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۹۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰
	مثانی	۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۶۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۷۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۹۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰
	مرفوع مرة	۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۶۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۷۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۹۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰
	اجزاء	۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۶۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۷۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۹۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰

بیکطرف واقع شوند عدد تفاضل مراتب مقسومین عدد مرتبهٔ خارج القسمت خواهد بود واگر هر دو مختلف الطرفین باشند مجموع عدد مراتب آنها عدد مرتبهٔ خارج قسمت خواهد شد پس اگر مرتبهٔ مقسوم فوق مرتبهٔ مقسوم علیه است خارج قسمت از سلسلهٔ صعودي خواهد بر آمد والا از سلسلهٔ نزولي

* بیان چهارم در تحویل کسور ستینیه الی الاعشاریه *

باید دانست که چون تحویل صحاح ستینیه الی ارقام اعشاریه همان تحویل الی ارقام الهندیه است وآن در بیان اول گفته شد لهذا طریق تحویل کسور ستینیه الی الاعشاریه بیان کرده مي شود وآن بر دو طریق است * طریق اول که صاحب مفتاح الحساب بیان فرموده باید که کسور ارقام ستینیه را در ے درجه اعني عشر ضرب کنند پس اگر اعلی مراتب حاصل ضرب درجه باشد آنرا بجاي اعشار اول نویسند والا بجاي اعشار اول صفر نهند باز کسور حاصل الضرب را در ے درجه ضرب سازند ودر حاصل ضرب ثاني اگر اعلی مراتب درجه باشد بجاي ثاني الاعشار نگارند والا صفر گذارند وباز کسور حاصل ضرب باقي را در ے درجه ضرب نمایند وانچه در مرتبهٔ درجه حاصل شود بجاي ثالث الاعشار نگارند والا صفر نهند وهمچنین تا اینکه هیچ نماند والا تا هر جا که بخواهند پس اگر باقي اخیر اکثر من النصف بود آنرا واحد فرض کنند واگر قلیل من النصف باشد آنرا بگذارند لقلة التفاوت مثلاً خواستم ح الط مد ثالثه را تحویل بکسور اعشاریه نمایم آنرا در ے درجه ضرب نمودم الدنرک ثالثه گردید آرا که درجه بود بجای اعشار اول نوشتم والدنرک را باز در ے ضرب نمودم ءطلمک ثالثه شد ءرا که درجه بود بجای ثاني الاعشار نگاشتم وباز طلمک را در ے ضرب ساختم الهلمک ثالثه گشت آرا بجای ثالث الاعشار نهادم ولهلمک را باز در ے ضرب کردم ءنهلمک ثالثه شد ءرا بجای رابع الاعشار نوشتم ونهلمک را در ے ضرب نمودم طنهلمک ثالثه شد طرا بجای خامس الاعشار نگاشتم ونهلمک را در ے ضرب کردم ب لهلمک گشت ب را بجای سادس الاعشار نوشتم وعمل بحسب اراده تمام کردم وچون کسور باقي اعني لهلمک زیاده از نصف بود لهذا واحد بر سادس الاعشار افزودم بدینصورت شد سادس الاعشار ۱۴۱۵۹۳ ودر یمین آن لفظ سادس الاعشار نگاشتم که خامس الاعشار ورابع الاعشار وغیر آن ازان ممیز توانند شد * طریق دویم که این نحیف معمول دارد این است که چون مقدار اعشار اول شش دقیقه است ومقدار ثاني الاعشار سي وشش ثانیه وثالث الاعشار ۲۱۶ ثالثه وهکذا مضاعفات شش در هر مرتبه زائد مي شود پس اگر در کسور ستینیه دقیقه

باشد عدد دقایق را برشش قسمت کنند که خارج اول الاعشار است واگر چیزي باقي ماند یاقسمت نه پذیرد آنرا در شصت ضرب کرده برحاصل الضرب عدد ثواني بیفزایند ومجموع را برسي وشش قسمت سازند که خارج ثاني الاعشار است وباز باقي ثواني را در شصت ضرب نموده برحاصل الضرب عدد ثوالث بیفزایند وبر ۲۱۶ قسمت سازند که خارج ثالث الاعشار خواهد بود وهکذا تا هرجاکه بخواهند عمل تمام کنند وبهمان طریق اگر باقي اخیر زیاده از نصف باشد واحد برخارج قسمت اخیر بیفزایند والا باقي را بگذارند مثلا در مثال مذکور که ح الط مد ثالثه را تحویل بکسور اعشاریه نمودم اول هشت راکه عدد دقیقه بود برشش قسمت نمودم خارج واحد برآمد آنرا بجای اول الاعشار نوشتم ودوراکه باقي ماند در شصت ضرب کردم یکصدوبست شد وبران بست ونه که عدد ثانیه بود افزودم ومجموع راکه یک صد وچهل ونه گردید برسي وشش قسمت نمودم خارج چهار گردید وپنج باقي ماند چهار را بجاي ثاني الاعشار نوشتم وپنج را در شصت ضرب نموده برچهل وچهار که عدد ثالثه بود افزودم سه صدوچهل وچهار شد آنرا برد وصد وشانزده قسمت نمودم خارج واحد برآمد آنرا بجاي ثالث الاعشار نهادم وباقي راکه یکصد وبست وهشت ماند در شصت ضرب نمودم وحاصل راکه ۷۶۸۰ بود بر ۱۲۹۶ که مقدار رابع الاعشار است قسمت کردم خارج پنج گردید آنرا بجاي رابع الاعشار نگاشتم وباقي راکه ۱۲۰۰ بود در شصت ضرب ساختم و۷۲۰۰۰ راکه حاصل ضرب است بر ۷۷۷۶ که مقدار خامس الاعشار است قسمت ساختم خارج نه برآمد آنرا بجاي خامس الاعشار نوشتم وباقي راکه ۲۰۱۶ بود در شصت ضرب نمودم وحاصل راکه ۱۲۰۹۶۰ بود بر ۴۶۶۵۶ که مقدار سادس الاعشار است قسمت نمودم خارج دو برآمد و۲۷۶۴۸ که زائد از نصف مقسوم علیه اخیر است باقي ماند پس عمل بحسب اراده تمام کردم وواحد بر دو افزوده سه را بجاي سادس الاعشار نگاشتم مطلوب برآمد وبراي دریافت مقادیر کسور اعشاریه تا عاشر الاعشار جدولي در بیان ششم که براي افراد کسور ستینیه نوشته مي شود کافي است زیرا که بعد حذف اصفار ارقام هندیه مقدار کسور اعشاریه میباشد

بیان پنجم در تحویل کسور اعشاریه الی ستینیه

وآن هم دو طریق است طریق اول اینکه صورت ارقام کسور اعشاریه را در شصت ضرب کرده حاصل را برمخرج کسر اعشاریه قسمت سازند چنانکه شان تحویل کسور است پس صحاح خارج قسمت

اگر باشد آنرا بجای دقیقه نویسند وکسر راکه باقي ماند باز در شصت ضرب سازند وبر مخرج مذکور قسمت نمایند وصحاح خارج قسمت را بجای ثانیه نویسند وکسر باقي را باز در شصت ضرب ساخته بر مخرج مذکور قسمت سازند وصحاح خارج قسمت را بجای ثالثه نگارند وهکذا تا آخر عمل نمایند ودر هر قسمت که صحاح خارج نشود صفر گذارند مثلا اگر در قسمت اول صحاح خارج نشود بجاي دقیقه صفر گذارند واگر در قسمت ثاني صحاح برنیاید بجاي ثانیه صفر نهند وهکذا وبدانکه در مخرج کسور اعشاریه مراد مخرج کسر اخیر است اعني اگر کسور اعشاریه تا سادس الاعشار است پس مخرج همان سادس الاعشار مراد خواهد بود واگر کسور اعشاریه تا ثالث الاعشار است مراد مخرج ثالث الاعشار خواهد بود وطریق استخراج مخرج کسور اعشاریه این است که بر یمین واحد بعدة صورت اعشار صفر نهند مثلا برای اول اعشار یک صفر نهند پس مخرج آن ده شد وبراي ثاني الاعشار دو صفر گذارند پس مخرج آن صد گردید ومخرج ثالث الاعشار هزار ومخرج رابع الاعشار ده هزار وهکذا مثلا خواهم که ثالث الاعشار ۳۷۶ را تحویل به کسور ستینیه نمایم آنرا در شصت ضرب کردم ۲۲۵۶۰ حاصل گردید آنرا بر یک هزار که مخرج ثالث الاعشار است قسمت نمودم خارج بست ودو صحیح شد آنرا بجای دقیقه نهادم و ۵۶۰ راکه باقیماند باز در شصت ضرب کرده حاصل راکه ۳۳۶۰۰ بود بر یک هزار قسمت ساختم خارج سي وسه گردید آنرا بجای ثانیه نوشتم وباز ۶۰۰ راکه باقیمانده بود در شصت ضرب نموده حاصل راکه ۳۶۰۰۰ گشت بر یک هزار قسمت کردم خارج سي وشش برآمد وپنج باقي ماند آنرا بجاي ثالثه نگاشتم پس بارقام ستینیه الب لم لو ثالثه شد وآن مطلوب است طریق دویم رقم اخیر یمین کسور اعشاریه را در مقدار آن کسر اخیر ضرب ساخته بر شصت قسمت کنند که باقي از جنس آن کسر به کسر ستینیه خواهد بود وباز رقم دویم کسور اعشاریه را در مقدارش ضرب نموده وبر شصت قسمت ساخته باقي را بر خارج اول بیفزایند آن کسر دویم بکسر ستینیه خواهد برآمد وهم چنین تا آخر عمل نمایند مثلا در مثال مذکور رقم شش راکه ثالث الاعشار است در ۲۱۶ که مقدار ثالث الاعشار است ضرب نمودم وحاصل راکه ۲۹۶ اشد بر شصت قسمت نمودم خارج بست ویک شد وسي وشش باقي ماند پس سي وشش ثالثه که از جنس ثالث الاعشار است گردید باز رقم دویم را که هفت بود در سي وشش که مقدار ثاني الاعشار است ضرب نمودم وحاصل الضرب راکه

۲۵۲ بود بر شصت قسمت ساختم چهار خارج گردید و دوازده باقي ماند و دوازده را بر بست و یک که خارج اول بود افزودم سي و سه شد آنرا بجای ثانیه که از جنس ثاني الاعشار است نهادم و باز سه را که اول الاعشار است در شش که مقدار او بود ضرب نمودم هجده شد و بر آن چهار را که خارج قسمت ثاني بود افزودم بست و دو گردید آنرا بجای دقیقه نهادم مطلوب بر آمد فافهم

* بیان ششم در افراد کسور ستینیه *

اعني اخذ آن از مخرج واحد مثلا خواهند که دقایق و ثواني و ثوالث را برقم هندیه از یک مخرج سازند و طریقش این است که دقایق را اگر باشد در شصت ضرب کرده حاصل را بر ثواني بیفزایند و مجموع را در شصت ضرب نموده بر ثوالث بیفزایند و باز مجموع را در شصت ضرب ساخته بر روابع بیفزایند و هکذا الی الاخیر و مخرج کسر اخیر را از ثواني و ثوالث و روابع و غیر آن حاصل نموده حاصل ضرب اخیر را بر آن منسوب سازند و رجوع باقل نمایند اگر تواند شد چنانکه شان کسر است و مخارج کسور ستینیه از مضلعات شصت اند اعني مخرج دقایق شصت و مخرج ثواني مجذور شصت و مخرج ثوالث مکعب شصت و مخرج روابع مال مال شصت و هکذا بعد ذلک است پس اگر برای استخراج مخارج کسور ستینیه مضلعیکه عدد منزل آن بعدة منزل آن کسور باشد از مضلعات شش حاصل نموده و بر یمین آن اصفار بعدة عدد منزل بیفزایند مخرج کسر مطلوبه باشد مثلا اگر خواهند که مخرج ثوالث بدانند چون عدد منزل کسر سه است و سه عدد منزل کعب است پس بر یمین کعب شش که ۲۱۶ است سه صفر افزودم ۲۱۶۰۰۰ گردید و آن مخرج ثوالث است و همچنین هرگاه آن اصفار را ساقط کنند مقدار ثالث الاعشار از ثوالث خواهد بود اعني ۲۱۶ ثوالث مقدار ثالث الاعشار است و هکذا و ما برای تسهیل جدولی تا عواشر رسم نمودم که طالبان را مفید بود (جدول ۶۴)

* بیان هفتم در تحویل کسور هندیه الی ستینیه *

و طریقش آنست که صور ارقام کسور و مخرج را جدا جدا بارقام ستینیه تحویل سازند و بعد از ان ارقام ستینیهٔ کسور را بر ارقام ستینیه مخرج از روی جدول ستینیه قسمت کنند که خارج مطلوب است مثلا خواستم که $\frac{۱۲۵}{۱۲۲۶}$ را تحویل بکسور ستینیه نمایم صورت ارقام کسر را تحویل بارقام ستینیه نمودم ب ه شد و صورت ارقام ارقام مخرج را تحویل کردم ک لو گردید پس

جدول ٦۴ صفحه ١٨٦

مخارج کسور	احاد	عشرات	مئات	الوف	عشرات الوف	مئات الوف	الوف الوف	عشرات الوف الوف	مئات الوف الوف	الوف الوف الوف	عشرات الوف الوف الوف	مئات الوف الوف الوف	الوف الوف الوف الوف	عشرات الوف الوف الوف الوف	مئات الوف الوف الوف الوف	الوف الوف الوف الوف الوف	عشرات الوف الوف الوف الوف الوف	مئات الوف الوف الوف الوف الوف
دقائق	٠	٦																
ثوانی	٠	٠	٦	٣														
ثوالث	٠	٠	٠	٦	١	٢												
روابع	٠	٠	٠	٠	٦	٩	٢	١										
خوامس	٠	٠	٠	٠	٠	٦	۷	۷	۷									
سوادس	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٦	٥	٦	٦	۴							
سوابع	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٦	٣	٩	٩	۷	٢					
ثوامن	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٦	١	٦	٩	۷	٦	١			
تواسع	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٦	٩	٦	۷	۷	٠	٠	١	
عواشر	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٦	۷	١	٦	٦	۴	٠	٦

جدول ٦٢
صفحه ١٨٧

ب الو لح

الد ال	اله	ل
ء ء	اله ال	
	٠ ٠	ل ل
ـے	٠ ـے	٠ ـے

جدول ٦١ صفحه ١٨٠

	مرفوع مرة الب	درجه ما		دقیقه مح			ثانیه الط
ـے	ط	مط	ال				
ط	لو						
	لح	مط	ال				
	لح	لو	ا				
		لح	لط	ع	ع		
		ل	نه	و	م		
			الح	نح	ال	ع	ع
			الح	ش	لو	نك	ا
				ا	ح	٥	نط
				مط	الح	ال	الط
					م		
			مط	ال	م		
			ما				
		مح	ما				
	الب						
	الب						

ب ه را برك لو باعتبار صحاح قسمت نمودم اعني هر دو را درجه اعتبار نمودم خارج قسمت وء ء لطالو خامسه شد و باقي آنچه ماند آنرا ترک نمودم

* بيان هشتم در افراد كسور اعشاريه *

اعني تحويل آن بكسور هنديه و طريقش آنست كه كسور اعشاريه را بعينه بجاي صورت كسر هنديه نويسند و بقدر مراتب كسور اعشاريه صفر نوشته بر يسار آن واحد بيفزايند كه آن مخرج كسر خواهد بود اعني اگر كسر اعشاريه اول اعشار است بر يسار يک صفر واحد نويسند و اگر ثاني الاعشار است بر يسار دو صفر واحد نگارند و اگر ثالث الاعشار است بر يسار سه صفر واحد ثبت نمايند وهكذا مثلا خامس الاعشار ۱۷۵۴ است پس ارقام كسور را بعينه صورت كسر قرار داده بر يسار پنج صفر واحد نگاشتم مخرج كسر شد بدينصورت $\frac{۱۷۵۴}{۱۰۰۰۰۰}$

* بيان نهم در تحويل كسور هنديه الى الاعشاريه *

و طريقش آنست كه صورت كسر را در ده كه مخرج كسر اعشاريه است ضرب نموده حاصل را بر مخرج قسمت نمايند اگر تواند شد كه خارج قسمت اول الاعشار است چنانكه شان تحويل كسور است باقي را اگر چيزي بماند باز در ده ضرب كرده حاصل را بر مخرج قسمت سازند كه خارج ثاني الاعشار است و باز باقي را اگر چيزي بماند در ده ضرب نموده بر مخرج قسمت نمايند كه خارج ثالث الاعشار شود وهكذا تا آنكه بخواهند و باقي قليلي را هرگاه بماند ترک كنند مثلا خواستم كه $\frac{۲۲}{۸۵}$ را تحويل بكسور اعشاريه نمايم اول بست و دو را در ده ضرب كرده بر هشتاد و پنج قسمت نمودم خارج دو بر آمد و پنجاه باقيماند آنرا باز در ده ضرب نموده بر مخرج مذكور قسمت ساختم خارج پنج گرديد و هفتاد و پنج باقيماند آنرا باز در ده ضرب كرده قسمت نمودم خارج هشت شد و هفتاد باقيماند آنرا در ده ضرب ساخته قسمت كردم خارج هشت شد و بست باقيماند آنرا گذاشتم پس ۲۵۸۸ رابع الاعشار بر آمد

* مطلب سادس در بيان بعض فوائد *

بدانكه منجمين را اكثر احتياج استخراج مجذور جيوب اقواس و اوتار و اجذار آنها و استخراج اقواس از جيوب و اوتار و غير آن مي شود لهذا براي آن بعض قواعدي خاص معين كرده شده است و ما هر يكي را در بيان فوائدي مي نگارم *

فائدهٔ اول اهل تنجیم محیط هر دائره را به سه صد و شصت درجه و قطر را بیکصد و بست درجه قسمت مي سازند چنانچه در مقدمهٔ بالا مذکور کرده شد لکن نسبت محیط الی القطر هرچند تحقیقی نیست الا آنچه صاحب مفتاح الحساب استخراج نموده ح ح اط مد ثالثه است اگر قطر واحد باشد وارشمیدس میگوید که محیط دایره سه امثال قطر واقل از سبع قطر می باشد وجمهور محاسبین نسبت محیط الی القطر را مثل نسبت هفت بطرف بست ودو قرار داده اند بهرکیف ازین اقوال مختلفه ظاهر مي شود که مقدار درجات محیطیه ودرجات قطریه مفروضه اهل تنجیم باهم مختلف مي باشد اعني مقدار درجات قطریه کمتر از مقدار درجات محیطیه است چراکه نسبت سه صد و شصت که اجزاء محیطیه اند بطرف یکصد وبست که اجزاء قطریه اند نسبت سه مثل است پس بموجب نسبت مستخرجه صاحب مفتاح مقدار قطر هرگاه محیط راسه صد وشصت فرض کنند اند له مح مد که ثالثه با فراد هندیه یک صد وچهارده صحیح وشش جزء ازیازده جزء تقریبا است مي شود چون اهل تنجیم استخراج اوتار وجیوب باجزاء قطریه کرده اند لهذا هرگاه بخواهند که آنرا باجزاء محیطیه بدانند پس بطریق اربعه متناسبه آنرا استخراج نمایند اعني هرگاه اجزاء قطریه که یک صد وبست باشد مقدار وتر مفروض است پس هرگاه اجزاء قطریه اند له مح مد ثالثه باشد مقدار وتر چه خواهد بود وهم چنین هرگاه قطر بارقام هندیه سواي درجات باشد اوتار وجیوب آنرا هم از اربعه متناسبه میتوان برآورد *

فائدهٔ ثاني هر دو قوس که مجموع آنها نود درجه باشد هریکي از آنها را تمام آن دیگر نامند وبیان جیوب واوتار وطریق استخراج آنها در باب مساحت مفصل مرقوم خواهد شدان شاء الله تعالی

*باب پنجم در مساحت وآن مشتمل است بر دو مقدمه وچند مطالب *

مقدمهٔ اول بدانکه مساحت بالکسر در لغت بمعني پیمودن زمین است ودر اصطلاح دانستن اندازهٔ کم متصل قار است با مثال مقدار معین واحد که از جنس آن باشد وخواه با مثال ابعاض آن مقدار اعني اجزاء کسوري مقدار مذکور وخواه بهر دو اعني با مثال مقدار مذکور واجزای

مقادیر متصله اگرچه بالفعل اجزاء ندارد که اندازه کرده شود بواحد معینه بخلاف اعداد که بالفعل دران اجزاء موجود است لیکن صلاحیت دارد که فرض کرده شود در و اجزاء با مثال مقدار معینه *

کسوري او چنانکه خط را بذراع وشبرو قبضه وفرسخ ونصف قطر الارض که همه واحد خطي اند مساحت مي کنند وسطح را از مربع ذراع وغیره وجسم را از مکعب ذراع وغیره ودر محیطات مناطق افلاک وسطوح واجرام آنها بمحیطهٔ عظیمة الارض و بسطح کروي ارض ،وبجرم ارض مساحت می کنند ومساحت اکثر بناها از مقدار خشت ها کرده می شود ومساحت بزازین در اقمشه وپارچه اگرچه سطحی است لاکن چون صرف طول در بیع وشرا منظور می باشد لهذا بطور مساحت خطي بذراع وغیره می نمایند وچون در مقدمه ذکر حدودی چند ضرور است لهذا میگویم که چون ابعاد سه اند طول وعرض وعمق وطول عبارت است از امتدادی که اول فرض کرده شود وعرض امتداد مفروض ثاني است بحیثیتیکه قطع کند طول را بدون میلان بهیچ طرفی از دوطرف طول اعني بهیچ طرفی از دوطرف طول مائل نباشد وعمق عبارت از امتداد مفروض ثالث است که قطع کند هردو امتداد طولي وعرضي را بدون میلان بطرفی از اطراف آن هردو پس هرچه در وصرف طول باشد آنرا خط گویند وخط نزد بعضی طول محض است واز لوازم اوست که ضرورة منتهي میشود به نقطتین چراکه اگر منتهي نشود وجود غیر متناهي لازم آید وآن باطل است وطرف الخط را نقطه گویند وبعضی تعریف نقطه کرده اند که مالاجزء له اعني قبول قسمت نمیکند وبعضی گویند مالا له طول وعرض وعمق بهر تقدیر نقطه ذو وضع است اعني قابل اشارهٔ حسي است وخط برسه قسم است مستقیم ومستدیر ومنحني مستقیم آنست که جمیع نقاط مفروضه بر آن خط محاذي ومقابل یکدیگر باشند وارسطو گوید که خط مستقیم اقصر الخطوط الواصلة بین النقطتین است اعني هرگاه درمیان دو نقطه خط واصل کشند هیچ خطی قصیرتر از و نباشد وخاصهٔ خط مستقیم آنست که هیچ سطحي را خط واحد مستقیم یاد وخط مستقیم احاطهٔ تامه نمی کند واقسام خط مستقیم ده مشهور است ضلع وساق ومسقط الحجر وعمود وقاعده وجانب وقطر ووتر وسهم وارتفاع وتعریف هریک در محل مناسب گفته خواهد شد انشاء الله تعالی وخط مستدیر آنست که محدب بود وانحناء او بیکطرف باشد ودر تقعیر او نقطه فرض توانند کرد که جمیع خطوط مستقیمه که از آن نقطه بطرف محدب آن خط خارج شوند مساوي باشند واین را خط پرگاري نیز گویند بجهت آنکه اکثری از پرگار میکشند ومنحني آنست که انحناء او بیکطرف نباشد بل که گاهی جانبی وگاهی جانبی دیگر باشد واز خط منحني در مساحت بحث نمیکنند

لعدم انضباطه بل که هرشکل که ازخط منحني حاصل شود آنرا منقسم بمستقيم الخطوط خواه مستدير ميسازند
اگر ممکن باشد بدانکه هرجاکه خط اطلاق ميکنند مراد خط مستقيم است وهرچه در وطول
وعرض باشد نقط آنرا سطح گويند وازلوازم سطح است که منتهي ميشود بخط الا سطح کروي وآن
نيز بردو قسم است مستوي وغيرمستوي سطح مستوي آنست که جميع خطوط مستقيمه که بالاي آن
درهمه جهت کشيده شود برآن سطح منطبق باشد وبيرون ازآن سطح نيفتد وبعضي گويند که خطوط مستقيمه
برآن سطح درجميع جهات فرض تواند شد که مقابل ومحاذي يک ديگر باشند وبعضي گويند هرخط
مستقيم را که برآن سطح منطبق نمايند درهرموضع آن سطح را تماس کند وغيرمستوي آنست که
چنين نباشد وغيرمستوي نيز بردو قسم است مستدير ومنحني سطح مستدير آنست که اگر يک سطح
مستوي آنرا قطع کند دو دائره حادث شوند مثل سطح کره واسطوانه ومخروط واگر چنين نباشد
منحني خوانند وهرچه در وطول وعرض وعمق هرسه باشد آنرا جسم گويند وجسم منتهي به سطح
ميشود واگر دو خط يا زياده ازآن که در سطح مستوي واقع شوند بطوريکه اگر آنها را درجميع جهات
الي غيرالنهاية خارج کنند متلاقي يک ديگر نگردند آنها را خطوط متوازيه گويند وهم چنين اگر
دو سطح يا زياده ازآن بحيثيتي باشند که اگر آنها را درجهات آنها الي غيرالنهاية خارج کرده شود
ملاقي يک ديگر نشوند آن سطوح را سطوح متوازيه نامند وبعضي گويند که هرخطوط خواه سطوح
که بعد ما بينهما مختلف نشود آنها را متوازيه نامند والمآل واحد وزاويه عبارت است از گوشه وکنج
وآن نيز بردو قسم است زاويهٔ مسطحه وزاويهٔ مجسمه زاويهٔ مسطحه منحدب از سطح است که واقع شود
بين الخطين المتلاقيين علي نقطة بحيثيتيکه خط واحد نشود وبعضي گويند که زاويهٔ مسطحه سطح است
که احاطه کند آنرا دو خط متلاقي علي نقطة بطوريکه خط واحد نشود وزاويهٔ مسطحه را زاويهٔ بسيطه نيز گويند
وزاويهٔ مجسمه جسم است که احاطه کند آنرا سطوح که ملتقي باشند علي نقطة ومتصل شوند دو سطح
ازان سطوح بريک خط بحيثيتيکه سطح واحد نشود وزاويه را بعضي محققين از مقولهٔ کيف ميدانند
وبعضي از مقولهٔ کم وبعضي از مقولهٔ اضافة وبعضي از مقولهٔ وضع وهرنقطه که برآن دو خط متصل
به يکديگر شوند يا منقطع گردند آن نقطه فصل مشترک است درميان آن هردو خط وهمچنين هرخط که برآن
دو سطح متصل بيکديگر شوند يا منقطع گردند آن خط فصل مشترک است درميان هردو سطح ونيز هرسطح
که برآن دو جسم متصل بيکديگر شوند يا منقطع گردند فصل مشترک است درميان آن هردو جسم

وگاهي نقطه فصل مشترک درمیان دو سطح خواه دو جسم خواه یک خط ویک جسم خواه یک سطح ویک جسم واقع میشود چنانکه در اتصال مثلثین ومخروطین علی رأسهما وغیرهما وبدانکه جسم فصل مشترک نمی تواند شد والا تداخل اجسام لازم آید وآن محال است وبدانکه نیز زاویهٔ مسطحه بر دو قسم است زاویهٔ مستقیم الخطین وزاویهٔ غیر مستقیم الخطین زاویهٔ مستقیم الخطین آنست که احاطه کند آنرا دو خط مستقیم وآن بر سه قسم است قائمه ومنفرجه وحاده زاویهٔ قائمه آنست که هرگاه خطی بالای خطی قائم شود بحیثیتیکه میلان بهیچ جانب نکند ودر هر دو جنب آن خط قائم دو زاویهٔ متساویه حادث شود وآن هر دو زاویتین قائمتین اند وآنرا زاویهٔ محدوده نیز خوانند وباید دانست که حدوث دو قائمه بقیام خط علی خط بالفعل ضرور نیست چه قیام خطی بالای خطی اعم است ازینکه خطی بر وسط خطی قائم شود یا بر طرف خطی قائم شود وهرگاه بر طرف خطی قائم شود بدینصورت پس ضرور نیست که هر دو زاویهٔ متساویه حادث بالفعل شوند بل که اگر یکی از ان دو خط خارج کرده شود زاویهٔ دیگر هم حادث خواهد شد وآن هر دو خط را عمود بر یک دیگر گویند وهر زاویه که اعظم از قائمه باشد آنرا منفرجه خوانند واگر اصغر از قائمه بود آنرا حاده نامند واصغر الحواد که آنرا احد الحواد میگویند هیچ زاویه از مستقیم الخطین نمی تواند شد چه در اصول ثابت است که تقسیم زاویه الی غیر النهایة ممکن است کما بیّنه اوقلیدس فی الشکل التاسع من المقالة الاولی ونیز اعظم الحواد از مستقیم الخطین نمي تواند شد زیرا که اعظم الحواد مابقي بعد اسقاط احد الحواد من القائمة است وهرگاه احد الحواد از مستقیم الخطین متعین نیست اعظم الحواد هم متعین نخواهد شد وزاویهٔ غیر مستقیمة الخطین آن است که احاطه کند آنرا یک خط مستقیم ویک خط مستدیر ویا هر دو خط مستدیر وآن نیز سه نوع است قائمه ومنفرجه وحاده اما قائمه از خطین مستقیم ومستدیر همچون قیام خطی بر محیط دائرهٔ کره که متقاطع علی القوائم فرض کنند اما زاویهٔ قائمه از مستدیرین هرگاه حادث شود دو قسم است یکی آنکه حادث شود بر سطح مستدیر همچون زاویه ها که از تقاطع علی القوائم دوائر افلاک وکره حادث مي شود چنانکه از تقاطع نصف النهار ومعدل النهار اما حدوث زاویهٔ قائمه از خطین مستدیرین بر سطح مستوي سوای یک صورت که از برهان مثبت می شود متصور نیست وآن چنانست که هرگاه دائره بکشند بحیثیتیکه طرف قطر آن دائره محیط دائرهٔ دیگر را تماس کند بنهجیکه از تماس ماجد الحواد پیدا شود پس درینصورت از تقاطع دائرتین زاویهٔ قائمه حادث خواهد شد واین

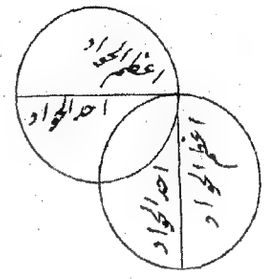
قائمه مجموع احد الحواد که از تماس یک دائره طرف قطر دائرهٔ دیگر است واعظم الحواد که از قطر ومحیط آن حادث گردیده چنانکه در اصول مبرهن علیه است هذه صورته (جدول ۵۶)

بهر صورت اگر این زاویه را معادل القائمة گویند وجهی دارد الا اینکه مستقیمین الخطین از نوع دیگر است واین از نوع دیگر ودر میان نوعین تباین کلي است ومنفرجه اعظم الانفراج واصغر الانفراج از این صورت بتامل متصور می شود کما لا یخفی علی المتفطن لیکن حدوث آن هر دو از یک خط مستدیر ودیگر خط مستقیم است چه احد الحواد که تعیین آن از خط مستدیر ومستقیم است اگر بر قائمهٔ مستقیم الخطین بیفزایند منفرجهٔ اصغر الانفراج شود وقس علیه حال اعظم الانفراج اما حاده پس حال او ظاهر است واحد الحواد واعظم الحواد از قسم اوست بدانکه در زاویهٔ غیر مستقیمین الخطین باقسامها در کتب قوم هیچ تفصیل وتحقیق واقع نیست یا باشد مگر بنظر این فقیر آن کتب نرسیده واکثری حدوث قائمه را صرف از خطین مستقیمین مقید میسازند کما یظهر من حدها وهکذا حال المنفرجة والحادة ولیکن انسب آنست که حدوث زاویه را اعم دانند کما بیّنه بعض المتأخرین ودر حقیقت تعریف زوایهٔ قائمه که کرده اند تعریف خاص است که شامل نیست انواع قائمه را وتعریف اعم این ست که اگر خارج شود هر ضلع آن احاطه کند مع ضلع دیگر بزاویهٔ متساویة الاولی که در جنب اوست وشکل آنست که باحاطهٔ حد واحد یا حدود حادث شود پس اگر احاطه کند آنرا یک خط یا زیاده از آن آنرا شکل مسطحه گویند وخواه یک سطح یا زیاده از آن آنرا شکل مجسمه گویند وانواع اشکال مسطحه بسیار است از انجمله مستقیم الاضلاع است که احاطه کند آنرا خطوط مستقیمه وهریک خط را ضلع گویند وآن نیز چند قسم است یکي از آن مثلث است که آنرا احاطه کند سه خط وآن بر سه قسم است متساوي الاضلاع که هریک اضلاع او متساوي باشند ومختلف الاضلاع که هریک از اضلاع او مختلف باشند ومتساوي الساقین که دو ضلع او متساوي باشند وباید دانست که در مثلث هر زاویه که علی رأس المثلث واقع است هر دو خط محیط آن زاویه را ضلعین وساقین گویند وخط ثالث را قاعده وضلع عام است خواه در مثلث خواه در دیگر اشکال که جمیع خطوط را ضلع میگویند وقاعدهٔ خاص است که غیر از ضلعی که شکل بر آن قائم شود بر ضلع دیگر اطلاق نمی کنند وهر ضلع را بلحاظ زاویه که فوق اوست وتر آن زاویه گویند پس قاعده خاص ووتر عام است ونیز مثلث باعتبار زوایا سه قسم است مثلث قائم الزاویة

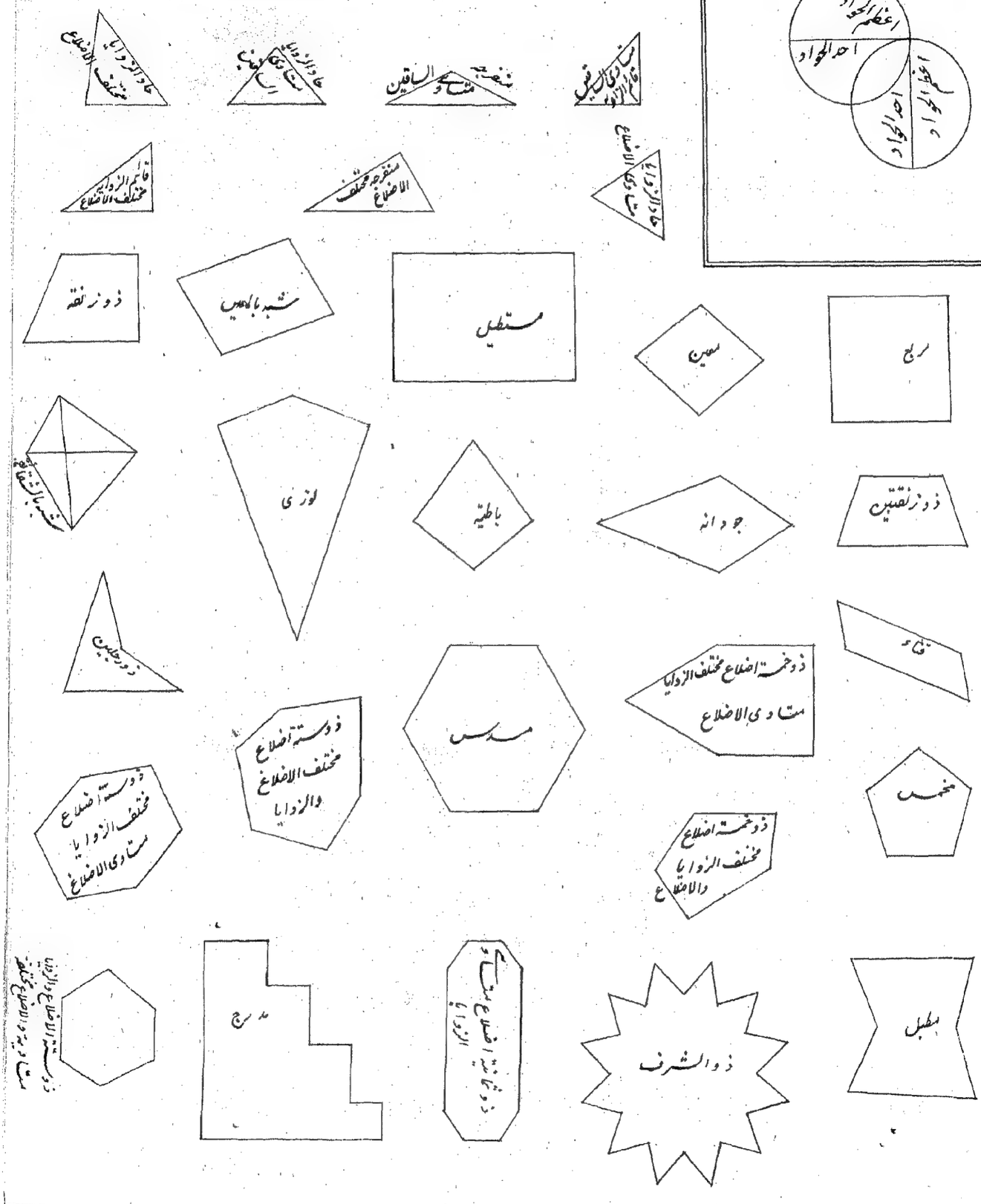
که یک زاویه از زوایای او قائمه باشد و مثلث منفرجة الزاویه که یک زاویه منفرجه باشد و مثلث حاد الزوایا که در یک زاویه هم نه قائمه باشد نه منفرجه لهذا حاد الزوایا گویند و چون ضرور است که در هر مثلث دو زاویهٔ حاده باشند خواه هر سه چرا که مجموع هر سه زاویه جمیع مثلثات برابر دو قائمه می باشد پس در مثلث قائمة الزاویه یک زاویهٔ قائمه و دو حاده می باشد و در منفرجة الزاویه یک زاویهٔ منفرجه و دو حاده و در حاد الزوایا هر سه حاده می باشند و مثلث متساوي الاضلاع همیشه حاد الزوایا است و مختلف الاضلاع و متساوي الساقین قائمة الزاویه و منفرجة الزاویه و حاد الزوایا هر سه میشود پس انواع مثلث هفت است و عمود مثلث خطی مستقیم است که از یکی زاویهٔ آن بر ضلع موتر عمود واقع شود خواه داخل مثلث باشد خواه خارج مثلث بعد اخراج ضلع موتر باشد و آن ضلع موتر را قاعده گویند و مرکز مثلث نقطهٔ ایست داخل مثلث که بعد جمیع اضلاع از ان نقطه مساوي بود اعني اگر آن نقطه را مرکز فرض کرده دائره در آن مثلث بکشند جمیع اضلاع را تماس کند و اگرچه فی الحقیقة مرکز مثلث مرکز دائرهٔ ایست که هر سه زوایای مثلث را تماس میکند اگر آن دائره بر آن مثلث کشند لکن در مساحت مثلث احتیاج بمرکز داخلهٔ دائره است و جیب الزاویه جیب مستوي قوسی است که ضلع موتر آن زاویه و تر آن قوس باشد و مقدار زاویه همان قوس است که و تر آن ضلع موتر آن زاویه است و مراد از قوس قوس دائره است که بالای مثلث کشند و تفصیل این خواهد آمد انشاء الله تعالی دویم ذو اربعة اضلاع است که آن را چهار خط مستقیم احاطه کند پس اگر آن هر چهار مساوي اند و زوایا هم متساوي باشند آنرا مربع گویند و اگر زوایا مساوي نباشند آنرا معین خوانند و درین شکل ضرور است که زاویتین متقابلتین متساوي باشند و اگر از ان چهار خط دو دو خط متوازي متساوي باشند و زوایا هم متساوي بوند مستطیل نامند و اگر زوایا متساوي نباشند شبیه بالمعین خوانند و درین شکل هم ضرور است که زاویتین متقابلتین مساوي باشند و خطیکه بین الزاویتین المتقابلتین واصل شود آنرا قطر نامند و از جملهٔ ذو اربعة اضلاع اگر دو خط متوازي باشند و احد الباقیین عمود بر آن هر دو متوازي واقع شود آنرا ذو زنقه خوانند و خط چهارم را که منحرف است زنقه گویند و اگر احدی از باقیین عمود نباشد بل که هر دو منحرف باشند ذو زنقتین خوانند پس اگر هر دو متساوي اند ذو زنقتین متساویین اند و الا مختلفین و اگر از جملهٔ

چهار خط خطین متوازیین نبود آنرا شقائقي گویند اگر از وصل قطرا قصرد و مثلث متساوي الساقین حادث شوند که قاعدهٔ آن هردو مثلث خط واصل باشد و صاحب مفتاح الحساب آنرا ذوالیمین نام نهاده وبیان آن چنین کرده که اگر در ذواربعة اضلاع ضلعین متجاورین متساویین باشند وهم چنین دو ضلع متجاور دیگر نیز متساوي باشند وضلعین اولین مخالف ضلعین آخرین بوند وتقاطع قطرین آن در داخل شکل وعلی القوائم باشد درینصورت زاویتین متقابلتین فقط در و متساوي خواهند شد وآن سه قسم است اگر زاویتین متقابلتین قائمه باشند معماران آنرا لوزي مي نامند واگر منفرجتین باشند در رودگران جوداله نام مي نهند واگر حادتین باشند باطیه نام مي دارند تم بیانه واگر از وصل قطرا قصرد و مثلث مختلف الساقین حادث شوند وتقاطع قطرین آن در داخل شکل وعلی القوائم بود آنرا ابن نحیف شبیه بالشقائقي نام نهاده واگر از وصل خطی بین الزاویتین دو مثلث متساوي الساقین یکي اعظم و دیگر اصغر حادث شوند بحیثیتیکه اصغر داخل اعظم باشد آنرا ذو رجلین خوانند ودرینصورت آنخط واصل خارج شکل واقع خواهد شد واین شکل فی الحقیقة تمام ذوالیمین الی المعین است چنانچه صاحب مفتاح بهمین عبارت تعریف ذوالرجلین نموده است وشکلی از ذواربعة اضلاع قناء است وآن نوعی از بادرنگ است وصاحب خلاصة الحساب ذوزنقه وذوزنقتین وقناء را از منحرفات شمرده و غیر آن را منحرفات گویند واگر زیاده از چهار خط احاطهٔ سطح کنند آنرا کثیر الاضلاع گویند واز آن جمله اگر پنج خط مساوي احاطه کرده باشند وزوایا نیز متساوي باشند مخمس گویند وهم چنین اگر شش خط مساوي احاطه کنند مسدس وهکذا الی المعشر واگر اضلاع مختلف باشند درینصورت زوایا مختلف باشند خواه مساوي ذوخمسة اضلاع گویند وهکذا الی العشرة وبعد آن لفظ قاعده بجاي ضلع بیفزایند وذواحدی عشر قاعده وذواثنا عشر قاعده گویند وهکذا در مساوي الاضلاع اعني در مساوي الاضلاع چون اضلاع زیاده از ده باشند بجاي ضلع لفظ قاعده استعمال کنند چنانکه صاحب خلاصة الحساب بیان نموده است وصاحب تحریر اقلیدس در پانزده ضلع مساوي ذوخمسة عشر ضلعا گفته است وصاحب عیون الحساب مطلقا بر کثیر الاضلاع لفظ اضلاع اطلاق نموده چنانکه ذواثنا عشر ضلعاً گفته است پس تخصیص لفظ قاعده وجهی ندارد لیکن اگر برای امتیاز مساوي الاضلاع لفظ ضلع وبرای مختلف الاضلاع لفظ قاعده یا بالعکس اختیار کنند اولی واحسن است ومنجملهٔ اشکال کثیر الاضلاع که باسم خاص

شكل ٦٥ صفحه ١٩٢



شكل ٦٦ صفحه ١٩٥



مختص اندیکي مدرج وآن شکلی است که درجات او مثل درجات نردبان باشد وآنرا شکل منبري نیز گویند ودیگر مطبل وآن شکلی است که مشابه طبل باشد وطبل نقارهٔ صغیره را گویند که بوقت صید باز براي پرانیدن طائر مي نوازند ودیگر ذ وشرف بضم شین معجمه وفتح راء جمع شرفه بضم الشین وسکون الراء کنگره را گویند تا اینجا تمام شد اشکال مستقیم الخطوط وتخییل هریک ازین اشکال از صور آنها بخوبي کرده میشود صور اشکال این است (جدول ٦٦)

واگر سطح رایک خط مستدیر احاطه کند بحیثیتیکه در داخل آن نقطهٔ مفروضه باشد که از وخطوط مستقیم مساوي بطرف آنخط مستدیر خارج تواند شد آنرا دائره گویند وآن خط مستدیر را محیط دائره وآن نقطهٔ مفروضه را مرکز وآن خطوط مستقیمهٔ خارجه را نصف قطر گویند وهرخط که مار بمرکز شود آن خط قطر ومنصف دائره است وهرخط مستقیم که دائره را بمختلفین قسمت کند آن خط وتر قسمین است واجزاء محیط را قوس نامند واگر قوس ووتر احاطهٔ یک شکل کند آنرا قطعهٔ دائره گویند پس اگر آن قطعه داخل آن مرکز است اعني مرکز دائره داخل شکل بود آن قطعهٔ کبری است واگر مرکز خارج شکل باشد قطعهٔ صغری واگر قوس وقطر احاطهٔ شکل کند نصف دائره گویند وگاهي اطلاق قطعه برآن هم مي نمایند وهمچنین قطر را هم گاهی وتر میگویند پس وتر عام است وقطر خاص وجیب مستوي نصف وتر ضعف القوس است وگاهی تعریف آن باین نهج می کنند که آن عمودی است خارج از یک طرف قوس برقطریکه مرور کند بطرف دیگر آن قوس وجیب معکوس عمودی است خارج از منتصف قوس تا منتصف وتر وضرور است که باشد جیب معکوس یک جزء از قطر اعني جزوی از قطر خواهد بود وآنرا سهم نیز گویند واکثری آنرا سهم نصف القوس می شمارند وبعضی سهم القوس میدانند وهذا انسب باسمه وجیب مستوي ربع دائره که آنرا جیب اعظم وجیب مطلق میگویند مساوي جیب معکوس است چه هرواحد نصف قطر اند وقوسی که اصغر از ربع است جیب معکوس آن اصغر از جیب مستوي است وقوسی که اعظم از ربع است فبالعکس پس جیب مستوي تجاوز از نصف قطر نخواهد کرد بخلاف جیب معکوس که گاهی از نصف قطر زیاده میشود وگاهی کم وگاهی مساوي وهذا علی قول الاکثرین واگر یک قوس ودو نصف قطر احاطهٔ سطح کند بحیثیتیکه آن هردو واحد نشوند آنرا قطاع گویند پس اگر قوس اعظم از نصف محیط است قطاع اعظم است واگر قوس

اصغر از نصف است قطاع اصغر نامند واگر دو قوس متساوي و مختلف في جهة التحدب
که اصغرین از نصف محیط باشند احاطه کنند آنرا مسطح بیضي واهلیلجي نیز گویند واگر دو قوس
متساوي که مختلف التحدب وهر واحد اکبر از نصف محیط بوند واحاطهٔ سطح کنند سطح عدسي
گویند وشلجمي نیز خوانند واگر دو قوس مختلف که حدبهٔ آنها الی جهة واحدة باشد وهر دو اعظم
از نصف محیط باشند نعلي گویند واگر هر دو اصغر از نصف باشند هلالي خوانند واز اشکال مسطحه
که احاطه شکل مجسم راکند از مجسمات کره است اعني اگر سطح کره را تصور کنند مسطحه است
واگر جسم کره تخییل کنند مجسمه است وکره جسمی است که احاطه کند آنرا سطح مستدیر که در
داخل آن نقطهٔ مفروضه باشد که جمیع خطوط مستقیم خارجهٔ از ان نقطه بطرف آن سطح مساوی
باشند وآن سطح را محیط کره گویند وآن نقطه مرکز کره است وآن خطوط خارجه انصاف اقطار
آن کره است وخطی که از مرکز مرور کرده تا بمحیط رسد قطر کره است وقطری از اقطار
بلحاظ حرکت کره محور است اعني اگر کره حرکت برآن قطر کند محور می نامند ودو طرف
آنرا که دو نقطهٔ غیر متحرکه است دو قطب کره وحرکت مي گویند وهرگاه کره را یک سطح مستوي
قطع کند دائره حادث خواهد شد پس آن دائره اگر مرور بمرکز کند عظیمه است والا صغیره
وهر دو قسم کره که از قطع حاصل شوند آنرا قطعة الکره گویند وآن دائره قاعدة القطعه هر دو است
ونقطهٔ مفروضه که جمیع خطوط خارجه از ان بطرف محیط قاعدهٔ آن قطعه مساوي باشد
رأس القطعه وقطب القطعه است وخط واصل بین مرکز القاعدة والقطب ارتفاع وسهم قطعه است
وآنچه از کره جدا کرده شود از توهم دوران نصف قطر از اقطار آن بر محیط صغیره بر بسیط آن مع
ثبات یک طرف منطبق بر مرکز قطاع الکره است وآن اکبر از نصف واصغر از نصف می باشد
وبعبارت دیگر اگر کره را بطوری منقسم سازند که گویا یک طرف نصف قطر آنرا بر مرکز منطبق
داشته طرف دیگر را بر محیط قطعهٔ صغیرهٔ کره که مفروض بر بسیط الکره باشد گردش داده قطع
کرده اند آن قطاع الکره است پس آنچه اعظم از نصف باشد قطاع اکبر است والا قطاع اصغر
وضلع الکره آنچه که جدا شود از کره بسبب دو نصف دائرتین عظیمتین که برآن کره متقاطع شوند
وآنرا شکل تنین گویند ومنجملهٔ اشکال مجسمه اسطوانهٔ مستدیره است وآن شکلی است مجسم
که احاطه کرده است اورا دو دائرهٔ متساوي متوازي ویک سطح مستدیر العرض ومستقیم الطول

که واصل است درمیان محیط آن هردو دائره و آن هردو دائره قاعدهٔ اسطوانه است وخطیکه
واصل شود درمیان دو مرکز آن دو قاعده آنرا سهم و محور اسطوانه خوانند پس آن خط
اگر عمود برقاعدتین واقع شود اسطوانهٔ قائمه است وآنرا مساوي الاقطار وقائم الزاویه نیزخوانند
واگر بر هردو عمود واقع نشود اسطوانهٔ مائله است واگر بریکي عمود واقع شود وبردیگري عمود
واقع نگردد اسطوانهٔ ناقصه است ومنجمله اشکال مجسمه مخروطهٔ مستدیره است وآن شکلیست
مجسم که یک دائره که قاعدهٔ اوست ویک سطح مستدیر صنوبري منتهي بنقطه که راس اوست
اورا احاطه کرده است وخطی که واصل است درمیان مرکز قاعده ونقطهٔ مذکوره سهم و محور
اوست پس اگر آن خط عمود برقاعده باشد مخروط قائم است واین را متساوي الساقین
ومتساوي الاسواق ومتساوي الاضلاع ومتساوي الاقطار وقائم الزاویه نیزگویند واگر
خط مذکور برمرکز قاعده عمود نباشد مخروط مائله است وبدانکه مخروط مستدیر را مخروط
صنوبري نیزگویند وارتفاع مخروط خطی است که ازراس مخروط خارج برقاعده عمود واقع
شود وسطح قاطع للمخروط که متوازي قاعده باشد مخروط را دو قسم میکند مخروط اصغر که متصل
راس آن باشد ودیگر مخروط ناقص که متصل قاعده باشد واسطوانهٔ مضلعه شکلیست که هردو
قاعدهٔ او شکلین مستقیم الخطوط متماثلین باشند وبجاي یک سطح مستدیر سطوح ذوات الاربعة
المتوازیه باشند ومخروط مضلع آنست که احاطه کند اورا قاعدهٔ مستقیم الخطوط وسطوح مثلثات
که قاعده هاي آن مثلثات اضلاع قاعدهٔ اوست بدانکه این هردو تعریف خاص است وتعریف
اعم اسطوانهٔ مضلعه این است که هردو قاعدهٔ او شکلین متماثلین غیرالدائرتین باشند وبجاي
سطح مستدیر سطح یا سطوح مستقیم فی الطول بود وتعریف اعم مخروط مضلع این است که احاطه
کند اورا شکلی غیردائرهٔ که آن قاعدهٔ اوست ویک سطح یا سطوح مستقیم فی الطول که تنگ
شده تا بنقطه منتهي شود ونیزازاشکال مسطحه سطح فلکیه است وآن اسطوانهٔ مجوفه مساوي الثخن
است بشرطیکه ارتفاع اوازقطرقاعدهٔ اوزیاده باشد وقطرقاعدهٔ تجویف اوازنصف قطرقاعدهٔ
اواقل بود خواه مساوي وثخن اوازسمک اعني ارتفاع او اقل باشد خواه اکثر پس اگر قطرقاعدهٔ
تجویف او اکثرازنصف قطرقاعدهٔ او باشد بحیثیتیکه ثخن او اقل ازارتفاع او بود آنرا دفي نامند
وآنچه لرتفاع اوازقطرقاعدهٔ او اکثرباشد آنرا انبوبه خوانند وبعضی دفي را باین عبارت تعریف

کرده اند که الدفي کرة مجوفة مساوي الثخن افرز منها قطعتان تکون قاعدتهما متساويتين متوازيتين و هذا شبيه بصورته صورا شکال اين است (جدول ٦٧)

وبعضی از اشکال مسطحه حلقه است وآن دو نوع است المربع والمستدير حلقهٔ مربع شکليست که مابين دو مربع متوازي سطحی حادث شود هکـــــــــــذا

وثاني از اشکال مسطحه حلقهٔ مستديره است وآن شکلی است که احاطه کند او را دو محيط دائرتين که متحد المرکز باشند اعني سطح مابين دائرتين که بريک مرکز کشند ويکی خرد و ديگري کلان باشد بدينصورت (جدول ٦٨)

وقطاع حلقه شکلی است که از احاطهٔ دو قوس متوازي و دو خط مستقيم که مساست مرکز باشند واگر تا بمرکز کشند خط واحد مستقيم نشوند حاصل می شود وآن نيز مثل قطاع دائرهٔ اصغر واعظم از نصف ميتواند شد بدينصورت (جدول ٦٩)

وقطعهٔ حلقه شکليست که حاصل شود از احاطهٔ دو قوس متوازي و دو خط مستقيم که اگر يکي از ان دو خط بطرف ديگري خارج کنند يک خط مستقيم شود وآن نيز اکبر و اصغر از نصف ميشود (جدول ٧٠)

و ديگر شکليست که از قسي متساوي حاصل شود که اگر درون او دائره بکشند اشکال هلاليات حادث شوند واين را اگر ذوی القسي نامند انسب است وهذه صورته (جدول ٧١)

* بيان بعضی اشکال مجسمهٔ ديگر *

بايد دانست که اگر از يک مخروط قائم معين مجسمی که يک راس او مرکز قاعدهٔ مخروط باشد جدا کنند مجسم باقي را فضل المخروط نامند وان باقي مثل مخروط ناقص است که از جوف آن مخروطی ديگر برآورده شده که راس او مرکز قاعدهٔ آن مخروط ناقص وقاعدهٔ او سطح اعلی آن مخروط ناقص باشد هکـــــذا (جدول ٧٢)

واگر از يک معين مجسم معين مجسمی ديگر که هردو راس يکی بعينه هردو راس ديگری باشد بيرون آورند مجسم باقي را فضل المعين نام نهند وآن گويا مرکب است از دو مخروط قائم که يکی از آن تام و ديگری ناقص که قاعدهٔ هردو يکی است واز جوف آن مخروطيکه راس او راس مخروط تام است وقاعدهٔ او بر سطح اعلی مخروط ناقص بيرون آورده شده هکذا صورته (جدول ٧٣)

وچون دو مثلث وسه سطح متوازي الاضلاع بجسمی محيط شوند آنرا منشور گويند وآن

در حقیقت اسطوانهٔ مثلث القاعدتین است ودیگر از مجسمات که باحاطهٔ سطوح متماثله متساوي الاضلاع والزوایا حاصل شود پنج قسم است قسم اول ذو اربعة قواعد مثلثات متساوي الاضلاع والزوایا وآن در حقیقت مخروط مثلث القاعده است که اضلاع او متساوي اضلاع قاعده باشند واین قسم مجسم را در تحریر منسوب الی النار گفته قسم دویم ذو ستة مربعات متساویات وآنرا مکعب خوانند واین مجسم منسوب الی الارض است وقسم سیوم ذو ثمانیة قواعد مثلثات متساوي الاضلاع والزوایا واین مجسم منسوب بهواء است وقسم چهارم ذو عشرین قاعدهٔ مثلثات متساویات الاضلاع والزوایا واین منسوب بآب است قسم پنجم ذو اثنا عشر قاعده مخمسات متساویات الاضلاع والزوایا واین منسوب به سماء است واین هر پنج اقسام ممکن است که درمیان کرهٔ مفروضه واقع شوند یا کرهٔ مفروضه درمیان آنها واقع شود پس اگر درمیان کره واقع شوند سطح کره مماس زوایای آن مجسمات خواهد شد واگر کره درمیان آنها واقع شود سطح کره مماس مراکز سطوح قواعد خواهد بود ونیز بعضي از مجسمات است که باحاطهٔ دو صنف از سطوح متساوي الاضلاع والزوایا حاصل شود وممکن است که درمیان کره واقع شوند وسطح کره مماس زوایاي این مجسمات باشد وممکن نیست که کره درمیان این مجسمات واقع شود بحیثیتیکه سطح کره مماس مراکز سطوح قواعد آنها گردد بل که درمیان این مجسمات دو کره واقع میتواند شد که سطح یک کره مماس مراکز سطوح قواعد صنفی وسطح کرهٔ دیگر مماس مراکز سطوح قواعد صنف اخری باشد واقسام آن که مساحت هریک ازان بطور خاص است ودرین نسخه مذکور خواهد شد هفت است قسم اول ذو ثمانیه قواعد متساوي الاضلاع والزوایا که چهار ازان مثلثات وچهار مسدسات باشند قسم دویم ذو اربعة عشر قاعده که شش ازان مربعات وهشت مثلثات باشند قسم سیوم ذو اربعة عشر قاعده که شش ازان مثمنات وهشت مثلثات باشند قسم چهارم ذو اثنا وثلثین قاعده که دوازده ازآن مخمسات وبست ازان مثلثات باشند قسم پنجم ذو اثنا وثلثین قاعده که دوازده ازآن معشرات وبست ازآن مثلثات باشند قسم ششم ذو اربعة عشر قاعده که هشت ازان مسدسات وشش مربعات باشند قسم هفتم ذو اثنا وثلثین قاعده که دوازده ازان مخمسات وبست مسدسات باشند واشکال مجسمات بر صفحه راست نمي آید مگر ترکیب ساختن اکثري ازان در مقدمهٔ ثاني در مسئلهٔ چهل وششم مذکور خواهد شد انشاء الله تعالی ونیز بعضی از مجسمات است که باحاطهٔ سه

صنف از سطوح متساوی الاضلاع والزوایا حاصل شود پس آن مجسم سه کره مفروضه را محیط خواهد شد و هریکی از سه کره یک صنف را که فی الحقیقة قاعدهٔ مخروط باشند بر مرکز قاعده مماس خواهد شد اعني یک کره یک صنف سطوح را و کرهٔ دیگر سطوح صنفی دیگر را و سیومي سطوح صنف آن سیومي را بر مراکز قواعد تماس خواهد کرد و انواع آن کثیر است همچون مجسمی که محاط باشد به شش مثمن و هشت مسدس و دوازده مربع و همچنان مجسمی که محاط باشد بدوازده معشر و بست مسدس و سي مربع وغیر آن و بعضی از اشکال مجسمه طاق و ازج بفتحتین و زاء معجمه و جیم است و فرق در طاق و ازج این ست که عرض طاق از سبعه او زیاده میشود بخلاف ازج و آنچه که در طاق عرض است در ازج طول میگویند و آن هر دو مجسم اند که احاطه کرده است آنرا دو سطح مستوي و متساوي که هر دو سطح روي آن مجسم اند و دو سطح دیگر مستدیر یا قریب الاستدارة و متوازي که هر دو محدب و مقعر آن مجسم است و تفصیل اقسام این از مفتاح باید طلبید

* مقدمهٔ دویم در بیان بعض مسائل هندسي،

و قواعدی که متعلق از مساحت است *

مسئلهٔ اول به شکل ه من مقالهٔ اولی در مثلث متساوي الساقین هر دو زاویه که بر قاعده واقع میشوند متساوي می باشند *

مسئلهٔ دویم هرگاه دو زاویه در یک مثلث متساوي باشند هر دو ضلع آن مثلث که موتر آن هر دو زاویه اند متساوي خواهند بود به شکل و منه *

مسئلهٔ سیوم اگر بخواهند که تنصیف زاویه نمایند هر دو ضلع را که محیط زاویه اند مساوي فصل کنند و خط واصل بین النقطتین الفاصلتین بکشند پس مثلث متساوي الساقین حادث خواهد شد و هرگاه از زاویه خطی بر نصف قاعده بکشند آن خط منصف زاویه خواهد بود به شکل ط منه *

مسئلهٔ چهارم هرگاه خطی خط دیگر را قطع کند چهار زاویه حادث خواهد شد از ان دو دو زاویه متقابلتین متساویتین خواهند بود به شکل ح منه *

مسئلهٔ پنجم هر سه زاویه هر مثلث معادل دو قائمه مي شود و هر مثلث که یک ضلع او را اخراج کنند پس زاویهٔ خارجه مساوي هر دو زاویهٔ متقابلتین که داخلتین مثلث اند خواهد بود

بشکل لب منه پس دوزاویهٔ هر مثلث ازدو قائمه کمتر خواهد بود و در یک مثلث دو قائمه یا یک قائمه ویک منفرجه واقع نمي تواند شد *

مسئلهٔ ششم در هر مثلث ضلع اعظم وترزاویهٔ اعظم میشود وضلع اصغر وترزاویهٔ اصغر بشکل له منه *

مسئلهٔ هفتم مجموع دو ضلع هر مثلث اعظم از ضلع ثالث می شود بشکل ح منه *

مسئلهٔ هشتم هرگاه برخطي دو عمود قائم شوند وهر دو طرف هر دو عمود را بخطی وصل نمایند هر چهار زوایا قائمه خواهند شد به قضیهٔ ثالث بشکل الح منه *

مسئلهٔ نهم در هر سطح ذو اربعة اضلاع قائم الزوایا ضلعین متقابلین متساوي خواهند بود به قضیهٔ رابع بشکل الح منه *

مسئلهٔ دهم اضلاع متقابلین از سطوح متوازي الاضلاع متساوي میباشند بشکل لد منه *

مسئلهٔ یازدهم هر دو سطح متوازي الاضلاع که بر قاعدهٔ واحد في جهة واحد در میان دو خط متوازي باشند متساوي خواهند بود بشکل له منه وهذه صورته * (شکل ۷۴)

مسئلهٔ دوازدهم هر سطح متوازي الاضلاع ومثلث که بر قاعدهٔ واحد في جهة واحد ما بین دو خط متوازي باشند آن سطح ضعف مثلث خواهد بود بشکل ما منه وهذه صورته * (شکل ۷۵)

مسئلهٔ سیزدهم در هر مثلث قائم الزاویه مربع وتر مساوي مربعین ضلعین خواهد بود بشکل مز منه واین مسمی بشکل عروس است *

مسئلهٔ چهاردهم مسطح یک خط در خط آخر مساوي مجموع مسطحات آن خط در اقسام خط آخر است بشکل آ من ب *

مسئلهٔ پانزدهم مسطح خط در جمیع اقسام خودش مساوي مربع اوست بشکل ب من ب *

مسئلهٔ شانزدهم مسطح خط در یکي از دو قسم خودش مساوي مجموع مربع آن قسم و مسطح آن قسم در قسم آخر است بشکل ح من ب *

مسئلهٔ هفدهم هر خط را که تنصیف کنند وبر وخط دیگر علی الاستقامة بیفزایند پس مجموع مسطح آن خط مع الزیادة در زیادت مع مربع النصف مساوی مربع نصف مع الزیادة است بشکل و من ب *

مسئلهٔ هجدهم چهار امثال مسطح خط في احد قسمیه مع مربع قسم آخر مساوي مربع خط است که بر آن بقدر قسم اول زیاده کرده باشند بشکل ح من ب *

مسئلهٔ نوزدهم در هر مثلث منفرجة الزاویه مربع وتر زاویهٔ منفرجه اعظم از مربعین ضلعین می باشد بقدر ضعف مسطح قاعده در مقداری که بعد اخراج قاعده مذکور در میان زاویه وموقع عمود که از احد الزاویتین الباقیتین بکشند واقع شود اعني سوای ضلع وتر منفرجه از ضلعین دیگر یکي را قاعده فرض کنند واز احد الزاویتین که حاده اند عمود برآن ضلع بکشند پس لا محالة آن عمود خارج از مثلث خواهد بود وقدر واقع در میان زاویه وموقع العمود نیز خارج از مثلث خواهد افتاد بدینصورت * (شکل ۷۶)

پس ضعف مسطح آن ضلع که قاعده فرض کرده شده است در قدر واقع بین الزاویه وموقع العمود مقدار تفاضل مربع وتر بر مجموع مربعین ضلعین است بشکل نب من ب *

مسئلهٔ بستم در هر مثلث مربع وتر زاویهٔ حاده اصغر از مربعین ضلعین بقدر ضعف مسطح قاعده در قدر واقع بین الزاویه وموقع العمود خواهد بود چنانچه در مسئلهٔ نوزدهم گفته شد بشکل ح من ب *

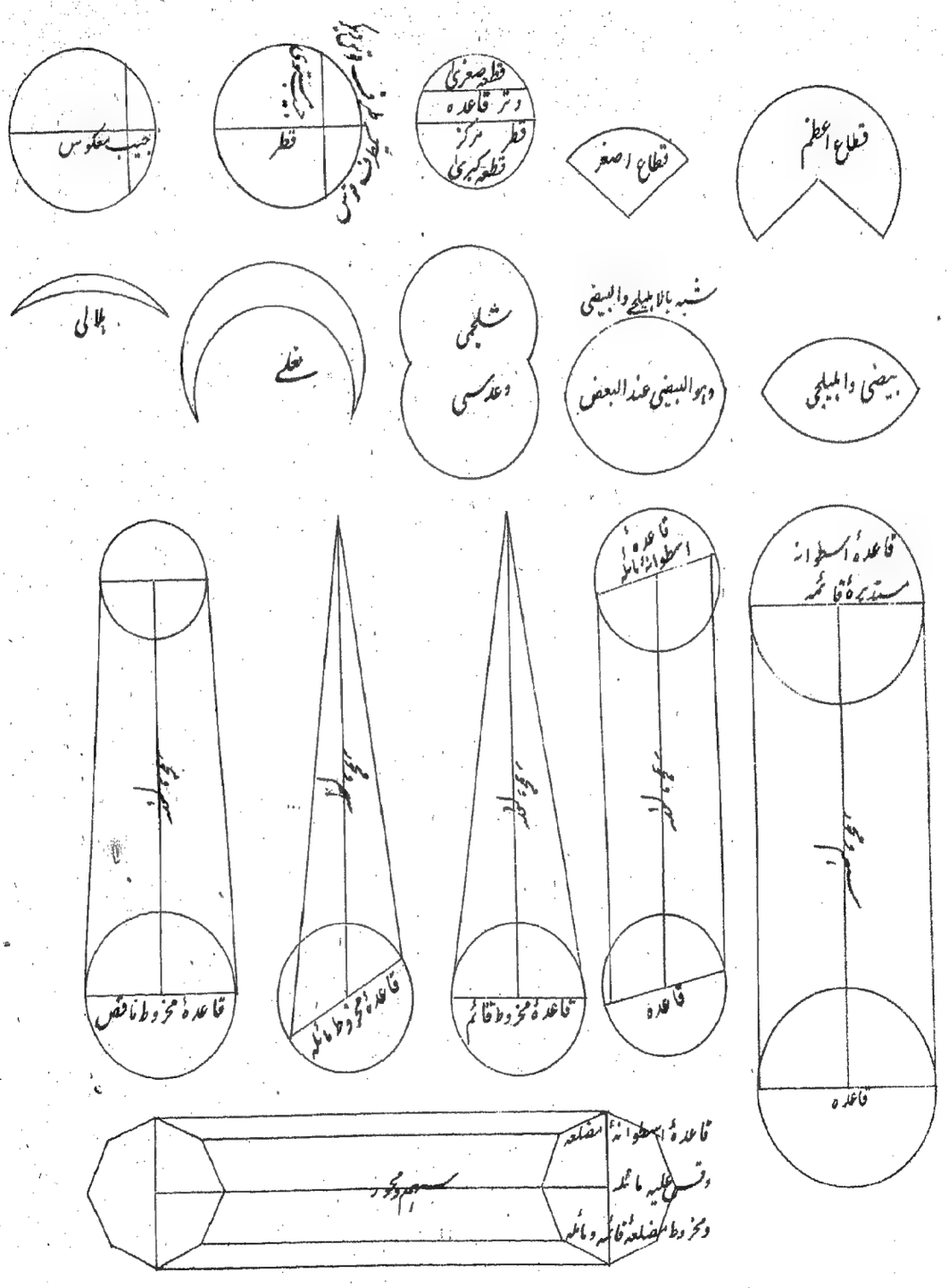
مسئلهٔ بست ویکم در دائره هر خط که از مرکز بر وتر خارج کرده شود پس اگر آن خط منصف وتر شود آن خط عمود برآن وتر است واگر عمود است منصف وتر است بشکل ح من ح *

مسئلهٔ بست ودویم در دائره زاویهٔ مرکزیه ضعف زاویهٔ محیطیه می شود صورته هکذا بشکل نط من ح * (شکل ۷۷)

مسئلهٔ بست وسیوم جمیع زوایای محیطیه که در یک قطعه واقع شوند متساوي خواهند بود بشکل ک من ح * (شکل ۷۸)

ونیز هر دو زاویهٔ متقابلتین از زوایای ذی اربعة اضلاع که در دائره واقع شوند معادلتین لقائمتین خواهند بود بشکل ا من ح *

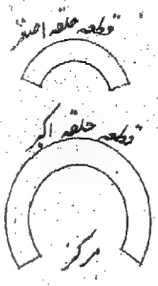
مسئلهٔ بست وچهارم اگر خواهند مرکز قطعهٔ دائره بدانند پس وتر را تنصیف سازند وبالاي نقطهٔ منصف عمود سهم بکشند پس لا محاله منصف قوس خواهد بود واز آن عمود تا یکطرف قوس خط واصل کشند تا مثلث قائم الزاویه حادث شود ووتر زاویهٔ قائمه خط واصل باشد بعد از آن از هر دو جانب وتر دو خط خارج نمایند که آن هر دو ملاقي شوند بحیثیتیکه زاویهٔ وتري مساوي زاویهٔ قوسي که از عمود وخط واصل حادث شده است باشد پس نقطهٔ متلاقي الخطین مرکز خواهد بود وهذه صورته واین متفرع بشکل آ وح من ح است * (شکل ۷۹)



Asiatic Lith. Co's Press 6/1 Chowringhee

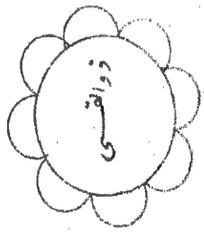
شکل ۶۸ صفحه ۱۹۸

شکل ۶۹ صفحه ۱۹۸

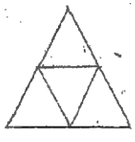


شکل ۷۰ صفحه ۱۹۸

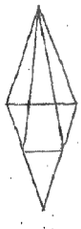
شکل ۷۱ صفحه ۱۹۸



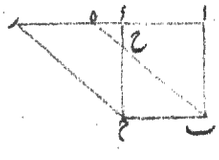
شکل ۷۲ صفحه ۱۹۸



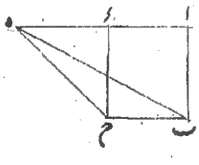
شکل ۷۳ صفحه ۱۹۸



شکل ۷۴ صفحه ۲۰۱



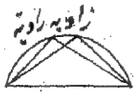
شکل ۷۵ صفحه ۲۰۱



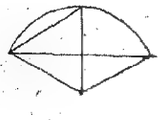
شکل ۷۶ صفحه ۲۰۲

شکل ۷۷ صفحه ۲۰۲

شکل ۷۸ صفحه ۲۰۲



شکل ۷۹ صفحه ۲۰۲



Amateur Lith. Co. Press

و بالحساب بموجب مسئلهٔ بست و هفتم مربع نصف و تررا بر سهم قسمت کنند خارج قسمت مع سهم قطر دائره خواهد بود پس آنرا تنصیف سازند که موقع مرکز حاصل شود اعني خطی مستقیم مقدار نصف قطر از منصف قوس بحیثیتیکه و تررا بزاویهٔ قائمه تقاطع نماید بکشند مرکز حاصل خواهد شد و نیز اگر مجموع مربع نصف وتر و مربع سهم را بر سهم قسمت کنند خارج مقدار قطر خواهد برآمد *

مسئلهٔ بست و پنجم در یک دائره یا در دائرتین متساویتین هرگاه دو وتر دو قوس متساوي باشند آن هرد وقوس هم متساوي خواهند بود بشکل الز من ح *

مسئلهٔ بست و ششم در هر قطعه که نصف دائره باشد زاویهٔ محیطیهٔ قائمه و در قطعهٔ اعظم از نصف زاویهٔ حاده خواهد افتاد و اگر قطعهٔ اصغر از نصف بود زاویهٔ منفرجه خواهد افتاد بشکل ل من ح *

مسئلهٔ بست و هفتم هرگاه در یک دائره دو وتر باهم متقاطع شوند خواه یکي ازان قطر باشد یا نباشد پس هرد وتر منقسم بدو قسم خواهد شد و مسطح قسمین هر وتر مساوي مسطح قسمین وتر آخر خواهد بود بشکل لد من ح *

مسئلهٔ بست و هشتم هرگاه دو خط از یک نقطه که خارج از دائره باشد بطرف دائره بکشند به نهجیکه یکي ازان دائره را تماس کند و دیگري قطع نماید پس مسطح جمیع قاطع در مقدار یکه خارج از دائره است مساوي مربع خط مماس خواهد بود و هذه صورته بشکل له من ح (شکل ۸۰) مسطح اح في ءا مساوي مربع اب است *

مسئلهٔ بست و نهم اگر خواهند در مثلث دائره بکشند بحیثیتیکه هر سه اضلاع مثلث مماس دائره شوند پس هر سه زاویه را تنصیف نمایند و هر جاکه آن خطوط منصف ملاقي شوند مرکز دائره خواهد بود بشکل ء من ء و این ضعیف میگوید که هر اضلاع مثلث را دو قسم نمایند بحیثیتیکه یک قسم یک ضلع مساوي یک قسم ضلعیکه مجاور اوست باشد و هردو قسم محیط یک زاویهٔ مثلث باشند و بعد ازان بر هر نقطه مقسم هر ضلع عمود خارج سازند پس نقطه ملاقي عمودها مرکز است و نیز بالحساب فضل نصف مجموع اضلاع بر هر یک ضلع بگیرند و آن تفاضلات را باهم ضرب سازند اعني اول را در دویم و حاصل را در سیوم و حاصل ضرب را بر نصف مجموع قسمت نمایند که جذر خارج قسمت مقدار نصف قطر دائره محاط خواهد بود

وهرگاه بآن مقدار عمود برنقطهٔ مقسم بکشند مرکز دائره حاصل شود فافهم هذه صورته (شکل ۸۱)
باید دانست که درینصورت در مثلث شش مثلث قائم الزاویه حادث میشوند که سه ازان مساوي
سه آخراند واحد الساقین آنها عمود مرکزي است وساق آخر احد من قسمین ضلع است
وازین متفرع میشود که مثلث اول مساوي سه مستطیل است که یکي از ضلع او عمود
ودویم قسمي از قسمین متساویین ضلعین متجاورین است بلکه مساوي یک مستطیل است
که یک ضلع او عمود مرکزي وضلع دویم او نصف مجموع اضلاع مثلث است ونیز اگر
بخواهند که علی المثلث دائره بکشند دوضلع متجاورین را تنصیف نموده ازهرد و نقطه
منصف دو عمود خارج کنند وهرجا که آن عمود ملاقي شوند مرکز دائره خواهد بود پس ببعد
خط واصل من المرکز واحد الزاویه مثلث دائره بکشند وهو المطلوب من شکل ه من ء چنانچه
در قواعد استخراج قطر کره مذکور کرده شده است *

مسئلهٔ سي ام هردو سطح متوازي الاضلاع خواه دو مثلث که متساوي الارتفاع باشند
پس نسبت یکي بطرف دیگري مثل نسبت قاعدهٔ هردو خواهد بود وباید دانست که ارتفاع
عبارت است از عمودیکه بالاي قاعده از زاویهٔ راس المثلث کشیده شود بشکل آ من و *

مسئلهٔ سي ویکم هردو مثلث که متشابهة الاضلاع باشند اعني نسبت یک ضلع مثلث بطرف
دیگر ضلع او مثل نسبت یک ضلع مثلث دویم بطرف دیگر ضلع او باشد پس نسبت مثلث بطرف
مثلث مثل نسبت ضلع او بطرف ضلع مثلث آخر که نظیر اوست خواهد بود مثناة مثلا یک مثلث است
که یک ضلع او ۳ وضلع دیگر ۴ وضلع سیومي ۵ ومثلث دویم است که یک ضلع او ۶ وضلع دیگر ۸
وضلع سیومي ۱۰ واین متشابهة الاضلاع است پس نسبت مثلث اول بطرف ثاني مثل نسبت
ضلع او بطرف ضلع مثلث دویم که نظیر اوست مثناة است وچون نسبت یک ضلع بطرف ضلع
مثلث آخر نسبت نصف است لهذا نسبت مثلث اول بطرف مثلث ثاني نسبت نصف
نصف است بشکل ب ح من و *

مسئلهٔ سي ودویم جمیع سطوح کثیر الاضلاع که متشابه باشند اعني متشابهة الاضلاع بوند
منقسم بمثلثات متساوي العدة میشوند ونسبت یک سطح بطرف سطح دیگر مثل نسبت ضلع
هردو که نظیرین باشند خواهد بود مثناة بشکل ط من و *

مسئلهٔ سي وسيوم جميع سطوح متوازي الاضلاع كه برقطر يک سطح متوازي الاضلاع واقع شوند بايک ديگر متشابه خواهند بود ونيز متشابه به سطح اعظم خواهد شد بشکل الح من و *

مسئلهٔ سي وچهارم اگر خواهم كه برنقطهٔ مفروضه از خط مفروضه زاويه مثل زاويهٔ مفروضه درست كنم برد وخط محيط زاويهٔ مفروضه دو نقطه فرض كرده آن هردو نقطه را باهم وصل كنم تا مثلث پيدا شود وبر نقطهٔ مفروضه از خط مفروضه مثلثي مثل آن مثلث بسازم پس زاويه كه برنقطهٔ مفروضه حادث خواهد شد مثل زاويهٔ مفروضه خواهد بود بشکل الح من ا *

مسئلهٔ سي وپنجم اگر بخواهند كه برضلعي از اضلاع مثلث عمود از نقطهٔ زاويه كه آن ضلع وتر اوست بكشند پس اگر وتر مذكور قاعدهٔ مثلث متساوي الساقين است يا متساوي الاضلاع نقطهٔ منصف القاعده موقع عمود خواهد بود واگر مثلث مختلف الاضلاع پس اگر ضلع اطول را قاعده فرض كرده وبرنقطهٔ زاويه قوسي ببُعد احد الضلعين بلكه ببعد ضلع اقصر بكشند تا وتر را كه قاعده است برد ونقطه قطع كند خواه آن هردو نقطه داخل مثلث باشند خواه يكي داخل ويكي خارج وخط مابين النقطتين را تنصيف سازند كه نقطهٔ منصف موقع العمود خواهد بود ونيز اگر ببعد نصف احد الضلعين قوس بكشند نقطهٔ تقاطع قاعده موقع العمود خواهد بود وهرگاه از زاويه برموقع العمود عمود بكشند مثلث قائم الزاويه حادث خواهد شد كه وتر آن ضلعي از مثلث باشد پس اگر خواهند كه مقدار عمود بدانند مربع مابين موقع العمود وضلع را از مربع ضلع ساقط نمايند جذر باقي مقدار عمود است وهذا بالعمل وبالحساب طريق هاست طريق اول مجموع الساقين را در تفاضل بينهما ضرب كرده حاصل الضرب را برقاعده قسمت سازند پس خارج اگر مساوي قاعده باشد اقصر الاضلاع عمود برقاعده خواهد بود واگر خارج اقل از قاعده يا اعظم باشد پس نصف تفاضل بين القاعده والخارج مقدار ما وقع بين اقصر الساقين وموقع العمود است خواه داخل مثلث باشد درصورتيكه خارج اقل از قاعده بود خواه خارج مثلث درصورتيكه خارج اكثر از قاعده باشد وبدانكه اين قاعده سواي مثلث متساوي الاضلاع ومساوي الساقين درهر مثلث مختلف الاضلاع جاري ميشود واگرچه صاحب خلاصة الحساب تخصيص نكرده است طريق

---

۳ در بعضي نسخ اين كتاب بشكل الح من وود ربعضي بشكل الح من وواقع است وحال آنكه اين مسئله مطلب شكل كب من و است

دویم در جمیع مثلثات احد الاضلاع را قاعده فرض کرده وفضل بین مجموع مربعین قاعده واحد الساقین وبین مربع ساق آخر را بر ضعف قاعده قسمت سازند خواه نصف فضل را بر قاعده قسمت سازند که خارج مقدار مابین ساق اول وموقع العمود است خارج باشد یا داخل طریق سیوم در جمیع مثلثات فضل نصف مجموع اضلاع علی احد الساقین را در فضل الساقین علی القاعده ضرب کرده حاصل را بر قاعده قسمت کنند وفضل بین الخارج وساق اول بگیرند که آن مقدار مابین الساق وموقع العمود است پس اگر قاعده ضلع اطول باشد وساق اطول از خارج بود موقع العمود داخل مثلث خواهد بود واگر ساق اقصر از خارج باشد موقع العمود خارج از مثلث خواهد افتاد واگر قاعده احد الاقصرین وساق مساوي خارج بود یا فضل ساق علی القاعده مساوي خارج بود پس اقصر الساقین عمود خواهد بود طریق چهارم که مختص بمثلث قائم الزاویه است ضلعین اقصرین را در یک دیگر ضرب ساخته حاصل را بر ضلع اطول که قاعده است قسمت کنند خارج عمود باشد واگر مربع یکی از دو ضلع اقصر را بر قاعده قسمت سازند خارج مقدار ما وقع بین ذلک الضلع وموقع العمود خواهد بود طریق پنجم که مخصوص مثلث حاد الزوایا یا متساوي الاضلاع است جذر سه ربع مربع احد الاضلاع مقدار عمود است طریق ششم مخصوص مثلث متساوي الساقین ومتساوي الاضلاع است مربع نصف قاعده را از مربع احد الساقین ساقط کنند وجذر باقي بگیرند که عمود است طریق هفتم هرگاه مقدار زواياي مثلث معلوم باشد پس جیب زاویه را در احد الضلعین المحیطین او ضرب کرده حاصل را بر شصت قسمت کنند خارج مقدار عمودي است که بر ضلع آخر واقع شود ونیز باید دانست که مقدار عمودیکه از زاویهٔ قائمه بر وتر واقع شود بقدر جیب زاویتین آخرین خواهد بود وطریق استخراج جیب زاویه ومقدار زاویه در مسئلهٔ چهلم مذکور خواهد شد باید دانست که در مثلث قائم الزاویه عمودیکه از زاویهٔ قائمه بر وتر کشیده شود داخل مثلث خواهد افتاد وهمچنین در منفرجة الزاویه وعمود از دیگر زوایا خارج مثلث خواهد بود ودر حاد الزوایا هر سه عمود داخل مثلث خواهد بود ونیز باید دانست که هر مثلث بسبب اخراج عمود منقسم بدو مثلث قائم الزاویه می شود تحقیقا هرگاه عمود داخل مثلث باشد وحکما هرگاه عمود خارج باشد چراکه اگر عمود خارج مثلث افتد یک مثلث قائم الزاویه اعظم حادث خواهد شد که منقسم بدو مثلث شده یکی از ان قائم الزاویهٔ اصغر

که باخراج عمود حادث شد و دویم مثلث مطلوبهٔ اول و درینصورت مثلث اول درحکم قائم الزاویه شد که یک ساق آن عمود وساق دویم آن قسمی از قاعده که داخل مثلث است باشد چراکه مساحت هردو مساوي می شود وبرهان آن باندک تامل ظاهراست *

فائده باید دانست که درمثلث متساوي الاضلاع ومتساوي الساقین نصف القاعده موقع العمود میباشد

فائدهٔ دیگر هرگاه موقع العمود معلوم شد پس باید دانست که چون ازعمود زاویهٔ قائمه بالای موقع العمود حادث می شود درینصورت هرگاه از مربع وتر آن زاویهٔ قائمه مربع ضلع که موقع العمود است ساقط سازند باقي مربع عمود خواهد بود *

مسئلهٔ سي وششم دراستخراج عمود ذوزنقه وذوزنقتین بدانکه درذوزنقه هرگاه یک ضلع بردوضلع متوازي عمود می باشد پس عمودیکه از زاویهٔ منفرجه بالای اطول متوازي بکشند متوازي ومتساوي عمود اول خواهد بود بدینصورت * (شکل ۸۱)

وذوزنقتین ازدوحال بیرون نیست خواه هردوزنقه متساوي باشند یامختلف واگرمختلف باشند نیز یاهرسرزنقه که عبارت ازجانب زاویهٔ منفرجه است بیکطرف باشد یامختلف پس اگرذوزنقتین متساویتین است ضرورة راس هردوزنقه بیک جانب خواهد بود وموقع العمودین که ازاویتین منفرجتین خارج شوند برخط متوازي اطول خواهد افتاد ومثلثین قائم الزاویتین که ازاخراج عمودین حادث خواهد شد متساویین خواهد بود واحد الاضلاع آن هردومثلث مساوي بقدرنصف تفاضل مابین خطین متوازیین خواهد شد بدینصورت * (شکل ۸۲)

درینصورت هرگاه مربع نصف تفاضل متوازیین را ازمربع احدالزنقتین ساقط کنند جذرباقي عمود خواهد بود ودرمختلف الزنقتین باید که نصف تفاضل مربعین زنقتین را برتفاضل متوازیین قسمت کنند وخارج قسمت رایک مرتبه برنصف تفاضل متوازیین بیفزایند که مقدارمابین موقع العمود وزنقهٔ اعظم حاصل شود ویک مرتبه نقصان کنند که مقدارمابین موقع العمود وزنقهٔ اصغر حاصل شود وهرگاه مربع مقدارحاصل مابین اعظم را ازمربع زنقهٔ اعظم خواه مربع مقدارحاصل مابین اصغررا ازمربع زنقهٔ اصغرساقط کنند جذرباقي مقدارعمود خواهد بود *

مسئلهٔ سي وهفتم دراستخراج سهم قوس ازوتروقطرمعلومین هرگاه مقدارو ترقوس وقطر دائره معلوم باشد پس مربع نصف وتررا ازمربع نصف قطرساقط کنند وجذرباقي راهرگاه ازنصف

قطر ساقط گردانند باقي مقدار سهم قوس است اگر قوس اصغر از نصف دائره باشد وباقي مذکور را برنصف قطر بیفزایند که مجموع مقدار سهم قوس اعظم من النصف خواهد بود و برهانه ماخوذ من شکل ز من ب و بمسئلهٔ بست و هفتم کتاب هذا ویظهر بالتأمل *

مسئلهٔ سي وهشتم در دانستن وتر از قوس ومحیط باید که مقدار قوس را از محیط ساقط نموده باقي را در مقدار همان قوس ضرب سازند ومضروب اول نام نهند وآنرا از حاصل الضرب ربع مربع محیط در پنج نقصان کنند وباقي را بمضروب ثاني موسوم نمایند وباز مضروب اول را در چهار ضرب نموده وحاصل را در قطر ضرب ساخته بر مضروب ثاني قسمت کنند خارج مقدار وتر قوس خواهد بود وباید دانست که چون نسبت قطر بطرف دائره ونسبت وتر بطرف قوس نسبت صمي است لهذا در ضرب وقسمت اگر کسر زائد از نصف افتد آنرا بمنزلهٔ صحیح بگیرند واگر کمتر از نصف باشد آنرا بگذارند وساقط کنند چرا که استخراج وتر از قوس ومحیط تقریبي میشود نه تحقیقي چنانکه استخراج قطر از محیط ومحیط از قطر تقریبي است نه تحقیقي واین قاعده را صاحب لیلاوتي وصاحب دستور الحساب بیان نموده است واین نحیف طریقیکه صاحب مجسطي مذکور ساخته انشاء الله تعالی درین مقدمه بیان خواهد نمود وباید دانست که چون اهل تنجیم قطر را یکصد وبست درجه ومحیط را سه صد وشصت درجه فرض مي کنند لاکن در درجات قطریه ومحیطیه تفاوت مي باشد لهذا اوتار باجزاء قطریه واقواس باجزاء محیطیه خواهد بود پس اگر اوتار را هم باجزاء محیطیه بگیرند اربعهٔ متناسبه نمایند چنانچه در مطلب سادس حساب اهل تنجیم گفته شد *

مسئلهٔ سي ونهم در استخراج قطر از محیط ومحیط از قطر بدانکه نسبت محیط بطرف قطر وبالعکس هیچ کس نمی داند الا او سبحانه تعالی وهو علی کل شيء محیط علما واحصی کل شيء عددا ارشمیدس بیان نموده که محیط دائره زیاده از سه امثال قطر است باقل از سبع واکثر از ده جزء من احد وسبعین جزء وجمهور آنرا سبع قرار داده اند وصاحب مفتاح گوید که اگر قطر واحد یعني یک درجه باشد محیط سه درجه وهشت دقیقه وبست ونه ثانیه وچهل وچهار ثالثه خواهد بود ورابعه وغیره را طرح نموده یعني ساقط کرده بسبب دشواري عمل ونحیف مؤلف این رساله دو سه دائره از پرگار نقطي که مخصوص براي تقسیم خطوط باقسام متساوي است براي امتحان

کشیده محیط دائره گاهی زیاده از سه مثل و یک سبع میشود و گاهی سه مثل و کم از سبع میشود احتمال است که بسبب تغییر و عدم مساعدت آلات در کشیدن دائره انحراف و انحنا تفاوت شده باشد یا بسبب تباین نوعي در میان قطر و محیط تفاوت در تعیین نسبت واقع میشود و الله اعلم بالصواب و ازین متبادر میشود که مساحت دوائر و دیگر اشکال مستدیر الخطوط که منحصر بر نسبت قطر و محیط است تقریبي خواهد بود نه تحقیقي و صاحب لیلاوتي و دستور الحساب نسبت قطر و محیط را مثل نسبت یک هزار و دویست و پنجاه با سه هزار و نهصد و بست و هفت استنباط نموده و آنرا تحقیقي گفته است و آن قریب بلکه مطابق صاحب مفتاح میشود پس هرگاه محیط را بر سه صحیح و یکسبع قسمت کنند خارج قطر خواهد بود و اگر قطر را در سه صحیح و یک سبع ضرب سازند حاصل محیط خواهد شد خواه محیط را در یک هزار و دویست و پنجاه ضرب نموده بر سه هزار و نهصد و بست و هفت قسمت کنند خارج قطر خواهد بود و اگر قطر را در سه هزار و نهصد و بست و هفت ضرب ساخته بر یک هزار و دویست و پنجاه قسمت نمایند خارج محیط خواهد شد *

مسئلهٔ چهلم در استخراج وتر و جیب قوسها از قطر بطریق صاحب مجسطي چنانکه در مسئلهٔ سي و هشتم مقدمهٔ هذا وعدهٔ بیان آن نموده شد و در آن دو گفتار است *

* گفتار اول در استخراج وتر از قطر *

باید دانست که قطر هر دائره قوي اوتار جمیع قوسهای دائره است اعني جمیع اوتار در قطر بالقوه موجوداند و لهذا هیچ وتر از قطر زیاده نمیشود درینصورت از ضلع معشر و مخمس ابتدا کرده اعني طریق استخراج وتر قوس معشر و مخمس اول بیان میکنم که هرگاه نصف دائرهٔ اب ج بکشند و بر مرکز که ء است عمود قایم کنند لا محاله تنصیف قوس نصف دائره بنقطهٔ ب خواهد شد و هرگاه نصف قطر را بر نقطهٔ ه تنصیف نموده از منصف قوس نصف دائره که نقطهٔ ب است وصل کنند و ه ر را از قطر مثل ب ه نشان کنند و ب ر را هم وصل نمایند پس ء ر مقدار ضلع معشر و ب ر

باید دانست که تحقیق نزد اهل فرنگ آن است که اگر قطر دائره یک صد باشد محیط سه صد و بست و چهار صحیح و کسری خواهد بود و این نحیف که امتحان نموده نیز قطر دائره چهل و هشت بود و محیط یکصد و پنجاه و پنج صحیح و کسری برآمده و آن مساوي سه امثال و یک ربع قطر است تقریبا

نج

مقدار ضلع مخمس است چراکه بموجب مسئلهٔ هفتدهم مقدمهٔ هذا مسطح ح ر در ر معه مربع ء ه مساوي مربع ر ه بلکه مربع ب ه بلکه مساوي مربع ء ه و ب ء است بشکل عروس وهرگاه قدر مشترک اعني مربع ء ه ازهردو ساقط شد پس ح ر در ر ء مساوي مربع ب ء اعني ء ح ماند پس خط ح ر منقسم علی نسبت ذات الوسط والطرفین شد بموجب شکل هفتدهم مقالهٔ ششم وچون بشکل یازدهم مقالهٔ سیزدهم ثابت است که وتر قوس مسدس مساوي نصف قطر می باشد پس ء ر بموجب شکل دوازدهم مقالهٔ مذکور وتر معشر شد و ب ء که قوي آن هردو است ضلع مخمس شد بشکل سیزدهم مقالهٔ مذکور درینصورت مجموع مربع نصف قطر اعني ب ء ومربع ربع قطر اعني ء ه مساوي مربع ب ه بلکه مربع ه ر است وهرگاه از جذر مجموع اعني ه ر بقدر ربع قطر اعني ء ه ساقط کنند باقي مقدار ء ر که ضلع معشر است خواهد ماند وهرگاه جذر مجموع مربع ء ر اعني مربع ضلع معشر ومربع ب ء اعني مربع نصف قطر بگیرند مقدار ب ر که ضلع مخمس است حاصل خواهد شد وچون ب ح را وصل کنند وتر قوس ربع دائره میشود وآن مساوي جذر ضعف مربع نصف قطر است بشکل عروس وچون سه ربع مربع نصف قطر مساوي مربع ضلع مثلث می باشد بشکل یازدهم مقالهٔ مذکوره درینصورت جذر آن ضلع مثلث باشد * وهذه صورته (شکل ۸۳)

ونیز چون درنصف هر دائره زاویهٔ محیطیه قائمه واقع میشود درینصورت هرگاه مربع وترقوسي که کمتر از نصف باشد از مربع قطر ساقط کنند جذر باقي مقدار وتر قوس باقي خواهد بود مثلا اگر مربع ضلع معشر را از مربع قطر ساقط کنند باقي مربع وتر قوس چهار عشر دائره خواهد بود * وهذه صورته (شکل ۸۴)

واگر وتر دو قوس مختلف الوتر معلوم باشد وبخواهند که وتر فضل قوسین بدانند چون درهر ذو اربعة اضلاع که در دائره واقع میشود مجموع مسطح ضلعین متجاورین او در ضلعین متقابلین مساوي مسطح قطرین ذو اربعة اضلاع میشود وهرگاه وتر قوسي که کمتر از نصف دائره بود معلوم باشد وتر قوس باقي از نصف هم معلوم خواهد بود چنانکه بالا گفته شد وچون در نصف دائره از وترین قوسین معلومین وترقوسین متممین آنها تا نصف را استخراج کنند یک ذو اربعة اضلاع حادث میشود که یک ضلع او قطر دائره وضلع دیگر وتر قوس اصغر وضلع سیوم وتر

فضل قوس اعظم علی الاصغر وضلع چهارم وترتمام نصف دائره ازقوس اعظم واحد القطرین آن وترقوس اعظم ودیگری وترتمام نصف دائره ازقوس اصغر می افتد وهذه صورته (شکل ۸۵) درینصورت اگر مسطح وترتمام نصف دائره ازقوس اصغر رادروترقوس اعظم ضرب نموده ازحاصل که فی الحقیقة مسطح قطرین ذواربعة اضلاع است مسطح وترقوس تمام نصف دائره ازقوس اعظم في وترقوس اصغر راکه مسطح ضلعین متقابلین است ساقط کنند وباقي را برقطر دائره قسمت کنند خارج وترفضل قوسین خواهد بود وهمچنین اگر قوس اعظم من النصف باشد پس ازقطر دائره وترباقي تانصف دائره ازهریک قوس حاصل نموده متقابلین راباهم ضرب سازند ومجموع حاصل الضرب را برقطر قسمت نمایند که خارج مقدار وترفضل قوسین خواهد بود هذه صورته (شکل ۸۶)

مثلا اگرگوییم که اح وترقوس اعظم است اعني اب ح واب وترقوس اصغراست پس ب ء وح ء نیزمعلوم خواهد شد وهرگاه مجموع مسطح ح ء في اب ومسطح ب ء في اح را براء که قطر دائره است قسمت نمایند خارج ح ب که مطلوب است خواهد بود ونیزاگربخواهند وترنصف قوس معلوم الوترکه کمتراز نصف دائره باشد بدانند باید که اول فضل قطربروترتمام آن قوس تانصف دائره حاصل سازند وقطررا درنصف فضل ضرب نموده جذرحاصل الضرب بگیرند که آن مقدار وترنصف قوس مذکوراست چراکه هرگاه اب ح نصف دائره برقطراح فرض کرده شود وقوس ب ح معلوم الوتر باشد وآنرا برنقطهٔ ء تنصیف نمایند ووصل کنند اب واح واء وب ح وء ح واز اح که قطراست بقدراب که وترتمام قوس است جداسازند بنقطهٔ ه وء ه وب ء راوصل نمایند پس هردومثلث اب ء واء ه متساوي خواهند بود چراکه ضلع اب واه متساوي است واء مشترک وزاویهٔ ء اب وه اء مساوي پس ضرورة مثلثین مساوي اند وء ه مساوي ء ب بلکه مساوي ء ح است ومثلث ه ح متساوي الساقین است وهرگاه اززاویهٔ ء برح که قاعدهٔ مثلث است عمود خارج کنند بنقطهٔ ر پس رح نصف ه ح خواهد بود بلکه نصف فضل اح براه اعني اب است وچون در مثلث اء ح زاویهٔ ء قائمه است ودرمثلث ء رح زاویهٔ ر قائمه است وزاویهٔ ح درهردومثلث مشترک پس هردومثلث متشابه شدند ونسبت اح که وترزاویهٔ قائمه است بطرف ح ء که ضلع اصغراست مثل نسبت ح ء که وترزاویهٔ قائمه است بطرف رح که ضلع اصغراست خواهد بود ومسطح الطرفین

مساوي مسطح الوسطين ميشود فافهم بدينصورت (شكل ۸۷)

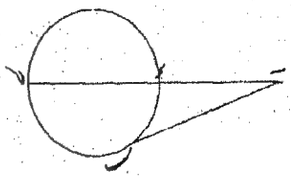
ونيز چون هر وتر كه در دائره فرض كنند فصل مشترك درميان دو قوس ميشود كه يكي اعظم من النصف است و ديگر اصغر من النصف و هرگاه وتر نصف قوس اصغر من النصف استخراج شد وتر نصف قوس اعظم من النصف هم بسهوليت خارج مي شود چرا كه اگر از نقطهٔ منصف قوس اصغر قطر دائره خارج كنند هر آئنه منتهي بر نقطهٔ منصف قوس اعظم خواهد بود پس وتر نصف قوس اعظم متمم نصف قوس اصغر شد و باين طريق وتر قوسهاى نصف النصف و غير ذلك استخراج ميتوان كرد چنانچه ازين شكل ظاهر است (شكل ۸۸)

واگر بخواهند كه وتر مجموع دو قوس معلوم الوتر بدانند پس بايد كه بطوريكه در استخراج وتر فضل قوسين كه يكي اعظم من النصف باشد بعمل آرند واگرچه صاحب مجسطي طريق ديگر بيان فرموده لاكن براى تسهيل همان كافي است اعني متمم هر دو قوس از نصف دائره استخراج نمايند پس گويا يك ذو اربعة اضلاع حادث ميشود كه جميع اضلاع او معلوم اند واحد القطرين او كه قطر دائره است نيز معلوم است درينصورت مجموع مسطح وتر متمم يك قوس در وتر قوس آخر و مسطح وتر متمم قوس آخر در وتر قوس اول را بر قطر دائره قسمت نمايند كه خارج وتر مجموع قوسين خواهد بود بدينصورت (شكل ۸۹)

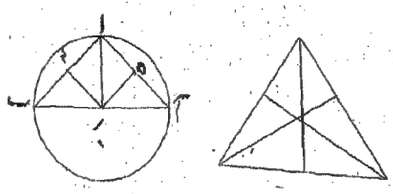
وازين طريق استخراج جميع اوتار قوسهاى كه با خودها نسبت اضعاف و انصاف دارند ميتوان برآورد الا وتر ثلث قوس معلوم نميتواند شد لهذا بطليموس براى دريافت آن حيله برانگيخته وتر تقريبي برآورده و چون بيان آن از واجبات است لهذا ميگويم كه نسبت وتر قوس اطول بسوى وتر قوس اصغر اصغر است از نسبت قوسين اين وترين چنانكه ازين شكل ظاهر ميشود (شكل ۹۰)

مثلا دائرهٔ ا ب ج ء فرض كردم و قوس ج ب اطول است از قوس ب ا و هرگاه وصل كردم ا ب و ب ج و ا ج را و تنصيف نمودم زاويهٔ ا ب ج را بخط ب ء و وصل كردم ا ء و ج ء را و خط ب ء كه تقاطع كرده است وتر ا ج را بر نقطهٔ ه و بر مركز ء دايرهٔ ديگر رسم كردم ببعد ه ء پس لا محاله اين دايره خط ا ء را تقاطع خواهد كرد بر نقطهٔ ج و هرگاه از نقطهٔ ء عمود ء ر بر خط ا ج برآرم ضرورة دايرهٔ ج ه از ر متجاوز اعني بيرون خواهد بود چرا كه ء ه كه وتر زاويهٔ قائمه است اعظم است از

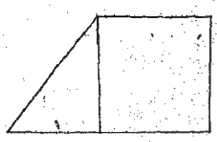
شکل ۸۰ صفحه ۲۰۳



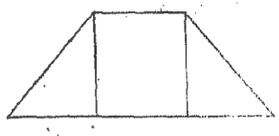
شکل ۸۱ صفحه ۲۰۴



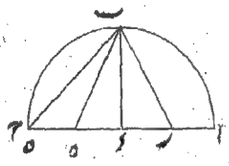
شکل ۸۱ صفحه ۲۰۷



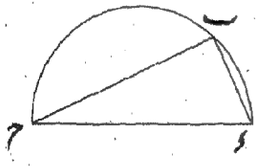
شکل ۸۲ صفحه ۲۰۷



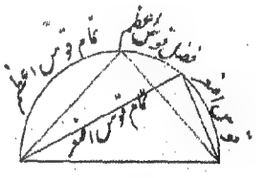
شکل ۸۳ صفحه ۲۱۰



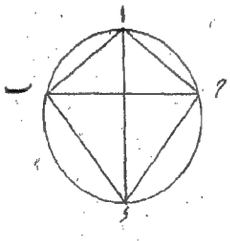
شکل ۸۴ صفحه ۲۱۰



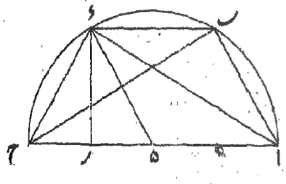
شکل ۸۵ صفحه ۲۱۱



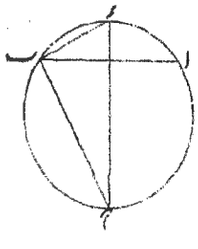
شکل ۸۶ صفحه ۲۱۱



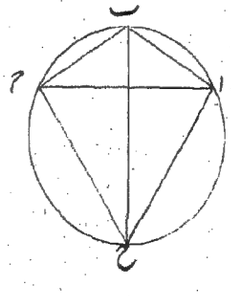
شکل ۸۷ صفحه ۲۱۲



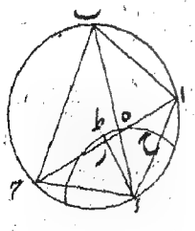
شکل ۸۸ صفحه ۲۱۲



شکل ۸۹ صفحه ۲۱۲



شکل ۹۰ صفحه ۲۱۲



Asiatic Lith. Co. Press, Calcutta

ء ر وهمچنین ا ء اعظم است از ه ء پس خط ء ر را وصل کنم بنقطهٔ ط وگویم که نسبت وتر ح ب بطرف وتر ب ا مثل نسبت ه ح که بطرف ه ا است چه خط منصف زاویه وتر آن زاویه را منقسم می سازد علی نسبت ضلعین بشکل نهم مقالهٔ سادس اوقلیدس درینصورت ه ح اطول از ه ا خواهد بود ولامحاله عمود ء ر مابین ه ح خواهد بود چرا که مثلث ا ء ح متساوی الساقین است از جهت تساوي زاویهٔ ا ب ء و ء ب ح که از روي تنصیف حادث شده پس از عمود ء ر تنصیف وتر ا ح وتنصیف زاویهٔ ا ء ح لازم آمد وقطاع ء ه ط اعظم است از مثلث ء ه ر وقطاع ء ه ح اصغر است از مثلث ء ه ا و میگویم که نسبت مثلث ر ء ه بطرف مثلث ه ء ا اصغر است از نسبت قطاع ط ء ه بطرف قطاع ه ء ح واین ظاهر است چرا که بالفرض اگر ر ء ه چهار باشد وط ء ه پنج و ه ء ح شش و ه ء ا هشت پس نسبت چهار بطرف هشت اصغر است از نسبت پنج بطرف شش و چون نسبت ر ء ه بطرف ه ء ا مثل نسبت ر ه بطرف ه ا است ونسبت قطاع ط ء ه بطرف قطاع ه ء ح مثل نسبت زاویهٔ ط ء ه بطرف زاویهٔ ه ء ح است پس هرگاه ترکیب نسبت کنم گویم نسبت ر ا بسوي ه ا اصغر است از نسبت زاویهٔ ط ء ح بسوي زاویهٔ ه ء ا وهرگاه تضعیف مقدمین سازم نسبت ح ا که ضعف ر ا است بسوي ه ا اصغر خواهد بود از نسبت زاویهٔ ح ء ا که ضعف زاویهٔ ط ء ح است بسوي زاویهٔ ه ء ا وهرگاه فضل نسبت بگیرم پس نسبت ح ه که فضل ا ح بر ا ه است بسوي ه ا اعني ب ء اعني نسبت وتر قوس ح ب بسوي وتر ب ا اصغر است از نسبت زاویهٔ ح ء ب بسوي زاویهٔ ب ء ا اعني نسبت قوس ح ب بسوي قوس ب ا چرا که مقدار زاویهٔ قوس است که وتر او وتر زاویه باشد وهو المطلوب وهرگاه این مقدمه ثابت شد پس گویم که چون وتر قوس سه ربع درجه از روي استخراج اوتار انصاف اقواس معلوم کردم وخواهم که وتر یک درجه معلوم کنم گویم که نسبت وتر یک درجهٔ قوس بطرف وتر سه ربع درجهٔ قوس از نسبت قوسین اصغر است وچون نسبت قوسین نسبت یک مثل ویک ثلث است پس وتر یک درجهٔ قوس از وتر سه درجهٔ قوس کمتر از یک مثل ویک ثلث خواهد بود وهرگاه وتر سه ربع را یک مثل ویک ثلث گرفتم یک درجه ودو دقیقه وپنجاه ثانیه شد تقریبا وهمچنین چون از وتر قوس یک ونیم درجهٔ وتر قوس یک درجه را نسبت دهم گویم که وتر قوس یک ونیم درجه از وتر قوس یک درجه اصغر است از نسبت قوسین ونسبت قوسین یک مثل ویک نصف است پس وتر قوس یک درجه از دو ثلث وتر یک ونیم درجه زائد خواهد بود ودو ثلث وتر قوس

یک ونیم درجه هم یک درجه ودو دقیقه وپنجاه ثانیه است تقریباً پس وتر قوس یک درجه از یک درجه ودو دقیقه و پنجاه ثانیه بوجه اول کم وبوجه ثاني زائد برآمد دانستم که مقدار تفاوت قلیل است چراکه هرد و تقریبا گرفته بودیم پس وتر یک درجه را اب ح قرار دادم وازان اوتار دیگر اقواس برآوردم واین مطابق قول صاحب مجسطي است وچون مقدار وتر از جیب میتوان برآورد چنانکه درگفتار دویم مذکور میشود انشاء الله تعالی لهذا جدول اوتار علیحده نوشتن ضرور نیست *

گفتار دویم در استخراج جیوب وسهام قوسهاي وجیب زاویه ودر آن سه بیان است *

بیان اول در جیوب بدانکه جیب مستوي قوس عبارت است از نصف وتر ضعف قوس چنانکه بالا مذکور شد ونیز تعریف جیب بعبارت دیگر هم کرده اند که آن عمودی است که از یک طرف قوس خارج شود بر قطر دائره که از طرف دیگر آن قوس خارج شده باشد درینصورت ضرورة جیب بر قوس زیاده از نصف قطر نخواهد شد چنانکه وتر زیاده از قطر نمیشود ونیز مقداریکه مابین موقع العمود ومرکز دائره باشد مساوي جیب تمام القوس است از ربع دائره اعني جیب قوسی است که متمم آن قوس از ربع دائره است مثلا قوسی که سدس دائره است هرگاه از یک طرف آن قوس عمود بر قطریکه از طرف دیگر آن قوس خارج شده باشد استخراج نمایند آن عمود جیب قوس سدس دائره است ومقداریکه مابین موقع العمود ومرکز دائره است مقدار جیب قوس نصف سدس است که متمم آن قوس تا ربع دائره باشد چنانکه ازین شکل ظاهر میشود (شکل ۹۱)

اعني قوس اب که اقل از ربع دائره است جیب آن عمود ب ه است که بر قطر خارج از او واقع شده پس ه ء که مقدار مابین موقع العمود ومرکز دائره است مساوي ب ر که جیب ب ح قوس متمم تا ربع دائره است خواهد شد چراکه شکل مستطیل حادث گردیده وهمه زوایا قائمه اند پس باید دانست که براي نصف دائره جیب نمي باشد وجیب قوس ثلث دائره وسدس دائره مساوي میباشد زیراکه مجموع ثلث وسدس نصف میشود چنانکه ازین شکل ظاهر میشود (شکل ۹۲)

مثلا اب ثلث دائره است پس ب ح سدس خواهد بود وب ه جیب اب ونیز جیب ب ح است ونیز چون معلوم است که وتر ب ح قوس سدس دائره است مساوي نصف قطر می باشد وب ر نیز نصف قطر است وزاویه ه قائمه درینصورت ر ه و ه ح مساوي خواهد بود وهر یکي ربع قطر

است پس بشکل عروس هرگاه مربع ربع قطر از مربع نصف قطر که وتر زاویهٔ قائمه است ساقط کنند باقي سه ربع مربع نصف قطر میماند چرا که مربع هر شي برابر چهار مربع نصف آن شي میشود و ربع نصف النصف است پس قدر سه ربع مربع قطر مقدار جیب ثلث دائره وسدس دائره خواهد بود و ازین بیان واضح شد که جیب قوسی که زائد علی الربع است مساوي جیب قوس که متمم اوالی نصف دور باشد خواهد بود و برای همین جیب قوسها که کمتر از ربع دائره است استخراج می کنند که جیب قوسهای زائد علی الربع بلکه زائد علی النصف هم از آن معلوم توان کرد و بلکه تعریف جیب که نصف الوتر ضعف القوس است میگویند هم بدین لحاظ است وجیب ربع دائره نصف قطر می باشد وجیب قوس ثمن دائره جذر نصف مربع نصف قطر است چنانکه ازین شکل ظاهر میشود (شکل ۹۳)

چه اه ثمن دور است وهمچنین اب ثمن دور است و اح جیب اه است و ار جیب با پس اح و حء هر دو مساوي اند زیرا که زاویهٔ ح وزاویهٔ ر قائمه وهمچنین زاویهٔ ءب وزاویهٔ حار قائمه است درینصورت بشکل عروس مربع اء که نصف قطر دائره است مساوي دو مربع اح که جیب ثمن دور است خواهد بود پس اح که جیب ثمن دور است جذر نصف مربع نصف قطر گردید وجیب عشر دائره نصف وتر خمس است وجیب نصف سدس دائره ربع قطر است وجیب نصف عشر نصف وتر عشر است واوتار عشر وخمس اگرچه معلوم شده اند لاکن بطریق دیگر هم معرفت جیب عشر ونصف عشر معلوم توان کرد چنانکه ازین شکل ظاهر میگردد (شکل ۹۴)

اعني اب ح نصف دائره است وب ء عمود برمرکز و ء ح منصف بر ه و ء ه منصف بر روب ء منصف برح پس هرگاه ح ر را وصل کردم ور ط مثل رح نمودم و ط ح را هم وصل کردم پس خط ه ط بر نقطهٔ ء مقسوم علی نسبت ذات وسط وطرفین است و قسم اطول اعني ه ء نصف وتر سدس اعني ربع قطر است و ء ط قسم اصغر نصف وتر عشر اعني جیب نصف عشر و ح ط نصف وتر خمس اعني جیب عشر است زیرا که فی الحقیقة شکل اول گفتار اول که در بیان اوتار خمس دائره و عشر دائره مذکور گردیده درینجا از روي تنصیف است پس میگوییم که چون ر ط مساوي ح ر است و مربع ح ر مساوي مجموع مربع ح ء که ربع قطر و مربع ر ء که ثمن قطر است میشود بشکل عروس پس هرگاه جذر مجموع مربع ربع قطر و ثمن قطر بگیرند مقدار ر ط حاصل خواهد شد و چون از ان ثمن

قطر که رء است ساقط کنند باقي مقدار ءط که جیب نصف عشر بلکه نصف وتر عشر است خواهد بود وهرگاه جذر مجموع مربع ءط که جیب نصف عشر است ومربع ءح که ربع قطر است بگیرند حاصل مقدار رح ط که جیب عشر بلکه نصف وتر خمس است خواهد بود واگر بخواهند جیب مجموع قوسین معلوم الجیبین با جیب فضل قوسین معلوم الجیبین بدانند باید که از مربع نصف قطر مربع احد الجیبین را ساقط کنند وجذر باقي را در جیب آخر ضرب نموده باز همچنین از مربع نصف قطر مربع جیب آخر را ساقط نموده جذر باقي را در جیب اول ضرب نمایند ومجموع حاصل هر دو ضرب را بر نصف قطر قسمت نمایند که خارج مقدار جیب مطلوب بود وبرهان ازین دو شکل ظاهر میشود (شکل ۹۵)

مثلاً خواهم که جیب مجموع قوس حا وات بدانم پس ار که جیب حا و معلوم است واه جیب اب معلوم وهرگاه خطوط هر دو جیب را خارج کردم بطرف طو ح وطح را وصل کردم پس قوس اط ضعف اح است واح ضعف اب درینصورت قوس طحاب ح ضعف قوس حاب است وچون مثلث اره ومثلث اطح متشابه اند وخط ره منصف هر دو ضلع اط واح است پس خط ره نصف خط طح که قاعدهٔ مثلث اعظم است خواهد بود وخط طح وتر قوس طحاب ح است پس ره که نصف آن است جیب قوس حاب خواهد بود (شکل ۹۶

مثلاً خواستم که جیب قوس فضل اح علی اب بدانم پس گویم که قوس اط ضعف اح است وقوس اح ضعف اب وهرگاه از قوس اح ط قوس اح را ساقط کردم باقي قوس ح ط ضعف ب ح ماند که آن فضل اح علی اب است وخط ره نصف خط طح است چنانکه در شکل اول مذکور شد پس خط ره مقدار جیب ب ح است وچون در هر دو شکل اره ذو اربعة اضلاع واقع شده وزاویهٔ رو زاویهٔ ه که متقابلتین اند قائمه اند ووتر آن که قطر ذو اربعة اضلاع است نصف قطر دائره واقع شده واگر نقطهٔ نصف وتر مذکور را مرکز فرض نموده دائره کشیده شود پس ذو اربعة اضلاع مذکور در میان دائرهٔ خورد خواهد افتاد درینصورت مسطح ضلعین متقابلین مساوي مسطح قطرین ذو اربعة اضلاع مذکور خواهد بود وچون احد الاضلاع او جیب معلوم است وضلع مقابل او ضلع مثلث قائم الزاویه است که وتر آن نصف قطر دائرهٔ اعظم واقع شده پس هرگاه از مربع نصف قطر دائره مربع احد الجیبین را ساقط نموده جذر باقي بگیرند مقدار ضلع مقابل

جیب آخر خواهد برآمد و هرگاه آنرا در جیب آخر ضرب نموده بر نصف قطر مذکور که احد القطرین ذو اربعة اضلاع است قسمت سازند خارج مقدار قطر آخر ذو اربعة اضلاع مذکور که مقدار جیب مطلوب است خواهد بود و ازین طریق جیب قوس فضل عشر علی نصف سدس را که قوس شش درجه بلکه سدس عشر است معلوم توان کرد و اگر بخواهند که جیب نصف قوس معلومة الجیب بدانند پس مربع جیب معلومه را از مربع نصف قطر ساقط کرده جذر باقی را که مقدار ما بین موقع الجیب و مرکز که فی الحقیقة جیب تمام آن تا نصف ربع است از نصف قطر ساقط سازند باقی مقدار جیب معکوس که ضلع دویم مثلث قائم الزاویه که از جیب و وتر قوس حادث میشود خواهد بود و وتر قوس وتر آن مثلث است پس هرگاه جذر مجموع مربع جیب و مربع باقی قطر که جیب معکوس است بگیرند مقدار وتر قوس معلومة الجیب خواهد بود و نصف آن جیب نصف قوس معلومة الجیب است و برهان آن از شکلی که اولا درین مقدمه مذکور است با دنی تأمل ظاهر میشود و نیز اگر جیب معکوس را در قطر ضرب نموده جذر حاصل را تنصیف سازند و خواه نصف جیب معکوس را در نصف قطر ضرب ساخته جذر آن بگیرند مقدار جیب نصف قوس معلومة الجیب خواهد بود و برهان این ازین شکل ظاهر میشود (شکل ۹۷)

چه هرگاه قوس اب قوس معلومة الجیب و جیب آن اه و وتر آن اب است و ح ء منصف قوس و ح ر عمود بر اب واقع شده پس هرگاه از نقطهٔ ر عمود در ح بر نصف قطر ب ء کشیدم مثلث ب ر ء و ب ر ح متشابه و جزء و کل حادث شدند و چون از شکل اولی این مسئله مقدار ء ه که جیب تمام قوس تا ربع دائره است معلوم است پس ه ب نیز معلوم شد و چون ب ح نصف ب ه است نیز معلوم باشد چرا که مثلث ب اه و ب ر ح نیز متشابه اند و ب ر نصف ب ا است پس گوییم نسبت ب ح ضلع اصغر بطرف ب ر وتر از مثلث اصغر مثل نسبت ب ر ضلع اصغر بطرف ب ء وتر از مثلث اعظم است چون ب ء که نصف قطر است و ب ح که نصف ب ه است معلوم باشد پس جذر مسطح الطرفین بگیرند که مقدار ب ر حاصل شود و ازین طریق جیب سه درجه قوس از جیب شش درجه قوس معلوم شود و ازان جیب یک و نیم درجهٔ قوس و ازان جیب سه ربع درجهٔ قوس معلوم گردد و بعد ازان بطوریکه وتر یک درجهٔ قوس برآورده شد جیب یک درجهٔ قوس استخراج کرده شود و علی هذا جیوب باقی اقواس استخراج گردد و نیز اگر بخواهند از اوتار اضعاف اقواس جیوب آنها حاصل

سازند چه جیب قوس نصف وتر ضعف آن قوس است ونیز از جیوب انصاف اقواس مقدار اوتار حاصل نمایند ومامقدار جیوب اقواس را در جدولی برای تسهیل ثبت نمودم وهرگاه در اقواس کسر زائد از نصف خواه کمتر از نصف واقع شود اولا جیب قوس را مقابل درجات ونصف در صورت اول وصرف مقابل درجات در صورت ثاني بگیرند وبعد ازان دقائق باقي را در سطر تفاضل که در جدول مرقوم است ضرب نموده تحت آن منحطا بیک مرتبه نویسند وهمچنین اگر ثواني هم باشد آنرا در سطر تفاضل ضرب ساخته تحت حاصل الضرب دقائق نگارند منحطا بیک مرتبه وجمع سازند که جیب قوس مطلوب معلوم شود واگر بخواهند که از جیب مقدار قوس معلوم کنند پس جیب اگر در جدول الجیب مرقوم است قوس آن به اجزاء مرقوم خواهد بود واگر جیب در جدول یافته نشود پس در جدول طلب کنند اکثر الجیوب که نقصان او از جیب معلوم ممکن باشد پس قوس آنرا که در جدول مرقوم است بگیرند که آن درجات قوس مطلوبه است وهرچه بعد اسقاط اکثر الجیوب از جیب معلوم باقي ماند آنرا بر تفاضل مابین سطرین که مقابل اکثر الجیب مذکور در جدول مرقوم است قسمت کنند که خارج قسمت دقائق قوس وثواني وغیره قوس مطلوبه خواهد بود واگر وتر مطلوب باشد نیز همچنین عمل نمایند وباید دانست که چون جیوب جدولي از قطر یکصد وبست استخراج کرده شده است لهذا اگر مقدار قطر متفاوت باشد اربعهٔ متناسبه نموده عمل میتوان کرد *

* بیان دویم در سهام *

بدانکه سهم عبارت است از عمودیکه از منصف قوس بر وتر کشند وآنرا جیب معکوس نیز خوانند وبعضي گویند که آن جیب معکوس وسهم برای آن وتر است واکثری بر آنند که آن سهم وجیب معکوس نصف آن قوس است وبرین تقدیر تعریف جیب معکوس وسهم بدینطریق نیز میتواند شد که آن قطعهٔ از قطر است که از طرفي ازان قوس بر جیب مستوي عمود باشد ولهذا گفته اند که جیب مستوي وجیب معکوس ربع دائره مساوي می باشد پس هرگاه جیب تمام هر قوسی تا ربع دائره اگر آن قوس کمتر از ربع باشد از نصف قطر نقصان کنند باقي جیب معکوس وسهم آن قوس خواهد بود واگر آن قوس از ربع دائره زیاده باشد پس جیب فضل او را که بر ربع دائره است بر نصف قطر بیفزایند که مجموع مقدار سهم وجیب معکوس آنقوس خواهد بود *

* بیان سیوم در استخراج جیب زاویه و مقدار زاویه *

بدانکه هر شکل ذوزوایا منقسم بمثلثات میتواند شد و نیز ممکن است که بالای هر مثلث دائره کشیده شود که مماس هرسه زوایا باشد پس مقدار زاویه قوسی است که وتر آن قوس وتر آن زاویه بود و جیب زاویه جیب همان قوس است که مقدار زاویه باشد و این زوایا را زوایای محیطیه گویند و چون سابق بیان کرده شد که در نصف دائره زاویهٔ محیطیه قائمه می افتد امنی قطر هر دائره همیشه وتر زاویهٔ قائمه می باشد پس مقدار قائمهٔ محیطیه قوس نصف دائره که یکصد و هشتاد درجه است خواهد بود و برای آن جیب نیست و مجموع زوایای مثلث برابر قائمتین می باشد پس دائرهٔ که بر مثلث کشیده شود مقسوم بسه صد و شصت درجه که مقدار هرسه زوایای مثلث است خواهد بود ابداً پس هرگاه مقدار اقواس موتر زوایا معلوم گردد مقدار زوایا نیز معلوم شود که بعینه همان است و نیز نسبت آن زوایا بعضها بسوی بعض معلوم گردد که همان نسبت اقواس است بعضها بسوی بعض و نیز نسبت اضلاع مثلث که اوتار آن قوسها اند معلوم شود و چون از اصول بیان کرده شده است که زاویهٔ مرکزیه ضعف زاویهٔ محیطیه است عند التساوی قوس پس قوس زاویهٔ محیطیه ضعف قوس زاویهٔ مرکزیه خواهد بود عند تساوی زوایا چرا که بحکم شکل سی و سیوم مقالهٔ سادسهٔ اصول ثابت است که قوس اعظم موتر زاویهٔ اعظم میشود و قوس اصغر موتر زاویهٔ اصغر پس مقدار زاویهٔ قائمهٔ مرکزیه نود درجه خواهد بود و جیب آن نصف قطر باشد درینصورت مقدار مجموع زوایای مثلث عند کونها مرکزیة بقدر یکصد و هشتاد درجه خواهد بود و هرگاه این مقدمه گفته شد میگویم که نسبت اوتار زوایا بعضها بسوی بعض مثل نسبت جیوب آنها است عند کون الزاویة مرکزیة چنانکه ازین شکل ظاهر میشود (شکل ۹۸)

مثلاً گویم که نسبت اب ضلع مثلث بسوی اج ضلع دیگر مثل نسبت جیب زاویهٔ ج است بسوی جیب زاویهٔ ب زیرا که هرگاه اضلاع محیط بزاویتین مذکورتین را اخراج کنم و ج ء و ج ه و ب ح و ب ط هرچهار را متساوی فرض نمایم و بر مرکز ب و بر مرکز ج دو قوس ء ه و ح ط بهمان ابعاد فرض رسم کنم و نیز دو عمود ه ر و ط ک بر خط مستقیم ء ح برآرم پس این هر دو عمود و جیب هر دو زاویهٔ ج و ب خواهد بود چرا که زاویتین متقابلتین که بتقاطع خطین مستقیمین حادث میشود

متساوي مي باشد كما ثبت في مقالة اولى من الاصول و هرگاه عمود ال بر خط ح برآوردم گويم كه مثلث ال ح و ه ر ح متشابه است چراكه زاويهٔ ل و زاويهٔ ر قائمتين اند و هر دو زاويهٔ ح متقابلتين نيز متساوي اند پس زاويهٔ ا و زاويهٔ ه نيز متساوي خواهد بود پس هر دو مثلث متشابه اند و همچنين مثلث ال ب و ط ك ب نيز متشابهين اند پس نسبت ال ضلع اطول مثلث ال ب بسوى ط ك ضلع اطول مثلث ط ك ب مثل نسبت ا ب وتر بسوي ط ب وتر است بحكم شكل چهارم مقالهٔ سادسهٔ اصول و همچنين نسبت ال بسوى ه ر مثل نسبت ا ح بسوى ه ح است و چون خطوط ب ط و ب ح و ح ه و ح ء مساوي اند پس دو صنف چهار ركني حاصل شوند بدينصورت

نسبة ه ر	الى ال	نسبة ال	الى ط ك
كنسبة ه ح	الى ا ح	كنسبة ا ب	الى ه ح

اعني نسبت اول و ثاني صنف اول مانند اول و ثاني صنف ثاني و نسبت ثالث و رابع صنف دويم است و هرگاه متكررين را كه ال و ه ح است از هر دو صنف ساقط نموديم هر دو صنف سه ركني باقيماند بدينصورت

ه ر	ال	ط ك
ا ب	ه ح	ا ح

اعني نسبت ه ر بسوي ال مثل نسبت ه ح بطرف ا ح است و نسبت ا ب بطرف ه ح مثل نسبت ال بطرف ط ك است و بمساوات نسبت مضطربه نسبت ه ر جيب زاويهٔ ح بسوى ط ك جيب زاويهٔ ب مثل نسبت ا ب وتر زاويهٔ ح بسوى ا ح وتر زاويهٔ ب است و هو المطلوب پس هرگاه مقدار عمود ال را در ه ح كه نصف قطر است اعني شصت درجه ضرب كرده بر ا ح كه ضلع مثلث است قسمت كنم خارج مقدار ط ك كه جيب زاويه است خواهد برآمد و از جيب زاويه مقدار قسميكه همان مقدار زاويه است معلوم توان كرد *

* فائده بدانكه از بيان مرقوم الصدر ظاهر است كه ازين شكل مقدار زاويه عند كونها مركزية معلوم ميشود درينصورت هر ضلع مثلث نصف قطر دائره ميتواند شد چراكه نقطهٔ هر سه زاويه مركز سه دائرهٔ مفروضه است و هرگاه بخواهند كه هر سه زاويه را محيطيه فرض كنند مقدار هر زاويه را تضعيف سازند و بايد دانست كه در مثلث قائم الزاويه اگر دو ضلع معلوم باشد ضلع سيوم هم معلوم تواند شد بشكل عروس و اگر يك ضلع و يك زاويه سواى قائمه معلوم باشد ضلعين باقيين و زاويهٔ باقي نيز معلوم ميشود چراكه مقدار زاويهٔ قائمه معلوم است پس هرگاه مقدار دو زاويه معلوم شد يكي قائمه و ديگري غير قائمه پس مقدار زاويهٔ سيوم هم بالضرور معلوم شود كه آن تمام اين هر دو زاويه الى قائمتين است و چون وتر يك زاويه معلوم گرديده وتر ديگر

زوایا هم معلوم شود بطریق اربعهٔ متناسبه کما لا یخفی علی الفطن و اگر صرف زاویهٔ قائمه و یک زوایهٔ دیگر معلوم باشد و هیچ ضلع مثلث معلوم نبود صرف مقدار زاویهٔ باقیه و نسبت اضلاع معلوم خواهد شد و مقدار اضلاع معلوم نتواند گردید و در مثلثات منفرجة الزاویه و حاد الزاویه باستخراج عمود چنانکه مذکور شد مقدار جمیع زوایا معلوم توانند کرد فافهم و هرگاه این مقدمات دانسته شد گوییم اگر مقدار زاویه معلوم باشد جیب زاویهٔ وتریه را در احد الضلعین محیطین زاویه ضرب نموده حاصل را بر شصت که مقدار نصف قطر است قسمت نمایند که خارج مقدار عمودیکه بر ضلع آخر که قاعده است واقع شود خواهد برآمد مثلاً مثلثی که یک ضلع او ده و ضلع دویم هفتده و ضلع سیوم بست و یک است بدینصورت (شکل ۹۹)

پس اگر مقدار زاویه اب ح مثلاً معلوم باشد که ۵ رمط ثانیه است و جیب آن مح درجه است مح را در ضلع اب که ده است ضرب کردم و حاصل که ۴۸۰ بود بر شصت قسمت کردم خارج هشت مقدار عمود گردید و اگر مقدار عمود معلوم باشد و مقدار زاویه معلوم نبود پس عمود را در شصت ضرب کرده بر احد الضلعین محیطین بر أس العمود قسمت سازند که خارج مقدار جیب زاویه که از احاطهٔ آن ضلع و قاعده حادث میشود خواهد بود و هرگاه قوس آنرا از جدول جیب حاصل سازند مقدار زاویهٔ مذکور خواهد بود مثلاً در مثال مذکور اگر مقدار عمود که هشت است معلوم باشد و بخواهم که مقدار زاویهٔ ب بدانم پس هشت را در شصت ضرب کرده ۴۸۰ را برده که ضلع محیط زاویه است قسمت نمودم خارج مح درجه گردید و قوس آنرا از جدول جیب گرفتم ۵ رمط ثانیه برآمد و همچنین اگر یک ضلع و دو زاویه معلوم باشد و دو ضلع و یکزاویه معلوم نبود پس مقدار هر دو زاویه را از یکصد و هشتاد ساقط کنند که باقی مقدار زاویهٔ ثالث است و هرگاه ضلع معلوم را در جیب زاویه که بطرفی از ان ضلع معلوم واقع شده است ضرب نموده بر جیب زاویه که آن ضلع وتر اوست قسمت نمایند خارج ضلع موتر زاویهٔ اولی خواهد بود و همچنین اگر دو ضلع و یک زاویه که در میان آن هر دو ضلع است معلوم باشد و باقی مجهول بود احد الضلعین را در جیب آن زاویه یک مرتبه منحطا ضرب نمایند و یک مرتبه در جیب تمام آن تا ربع دائره منحطا ضرب نمایند و حاصل اول را از ضلع آخر ساقط کنند اگر زاویهٔ حاده بود و بر ضلع آخر بیفزایند اگر زاویهٔ منفرجه باشد و مجموع را مربع ساخته مربع حاصل اول

را بیفزایند وجذر آن بگیرند که ضلع مجهول خارج شود مثلا در مثلث مذکور اگر زاویهٔ ب وضلع اب وب ج معلوم باشد وده را که مقدار ضلع اب است در جیب زاویه که مج درجه است منحطا ضرب نمودم حاصل ۴۸۰ دقیقه شد وآن هشت درجه است ویازده را در جیب تمام آن که لو درجه است منحطا ضرب کردم ۳۶۰ دقیقه وآن شش درجه است وچون معلوم بود که زاویهٔ ب حاده است حاصل ثاني از ضلع ب ج که بست ویک است ساقط کردم باقي پانزده ماند ومربع ان ۲۲۵) است پس مربع حاصل اول را که ۶۴) است بر آن افزودم ۲۸۹ گردید جذر آن گرفتم ۱۷ برآمد وآن مقدار ضلع مجهول است وهمچنین اگر دو ضلع ویک زاویه که غیر زاویه مابین ضلعین مذکورین است معلوم باشد وباقي مجهول پس جیب زاویهٔ معلومه را در ضلعیکه محیط زاویهٔ مذکور مع ضلع مجهول است ضرب سازند وحاصل را بر ضلع آخر که موتر آن زاویه است قسمت نمایند پس خارج مقدار جیب زاویه که موتر آن ضلع مجهول است خواهد برآمد پس قوس آنرا که مقدار زاویهٔ مذکور است بر مقدار زاویهٔ معلومه افزوده مجموع را از سه صد وشصت ساقط نمایند که باقي مقدار زاویهٔ ثالث خواهد بود پس هرگاه مقدار هر سه زاویه ودو ضلع معلوم شد ضلع ثالث هم به سهولیت میتوان برآورد اعني جیب زاویهٔ ثالث را در احد الضلعین المعلومین ضرب نموده حاصل را بر جیب زاویه که موتر آن ضلع مذکور است قسمت نمایند که خارج مقدار ضلع مجهول باشد مثلا در مثلث مذکور زاویهٔ ب وضلع اب وضلع اج معلوم باشد پس مج درجه را در ده که مقدار ضلع اب است ضرب نموده ۴۸۰ را بر هفتده که مقدار ضلع اج) است قسمت نمودم خارج الح ند رثانیه شد وقوس آن الح ءالب ثانیه مقدار زاویهٔ ج) است آنرا بر زاویهٔ ب که نح رمط بود افزودم ناب نز گردید آنرا از یک صد وهشتاد درجه ساقط کردم باقي مح مرمط ثانیه ماند وآن زاویهٔ ا باشد وجیب آن لط رنط ثانیه آنرا در ضلع اب که ده است ضرب کردم حاصل ضرب ط نب نول ثانیه شد آنرا بر جیب زاویهٔ ج که الح ند رثانیه است قسمت نمودم خارج بست ویک شد وآن ضلع ب ج مطلوب است وباید دانست که چون در استخراج جیوب وضرب وقسمت آن اکثر کسور را که اقل از نصف باشد فروگذاشت مي کنند واگر زاید از نصف باشد آنرا کامل میگیرند لهذا في الجمله تفاوت خواهد افتاد باید که محاسب آنرا ملحوظ داشته عمل نماید تا تفاوت کثیر در عمل واقع نشود *

جدول

قوس باجزاء محیطیه	جیب باجزاء قطریه				
	درجه	دقیقه	ثانیه	ثالثه	رابعه
١ ل	٤	لا	الد	نه	ند
١١	ا	س	مط	و	ما
ال	ا	لد	مد	ح	ه
١١	س	ه	لح	ر	الط
س ل	س	لر	ا	مر	لو
ح ١	ح	ح	الد	لد	٤
ح ل	ح	لط	مو	الط	ر
١١	٤	ما	ر	الح	ند
٤ ل	٤	مب	الر	ط	نح
٥ ١	٥	ح	مه	لح	الو
٥ ل	٥	مه	س	م	نر
و ١	و	لو	ح	ح	ح
و ل	و	مر	لا	نح	لط
ر ١	ر	ح	ح	مو	ما
ر ل	ر	مط	ح	لط	الر
ح ١	ح	الا	ا	الح	الح
ح ل	ح	نب	و	مط	نح
ط ١	ط	الح	ط	ه	م
ط ل	ط	ند	ے	لو	نح
ے ١	ے	اله	ح	٤	الح

مقدار جیب بعبارت

تفاضل جیبین

دقیقه	ثانیه	ثالثه	رابعه	
لا	الد	ے	ر	سی و یک دقیقه بست و چهار ثانیه پنجاه و پنج ثالثه پنجاه و چهار رابعه
لا	الہ	ر	ا	یک درجه دو دقیقه چهل و نه ثانیه شش ثالثه یازده رابعه
لا	الد	ا	مد	یک درجه سی و چهار دقیقه چهارده ثانیه سیزده ثالثه پانزده رابعه
لا	لح	الط	ح	دو درجه پنج دقیقه سی و هشت ثانیه هفده ثالثه بست و نه رابعه
لا	الب	مو	مل	دو درجه سی و هفت دقیقه یک ثانیه چهل و هفت ثالثه شانزده رابعه
لا	الا	نہ	ا	سه درجه هشت دقیقه بست و چهار ثانیه سی و چهار ثالثه
لا	ال	ند	ه	سه درجه سی و نه دقیقه چهل و شش ثانیه بست و نه ثالثه چهار رابعه
لا	لط	مہ	نط	چهار درجه یازده دقیقه هفت ثانیه بست و سه ثالثه پنجاه و چهار رابعه
لا	لح	لح	لح	چهار درجه چهل و دو دقیقه بست و هفت ثانیه نه ثالثه پنجاه و سه رابعه
لا	ر	ب	لا	پنج درجه سیزده دقیقه چهل و پنج ثانیه سی و هشت ثالثه بست و شش رابعه
لا	نہ	ال	نو	پنج درجه چهل و پنج دقیقه دو ثانیه چهل ثالثه پنجاه و هفت رابعه
لا	لح	مل	مو	شش درجه شانزده دقیقه هیجده ثانیه هشت ثالثه پنجاه و سه رابعه
لا	ا	لح	ب	شش درجه چهل و هفت دقیقه سی و یک ثانیه پنجاه و سه ثالثه سی و نه رابعه
لا	ط	نب	مو	هفت درجه هیجده دقیقه چهل و سه ثانیه چهل و شش ثالثه چهل و یک رابعه
لا	ر	مح	نو	هفت درجه چهل و نه دقیقه پنجاه و سه ثانیه سی و نه ثالثه بست و هفت رابعه
لا	ه	الو	له	هشت درجه بست و یک دقیقه یک ثانیه بست و سه ثالثه بست و سه رابعه
لا	ح	ا	مب	هشت درجه پنجاه و دو دقیقه شش ثانیه چهل و نه ثالثه پنجاه و هشت رابعه
لا	ا	الو	لح	نه درجه بست و سه دقیقه نه ثانیه پنجاه ثالثه چهل رابعه
ل	ز	مح	له	نه درجه پنجاه و چهار دقیقه ده ثانیه شانزده ثالثه پنجاه و هشت رابعه
ل	ند	نب	ب	ده درجه بست و پنج دقیقه هشت ثانیه بست و سه رابعه

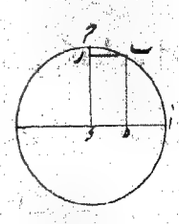
فائده اگر مقدار هر سه زوایای مثلث معلوم باشد و مقدار هیچ یک ضلع معلوم نبود پس هرگز مقدار ضلع معلوم نتواند شد الا اینکه احد الاضلاع را بمقدار معین فرض کنند و باقی اضلاع را ازان استخراج نمایند *

فائده چون جمیع اشکال ذوات اضلاع منقسم بمثلثات میتواند شد درینصورت هرگاه مقدار زاویه و مقدار ضلعین محیطین زاویه معلوم باشد پس مقدار خط واصل بین ضلعین که وتر آن زوایه و ضلع ثالث مثلث است نیز معلوم می تواند گردید * (جدول ۱۰۰)

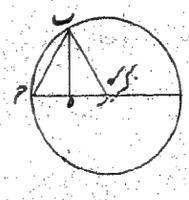
مسئلهٔ چهل و یکم در معرفت قوس از محیط دائره و مقدار وتر و طریقش اینست که قطر را در چهار ضرب ساخته با مقدار وتر جمع نمایند و محفوظ دارند و باز مجذور محیط را در پنج ضرب نموده و حاصل را در ربع وتر ضرب ساخته بر محفوظ قسمت سازند و خارج قسمت را از ربع مجذور محیط نقصان کنند و جذر باقی را از نصف محیط بکاهند باقی مقدار قوس بود و باید دانست که این قاعده را صاحب دستور الحساب بیان نموده لاکن این نحیف را درین شک است چراکه نسبت قوس و وتر ضمنی است اگر از جدول اوتار یا جیوب مقدار قسی حاصل سازند مستحسن است و طریقش اینست که مقدار وتر معلوم را در یک صد و بست ضرب کرده بر مقدار قطر معلوم قسمت سازند که خارج مقدار وتر باجزاء قطریه که عند المنجمین یک صد و بست درجه است خواهد بود و هرگاه قوس آن از جدول اوتار بگیرند مقدار قوس حاصله باجزاء محیطیه که عندهم سه صد و شصت است خواهد گردید پس طریق مؤلف اینست که محیط دائره معلوم القدر را در مقدار قوس حاصله ضرب ساخته بر سه صد و شصت قسمت نمایند که خارج مقدار قوس مطلوبه باجزاء محیطیهٔ معلومه خواهد بود و طریق دانستن محیط از قطر معلومه در مسئلهٔ سی و نهم مذکور شده و طریقیکه در استخراج قوس از وتر و قطر مشهور است اینست که ثلث سبع قوس اعنی حصه بست و یکم قوس حاصله بر مقدار قوس حاصله بیفزایند خواه ثلث قوس مذکور را در نسبت محیط الی القطر که بموجب حساب صاحب مفتاح ح ح الطمد ثالثه است ضرب سازند که حاصل مقدار قوس مذکور باجزاء قطریه که یکصد و بست است خواهد بود و هرگاه آنرا در مقدار نصف قطر معلومه ضرب سازند و حاصل را بر شصت قسمت کنند خارج مقدار قوس مطلوبه باجزاء قطریهٔ معلومه خواهد بود و نیز اگر نصف قطر معلوم را در نسبت محیط الی القطر که بحساب صاحب مفتاح ح ح الطمد ثالثه است

وبحساب مشهور سه ویک سبع است ضرب سازند وحاصل را در مقدار قوس که با جزاء محیطیه
سه صد وشصت حاصل شده است ضرب نموده بر یکصد وبست که مقدار قطریه است قسمت
سازند خارج مقدار قوس مطلوبه با جزاء قطریهٔ معلومه خواهد بود ونیز اگر نصف وتر که جیب
نصف قوس مطلوبه است گرفته بهمبرین طریق عمل نمایند مطلوب حاصل میشود مثلاً اگر
گویم که نصف قطر معلوم دوازده ذرعه ونصف وتر معلوم ولح است اعني شش ذرعه وسي
وهشت شصتم ذرعه است پس مقدار محیط قطر بست وچهار ذرعه ومقدار وتر سیزده ذرعه وشانزده
شصتم شد وهرگاه م لو را که مقدار وتر است در یکصد وبست درجه که ب مرفوع مرة است ضرب
کرده وحاصل را که الولب درجه است بر الدکه مقدار قطر معلوم است قسمت نمودم خارج
اوک ثانیه شد که مقدار وتر با جزاء یکصد وبست است وقوس آن از جدول اوتار (اومدد دقیقه باشد
با جزاء محیطیه پس بطریق خود محیط دائرهٔ معلومه را که بحساب مشهور $\frac{22}{7}$ وبحساب صاحب
مفتاح انه الم نح لو ثالثه اعني هفتاد وپنج ذرعه وبست وچهار شصتم تقریبا است در مقدار
قوس حاصله که اومدد دقیقه است ضرب کردم حاصل الم نا لد الا مه لو خامسه شد آنرا بر سه
صد وشصت درجه که و مرفوع مرة است قسمت نمودم خارج ج م نح له مم لح ها وسادسه گردید وآن
مقدار قوس مطلوبه با جزاء قطر معلومه است اعني سیزده ذرعه وپنجاه ونه شصتم تقریبا ونیز
اگر ولح را که نصف وتر معلوم المقدار است در شصت ضرب کرده بر دوازده که نصف قطر
معلوم المقدار است قسمت کردم خارج لمے شد وآن مقدار جیب نصف قوس مطلوبه است وقوس
آن از جدول جیوب لم الب وآن نصف قوس مطلوبه است با جزاء محیطیه که سه صد وشصت
باشد وهرگاه بطریق مشهور حصهٔ بست ویکم را که اله ک باشد بر آن بیفزایم لد نرک میشود وآن
مقدار نصف قوس مذکور با جزاء قطریه است که یکصد وبست باشد وبحساب صاحب مفتاح اگر ثلث
لم الب را که بارکے ثانیه است در نسبت قطر الی المحیط که ح ح الط مد ثالثه است ضرب کردم
حاصل لد نو الط الب ثالثه شد وآن مقدار نصف قوس مذکور با جزاء قطریه مذکور است وهرگاه
آنرا در مقدار نصف قطر معلوم که ب است ضرب کردم وبر شصت قسمت نمودم بطریق
مشهور ونط الح ثانیه مقدار نصف قوس با جزاء قطریهٔ معلومه گردید وبحساب صاحب مفتاح
ونط اونب ثالثه بر آمد ونیز اگر نصف قطر معلوم را که ب است در سه ویکسبع ضرب کردم حاصل

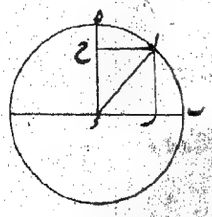
شکل ۹۱ صفحه ۱۹۸



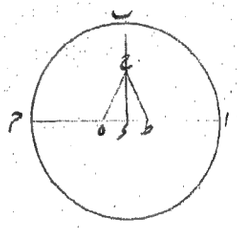
شکل ۹۲ صفحه ۲۱۴



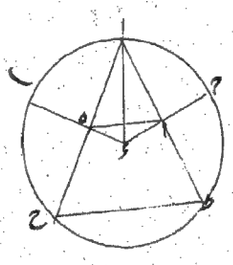
شکل ۹۳ صفحه ۵



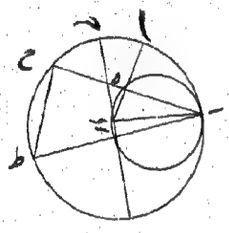
شکل ۹۴ صفحه ۲۱۵



شکل ۹۵ صفحه ۲۱۶

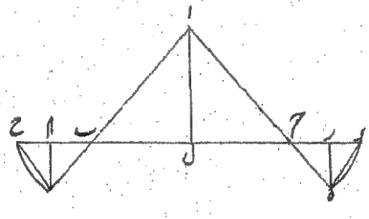


شکل ۹۶ صفحه ۱۶

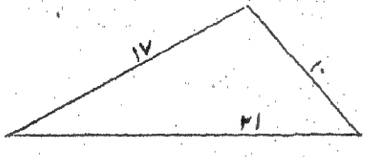


شکل ۹۷ صفحه ۲۱۷

شکل ۹۸ صفحه ۲۱۹



شکل ۹۹ صفحه ۲۱



جدول ۱۰۱ صفحه ۲۲۵

نام ضلع مطلوب	اعداد مضروب فیه که قطر دائره را در آن ضرب سازند				
مثلث	۳	۲	۹	۳	۱۰
مربع	۳	۵	۸	۴	۸
مخمس	۴	۳	۵	۰	۷
مسدس	۰	۰	۰	۰	۶
مسبع	۵	۵	۰	۲	۵
مثمن	۲	۲	۹	۵	۴
متسع	۱	۳	۰	۱	۴
معشر	۲	۸	۰	۷	۳

لرمب نا ثانیه شد و آنرا در نصف قوس که با جزاء محیطیه که لح الب است ضرب نمودم و حاصل را که کخ الد ثانیه باشد بر یکصد و هشتاد قسمت ساختم خارج ونط الح گردید که مقدار نصف قوس مطلوبه با جزاء قطریهٔ معلومه است مطابقا للاولی بحساب المشهور و اگر نب را در ح ح الط مد ثالثه ضرب نموده حاصل را که لرمانر مح ثالثه است در لح الب ضرب نموده حاصل را که کرم نر است بر یکصد و هشتاد قسمت نمودم خارج ونط نرنب ثالثه مقدار نصف قوس برآمد و آن مطابق طریق این نحیف است و اگر بموجب قاعدهٔ صاحب لیلاوتي اول قطر را که ۲۴ بود در چهار ضرب کرده با وتر جمع نمودم امط نو ثالثه شد آنرا محفوظ داشتم و باز محیط دائره بطریق صاحب لیلاوتي حاصل نمودم اعني ۲۴ را در سه هزار و نهصد و بست و هفت ضرب کرده بر یک هزار و دو صد و پنجاه قسمت نمودم خارج اله الح ند ثانیه شد و مربع آن که الد مد ند لا ب نو رابعه است در پنج ضرب کردم و حاصل را که رنح مد لب لوح ثالثه بود باز در ربع وتر که ح لط) است ضرب ساختم و حاصل الضرب را که الو نا ند مد رلح لر رابعه است بر امط نو که محفوظ بود قسمت کردم و خارج قسمت را که ند الب مر الهب ثالثه شد از ربع مربع محیط که الح ماح لر مح ط رابعه است ساقط نمودم باقي طح نو ب موط رابعه ماند جذر آنرا که الح لر لط ثانیه است از نصف محیط که لرمانر ثانیه است ساقط نمودم باقي ندء مح ثانیه مقدار قوس ماند و آن زیاده از مقداریکه بطریق این نحیف و بطریق صاحب مفتاح وغیره برآمده میشود اگرچه تفاوت قلیل است فافهم *

مسئلهٔ چهل و دویم در دانستن مقدار ضلع مثلث متساوي الاضلاع و مربع و مخمس و مسدس تا معشر که اندرون دائره باشد و طریقش اینست که قطر دائره را در ارقام های که اندرون جدول بخانهٔ مضروب فیه نوشته شده است ضرب ساخته بر یک لکهه و بست هزار قسمت کنند که خارج مقدار ضلع خواهد بود و نیز اگر ضلع شکل را در یک لکهه و بست هزار ضرب نموده بر ارقام جدول قسمت کنند خارج قطر دائرهٔ محیطیه شکل خواهد بود (جدول ۱۰۱)

مسئلهٔ چهل و سیوم در بیان استخراج قطر کره و محیط دائرهٔ عظیمه بالای کره که از ان جمله چهار طریق در مجسطي مذکور است و بنای همه طرق بر شکل بستم مقالهٔ اولی از کتاب اکر ثاوذوسیوس است و چند طریق دیگر که صاحب عیون الحساب بیان نموده ما همه را بنهج بیان واضح و اسهل مینویسم و چون استخراج قطر کره منحصر بر عمل است و اشکال مجسمه بر صفحهٔ

که سطح مستوي است راست نمي آيد لهذا تخييل صادق وتوهم واثق در ادراک آن ضرور است واين تحيف از کرهٔ مجسمه امتحان نموده اول فوائد چند که درينمقام دانستن آن پر ضرور است ودر تخييل وتصوير مطالب متعلقهٔ عمل مذکور معين ميشود بيان ميگردد *

فائدهٔ اولی هرگاه برسطح کره دائره از پرگار بکشند بهر بعد يکه خواهند آن دائره کره را بدو قطعه منقسم خواهد کرد وقطر دائرهٔ مرسومه وترهر دو قوس محيط دائرهٔ عظيمهٔ کره که از هر دو قطعه حادث ميشوند خواهد بود *

فائدهٔ دويم مقدار فتح پرگار که به بعد آن دائره برسطح کره کشيده شود مقدار وتر نصف قوس مذکور خواهد شد چرا که سطح کره مستديره است وخط واصل بين الرجلين پرگار خط مستقيم پس خط مذکور وتر نصف قوس مي افتد *

فائدهٔ سيوم نقطهٔ که در کشيدن دائره برسطح کره بمنزلهٔ مرکز فرض کرده ميشود في الحقيقة مرکز آن دائره نيست بلکه آن نقطه بمنزلهٔ قطب کره است وخط واصل در ميان نقطهٔ مذکور ومحيط دائرهٔ مرسومه بالای سطح کره خط مستد براست وفي الحقيقة مرکز دائرهٔ مذکور درجوف کره مابين سطح دائرهٔ مذکور که از قطعهٔ دائره متخيل ميشود خواهد بود *

فائدهٔ چهارم چون قطر دائرهٔ مرسومه وتر قوس محيط دائرهٔ عظيمهٔ کره است وفتح پرگار در کشيدن دائرهٔ مذکور بقدر وتر نصف قوس مذکور ميشود پس مقدار فتح پرگار اعظم از نصف قطر دائرهٔ مذکور خواهد بود *

فائدهٔ پنجم چون قطر دائرهٔ مرسومه وتر قوس محيط دائرهٔ عظيمهٔ کره است وفتح پرگار مقدار وتر نصف قوس مذکور پس از هر دو وتر هر دو نصف قوس مذکور که ملتقی بر نقطهٔ قطبيه متخيل ميشوند واز قطر دائرهٔ مذکور يک مثلث متساوي الساقين درجوف کره حادث خواهد شد *

فائدهٔ ششم قطر کره قطر دائرهٔ عظيمهٔ کره است وايضا خط واصل بين قطبين کره که آنرا محور نيز گويند *

فائدهٔ هفتم اگر بر هر دو نقطهٔ طرفين خطی دو دائره ببعد يکه از نصف خط زائد باشد بکشند آن هر دو دائره دو جا تقاطع خواهند کرد * (شکل ۱۰۲)

فائدهٔ هشتم اگر خواهند که بالای خطی مفروض مثلثی متساوي الساقين بسازند بشرطيکه

مقدار ساق زائد از نصف خط مفروضه باشد پس بالای نقطه هر دو طرف خط از پرکار دو دائره بکشند ببعد یکه مقدار ساق مطلوب باشد و باز نقطهٔ تقاطع دائرتین را با هر دو نقطهٔ طرف الخط وصل کنند مثلث متساوي الساقین حادث خواهد شد بدینصورت (شکل ۱۰۳)

فائدهٔ نهم اگر بخواهند که بر نقطهٔ مفروضه خطی عمود بکشند باید که بر هر دو طرف نقطهٔ مذکور ببعد مساوي خطی مستقیم وصل کنند بحیثیتیکه آن نقطه منصف خط مفروض شود و بالای آنخط مثلث متساوي الساقین بکشند و خطی ما بین رأس المثلث و آن نقطه وصل نمایند که خط مذکور عمود خواهد بود و ازین ظاهر میشود که هر خط که از رأس مثلث متساوي الساقین بر نصف الوتر بکشند آنخط عمود می باشد بدینصورت * (شکل ۱۰۴)

فائدهٔ دهم اگر بخواهند که بالای مثلث دائره بکشند باید که هر دو ساق مثلث را تنصیف سازند و بر نقطهٔ منصف هر دو ساق دو عمود خارج نمایند هرجا که آن هر دو عمود ملاقي شوند مرکز دائره خواهد بود پس بر آن مرکز ببعد رأس المثلث دائره بکشند بدینصورت * (شکل ۱۰۵)

فائدهٔ یازدهم هرگاه بر منصف هر دو ساق مثلث متساوي الساقین خواه بهر دو طرف ساقین مثلث مذکور بر نقطتین ملتقای وتر دو عمود بجانب مقابل رأس المثلث بکشند آن هر دو عمود بریک نقطه ملاقي خواهند شد و هر دو عمود متساوي خواهند بود بشکل عروس بدینصورت * (شکل ۱۰۶)

فائدهٔ دوازدهم هرگاه بر وتر قوسی از محیط دائره مثلث متساوي الساقین رسم نمایند بحیثیتیکه رأس المثلث مماس قوس باشد و بهر دو طرف ساقهای مذکور بر نقطه ملتقای وتر دو عمود بکشند و از نقطهٔ ملتقای عمودین خطی تا رأس المثلث وصل نمایند آن خط قطر دائرهٔ مذکور خواهد بود و مقدار واقع بین رأس المثلث و الوتر سهم قوس خواهد شد بدینصورت (شکل ۱۰۷)

فائدهٔ سیزدهم وتر قوس مسدس محیط مساوي نصف قطر دائره می باشد بدانکه هرگاه این فوائد دانستي پس طریق استخراج قطر کره بیان میکنم طریق اول بالعمل که بموجب شکل بستم از مقالهٔ اولی اکرثاوذوسیوس و در مجسطي نیز مذکور است اینست که بالای کره دائره از پرگار بهر بعد یکه خواهند بکشند و بقدر فتح پرگار خطی مستقیم بالای سطح مستوي رسم نمایند و آنرا مقدار اول نام نهند بعد از ان دائرهٔ مرسومهٔ بالای کره را شش قسم مساوي ساخته نشان کنند

وپای پرگار بریک نشان وپای دیگر را برنشان چهارم نهند وبقدر فتح پرگار بازخطی مستقیم برسطح مستوي بکشند وآنرا مقدار ثاني نام نهند واین مقدار قطر دائرهٔ مرسومه است زیراکه ازنشان اول تانشان چهارم نصف دائره است وبالای خط مقدار ثاني مثلث متساوي الساقین رسم سازند که هریک ساق او بقدر مقدار اول باشد بعد ازان برهردو ساق ازنقطتین ملتقای ساقین باوتر دو عمود بجانب مقابل رأس المثلث بکشند پس لامحالة آن هردوعمود بریک نقطه ملاقي خواهندشد پس ازنقطهٔ مذکور تارأس المثلث خطی وصل نمایند آن خط مقدار قطر کره است صورته هکذا (شکل ۱۰۸)

طریق دویم اینست که بدستور طریق اول بعد کشیدن دائره بالای کره وتعیین مقدار اول وثاني برخط مقدار اول نصف دائره بکشند وفتح پرگار بقدر نصف مقدار ثاني نموده یک پای آنرا برنقطهٔ یکطرف مقدار اول که برآن نصف دائره کشیده اند بنهند وازپای دیگر برقوس نصف دائرهٔ مذکور نشان کنند وخط واصل بکشند وبعد ازان ازطرف آخر بهمان نشان خط واصل کشیده خارج نمایند وازطرف اول خط مذکور عمود خارج سازند پس یقین است که هردو خط بریک نقطه متلاقي خواهند شد ودو مثلث قائم الزاویه حادث خواهند شد یکی اعظم خارج ازنصف دائره که یک ضلع آن خط مقدار اول است ودویم خط عمود وسیوم وتر خارج ازطرف آخر تابه نشان مذکور ودویم مثلث اصغر داخل نصف دائره که یک ضلع آن نصف مقدار ثاني است ودویم خط واصل بین طرف آخر مقدار اول ونشان مذکور وترآن خط مقدار اول است پس وتر مثلث اعظم مقدار قطر کره است وهذه صورته (شکل ۱۰۹)

واین طریق هم راجع بطریق اول است زیرا که خط مقدار اول یک ضلع مثلث متساوي الساقین است که درطریق اول مرسوم میشود ونصف مقدار ثاني نصف وتر مثلث مذکور است وخط واصل مابین طرف آخر مقدار اول ونشان مذکور عمود مثلث مذکور پس گویا مثلث اصغر که درطریق دویم میان نصف دائره واقع میشود نصف مثلث طریق اول است ومثلث اعظم که درطریق دویم است مثل احد المثلثین است که درطریق اول ازخط واصل بین ملتقای عمودین ورأس المثلث حادث میشوند وبرهان این هردو طریق اینست که ازخط واصل بین نقطتین قطبین کره تنصیف دائرهٔ عظیمه که مار بقطبین کره باشد میشود وچون یک قطب کره نقطهٔ رأس المثلث است پس هرگاه برخط مقدار اول که یک ضلع مثلث ووتر قوسی ازمحیط دائرهٔ مذکوره وواقع درنصف

دائره است عمود بکشند زاویهٔ قائمه حادث میشود پس لامحاله آن عمود منتهي بر نقطهٔ قطب آخر خواهد گردید چراکه هر زاویهٔ قائمه که در نصف دائره از خطین خارجین از دو طرف نصف دائره و متلاقیین علی محیط حادث میشود لامحاله وتر آن زاویهٔ قائمه قطر می باشد چنانچه دراصول ثابت است ومرت الاشارة الیه فی المسئلة السادسة والعشرین من هذه المقدمة طریق سیوم اینست که بعد رسم دائره بالای کره ورسم مثلث متساوي الساقین چنانکه در طریق اول ذکر یافت دائره بالای مثلث مذکور بکشند و آن مساوي دائرهٔ عظیمهٔ کره خواهد بود و قطر آن قطر کره باشد زیراکه چون وتر مثلث مذکور و ترقوسي از محیط عظیمهٔ کره است که مار بقطبین کره باشد پس لامحاله قوس مذکور مساوي قوسی از دائره خواهد بود که بالای آن مثلث بکشند و هرگاه دائره بر مثلث کشیده شد آن دائره مساوي محیط عظیمهٔ کره گردید فافهم وهذه صورته (شکل ۱۱۰) طریق چهارم بعد رسم دائره بالای کره وتعیین مقدار اول وثاني بر هر دو نقطهٔ طرفین خط مقدار ثاني دو دائره ببعد مقدار اول بکشند چنانچه در فائدهٔ هشتم در طریق رسم مثلث متساوي الساقین گفته شد و مثلث متساوي الساقین ببعد مقدار ثاني رسم نمایند بعد ازان بر نقطهٔ رأس المثلث دائرهٔ سیوم ببعد مقدار اول بکشند لامحاله این دائرهٔ سیومي آن هر دو دائرهٔ اولی را برد و د و نقطه تقاطع خواهد کرد پس نقطتین متقاطعتین هریک دائره را باهم وصل کنند واخراج نمایند جانب مقابل رأس المثلث تاکه هر دو خط باهم متلاقي شوند پس نقطهٔ تلاقي آن هر دو خط مرکز دائره وخط واصل بین رأس المثلث وذلک النقطة نصف قطر کره است بدینصورت (شکل ۱۱۱) واین طریق هم راجع بطریق سیوم است که گویا بر منصف هر دو ساق مثلث عمود خارج کرده میشود و نقطه ملتقای عمودین مرکز دائرهٔ عظیمهٔ کره است پس خط واصل بین رأس المثلث یا احد الطرفین و تر نصف قطر دائرهٔ عظیمهٔ کره باشد طریق پنجم بر سطحی مستوي خطی مستقیم رسم نمایند و بر آن خط د و آله که مسمی بکونیا است بکاف تازي ودرهندي زبان زد معماران بکاف فارسي است بنهند بحیثیتیکه هر دو عمود کونیا بر آن خط باشند وکره را در میان آن بدارند بنوعیکه آن هر دو عمود مماس کره شوند پس مقدار مابین العمودین از خطي که بر سطحی مستوي باشد مقدار قطر کره است طریق ششم بالای سطح کره مسطره که دران یک خط مستقیم کشیده شود موازي افق بنهند و بدو طرف آن دو شاقول بدو رشته آویزان سازند بحیثیتیکه آن هر دو

رشته مماس کره شوند پس مقدار ما بین شاقولین از مسطره مقدار قطر کره است ومراد از موازي افق آن است که بر هر سطحی مستوي که آن کره را نهاده باشند سطح کره آن را بیک نقطه تماس خواهد کرد پس اگر دو خط متساوي از دو طرف بر آن نقطه وصل سازند که آن هر دو یک خط مستقیم شوند و نقطهٔ مذکور منصف خط مذکور باشد و آن هر دو شاقول بر آن خط فرود آیند وعمود شوند طریق هفتم بالحساب باستبانهٔ طریق اول است که مربع نصف قطر مقدار ثاني را از مربع مقدار اول ساقط نموده جذر باقي بگیرند که آن سهم قوسی از محیط دائرهٔ عظیمهٔ کره است که مقدار ثاني وتر آن واقع شده پس بموجب مسئلهٔ بست وچهارم من هذه المقدمة مربع نصف مقدار ثاني را که فی الحقیقة مربع نصف وتر قوس است بر مقدار سهم قسمت کنند وخارج را باسهم مذکور جمع سازند حاصل قطر کره است طریق هشتم بالحساب مربع مقدار اول را که فی الحقیقة مجموع مربع نصف مقدار ثاني ومربع سهم است بر سهم قسمت سازند که خارج مقدار قطر کره است *

فائده اما چون خواهند که بر کره دائرهٔ عظیمه بکشند اول ببعد نصف قطر کره بر سطح مستوي دائره بکشند این دایرهٔ عظیمه مساوي دایرهٔ عظیمهٔ کره خواهد بود پس آنرا بچهار قسم مساوي منقسم سازند بقطرین متقاطعین علی القوائم وبقدر وتر یک قوس که ربع محیط دائره است فتح پرکار نمایند ویک پاي پرکار را بر قطب کره قائم کرده بپاي دیگر دائره بکشند آن دایرهٔ عظیمهٔ کره خواهد بود وبالحساب ظاهر است که مقدار محیط دایرهٔ عظیمه بقدر سه مثل ویکسبع قطر خواهد بود کما مر مرارا *

مسئلهٔ چهل وچهارم در استخراج ارتفاع اسطوانه ومخروط باید دانست که اگر اسطوانه ومخروط بر سطح زمین قائم باشد پس مسطره بالای رأس آن موازي افق بنهند وشاقول آویزان کرده ارتفاع را حاصل کنند چنانکه در کره گفته شد واگر اسطوانه ومخروط بر زمین قائم نباشد پس دو آلهٔ کونیا را مماس دو قطر قاعدتین خواه مماس قطر قاعده ورأس المخروط موازي یک دیگر نصب کنند که فصل ما بین دو آله مقدار ارتفاع است ونیز در مخروط مستدیره ومضلع قائمه بحساب هم استخراج ارتفاع میتواند شد چراکه ارتفاع عبارت از عمود است که از رأس المخروط بر مرکز قاعده خارج شود درینصورت بشکل عروس مربع نصف قطر قاعده را از مربع خط واصل بین محیط القاعده ورأس المخروط ساقط نمایند که جذر باقي مقدار عمود خواهد بود *

مسئلهٔ چهل وپنجم در استخراج مقدار عمود وخط واصل بین محیط قاعده ورأس مخروط تام از مخروط ناقص باید دانست که هر مخروط تام را که موازي قاعده قطع کنند پس قطع اسفل او مسمی بمخروط ناقص است وسطحی که بسبب قطع موازي قاعده حادث شود آنرا قاعدهٔ اعلی وقاعدهٔ صغری گویند وقطع اعلی لا محاله مخروط تام اصغر متشابه مخروط تام اول خواهد شد وآنرا مخروط اصغر حادثه گویند پس اگر مخروط مستدیره است نسبت نصف قطر قاعدهٔ مخروط اول الی خط واصل بین محیط قاعده ورأس المخروط خواه الی الارتفاع مثل نسبت نصف قطر قاعدهٔ مخروط اصغر حادثه الی خط واصل بین رأس المخروط ومحیط قاعدهٔ او وخواه ارتفاع او خواهد بود وبابدال نسبت چنانکه در مسئلهٔ رابعه مطلب سیوم باب سیوم گفته شد نسبت نصف قطر قاعدهٔ مخروط اول الی نصف قطر قاعدهٔ مخروط اصغر حادثه مثل نسبت خط واصل بین محیط قاعده ورأس مخروط اول الی خط واصل بین محیط قاعده ورأس مخروط اصغر خواه مثل نسبت ارتفاع مخروط اول الی ارتفاع مخروط اصغر خواهد بود وهرگاه بموجب مسئلهٔ سادسهٔ مطلب مذکور فصل النسبة بگیرند نسبت نصف قطر قاعدهٔ مخروط اول بطرف فضل او علی نصف قطر قاعدهٔ مخروط اصغر مثل نسبت خط واصل بین محیط قاعده ورأس مخروط اول بطرف فضل او علی خط واصل بین محیط قاعده ورأس مخروط اصغر خواهد شد درینصورت بموجب قاعدهٔ اربعهٔ متناسبه که انشاء الله تعالی در باب علیحده مذکور خواهد شد نصف قطر قاعده مخروط اول را اگر در خط واصل بین محیطي الدائرتین مخروط ناقص مستدیره وخواه در ارتفاع آن که فی الحقیقة همان مقدار فضل اوست ضرب نموده بر فضل نصف قطر هردو دائره قسمت کنند خارج مقدار خط واصل بین محیط قاعده ورأس مخروط اول خواه ارتفاع او خواهد بود وهمچنین در مخروط ناقص مضلع بجای هردو نصف قطر دو ضلع متوازیین هردو قاعدهٔ مخروط اول واصغر را اعتبار کنند وباید دانست که هرگاه مقدار خط واصل مخروط اول خواه ارتفاع او معلوم باشد پس بعد اسقاط خط واصل بین القاعدتین خواه ارتفاع مخروط ناقص باقي مقدار خط واصل خواه ارتفاع مخروط اصغر خواهد بود چراکه قاعدهٔ مخروط اصغر همان قاعدهٔ صغری است وهمچنین در مخروط مستدیر مائله چون از خط اطول واقصر وقطر قاعده یک مثلث حادث میشود که ساقین آن هردو خط اطول واقصر است

و قاعدهٔ آن قطر قاعدهٔ مخروط پس بموجب قواعد استخراج عمود مثلثات عمود آن استخراج میتوانند کرد و در مخروطات مضلعهٔ مائله متساوي الاضلاع والزوايا اگر عدد اضلاع فرد باشد قاعدهٔ مثلث حادثه مذکور بقدر مجموع نصف قطر دائرهٔ داخله و نصف قطر دائرهٔ خارجه خواهد بود و در مخروطات مضلعهٔ مائله متساوي الاضلاع والزوايا که عدد اضلاع زوج باشد اگر خط اطول واقصر بر زاويتين متقابلتين مضلعه واقع شود پس قاعدهٔ مثلث حادثه قطر دائرهٔ خارجه خواهد بود و اگر خط اطول واقصر بر منصف ضلعين متقابلين واقع شود قاعدهٔ مثلث حادثه قطر دائرهٔ داخله خواهد شد و اگر آن هر دو خط قاطع الضلعين متقابلين على غير نقطتي المنصف باشند اعم از ينكه آن مضلع مزدوجه باشد يا منفرده پس مربع مقدار مابين تقاطع و منصف ضلع را بر مربع نصف قطر دائرهٔ داخله افزوده جذر مجموع را تضعيف سازند كه حاصل قاعدهٔ مثلث حادثه شود و همچنين اگر مقدار سهم و مقدار زاويه ميل سهم كه از قائمه باشد سهم را در جيب تمام زاويهٔ مذكور ضرب نموده بر شصت قسمت سازند كه خارج مقدار عمود باشد و همچنين اگر مقدار زاويه ميل سهم در اسطوانهٔ مائله معلوم باشد جيب آنرا در خط واصل بين قاعدتين كه موازي و مساوي سهم بود ضرب ساخته بر شصت قسمت نمايند كه خارج عمود خواهد بود *

مسئلهٔ چهل و ششم در ترکيب ساختن اکثری از اشکال مجسمات که در مقدمهٔ اول وعدهٔ بيان آن نموده شد و درين چند بيان است *

بيان اول

در ترکيب ساختن شکل مجسم ذو ثمانيه قواعد مثلثات متساوي الاضلاع والزوايا بايد که اول يک مخروط مربع القاعده متساوي الاضلاع که ضلع قاعده و ضلع مخروط مساوي باشد آراست کنند بعد ازان برهمان قاعده مخروط ديگر مثل مخروط اول قائم کنند که شکل ذو ثمانيه قواعد مثلثات خواهد بود گويا که اين شکل مرکب از دو مخروط متحدة القاعده است و چون هريک زاويهٔ مجسمهٔ آن مرکب از چهار زاويهٔ مسطحه است پس شش زاويهٔ مجسمه درين شکل خواهد افتاد *

بيان دويم

در ترکيب ساختن ذو عشرين قاعده مثلثات متساوي الاضلاع والزوايا اول دو مخروط مخمس القاعده که ضلع مخروط و ضلع قاعده متساوي باشند بسازند و بعد ازان بر هريک ضلع

قاعدهٔ هردو مخمس مثلث متساوي الاضلاع والزاويا قائم کنند که رأس المثلث مماس حدبهٔ زوایای قاعدهٔ مخمس باشد این ده مثلثات متساوي الاضلاع والزاويا مابين القاعدتين خواهند بود چراکه عدد اضلاع هردو مخمس ده است و چون سطح هردو مخروط مخمس القاعده مرکب از پنج مثلث است درینصورت بست مثلثات مساوی الاضلاع والزوایا حادث خواهند شد وچون هریک زاویهٔ مجسمهٔ آن مرکب از پنج زاویهٔ مسطحه است پس مجموع عدد زوایای مجسمه دوازده خواهد بود وآن شکل ذو عشرین قاعده است *

بیان سیوم

در ترکیب ساختن ذواثنی عشر قاعدهٔ مخمسات مساوي الاضلاع والزوايا اول دو سطح مخمس متساوی الاضلاع والزوایا بسازند وآن هردو را متوازي یک دیگر بحیثیتیکه زوایای هریکی محاذي منصف ضلع دیگر باشد بدارند بعد ازان بر هریک ضلع هردو مخمس که ده ضلع اند ده مخمس مساوي الاضلاع والزوایا قائم کنند بنهجیکه هریک زوایای مخمسات ملصق یک دیگر باشند درینصورت سه زاویهٔ سه مخمس یکجا مجتمع خواهند شد یعني زاویهٔ مجسمه از احاطهٔ سه زاویهٔ مسطحه حادث خواهد شد وبالکل زوایای مجسمه بست خواهند گردید وبطریق دیگر اگر خواهند اول یک شکل مکعب بسازند چراکه شکل مکعب دوازده ضلع دارد پس بر هرضلع مکعب راوتر یک زاویهٔ مخمس قرار داده دوازده مخمس متساوي الاضلاع والزوایا آراست کنند که شکل ذواثنی عشر قاعدهٔ مخمسات حادث شود *

بیان چهارم

در ترکیب ساختن اشکال ذو صنفین باید دانست که چون اشکال ذو صنفین از اشکال ذو صنف واحد مستنبط میشود لهذا اول کلیات چند که دانستن آن درین مقام پر ضرور است بیان میکنم کلیهٔ اول هر مثلث متساوي الاضلاع راکه بخطوط واصل بین انصاف اضلاع منقسم سازند چهار مثلثات متساویات که متشابه مثلث اول باشد حادث میشوند بدینصورت (شکل ۱۱۲) کلیهٔ دویم هرگاه در هر مثلث متساوي الاضلاع هرثلث ضلعین متجاورین را بخطی وصل کنند مثلث مذکور منقسم بیک مسدس وسه مثلث متساوي الاضلاع میشود ومساحت هریک مثلث بقدر سدس مسدس خواهد بود بدینصورت * (شکل ۱۱۳)

کلیهٔ سیوم هر مربع را که بخط واصل بین منصف ضلعین متجاورین منقسم کنند یک مربع که مساحت او بقدر نصف مساحت مربع اول باشد و چهار مثلثات مساوي الساقین که هر یک ساق او بقدر نصف ضلع مربع اول باشد حادث خواهد شد و ضلع مربع ثاني بقدر جذر نصف مربع ضلع اول خواهد بود بدینصورت * (شکل ۱۱۴)

کلیهٔ چهارم از هر ضلع مربع بقدر فضل ضلع علی نصف قطر از هر یک زاویه نشان کنند و هر دو نشان ضلعین متجاورین را وصل کنند یک مثمن و چهار مثلث مساوي الساقین قائم الزاویه حادث خواهد شد که ضلع مثمن بقدر ضعف فضل نصف القطر علی نصف الضلع خواه بقدر فضل وتر علی الضلع باشد و ساق مثلث بقدر فضل ضلع علی نصف الوتر خواهد بود بدینصورت (شکل ۱۱۵)

کلیهٔ پنجم هر مخمس را که بخطوط واصله بین منصف ضلعین متجاورین قسمت کنند منقسم بمخمس و پنج مثلثات متساوي الساقین خواهد بود و ضلع مخمس حادثه بقدر نصف وتر زاویهٔ مخمس اول و ساق مثلث بقدر نصف ضلع مخمس اول خواهد شد بدینصورت (شکل ۱۱۶)

کلیهٔ ششم هرگاه از نصف قطر دائرهٔ محیطیهٔ مخمس بقدر نصف قطر دائرهٔ محاطیهٔ مخمس فضل کنند و بر آن دو عمود بهر دو طرف بکشند لا محاله آن هر دو عمود هر دو ضلعین مخمس را برد و نقطه تقاطع خواهند کرد و هرگاه بهر زاویهٔ مخمس چنین عمل کنند مخمس منقسم بمعشر و پنج مثلثات مساوي الساقین خواهد بود بدینصورت * (شکل ۱۱۷)

هرگاه این کلیات معلوم شد پس الحال ضوابط ساختن اشکال ذو صنفین بیان میکنم ضابطهٔ اول در ترکیب ساختن بشکل ذو ثمانیه قواعد که چهار از ان مثلثات و چهار مسدسات باشند باید دانست که این شکل از ذو اربعة قواعد مثلثات اخذ کرده میشود چرا که هرگاه بموجب کلیهٔ دویم ثلث هر ضلع از هر یک زاویهٔ هر مثلث قطع کنند چون مثلثات چهار اند پس چهار مسدسات باقي خواهد ماند و چون زوایای مجسمهٔ شکل مذکور چهار اند و هر زاویهٔ مرکب از سه زاویهٔ مسطحه است پس گویا چهار مخروط مثلث القاعده ساقط شده که مقدار ضلع قاعده و ضلع مخروط بقدر ثلث ضلع ذو اربعة قواعد خواهد بود و بسبب قطع مخروطات چهار مثلث در شکل مذکور حادث خواهد شد و آن شکل ذو ثمانیة قواعد که اربعه مثلثات و اربعه مسدسات است ضابطهٔ دویم در ترکیب شکل ذو اربعة عشر قواعد که شش از ان مربعات و هشت مثلثات است و آن از شکل

قوس باجزاء محیطیہ	جیب باجزاء قطریہ				
	درجہ	دقیقہ	ثانیہ	ثالثہ	رابعہ
ے ل	ے	نو	ب	نب	اله
ا ٤	ا	الو	ند	مس	اله
ا ال	ا	نز	مح	لح	الو
ب ٤	ب	لح	لح	نه	لا
ب ل	ب	نط	ے	نز	الد
مح ٤	مح	الط	مط	اله	م
مح ل	مد	٤	الد	ا	نه
مد ٤	مد	ل	نه	ر	مو
مد ل	مه	ا	الب	ء	نا
مه ٤	مه	لا	مس	ند	مط
مه ل	مو	ب	ح	مط	ال
مو ٤	مو	لب	ر	م	ح
مو ل	ر	ب	الو	نخ	نب
مر ٤	ر	لب	لب	ر	مح
مر ل	مح	ب	لب	الر	ے
مح ٤	مح	لب	الر	م	نه
مح ل	مط	ب	ر	مح	ال
مط ٤	مط	لب	ب	مح	ر
مط ل	الر	ا	مب	مو	ند
الر ٤	الر	لا	مو	ال	ح
الر ل	ال	٤	مس	مس	م
ال ٤	ال	ل	ر	لح	لح
ال ل	ال	نط	الد	مه	ند
الب ٤	الب	لح	له	ا	الر
الب ل	الب	نز	لط	لر	ر

تفاضل جیبین

دقیقه	ثانیه	ثالثه	رابعه
ل	نا	نب	سب
ل	مح	مح	نا
ل	مه	لر	ه
ل	مب	ا	نح
ل	لح	لح	لو
ل	لد	مو	ه
ل	ل	نه	نا
ل	لو	نز	ه
ل	لب	مط	نح
ل	لح	ند	لب
ل	لح	ه	مر
ل	ط	لح	مد
ل	ه	لح	لو
ل	ا	ط	نب
لط	نه	لح	مه
لط	ه	ر	لو
لط	مد	ند	نو
لط	لط	لح	لر
لط	لد	ا	ط
لط	لح	لو	لر
لط	لب	م	نح
لط	لو	مر	لو
لط	ب	مه	لح
لط	ا	له	ه
لح	نح	لح	و

مقدار جیب بعبارت

ده درجه پنجاه وشش دقیقه دو ثانیه پنجاه و دو ثالثه بست و پنج رابعه

یازده درجه بست وشش دقیقه پنجاه وچهار ثانیه چهل وچهار ثالثه سی وپنج رابعه

یازده درجه پنجاه وهفت دقیقه چهل وسه ثانیه بست وهشت ثالثه بست وشش رابعه

دوازده درجه بست وهشت دقیقه بست وهشت ثانیه پنجاه وپنج ثالثه سی ویک رابعه

دوازده درجه پنجاه ونه دقیقه ده ثانیه پنجاه وهفت ثالثه بست وچهار رابعه

سیزده درجه بست ونه دقیقه چهل ونه ثانیه بست و پنج ثالثه چهل رابعه

چهارده درجه بست وچهار ثانیه یازده ثالثه پنجاه و پنج رابعه

چهارده درجه سی دقیقه پنجاه وپنج ثانیه هفت ثالثه چهل وشش رابعه

پانزده درجه یک دقیقه بست ودو ثانیه چهار ثالثه پنجاه ویک رابعه

پانزده درجه سی ویک دقیقه چهل وچهار ثانیه پنجاه وچهار ثالثه چهل ونه رابعه

شانزده درجه دو دقیقه سه ثانیه چهل ونه ثالثه بست ویک رابعه

شانزده درجه سی ودو دقیقه هفده ثانیه چهل ثالثه هشت رابعه

هفده درجه دو دقیقه بست وشش ثانیه پنجاه وهشت ثالثه پنجاه ودو رابعه

هفده درجه سی ودو دقیقه سی ودو ثانیه هفده ثالثه هیجده رابعه

هیجده درجه دو دقیقه سی ودو ثانیه بست وهفت ثالثه ده رابعه

هیجده درجه سی ودو دقیقه بست وهفت ثانیه چهل ثالثه پنجاه و پنج رابعه

نوزده درجه دو دقیقه هفده ثانیه چهل وهشت ثالثه بست ویک رابعه

نوزده درجه سی ودو دقیقه دو ثانیه چهل وسه ثالثه هفده رابعه

بست درجه یک دقیقه چهل و دو ثانیه شانزده ثالثه پنجاه وچهار رابعه

بست درجه سی ویک دقیقه شانزده ثانیه بست ویک ثالثه سه رابعه

بست ویک درجه چهل وچهار ثانیه چهل وهفت ثالثه چهل رابعه

بست ویک درجه سی دقیقه هفت ثانیه بست وهشت ثالثه سی وهشت رابعه

بست ویک درجه پنجاه ونه دقیقه بست وچهار ثانیه پانزده ثالثه پنجاه وچهار رابعه

بست ودو درجه بست وهشت دقیقه سی وپنج ثانیه یک ثالثه بست وهفت رابعه

بست ودو درجه پنجاه وهفت دقیقه سی ونه ثانیه سی وهفت ثالثه هفده رابعه

قوس باجزاء محیطیہ	جیب باجزاء قطریہ				
	درجہ	دقیقہ	ثانیہ	ثالثہ	رابعہ
الحء	الحر	الو	لز	نه	الحر
الحل	الحر	نه	الط	مز	نو
الدء	الد	الد	مه	و	ند
الدل	الد	نب	نح	من	اله
الهء	اله	اا	اله	لب	مز
الهل	اله	مط	ه	الحر	مط
الوء	الو	يح	ح	ے	ز
الول	الو	مو	يح	مح	لط
الزء	الز	مد	اا	نو	نح
الزل	الز	مب	يز	مب	ب
الحء	الحح	ے	ه	نا	الحر
الحل	الحح	لز	مو	مز	لب
الطء	الط	ه	يح	نب	ما
الطل	الط	لب	مح	الط	ا
لء	ل	ء	ء	ء	ء
لل	ل	الز	ح	مز	ا
لاء	ل	ند	ح	يح	الز
لال	لا	ا	نط	ما	الد
لب ء	لا	مز	مب	لح	م
لب ل	لب	مد	نو	مب	نه
لحء	لب	م	مب	ا	ند
لحل	لح	و	نح	الحر	ا
لدء	لحر	لح	ه	م	ب
لدل	لحر	نط	ح	مد	ه
لهء	لد	الد	نب	ل	لز

تفاضل جیبین			
دقیقہ	ثانیہ	ثالثہ	رابعہ
الحح	نا	نب	لح
الحح	مه	يح	نح
الحح	لح	لز	لا
الحح	لا	مح	ه
الحح	الد	نا	ط
الحح	ز	مو	ه
الحح	ے	لح	له
الحح	ح	يح	مد
الز	نه	مه	ط
الز	مح	ط	اا
الز	م	الو	ط
الز	لب	له	ط
الز	الد	لو	لط
الز	نو	ل	م
الز	ح	مز	ما
الو	نط	نو	نو
الو	نا	الز	نز
الو	مب	نب	لو
الو	لد	ط	ه
الو	اله	يح	نط
الو	نو	اا	الو
الو	ز	نو	مب
اله	نح	ز	مح
اله	مح	مه	مز
اله	لط	نط	ما

مقدار جیب بعبارت

بست وسه درجه	بست وشش دقیقه	سی وهفت ثانیه	پنجاه وپنج ثالثه	بست وسه رابعه
بست وسه درجه	پنجاه وپنج دقیقه	بست ونه ثانیه	چهل وهفت ثالثه	پنجاه وشش رابعه
بست وچهار درجه	بست وچهار دقیقه	پانزده ثانیه	شش ثالثه	پنجاه وچهار رابعه
بست وچهار درجه	پنجاه ودو دقیقه	پنجاه وسه ثانیه	چهل وچهار ثالثه	بست وپنج رابعه
بست وپنج درجه	بست ویک دقیقه	بست وپنج ثانیه	سی ودو ثالثه	چهل رابعه
بست وپنج درجه	چهل ونه دقیقه	پنجاه ثانیه	بست وسه ثالثه	چهل ونه رابعه
بست وشش درجه	هیجده دقیقه	هشت ثانیه	ده ثالثه	چهار رابعه
بست وشش درجه	چهل وشش دقیقه	هیجده ثانیه	چهل وسه ثالثه	سی ونه رابعه
بست وهفت درجه	چهارده دقیقه	بست ویک ثانیه	پنجاه وشش ثالثه	پنجاه وسه رابعه
بست وهفت درجه	چهل ودو دقیقه	هفده ثانیه	چهل ودو ثالثه	دو رابعه
بست وهشت درجه	ده دقیقه	پنج ثانیه	پنجاه ویک ثالثه	بست وسه رابعه
بست وهشت درجه	سی وهفت دقیقه	چهل وشش ثانیه	هفده ثالثه	سی ودو رابعه
بست ونه درجه	پنج دقیقه	هیجده ثانیه	پنجاه ودو ثالثه	چهل ویک رابعه
بست ونه درجه	سی ودو دقیقه	چهل وسه ثانیه	بست ونه ثالثه	بست رابعه
سی درجه فقط				
سی درجه	بست وهفت دقیقه	هشت ثانیه	هفده ثالثه	یازده رابعه
سی درجه	پنجاه وچهار دقیقه	هشت ثانیه	سیزده ثالثه	بست وهفت رابعه
سی ویک درجه	بست دقیقه	پنجاه ونه ثانیه	چهل ویک ثالثه	بست وچهار رابعه
سی ویک درجه	چهل وهفت دقیقه	چهل ودو ثانیه	سی وسه ثالثه	چهل رابعه
سی ودو درجه	چهارده دقیقه	شانزده ثانیه	چهل ودو ثالثه	پنجاه وپنج رابعه
سی ودو درجه	چهل دقیقه	چهل ودو ثانیه	یک ثالثه	پنجاه وچهار رابعه
سی وسه درجه	شش دقیقه	پنجاه وهشت ثانیه	بست وسه ثالثه	بست رابعه
سی وسه درجه	سی وسه دقیقه	پنج ثانیه	چهل ثالثه	دو رابعه
سی وسه درجه	پنجاه ونه دقیقه	سه ثانیه	چهل وچهار ثالثه	پنجاه رابعه
سی وچهار درجه	بست وچهار دقیقه	پنجاه ودو ثانیه	سی ثالثه	سی وهفت رابعه

قوس باجزاء محیطیه	جیب باجزاء قطریه				
	درجه	دقیقه	ثانیه	ثالثه	رابعه
له ل	لد	ح	لا	ح	یح
لوها	له	لو	ا	لز	نب
لول	له	ما	الا	مح	نط
لزها	لو	و	لب	ب	مب
لزل	لو	لا	لب	لح	ز
لحها	لو	نو	الب	نب	مح
لحل	لز	الا	ح	ط	ما
لطها	لز	مه	لح	ب	لو
لطل	لح	ط	نب	نح	مد
مها	لح	لد	ب	ز	اله
مل	لح	نح	ها	مو	مب
ماها	لط	الا	مح	مه	ا
مال	لط	مه	اله	نه	مط
مبها	م	ح	نب	ب	م
مبل	م	لب	ز	الط	ه
محها	م	نه	ما	لح	مه
محل	ما	یح	ی	له	یح
مدها	ما	م	مو	ب	الط
مدل	مب	ح	لو	مد	ی
مهها	مب	اله	له	ح	نح
مهل	مب	مز	مب	ه	مط
موها	مح	ط	لز	لح	مط
موول	مح	لا	ال	نا	ه
مزها	مح	نب	نب	لح	یح
مزل	مد	مد	ما	ند	ز

تفاضل جیبین			
دقیقه	ثانیه	ثالثه	رابعه
اله	الط	مز	لد
اله	ال	ه	الز
اله	ب	نط	لح
اله	ها	اله	اله
الد	ح	الد	لو
الد	م	لو	نح
الد	ل	ب	له
الد	نط	ما	لح
الد	ط	یح	ما
لح	نح	الط	ز
لح	مز	نح	نط
لح	لز	ب	مح
لح	الو	لو	نا
لح	نه	لو	اله
لح	ی	ط	م
الب	نب	نو	لح
الب	ما	لز	ما
الب	ل	لا	له
الب	یح	نط	مط
الب	ز	ا	نو
ال	نه	یح	ها
ال	مح	الز	لو
ال	لا	لب	یح
ال	نط	ل	نط
ال	ز	الب	لط

مقدار جیب بعارب

سی و چهار درجه	پنجاه دقیقه	سی و یک ثانیه	پنجاه ثالثه	هیجده رابعه
سی و پنج درجه	شانزده دقیقه	یک ثانیه	سی و هفت ثالثه	پنجاه و دو رابعه
سی و پنج درجه	چهل و یک دقیقه	بست و یک ثانیه	چهل و سه ثالثه	نوزده رابعه
سی و شش درجه	شش دقیقه	سی و دو ثانیه	دو ثالثه	چهل و دو رابعه
سی و شش درجه	سی و یک دقیقه	سی و دو ثانیه	بست و هشت ثالثه	هفت رابعه
سی و شش درجه	پنجاه و شش دقیقه	بست و دو ثانیه	پنجاه و دو ثالثه	چهل و سه رابعه
سی و هفت درجه	بست و یک دقیقه	سه ثانیه	نه ثالثه	چهل و یک رابعه
سی و هفت درجه	چهل و پنج دقیقه	سی و سه ثانیه	دوازده ثالثه	شانزده رابعه
سی و هشت درجه	نه دقیقه	پنجاه و دو ثانیه	پنجاه و سه ثالثه	چهل و چهار رابعه
سی و هشت درجه	سی و چهار دقیقه	دو ثانیه	هفت ثالثه	بست و پنج رابعه
سی و هفت درجه	پنجاه و هشت دقیقه	چهل و شش ثالثه	چهل و دو رابعه	
سی و نه درجه	بست و یک دقیقه	چهل و هشت ثانیه	چهل و پنج ثالثه	یک رابعه
سی و نه درجه	چهل و پنج دقیقه	بست و پنج ثانیه	پنجاه و پنج ثالثه	چهل و نه رابعه
چهل درجه	هشت دقیقه	پنجاه و دو ثانیه	دوازده ثالثه	چهل رابعه
چهل درجه	سی و دو دقیقه	هفت ثانیه	بست و نه ثالثه	پنج رابعه
چهل درجه	پنجاه و پنج دقیقه	یازده ثانیه	سی و هشت ثالثه	چهل و پنج رابعه
چهل و یک درجه	هیجده دقیقه	چهار ثانیه	سی و پنج ثالثه	هیجده رابعه
چهل و یک درجه	چهل دقیقه	چهل و شش ثانیه	دوازده ثالثه	بست و نه رابعه
چهل و دو درجه	سه دقیقه	شانزده ثانیه	چهل و چهار ثالثه	چهار رابعه
چهل و دو درجه	بست و پنج دقیقه	سی و پنج ثانیه	سه ثالثه	پنجاه و سه رابعه
چهل و دو درجه	چهل و هفت دقیقه	چهل و دو ثانیه	پنج ثالثه	چهل و نه رابعه
چهل و سه درجه	نه دقیقه	سی و هفت ثانیه	بست و سه ثالثه	چهل و نه رابعه
چهل و سه درجه	سی و یک دقیقه	بست ثانیه	پنجاه و یک ثالثه	پنج رابعه
چهل و سه درجه	پنجاه و دو دقیقه	پنجاه و دو ثانیه	بست و سه ثالثه	هیجده رابعه
چهل و چهار درجه	چهارده دقیقه	یازده ثانیه	پنجاه و چهار ثالثه	هفده رابعه

جیب ماجرا و نظیر

درجه	دقیقه	ثانیه	ثالثه	رابعه
مد	له	لط	لو	نو
مد	نو	مد	الو	ح
مه	لو	نز	لو	سے
مه	لز	الز	ما	لط
مه	نز	مه	له	لط
مو	ز	ه	ند	لو
مو	لز	مح	لا	م
مو	نز	الح	اا	مح
مز	لو	ه	لط	اب
مز	لو	ء	لط	ز
مز	نه	ه	لو	ح
مح	ح	نح	ء	نه
مح	لب	الز	م	له
مح	ه	مح	نز	ز
مط	ح	نو	ه	ل
مط	الو	نا	له	الد
مط	مد	لب	و	نو
ه	ا	لط	الز	له
ه	لط	ب	ه	لد
ه	لو	لو	ح	له
ه	نب	نح	الح	ا
نا	ط	ل	لو	لب
نا	اله	مح	ح	ح
نا	ما	نا	نح	نه
نا	نز	ما	ط	مد

تفاضل جیبین

دقیقه	ثانیه	ثالثه	رابعه
ا	نه	ط	ب
ا	مب	ه	ب
ا	ل	اله	ط
ا	ز	ند	م
ا	ه	ح	لز
لط	نب	لز	ء
لط	لط	ه	ح
لط	الو	نز	لط
لط	ح	لط	نه
لط	ا	نو	نو
ح	مز	مح	مب
ح	لد	له	ا
ح	اا	لو	نب
ح	ز	نح	الح
ز	ند	الد	ند
ز	م	نا	لب
ز	الز	ح	لط
ز	ح	ل	لط
ز	ح	الز	ما
لو	مب	ه	ه
لو	لا	نح	ب
لو	ز	نا	ما
لو	ح	مه	مب
له	مط	له	لط
له	له	م	له

مقدار جیب بعبارت

چهل و چهار درجه	سی و پنج دقیقه	نوزده ثانیه	شانزده ثالثه	پنجاه و شش رابعه
چهل و چهار درجه	پنجاه و شش دقیقه	چهارده ثانیه	بست و شش ثالثه	هشت رابعه
چهل و پنج درجه	شانزده دقیقه	پنجاه و هفت ثانیه	شانزده ثالثه	ده رابعه
چهل و پنج درجه	سی و هفت دقیقه	بست و هفت ثانیه	چهل و یک ثالثه	نوزده رابعه
چهل و پنج درجه	پنجاه و هفت دقیقه	چهل و پنج ثانیه	سی و پنج ثالثه	پنجاه و نه رابعه
چهل و شش درجه	هفده دقیقه	پنجاه ثانیه	پنجاه و چهار ثالثه	سی و شش رابعه
چهل و شش درجه	سی و هفت دقیقه	چهل و سه ثانیه	سی و یک ثالثه	چهل رابعه
چهل و شش درجه	پنجاه و هفت دقیقه	بست و سه ثانیه	بست و یک ثالثه	چهل و سه رابعه
چهل و هفت درجه	شانزده دقیقه	پنجاه ثانیه	نوزده ثالثه	بست و دو رابعه
چهل و هفت درجه	سی و شش دقیقه	چهار ثانیه	نوزده ثالثه	هفده رابعه
چهل و هفت درجه	پنجاه و پنج دقیقه	پنج ثانیه	شانزده ثالثه	سیزده رابعه
چهل و هشت درجه	سیزده دقیقه	پنجاه و سه ثانیه	چهار ثالثه	پنجاه و پنج رابعه
چهل و هشت درجه	سی و دو دقیقه	بست و هفت ثانیه	چهل ثالثه	پانزده رابعه
چهل و هشت درجه	پنجاه دقیقه	چهل و هشت ثانیه	پنجاه و هفت ثالثه	هفت رابعه
چهل و نه درجه	هشت دقیقه	پنجاه و شش ثانیه	پنجاه ثالثه	سی رابعه
چهل و نه درجه	بست و شش دقیقه	پنجاه و یک ثانیه	پانزده ثالثه	بست و چهار رابعه
چهل و نه درجه	چهل و چهار دقیقه	سی و دو ثانیه	شش ثالثه	پنجاه و شش رابعه
پنجاه درجه	یک دقیقه	پنجاه و نه ثانیه	بست ثالثه	شانزده رابعه
پنجاه درجه	نوزده دقیقه	دوازده ثانیه	پنجاه ثالثه	سی و چهار رابعه
پنجاه درجه	سی و شش دقیقه	شانزده ثانیه	هجده ثالثه	پانزده رابعه
پنجاه درجه	پنجاه و دو دقیقه	پنجاه و هشت ثانیه	بست و سه ثالثه	بست رابعه
پنجاه و یک درجه	نه دقیقه	سی ثانیه	شانزده ثالثه	سی و دو رابعه
پنجاه و یک درجه	بست و پنج دقیقه	چهل و هشت ثانیه	هشت ثالثه	سیزده رابعه
پنجاه و یک درجه	چهل و یک دقیقه	پنجاه و یک ثانیه	پنجاه و سه ثالثه	پنجاه و پنج رابعه
پنجاه و یک درجه	پنجاه و هفت دقیقه	چهل و یک ثانیه	نه ثالثه	چهارده رابعه

قوس باجزاء محیطه	جیب باجزاء قطریه				
	درجه	دقیقه	ثانیه	ثالثه	رابعه
سدل	نب	مح	لو	مط	مط
ساء	نب	الح	لز	نا	اله
سال	نب	مح	مد	الط	مر
سء	نب	نخ	لو	م	مح
سءل	نح	مح	مد	اه	اله
سحء	نح	اه	لز	اله	لح
سحل	نح	ما	مه	مط	اه
سدء	نح	نه	لط	ل	هد
سدل	ند	ط	مح	اله	مر
سهء	ند	اب	مب	الح	لط
سهل	ند	له	نا	لح	و
سوء	ند	مح	مه	مط	ح
سول	نه	ا	اله	نخ	لد
سرء	نه	مح	مط	ب	ند
سرل	نه	اله	نز	نخ	مد
سحء	نه	لز	نا	مب	مه
سحل	نه	مط	ل	نا	ما
سطء	نو	ء	نح	اب	اه
سطل	نو	ب	ا	نا	لد
عءء	نو	اب	نح	لو	اب
عل	نو	لح	ل	لط	مح
عاء	نو	مح	نب	ع	مد
عال	نو	نح	نز	ند	لد
عبء	نز	م	مح	مب	اح
عبل	نز	مح	اب	نا	ما

تفاضل جیب

دقیقه	ثانیه	ثالثه	رابعه
نه	اا	ا	له
له	و	لح	لح
ند	نب	ے	لا
ند	لر	م	و
ند	لح	ز	ط
ند	لح	لد	مر
لح	لح	ما	ل
لح	لد	ند	لمر
لح	لد	ح	مب
لح	ط	ط	ه
ب	ند	ما	ز
ب	لط	ط	لو
ب	لد	ز	ا
ب	ح	له	ه
ما	نح	ملا	ا
ما	لح	لح	لو
ما	لح	ے	لط
ما	ر	مط	مد
ے	نب	لد	مح
ے	لر	ح	لا
ے	لا	ا	لا
ے	ه	ند	ا
ط	ه	مر	نح
ط	لد	لط	مد
ط	لح	نر	نر

مقدار جیب بعبارت

پنجاه و دو درجه	سیزده دقیقه	شانزده ثانیه	چهل و نه ثالثه	چهل و نه رابعه
پنجاه و دو درجه	بست و هشت دقیقه	سی و هفت ثانیه	پنجاه و یک ثالثه	بست و چهار رابعه
پنجاه و دو درجه	چهل و سه دقیقه	چهل و چهار ثانیه	بست و نه ثالثه	چهل و هفت رابعه
پنجاه و دو درجه	پنجاه و هشت دقیقه	سی و شش ثانیه	چهل ثالثه	هجده رابعه
پنجاه و سه درجه	سیزده دقیقه	چهارده ثانیه	بست ثالثه	بست و چهار رابعه
پنجاه و سه درجه	بست و هفت دقیقه	سی و هفت ثانیه	بست و چهار ثالثه	سی و سه رابعه
پنجاه و سه درجه	چهل و یک دقیقه	چهل و پنج ثانیه	چهل و نه ثالثه	بست رابعه
پنجاه و سه درجه	پنجاه و پنج دقیقه	سی و نه ثانیه	سی ثالثه	پنجاه رابعه
پنجاه و چهار درجه	نه دقیقه	هجده ثانیه	بست و پنج ثالثه	هفده رابعه
پنجاه و چهار درجه	بست و دو دقیقه	چهل و دو ثانیه	بست و هشت ثالثه	پنجاه و نه رابعه
پنجاه و چهار درجه	سی و پنج دقیقه	پنجاه و یک ثانیه	سی و هشت ثالثه	چهار رابعه
پنجاه و چهار درجه	چهل و هشت دقیقه	چهل و پنج ثانیه	چهل و نه ثالثه	هشت رابعه
پنجاه و پنج درجه	یک دقیقه	بست و چهار ثانیه	پنجاه و هشت ثالثه	سی و چهار رابعه
پنجاه و پنج درجه	سیزده دقیقه	چهل و نه ثانیه	دو ثالثه	پنجاه و چهار رابعه
پنجاه و پنج درجه	بست و پنج دقیقه	پنجاه و هفت ثانیه	پنجاه و هشت ثالثه	چهل و چهار رابعه
پنجاه و پنج درجه	سی و هفت دقیقه	پنجاه و یک ثانیه	چهل و دو ثالثه	چهل و پنج رابعه
پنجاه و پنج درجه	چهل و نه دقیقه	سی ثانیه	یازده ثالثه	چهل و یک رابعه
پنجاه و شش درجه	پنجاه و سه ثانیه	بست و دو ثالثه	بست رابعه	
پنجاه و شش درجه	دوازده دقیقه	یک ثانیه	یازده ثالثه	سی و چهار رابعه
پنجاه و شش درجه	بست و دو دقیقه	پنجاه و سه ثانیه	سی و شش ثالثه	بست و دو رابعه
پنجاه و شش درجه	سی و سه دقیقه	سی ثانیه	سی و نه ثالثه	چهل و سه رابعه
پنجاه و شش درجه	چهل و سه دقیقه	پنجاه و دو ثانیه		چهارده رابعه
پنجاه و شش درجه	پنجاه و سه دقیقه	پنجاه و هفت ثانیه	پنجاه و چهار ثالثه	سی و چهار رابعه
پنجاه و هفت درجه	سه دقیقه	چهل و هشت ثانیه	دوازده ثالثه	بست و هفت رابعه
پنجاه و هفت درجه	سیزده دقیقه	بست و دو ثانیه	پنجاه و یک ثالثه	چهل و یک رابعه

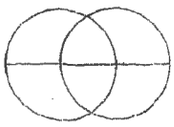
قوس باجزاء محیطیه	جیب باجزاء قطریه			
	درجه	دقیقه	ثانیه	ثالثه	رابعه
عجه ا	نز	اب	ما	مط	لیح
عجه ل	نز	لا	مه	ح	مو
عد ا	نز	م	لب	لا	له
عد ل	نز	مط	ی	ے	م
عه ا	نز	نز	لط	یح	مح
عه ل	یح	ه	لط	یخ	اله
عو ا	یخ	یح	ح	ب	لز
عو ل	یخ	ا	لا	ند	ے
عز ا	یخ	از	مح	نز	ب
عز ل	یخ	لد	لط	لو	له
عح ا	یخ	ما	لط	نب	ند
عح ل	یخ	مز	مح	مد	ے
عط ا	یخ	یخ	نا	لیح	یح
عط ل	یخ	لط	مح	ح	لو
فه ا	لط	ه	یح	لیح	الط
فه ل	لط	ے	لز	ما	اد
فا ا	لط	له	م	م	ند
فا ل	لط	ا	از	اله	له
فب ا	لط	اد	نز	ند	ے
فب ل	لط	الط	ب	ه	اد
فج ا	لط	لیح	ط	یخ	ح
فج ل	لط	لو	نا	لا	له
فد ا	لط	م	لو	یح	مز
فد ل	لط	مح	اله	لد	مد
فه ا	لط	مو	یح	یح	ز

تفاصیل جیب				مقدار جیب بعبارت
دقیقه	ثانیه	ثالثه	رابعه	
ط	حم	مد	ح	پنجاه وهفت درجه بست و دو دقیقه چهل ویک ثانیه چهل و نه ثالثه سی وهشت رابعه
ح	مر	اکر	مط	پنجاه وهفت درجه سی ویک دقیقه چهل و پنج ثانیه سه ثالثه چهل وشش رابعه
ح	لا	لط	ه	پنجاه وهفت درجه چهل دقیقه سی و دو ثانیه سی ویک ثالثه سی و پنج رابعه
ح	له	مح	ح	پنجاه وهفت درجه چهل و نه دقیقه چهار ثانیه ده ثالثه چهل رابعه
ر	نط	ند	مب	پنجاه وهفت درجه پنجاه وهفت دقیقه نوزده ثانیه پنجاه وهشت ثالثه چهل وسه رابعه
ر	مح	نط	ب	پنجاه وهشت درجه پنج دقیقه نوزده ثانیه پنجاه وسه ثالثه بست و پنج رابعه
ر	مح	ما	لح	پنجاه وهشت درجه سیزده دقیقه سه ثانیه دوازده ثالثه سی وهفت رابعه
ر	ب	ب	نب	پنجاه وهشت درجه بست دقیقه سی ویک ثانیه پنجاه وچهار ثالثه ده رابعه
و	نه	لط	ح	پنجاه وهشت درجه بست وهفت دقیقه چهل وسه ثانیه پنجاه وهفت ثالثه دو رابعه
و	م	لو	لط	پنجاه وهشت درجه سی وچهار دقیقه سی و نه ثانیه شانزده ثالثه پانزده رابعه
و	الح	نا	لو	پنجاه وهشت درجه چهل ویک دقیقه نوزده ثانیه پنجاه و دو ثالثه پنجاه وچهار رابعه
و	ر	ملا	ح	پنجاه وهشت درجه چهل وهفت دقیقه چهل وسه ثانیه چهل وچهار ثالثه ده رابعه
ه	نا	لد	نح	پنجاه وهشت درجه پنجاه وسه دقیقه پنجاه ویک ثانیه بست وهشت ثالثه هجده رابعه
ه	له	اله	ح	پنجاه وهشت درجه پنجاه و نه دقیقه چهل وسه ثانیه سه ثالثه شانزده رابعه
ه	لط	ب	نه	پنجاه و نه درجه پنج دقیقه هجده ثانیه بست وهشت ثالثه بست و نه رابعه
ه	ب	نط	ل	پنجاه و نه درجه ده دقیقه سی وهفت ثانیه چهل ویک ثالثه بست وچهار رابعه
ء	مو	ملا	ما	پنجاه و نه درجه پانزده دقیقه چهل ثانیه چهل ثالثه پنجاه وچهار رابعه
ء	ل	الح	له	پنجاه و نه درجه بست دقیقه بست وهفت ثانیه بست و پنج ثالثه سی و پنج رابعه
ء	مد	ما	مد	پنجاه و نه درجه بست وچهار دقیقه پنجاه وهفت ثانیه پنجاه وچهار ثالثه ده رابعه
ح	نز	نب	ملا	پنجاه و نه درجه بست و نه دقیقه دوازده ثانیه پنج ثالثه بست وچهار رابعه
ح	ما	لح	اکر	پنجاه و نه درجه سی وسه دقیقه نه ثانیه پنجاه وهشت ثالثه هشت رابعه
ح	الد	مب	مب	پنجاه و نه درجه سی وشش دقیقه پنجاه ویک ثانیه سی ویک ثالثه سی و پنج رابعه
ح	ط	اکر	نز	پنجاه و نه درجه چهل دقیقه شانزده ثانیه سیزده ثالثه چهل وهفت رابعه
ب	نب	لح	لح	پنجاه و نه درجه چهل وسه دقیقه بست و پنج ثانیه سی وچهار ثالثه چهل وچهار رابعه
ب	له	نه	الب	پنجاه و نه درجه چهل وشش دقیقه هجده ثانیه سیزده ثالثه هفده رابعه

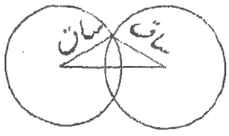
قوس باجزاء محیطیه	جیب باجزاء قطریه				
	درجه	دقیقه	ثانیه	ثالثه	رابعه
۵۰ ل	نط	صح	ند	ح	لط
نو ۴	نط	نا	۶	۵	۵
نول	نط	نح	مر	و	لط
مو ۴	نط	نه	۶	نح	مو
مول	نط	نو	لد	الد	نز
صح ۴	نط	نز	صح	اله	ر
صح ل	نط	نح	مه	نح	۵ه
نط ۴	نط	نط	الر	و	ر
نط ل	نط	نط	نا	مو	لا

تفاضل جیبین			
دقیقه	ثانیه	ثالثه	رابعه
ب	لط	ما	الو
ب	۶	لو	لد
ا	مو	نب	ر
ا	ل	الو	ما
ا	۵۵	۴	ے
۴	نز	لح	صح
۴	ما	ر	ب
۴	الد	م	الد
۴	ح	لح	الط

شکل ۱۰۲ صفحه ۲۲۶



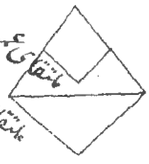
شکل ۱۰۳ صفحه ۲۲۷



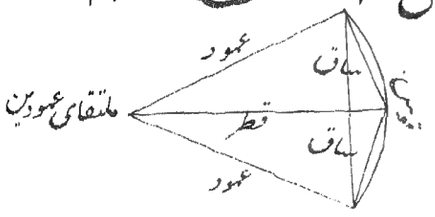
شکل ۱۰۴ صفحه ۲۲۷

شکل ۱۰۵ صفحه ۲۲۷

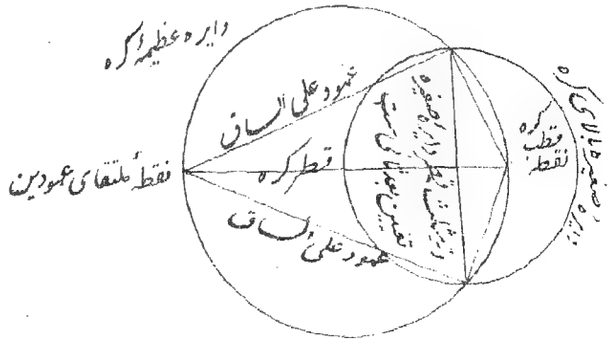
شکل ۱۰۶ صفحه ۲۲۷



شکل ۱۰۷ صفحه ۲۲۷



شکل ۱۰۸ صفحه ۲۲۸

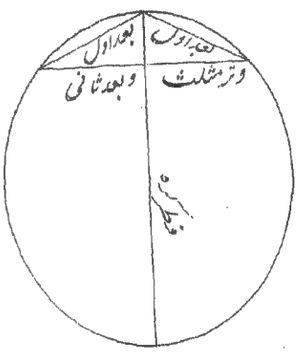


شکل ۱۰۹ صفحه ۲۲۸

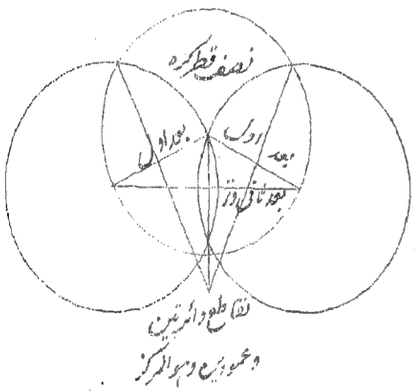
مقدار جیب بعبارت

پنجاه و نه درجه	چهل و هشت دقیقه	پنجاه و چهار ثانیه	هشت ثالثه	سی و نه رابعه
پنجاه و نه درجه	پنجاه و یک دقیقه	سیزده ثانیه	پنجاه ثالثه	پنج رابعه
پنجاه و نه درجه	پنجاه و سه دقیقه	هفده ثانیه	شش ثالثه	سی و نه رابعه
پنجاه و نه درجه	پنجاه و پنج دقیقه	سه ثانیه	پنجاه و هشت ثالثه	چهل و شش رابعه
پنجاه و نه درجه	پنجاه و شش دقیقه	سی و چهار ثانیه	بست و چهار ثالثه	پنجاه و هفت رابعه
پنجاه و نه درجه	پنجاه و هفت دقیقه	چهل و هشت ثانیه	بست و پنج ثالثه	هفت رابعه
پنجاه و نه درجه	پنجاه و هشت دقیقه	چهل و پنج ثانیه	پنجاه و هشت ثالثه	پنجاه و پنج رابعه
پنجاه و نه درجه	پنجاه و نه دقیقه	بست و هفت ثانیه	شش ثالثه	هفت رابعه
پنجاه و نه درجه	پنجاه و نه دقیقه	پنجاه و یک ثانیه	چهل و شش ثالثه	سی و یک رابعه

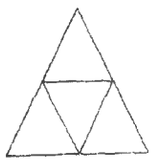
شکل ۱۱۰ صفحه ۲۲۹



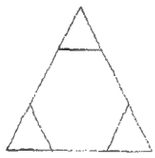
شکل ۱۱۱ صفحه ۲۲۹



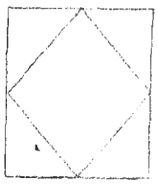
شکل ۱۱۲ صفحه ۲۳۲



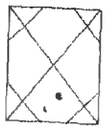
شکل ۱۱۳ صفحه ۲۳۳



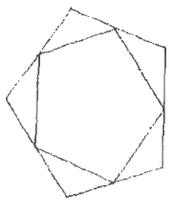
شکل ۱۱۴ صفحه ۲۳۴



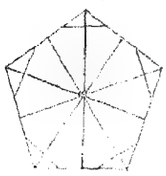
شکل ۱۱۵ صفحه ۲۳۴



شکل ۱۱۶ صفحه ۲۳۴



شکل ۱۱۷ صفحه ۲۳۴



مکعب و نیز از شکل ذو ثمانیة قواعد مثلثات بعد اسقاط نصف هریک ضلع از زاویه حادث میشود
اما از شکل مکعب پس باین طریق که هرگاه بموجب کلیهٔ سیوم نصف ضلع مکعب از هریک
زاویه ساقط کنند چون شکل مکعب مرکب از شش مربعات است پس شش مربع باقي خواهد بود
وچون زوایای مجسمه مکعب هشت است وهر زاویهٔ مرکب از سه زاویهٔ مسطحه است پس
گویا هشت مخروط مثلث القاعده ساقط خواهد شد و هشت مثلث بسبب اسقاط مخروطات
حادث خواهد گردید اما از شکل ذو ثمانیه قواعد مثلثات چون بموجب کلیهٔ اول هرگاه نصف
ضلع از هریک مثلث شکل مذکور ساقط کنند پس هشت مثلث باقي خواهد ماند که هریک ضلع
آن بقدر نصف ضلع مثلثات اول باشند وچون زوایاي مجسمهٔ ذو ثمانیة قواعد مذکور شش است
وهریک مرکب از چهار زاویهٔ مسطحه پس گویا شش مخروط مربع القاعده ساقط میشوند وبسبب
اسقاط مخروطات شش مربع حادث میشود ضابطهٔ سیوم در ترکیب ساختن شکل ذو اربعة عشر
قواعد که شش از ان مثمنات وهشت مثلثات است وآن از شکل مکعب بعد اسقاط فضل ضلع
علی نصف قطر مربع ضلع از هریک زاویه حادث میشود زیرا که شکل مکعب مرکب از شش مربع
است پس هرگاه بموجب کلیهٔ چهارم از هر اضلاع مربعات بقدر فضل ضلع علی نصف القطر از هر
زاویه ساقط کنند باقي شش مثمنات خواهد ماند وچون زوایای مجسمه مکعب هشت است
پس گویا هشت مخروط مثلث القاعده ساقط خواهد شد که ضلع قاعدهٔ آن بقدر ضلع مثمن وضلع
مخروط بقدر فضل ضلع علی نصف القطر بود وبسبب اسقاط مخروطات مذکوره هشت مثلثات حادث
خواهد شد ضابطهٔ چهارم در ترکیب ساختن ذو اثنی و ثلثین قاعده که دوازده از ان مخمسات
وبست از ان مثلثات باشند وآن از شکل ذو اثنی عشر قاعدهٔ مخمسات وذو عشرین قاعدهٔ مثلثات
بعد اسقاط نصف ضلع از هریک زاویه حادث میشود زیرا که بموجب کلیهٔ پنجم هرگاه از هریک
مخمس ذو اثنی عشر قواعد بقدر نصف ضلع از هریک زاویه ساقط کنند باقي دوازده مخمسات
خواهد بود وچون زوایای مجسمه ذو اثنی عشر قواعد مخمسات بست وهریک زاویهٔ مرکب
از سه زاویهٔ مسطحه است درینصورت بست مخروطات مثلث القاعده که هریک ضلع قاعده
بقدر ضلع مخمس حادثه وضلع مخروط بقدر نصف ضلع مخمس اول باشد ساقط خواهد شد
وبسبب اسقاط مخروطات بست مثلثات حادث خواهد شد واز شکل ذو عشرین قاعده مثلثات

اگر دوازده مخروط صغار مخمس القاعده که رأس المخروط رأس زوایای مجسمهٔ شکل ذو عشرین قاعده بود و ضلع آن بقدر نصف ضلع مثلثات ذو عشرین قاعده باشد ساقط کنند پس بموجب کلیهٔ اول بست مثلث باقي خواهد ماند وازانجا که اضلاع مخروط پنج است دوازده مخمس حادث خواهد شد ضابطهٔ پنجم در ترکیب ساختن ذو اثنی وثلثین قاعده که دوازده ازان معشر باشد وبست مثلث وآن از شکل ذو اثنی عشر قاعده مخمسات ماخوذ میشود باین طریق که هرگاه بموجب کلیهٔ ششم هر مخمسات را معشر سازند چونکه زوایای مجسمه بست است وهریک مرکب از سه زاویهٔ مسطحه است پس بست مخروط صغار مثلث القاعده حادث خواهد شد واگر مخروطات را قطع کرده ساقط کنند بست مثلث عند القاعده مخروطات از قطع آن حادث خواهند گردید وبموجب کلیهٔ ششم هر مخمس منقسم بمعشر خواهد شد ضابطهٔ ششم در ترکیب ساختن ذو اربعة عشر قاعده که هشت ازان مسدسات وشش مربعات باشند واین از شکل ذو ثمانیه قواعد مثلثات ماخوذ است باین طریق که ثلث هر اضلاع قواعد را بموجب کلیهٔ دویم وصل کنند وچونکه زوایای مجسمه شش وهریک مرکب از چهار زاویهٔ مسطحه است پس شش مخروطات صغار مربع القاعده از زوایای مجسمه حادث خواهد شد آنرا ساقط کنند شش مربع حادث خواهد گردید ونیز بموجب کلیهٔ دویم هشت مسدس نمودار خواهد شد ضابطهٔ هفتم در ترکیب ساختن ذو اثنی وثلثین قاعده که دوازده ازان مخمس باشد وبست مسدس وآن از شکل ذو عشرین قاعده بعد اسقاط ثلث ضلع از هریک زاویه حادث میشود باید دانست که از هر اشکال مذکوره که اجسام ساقط میشود این همه اجسام مخروطات اند که رأس آنها عند الزاویه است ونیز چنانکه این اشکال بعد اسقاط این مخروطات از اشکال مذکوره حادث میشود همچنین اگر مخروطات بر آن اشکال حادثه زائد کنند اشکال مذکوره حادث میتواند شد اما ترکیب ساختن ذو ثلثة اصناف قواعد ازین اشکال ذو صنفین که مذکور شد بعد تأمل بیرون خواهد آمد چونکه انواع آن کثیر است وبیان هریک بسیار طول درینمقام فروگذاشته شد تا کتاب دراز نگردد *

مسئلهٔ چهل وهفتم در استخراج قطر اقصر وقطر اطول اشکال متساوي الاضلاع والزوایا که بخاطر این نحیف رسیده باید دانست که در هر اشکال متساوي الاضلاع والزوایا دو دائره میتوان کشید یکی بالای شکل بطوریکه جمیع زوایا را مماس کند وهر ضلع وترقوسی از دائره شود

ودیگر درون شکل که هرضلع مماس دائره باشد وقطر دائرهٔ اعظم قطر اطول است وآن عبارت است
از خط واصل بین زاویتین متقابلتین در اشکال مزدوجه متساوي الاضلاع والزوایا وقطر دائرهٔ
اقصر قطر اصغر است که آن مساوي خط واصل بین خطین متوازیین باشد در اشکال مزدوجه
اعني شکلی که اضلاع آن زوج بود پس در اشکال منفرده که اضلاع آن فرد باشد قطر اطول
واقصر نخواهد بود چه قطر درینمحل عبارت است از خطی که بین زاویتین متقابلتین واصل
شود وآن در اشکال منفرده یافته نمیشود زیرا که زاویتین متقابلتین بدون اشکال مزدوجه متحقق
نیست مگر نصف قطر اقصر که عبارت از عمود مرکزي دائرهٔ داخل الشکل است خواهد بود
پس طریق استخراج آن اینست که دائرهٔ معلومة المحیط والقطر فرض کرده محیط را بر عدهٔ
اضلاع شکل مفروضه قسمت کنند ووتر قوس آن استخراج نمایند که آن مقدار ضلع شکل مفروضه
است که درون آن دائره خواهد افتاد وقطر اطول آن همان قطر دائره خواهد بود وضلع های
شکل مفروضه که بیک جانب از ضلعین متوازیین باشند قوس های آنها را جمع کرده وتر آن استخراج
نمایند که قطر اقصر حاصل خواهد شد مثلاً در مسدس چون دو ضلع بیک جانب ضلعین متوازیین
میباشد ودو ضلع بیک جانب ودر مثمن سه ضلع بیک جانب وسه ضلع بیک جانب وعلی هذا القیاس
در جمیع اشکال مزدوجه متساوي الاضلاع والزوایا پس در مسدس قطر اقصر وتر قوسي
خواهد بود که ضعف قوس ضلع است ودر مثمن سه مثل قوس ضلع وعلی هذا القیاس ونصف
قطر اقصر در اشکال مذکوره عمود مرکزي دائرهٔ داخل الشکل است ودر اشکال منفرده که مساوي
الاضلاع والزوایا باشند سهم قوس ضلع را از نصف قطر اعظم ساقط کنند که باقي مقدار عمود
مرکزي خواهد بود وطریق استخراج سهم از وتر وقطر سابق گفته شده است وقطر اقصر را که ضعف
عمود مرکزي است اگر هم بدینطریق حاصل کنند سهل خواهد بود وهرگاه این دانستی پس اگر
استخراج قطر اقصر شکلی مطلوب باشد ضلع شکل مطلوبه را در قطر اقصر مفروضه ضرب ساخته
بر ضلع مفروضه قسمت کنند واگر استخراج قطر اعظم مطلوب باشد ضلع شکل مطلوبه را در قطر
اعظم مفروضه ضرب ساخته بر ضلع مفروضه قسمت کنند واگر استخراج عمود مرکزي
مطلوب باشد ضلع شکل مطلوبه را در عمود مرکزي مفروضه ضرب ساخته بر ضلع مفروضه
قسمت کنند مثلاً خواهم که قطر اقصر مسدسی که هرضلع آن شش ذراع است بدانم ضلع مسدس

در دائره که قطر آن سي است برآوردم پانزده برآمد وقطر اقصر آن بست وشش پس شش را در بست وشش ضرب نموده بر پانزده قسمت نمودم ده صحیح ودو خمس برآمد واین قطر اقصر است وهم چنین هرگاه شش را در سي ضرب نموده بر پانزده قسمت کردم دوازده خارج شد واین مقدار قطر اطول است وقس علی هذا *

فائده بدانکه صاحب مفتاح طریق استخراج قطر اطول واقصر اشکال متساوي الاضلاع والزوایا بدین طریق بیان فرموده بالعمل اگر دو زاویهٔ شکل مساوي الاضلاع والزوایا را بدو خط تنصیف سازند نقطهٔ تقاطع خطین مذکورین مرکز دائره خواهد بود واین طریق در اشکال متساوي الاضلاع وغیر متساوي الاضلاع نیز جاري است وهرگاه در متساوي الاضلاع والزوایا که مزدوجه باشند هر دو نقطه منصف ضلعین متقابلین را باهم وصل کنند پس خط واصل مقدار قطر دائرهٔ داخله است ونصف آن نصف قطر دائرهٔ مذکوره ودر اشکال منفرده دو نقطه منصف دو ضلع را یا دو نقطهٔ زاویتین متقابلتین وآن هر دو ضلع وصل نمایند پس مقداریکه از نقطهٔ تقاطع خطین تا منصف ضلع باشد مقدار نصف قطر دائرهٔ داخله است وهم ازین متبادر میشود که مقداریکه از نقطهٔ تقاطع تا زاویه باشد در هر دو اشکال مزدوجه ومنفرده مقدار نصف قطر دائرهٔ محیطیه خواهد بود وبالحساب اگر یکصد وهشتاد را که مقدار نصف دائره است بر عدد اضلاع شکل قسمت نموده جیب قوس خارج القسمة بگیرند ونیز جیب تمام آن تا ربع دائره حاصل سازند ونصف مقدار ضلع را در جیب تمام ضرب نموده حاصل را بر جیب قسمت سازند خارج مقدار نصف قطر دائرهٔ داخله خواهد بود که آن مقدار نصف قطر اقصر در اشکال مزدوجه است واگر نصف مقدار ضلع را در شصت ضرب کرده بر جیب قسمت نمایند خارج مقدار نصف قطر دائرهٔ محیطیه خواهد بود که نصف قطر اطول است در اشکال مذکوره *

فائدهٔ دیگر اگر نصف قطر اطول خواه اقصر معلوم باشد وضلع شکل مجهول بود پس نصف قطر اطول را در جیب ضرب کرده بر شصت قسمت سازند وخواه نصف قطر اقصر را در جیب ضرب نموده بر جیب تمام آن قسمت نمایند که خارج مقدار ضلع بود وهذا عکسه *

فائدهٔ دیگر در اشکال مثمن ومربع احد الاضلاع را تضعیف ساخته جذر حاصل تضعیف را بر احد الاضلاع بیفزایند که حاصل مقدار قطر اقصر خواهد بود واگر قطر معلوم بود وضلع مثمن

مجهول باشد از جذر ضعف مربع قطر اقصر قطر اقصر را ساقط کنند که باقي مقدار ضلع خواهد بود *

مطلب اول در مساحت سطوح مستقیم الاضلاع و در آن چند بیان است

بیان اول در مساحت مثلثات

بدانکه چون مساحت خاص قائم الزاویه اصل مساحت جمیع مثلثات است لهذا آنرا اول بیان کرده میشود وطریقش چنان است که احد الساقین را در نصف ساق دویم ضرب سازند وطریق مساحت بروجه عام یکی این است که عمودی که از زاویه برقاعده خارج شود در نصف قاعده ضرب کنند وطریق استخراج عمود در مسئلهٔ سي و پنجم مقدمهٔ ثاني مذکور شده وطریق دویم بروجه عام اینست که عمود مرکزي را در نصف مجموع اضلاع ضرب سازند واستخراج عمود مرکزي هم در مسئلهٔ بست و نهم مقدمهٔ ثاني گذشت وطریق سیوم بروجه عام اینست که نصف مجموع اضلاع را در تفاضلات او که بر هر واحد از اضلاع است مرة بعد اخری ضرب سازند وجذر حاصل بگیرند مثلاً خواهم که مساحت مثلث هذا که قائم الزاویه است (شکل ۱۱۸)

ویک ساق آن شش وساق دویم هشت وقاعده ده است بقاعدهٔ خاص بدانم پس شش را که احد الساقین است در چهار که نصف ساق دویم است ضرب کردم بست وچهار شد وبقاعدهٔ اول بروجه عام مقدار عمود را بطریق اول مسئلهٔ سي وپنجم مقدمهٔ ثاني خارج کردم اعني مجموع الساقین را که چهارده است در تفاضل آنها که دو است ضرب کرده وحاصل را که بست وهشت است برده که قاعده است قسمت کردم خارج قسمت دو صحیح وچهار خمس شد ونصف تفاضل مابین خارج وقاعده سه صحیح وسه خمس است وهرگاه مربع آنرا که دوازده صحیح وبست وچهار بست وپنجم است از سي وشش که مربع شش است ساقط کردم باقي بست وسه صحیح ویک بست وپنجم ماند وجذر آن چهار صحیح وچهار خمس مقدار عمود برآمد آنرا در نصف قاعده که پنج است ضرب نمودم نیز بست وچهار گردید واگر بطریق چهارم مسئله مذکور ساقین را باهم ضرب کرده حاصل ضرب را که چهل وهشت است برده قسمت نمودم نیز خارج چهار صحیح وچهار خمس مقدار عمود شد ونیز بقاعدهٔ دویم وسویم مسئلهٔ مذکور همین مقدار عمود برمي آید وبطریق دویم عام عمود مرکزي بموجب مسئلهٔ بست ونهم خارج کردم اعني تفاضلات نصف

مجموع اضلاع را که بر هر ضلع است باهم ضرب کردم چون نصف مجموع اضلاع دوازده بود لهذا تفاضل بر یک ضلع شش و بر دویم چهار و بر سیوم دو شد آنرا باهم ضرب کردم چهل و هشت حاصل گردید بر دوازده که نصف مجموع اضلاع است قسمت نمودم چهار خارج شد جذر آن گرفتم دو مقدار عمود مرکزي برآمد آنرا در نصف مجموع اضلاع ضرب نمودم بست و چهار شد و بطریق سیوم عام نصف مجموع اضلاع را در تفاضلات آن که بر هر اضلاع است ضرب کردم حاصل ضرب پانصد و هفتاد و شش شد جذر آن گرفتم بست و چهار برآمد که مساحت مثلث مذکور است هکذا

مضروب اول نصف مجموع ———— ۱۲

مضروب فیه اول تفاضل اول ———— ۶

حاصل ضرب اول و مضروب ثانی ———— ۷۲

مضروب فیه دویم تفاضل ثانی ———— ۴

حاصل ضرب ثاني و مضروب ثالث ———— ۲۸۸

مضروب فیه ثالث تفاضل ثالث ———— ۲

حاصل ضرب ثالث که مساحت جذر آن مطلوب است ———— ۵۷۶

مثال دیگر مثلث منفرجة الزاویه ..... (شکل ۱۱۹)

که یک ضلع او یازده و دویم سیزده و سیوم بست است بطریق اول قاعدهٔ عام عمود از زاویه بموجب قاعدهٔ طریق اول و خواه طریق دویم خواه سیوم مسئلهٔ سي و پنجم استخراج نمائم پس اگر ضلع اطول را قاعده فرض کرده عمود خارج نمایم بهر سه طریق شش صحیح و سه خمس مقدار عمود برآمد و مساحت مثلث بضرب عمود در نصف القاعده شصت و شش شد و اگر ضلع اصغر را قاعده فرض کرده بهر سه طریق عمود برآوردم دوازده مقدار عمود شد و مساحت شصت و شش گردید و بطریق دویم عام عمود مرکزي برآوردم چون نصف مجموع اضلاع بست و دو بود و تفاضلات آن بر اضلاع ۱۱ و ۹ و ۲ و مضروبات تفاضل ۱۹۸ شد آنرا بر نصف مجموع اضلاع قسمت نمودم نه خارج گردید و جذر آن سه مقدار عمود مرکزي است هرگاه آنرا در نصف مجموع اضلاع ضرب ساختم شصت و شش مساحت شد و بطریق سیوم عام نصف مجموع اضلاع را در تفاضلات آن ضرب کرده جذر حاصل گرفتم

بدینصورت

مضروب یعني نصف مجموع ـــــــــــــــ ۶ ۲۴۳ حاصل اول

مضروب فیه اول یعني تفاضل اول ـــــــــــــــ ۱ ۲۱۸۷ حاصل ثاني

مضروب فیه دویم یعني تفاضل ثانی ـــــــــــــــ ۵ ۱۶۴۱ حاصل ثالث

مضروب فیه سیوم یعني تفاضل ثالث ـــــــــــــــ ۴

جذر	۶		۶
	.		.
۴	۳	۵	۶
۳	۶		
	۷	۵	۶
	۷	۵	۶
	.	.	.

مثال دیگر مثلث حاد الزاویه مختلف الاضلاع ..... (شکل ۱۲۰)

که یک ساق او سیزده و یک ساق چهارده و قاعده پانزده است پس بطریق اول و دویم و سیوم از مسئلهٔ سي و پنجم عمود بر قاعده خارج کردم یازده صحیح یک خمس برآمد در نصف قاعده ضرب نمودم هشتاد و چهار مساحت مثلث شد و چون عمود مرکزي برآوردم چهار برآمد آنرا در نصف مجموع اضلاع که بست و یک است ضرب ساختم نیز هشتاد و چهار مساحت مثلث شد و هرگاه نصف مجموع اضلاع را در تفاضلات آن بر هر ضلع ضرب کردم هفت هزار و پنجاه و شش شد و جذر آن گرفتم نیز هشتاد و چهار مساحت برآمد مثال دیگر مثلث متساوي الساقین منفرجة الزاویه ..... (شکل ۱۲۱)

که دو ساق آن ده ده اند و قاعده شانزده چون عمود زاویه بطریق دویم و سیوم و ششم از مسئلهٔ سي و پنجم برآوردم شش برآمد آنرا در نصف قاعده ضرب نمودم چهل و هشت مساحت مثلث شد و چون عمود مرکزي برآوردم دو صحیح و دو ثلث برآمد آنرا در نصف مجموع اضلاع که هیجده است ضرب نمودم دو هزار و سه صد و چهار گردید و جذر آن چهل و هشت مساحت مثلث است مثال دیگر مثلث متساوي الساقین حاد الزاویه (شکل ۱۲۲)

که هر دو ساق آن ده ده است و قاعده دوازده چون بموجب طریق دویم و سیوم و ششم مسئلهٔ

سي وپنجم عمود زاويه برآوردم هشت خارج شد آنرا در نصف قاعده ضرب كردم چهل وهشت مساحت مثلث شد وهرگاه عمود مركزي برآوردم سه برآمد آنرا در نصف مجموع اضلاع كه شانزده است ضرب كردم چهل وهشت مساحت شد واگر نصف مجموع اضلاع را در تفاضلات آن كه برهر ضلع است ضرب نمودم دوهزار وسه صد وچهار شد وجذر آن چهل وهشت مساحت مثلث است مثال ديگر مثلث متساوي الاضلاع كه همیشه حاد الزوايا ميباشد (شكل ۱۲۳) مثلا هر ضلع او ده ده است اگر بطريق دويم وسيوم وپنجم وششم عمود زاويه برآوردم هشت صحيح ويازده هفدهم تقريبا مقدار عمود برآمد آنرا در نصف قاعده ضرب كردم چهل وسه صحيح ويكربع مساحت مثلث تقريبا شد واگر عمود مركزي برآوردم دو صحيح وچهل پنجاه ويكم تقريبا برآمد آنرا در نصف مجموع اضلاع ضرب نمودم چهل وسه صحيح ودوازده پنجاه ويكم مساحت تقريبا شد وهرگاه نصف مجموع اضلاع را در تفاضلات آن كه برهر ضلع است ضرب نمودم يك هزار وهشت صد وهفتاد وپنج شد جذر آن چهل وسه صحيح وبست وشش هشتاد وهفتم تقريبا مساحت شد ونيز از قاعده عمود زاويه متفرع ميشود كه در مثلث مساوي الاضلاع جذر سه امثال مالمال نصف احد الاضلاع مساحت ميشود چرا كه هرگاه موقع العمود نصف ضلع است پس مربع ضلع مساوي مربع نصف ضلع ومربع عمود شد بمسئلهٔ سيزدهم مقدمهٔ ثاني پس مقدار عمود جذر سه ربع مربع ضلع گرديد چرا كه يك ربع مربع عدد مساوي مربع نصف آن عدد است درينصورت هرگاه سه ربع مربع ضلع را در ربع مربع ضلع ضرب كنند مساوي سه مالمال نصف آن ضلع خواهد بود وآن مسطح مربع نصف ضلع در مربع عمود است پس جذر آن مساوي مسطح نصف ضلع في العمود كه عبارت از مساحت مثلث است خواهد بود *

فائدهٔ اولي بايد دانست كه قاعدهٔ سيوم عام در مساحت مثلث كه بوجه عام است از جميع قواعد سواي در مثلث قائم الزاويه اقرب الي الصواب واسهل است كه احتياج باستخراج عمود نميشود ومساحت هم تحقيقي خواه اقرب التقريبي ميشود وآنچه صاحب دستور الحساب آنرا تحقيقي باطلاق عام دانسته غلط است زيرا كه مساحت باستخراج جذر حاصل ميشود پس اگر جذر تحقيقي باشد اعني جذر اگر منطق بود مساحت تحقيقي است واگر جذر اصم وتقريبي است مساحت هم تقريبي خواهد بود وهكذا در ديگر طرق الا در طريق ثالث اقرب التقريبي

حاصل میشود بسبب اینکه در آنجا مسطح الجذرین خارج میگردد و بیان آن در باب جبر و مقابله در طریق استخراج مسطح اصم الجذر مفصل مذکور شود انشاء الله تعالی *

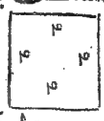
فائدهٔ دویم بنای قاعدهٔ عمودي زاویه برین است که از استخراج عمود در هر مثلث دو مثلث قائم الزاویه پیدا میشود پس مساحت مثلث اول مساوي مجموع مساحت مثلثین محدثین خواهد بود و چون مساحت هر مثلث محدث حاصل ضرب عمود در نصف ما وقع بین العمود والزاویه که قسمی از دو قسم قاعده است میشود بموجب قاعدهٔ مساحت مثلث قائم الزاویه پس حاصل ضرب عمود در نصف قاعده که مجموع نصفین قسمین اوست مساوي مساحت هر دو مثلث محدث است و آن مساوي مساحت مثلث مطلوب است *

فائدهٔ سیوم در مثلثات متساوی الساقین و متساوی الاضلاع اگر مربع نصف قاعده را از مربع احد الساقین ساقط کرده باقي را در مربع نصف قاعده ضرب کنند و جذر حاصل الضرب بگیرند مساحت مثلث حاصل میشود *

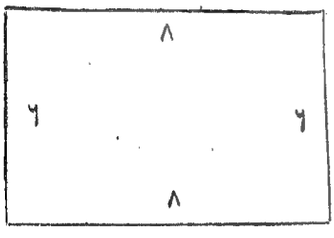
بیان دویم در مساحت ذو اربعة اضلاع

چون اقسام ذو اربعة اضلاع در مقدمهٔ اولی مذکور شده است باید دانست که در جمیع ذو اربعة اضلاع باتصال زاویتین دو قطر پیدا میشود و از هر یک قطر آن ذو اربعة اضلاع منقسم بدو مثلث میشود پس مساحت آن مساوي مجموع مساحت مثلثات اوست درینصورت اگر تقاطع قطرین علی القوائم باشد مسطح یک قطر در نصف قطر آخر مساحت ذو اربعة اضلاع خواهد بود بناءً علی قاعدهٔ مساحة المثلث بالعمود الزاویه و اگر تقاطع قطرین علی القوائم نباشد پس برای هر دو مثلث که از یک قطر حادث شوند استخراج عمود نموده مجموع عمودین را در نصف قطر خواه قطر را در نصف مجموع عمودین ضرب سازند و چون در بعض ذو اربعة اضلاع که زوایا قائمه است و از قطر دو مثلث قائم الزاویه حادث میشوند پس بموجب قاعدهٔ خاص مثلث قائم الزاویه احد الاضلاع را در ضلعیکه مجاور اوست ضرب سازند اگر ذو اربعة اضلاع مساوی الخطوط باشد و الاضلع اعظم را در اصغر ضرب نمایند پس در مربع که تقاطع قطرین و عمودین علی القوائم میشود احد القطرین را در نصف قطر آخر ضرب سازند خواه احد الاضلاع را در ضلع مجاور ضرب کنند که آن فی الحقیقة مربع احد الاضلاع است و درینجا

نکتهٔ ایست که قطر شکل مربع اصم میباشد پس مساحت بضرب آن که حاصل خواهد شد تقریبی خواهد بود و بضرب ضلعین تحقیقی مثلا



مربعی است که هر ضلع او چهار چهار است پس مساحت آن شانزده است تحقیقا و چون قطر آن پنج صحیح و هفت یازدهم است تقریبا پس حاصل ضرب یک قطر در نصف دیگر پانزده صحیح و یکصد و هفت جزء از یکصد و بست و یک جزء میشود تقریبا و در مستطیل چون زوایا قائمه است و تقاطع قطرین علی القوائم نمیشود لهذا ضلعین متجاورین را در یک دیگر ضرب کنند خواه عمود احد المثلثین را در قطر ضرب سازند چرا که مثلثین متساویین حادث میشود مثلا



مستطیل که دو ضلع متوازی او شش شش و دو ضلع دیگر متوازیین هشت هشت است پس اگر ضلعین متجاورین را باهم ضرب سازند چهل و هشت مساحت میشود و اگر عمود زاویه را که چهار صحیح و چهار خمس است در قطر که ده است ضرب نمایند هم چهل و هشت مساحت میشود و نیز در مستطیل اگر از نصف مربع قطر نصف مربع تفاضل ضلعین ساقط کنند نیز مساحت میشود مثلا در مثال مذکور نصف مربع قطر پنجاه است و نصف مربع تفاضل ضلعین دو هرگاه دو را از پنجاه ساقط کنند نیز مساحت که چهل و هشت است باقی میماند و برهان این باندک تامل ظاهر میشود و در معین چون زوایا قائمه نیست و تقاطع قطرین علی القوائم است لهذا احد القطرین را در نصف قطر آخر ضرب سازند مثلا شکل معین ..... (شکل ۱۲۴)

که هر ضلع او پنج پنج است و یک قطر او هشت و قطر دیگر شش است پس احد القطرین را در نصف آخر ضرب کردم بست و چهار مساحت معین شد و اگر مثلثین را که از احد القطرین حادث میشوند مساحت نموده تضعیف کنم نیز مساحت معین است چرا که مثلثین متساویین حادث میشوند و نیز اگر مربع نصف تفاضل بین القطرین از مربع احد الضلعین ساقط کنند نیز مساحت معین میشود و برهان این هم باندک تامل ظاهر است و در شقائقی احد القطرین را در نصف آخر ضرب سازند و خواه از مجموع مربعین ضلعین مختلفین او مجموع مربعین هر دو تفاضل که مابین نصف احد القطرین و دو قسم قطر آخر است ساقط کنند و نصف باقی بگیرند مساحت حاصل شود مثلا درین شکل شقائقی (شکل ۱۲۵)

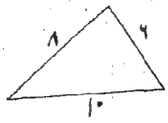
که دو ضلع او پنج پنج و دو ضلع شش شش و احد القطرین شش و قطر آخر نه صحیح و دو یازدهم تقریبي است پس اگر احد القطرین را در نصف آخر ضرب سازند بست و هفت صحیح و شش یازدهم تقریبي مساحت است و چون ضلعین مختلفین او یکی پنج و دیگر شش است و نصف احد القطرین سه است و قسمین قطر آخر یکی چهار و دویم پنج صحیح و دو یازدهم است پس اگر از مجموع مربعین ضلعین که شصت و یک میشود مجموع مربع هر دو و تفاضل ما بین نصف احد القطرین و قسمین قطر آخر را که تفاضل ما بین یک قسم یک صحیح و ما بین قسم آخر دو صحیح و دو یازدهم است و مربع تفاضل اول واحد و مربع تفاضل دویم چهار صحیح و هشت یازدهم و چهار جزء از یکصد و بست و یکجزء و مجموع هر دو مربع پنج صحیح و هشت یازدهم و چهار جزء از یکصد و بست و یکجزء میشود ساقط کردم باقي پنجاه و پنج صحیح و سي و نه جزء از یکصد و بست و یکجزء ماند و نصف آن بست و هفت صحیح و هفتاد و پنج جزء از یکصد و بست و یکجزء تقریبا مساحت شد و در لوزي چون دو زاویه قائمه است پس اقصر الخطوط را در اطول ضرب سازند خواه احد القطرین را در نصف آخر ضرب نمایند مثلا درین شکل (شکل ۱۲۶)

که دو ضلع او شش شش و دو ضلع هشت هشت اند و زاویتین متقابلتین قائمه است پس شش را که ضلع اقصر است در هشت که اطول است ضرب نمودم چهل و هشت مساحت شد خواه احد القطرین را که نه صحیح و سه خمس است در نصف آخر که پنج است ضرب ساختم نیز چهل و هشت مساحت گردید و در شبیه بالشقائقي چون قطرین متقاطعین علی القوائم اند پس احد القطرین را در نصف آخر ضرب سازند مثلا درین شکل (شکل ۱۲۷)

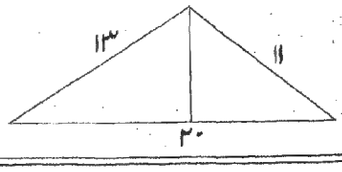
که یک ضلع هفت و دویم ده و سیوم هفده و چهارم پانزده صحیح و سیزده سي و یکم تقریبا است واحد القطرین بست و یک و قطر دویم یازده صحیح و چهار سبع تقریبي است پس احد القطرین را در نصف آخر ضرب نمودم یکصد و بست و یک صحیح و یک نصف مساحت شد و در ذي رجلین دو زاویهٔ رجلین را بخط مستقیم وصل کنند و مساحت مثلث اصغر نموده از مساحت اطول ساقط کنند باقي مطلوب است یا خط واصل بین الرجلین را در نصف واصل بین رأس المثلثین که فی الحقیقة آنخط ذو رجلین را منقسم بدو مثلث میسازد ضرب سازند خواه بالعکس که حاصل مساحت است و در شبیه بالمعین چون از احد القطرین دو مثلث متساویین حادث میشود پس

عمودیکه در احد المثلثین برقاعده خارج شود در قاعده ضرب سازند مثلاً درین شکل (شکل ۱۲۸)
که دو ضلع او سیزده سیزده و دو ضلع یازده یازده اند و قطر بست است پس اگر بر قطر از زاویهٔ منفرجه
عمود برآورده در قطر که قاعدهٔ مثلث است ضرب سازند یکصد وسي و دو مساحت میشود و اگر
بر اقصر الاضلاع که یازده است عمود برآورده در یازده ضرب سازند نیز یکصد وسي و دو مساحت
میگردد و در ذو زنقه چون دو زاویه قائمه است و سیوم منفرجه و چهارم حاده است پس اگر
از زاویهٔ منفرجه عمود خارج نمایند موازي و مساوي عمود اول خواهد بود که بر ضلعین
متوازیین عمود است و از ان یک شکل مستطیل خواه مربع و یک مثلث قائم الزاویه حادث
خواهد شد درینصورت هرگاه عمود را در نصف مجموع ضلعین متوازیین ضرب سازند مساحت
ذو زنقه است مثلاً درین شکل ..... (شکل ۱۲۹)
که یک ضلع متوازي شش و یک ضلع دویم متوازي دوازده و ضلع سیوم که عمود بر متوازیین
است هشت و ضلع چهارم که زنقه است ده پس هشت را در نه که نصف مجموع متوازیین است
ضرب نمودم هفتاد و دو مساحت شد و همچنین در ذو زنقین که خواه هر دو زنقه متساویین باشند
یا مختلف دو زاویه منفرجه و دو زاویه حاده خواهد بود پس هرگاه از زاویتین منفرجتین عمود
خارج کرده شود یک مستطیل خواه مربع و دو مثلث قائم الزاویه حادث خواهد شد پس همچنان
عمود را در نصف مجموع ضلعین متوازیین ضرب سازند و طریق استخراج عمود ذو زنقه در مسئلهٔ
سي و ششم مقدمهٔ ثاني گفته شد مثلاً درین شکل ذو زنقین متساویین (شکل ۱۳۰)
که احد المتوازیین چهار و موازي دویم بست و هر ذو زنقه ده ده اند استخراج عمود بموجب
طریق مذکور نمودم اعني مربع نصف تفاضل متوازیین را از مربع احد الزنقین ساقط نمودم
باقي سي و شش ماند و جذر آن شش مقدار عمود برآمد آنرا در نصف مجموع متوازیین
که دوازده است ضرب نمودم هفتاد و دو مساحت شد و درین شکل ذو زنقین مختلفین
متحد السمة ..... (شکل ۱۳۱)
که احد المتوازیین شش و دویم بست و احد الزنقین سیزده و دویم پانزده است چون استخراج
عمود بموجب مسئلهٔ مذکور نمودم اعني نصف تفاضل مربعین زنقین را که مربع سیزده یکصد و
شصت و نه و مربع پانزده دو صد و بست و پنج و تفاضل مابین همان پنجاه و شش و نصف آن بست

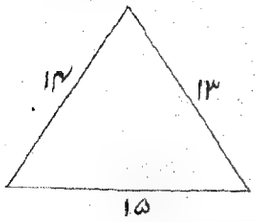
شکل ۱۱۸ صفحه ۲۳۹



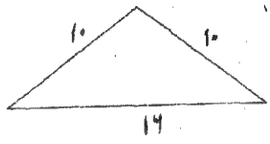
شکل ۱۱۹ صفحه ۲۴۰



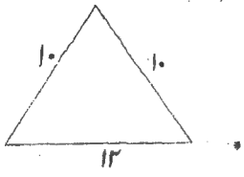
شکل ۱۲۰ صفحه ۲۴۱



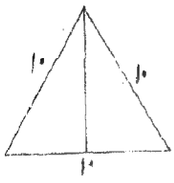
شکل ۱۲۱ صفحه ۲۴۱



شکل ۱۲۲ صفحه ۲۴۱

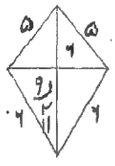


شکل ۱۲۳ صفحه ۲۴۲

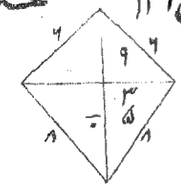


شکل ۱۲۴ صفحه ۲۴۴

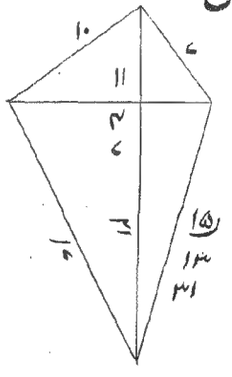
شکل ۱۲۵ صفحه ۲۴۴



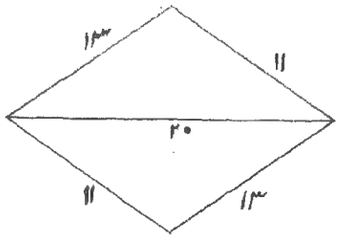
شکل ۱۲۶ صفحه ۲۴۵



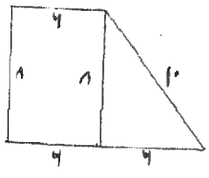
شکل ۱۲۷ صفحه ۲۴۵



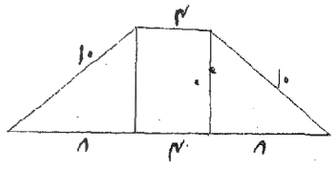
شکل ۱۲۸ صفحه ۲۴۶



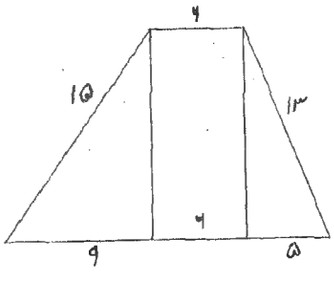
شکل ۱۲۹ صفحه ۲۴۶



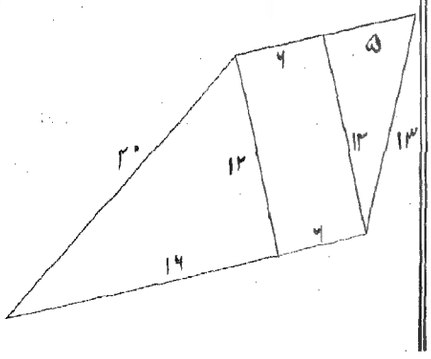
شکل ۱۳۰ صفحه ۲۴۶



شکل ۱۳۱ صفحه ۲۴۶



شکل ۱۳۲ صفحه ۲۴۷



وهشت است برتفاضل متوازیین که چهارده است قسمت نمودم خارج دوگردید آنرا هرگاه برهفت که نصف تفاضل متوازیین است افزودم نه مقدار مابین عمود وزنقهٔ اعظم حاصل شد وهرگاه خارج را ازهفت نقصان نمودم پنج مقدار مابین عمود ثاني وزنقهٔ اصغر حاصل شد پس مربع حاصل اول ازمربع زنقهٔ اعظم ساقط نمودم باقي یکصد وچهل وچهار ماند وجذر آن دوازده مقدار عمود شد آنرا درنصف مجموع متوازیین که سیزده است ضرب نمودم یکصد وپنجاه وشش مساحت گردید ودرین شکل ذوزنقین مختلفین مختلف السمة ..... (شکل ۱۳۲) که احد المتوازیین یازده ودویم بست ودو واحد الزنقین سیزده ودویم بست است هرگاه عمود برآوردم اعني چون تفاضل مابین مربعین زنقین دوصد وسي ویک است ونصف آن یکصد وپانزده ونیم میشود آنرا برتفاضل متوازیین که یازده است قسمت نمودم ده صحیح ویک نصف خارج شد وهرگاه نصف تفاضل متوازیین را برآن افزودم شانزده مقدار مابین عمود وزنقهٔ اعظم گردید وهرگاه ازخارج نصف تفاضل متوازیین را ساقط نمودم پنج مقدار مابین عمود وزنقهٔ اصغر بسمت مختلف برآمد پس مقدار عمود دوازده حاصل شد آنرا درنصف مجموع متوازیین که شانزده ونصف است ضرب نمودم یکصد ونود وهشت مساحت شد *

فائده باید دانست که اگر خطی واصل بین منصفین زنقین بکشند مساوي نصف مجموع متوازیین خواهد بود پس اگر عمود را درخط واصل بین منصفین زنقین ضرب سازند نیز مساحت است *

فائده در دیگر منحرفات هردو مثلث راکه ازقطر حادث میشود جدا جدا مساحت نموده جمع سازند *

فائده بدانکه بعضي محاسبین درمساحت منحرفات دوجا یاسه جا عرض را مساحت نموده وجمع ساخته طول را درنصف مجموع عرض اگر دوجا پیموده باشند ودرمثلث مجموع اگر سه جا پیموده باشند ودرربع مجموع اگر چهار جا پیموده باشند وعلی هذا القیاس ضرب نموده مساحت حاصل می نمایند واین دور ازصواب است چرا که درشکل قلیل الانحراف البته مساحت تقریبي حاصل می تواند شد الا درکثیر الانحراف بسیار تفاوت خواهد گردید واین عمل درمساحت کشتهای مزارع جمیع پتواریان ومتصدیان بعمل می آرند وچون حقیقت را نمیدانند معذور اند ونیز بسبب اینکه اکثر جبر ونقصان برابر میشود وتفاوتیکه درپیمایش کشتها می افتد چندان موجب نقصان نمیشود لهذا این عمل بسبب سهولیت جاري شده است *

بیان سیوم در مساحت کثیر الاضلاع

بدانکه طریق عام در مساحت کثیر الاضلاع آنست که آنرا منقسم بمثلثات سازند که مجموع مساحت مثلثات مساحت کثیر الاضلاع است الا در بعض کثیر الاضلاع که قواعد مخصوص براي مساحت آن معین است بیان کرده میشود *

قاعدهٔ اول در مساحت متساوی الاضلاع والزوایا مثل مخمس ومسدس ومسبع ومثمن وغیر آن بدانکه در هر شکل متساوي الاضلاع والزوایا چون ممکن است که دائره درون شکل بکشند بحیثیتیکه جمیع اضلاع او مماس دائره باشند پس نصف قطر دائره را که عبارت از عمود مرکزي است در نصف مجموع اضلاع ضرب سازند که حاصل مساحت است وباید دانست که در اشکال مزدوجه متساوي الاضلاع والزوایا اعني در اشکالیکه اضلاع آن زوج باشند دو قطر حادث میشود یکی اقصر که خط واصل بین ضلعین متوازیین است وهمان مقدار قطر دائرهٔ مفروضه در آن شکل است پس نصف قطر اقصر مقدار عمود مرکزي است دویم قطر اطول که خط واصل بین الزاویتین متقابلتین است که فی الحقیقة آن قطر دائرهٔ اعظم است که بالای شکل کشیده شود اعني هر زاویه مماس دائره باشد پس اگر قطر اطول را در خط واصل بین ضلعین متجاورین که عبارت از وتر زاویهٔ شکل است که از آن یک مثلث حادث میشود ضرب نمایند حاصل ضرب در شکل مثمن مساحت است ودر دیگر اشکال مزدوجه متساوي الاضلاع والزوایا حاصل ضرب مذکور را در ثمن عدة اضلاع ضرب سازند که مساحت شکل حاصل شود ونیز درین اشکال مزدوجه از دو ضلع متوازیین وخطین واصلین من اطرافها یک شکل مستطیل حادث میشود پس اگر مساحت مستطیل را در ربع عدة اضلاع ضرب نمایند نیز مساحت شکل میشود ونیز ازین متفرع میشود که مساحت مسدس مساوي مساحت مستطیل مذکور ونصف او خواهد بود ومساحت مثمن ضعف مساحة مستطیل ودر معشر مساوي ضعف مستطیل ونصف او که عبارت از دو ونیم مثل است ودر ذو اثنی عشر اضلاع مساوي سه مثل مستطیل وعلی هذا القیاس در دیگر اشکال مزدوجات متساوي الاضلاع والزوایا بزیادتي نصف مثل او خواهد بود ونیز ازین ظاهر میشود که در ذو زنقین متساویین که در مثمن بهر دو طرف مستطیل باقي میماند مساحت هر ذو زنقین مساوي نصف مستطیل است وچون مساحت

مستطیل مسطح قطر اقصر در یک ضلع مثمن است پس مساحت یک ذو زنقین مسطح قطر اقصر
که یک ضلع اطول ذو زنقین واقع شده در نصف یک ضلع مثمن خواهد بود درینصورت
مساحت مثمن از مسطح قطر اقصر و مجموع دو ضلع مثمن حاصل میشود و نیز اگر در اشکال
مزدوجه متساوی الاضلاع والزوایا اگر مربع فضل بین احد الضلع و قطر اقصر را از مربع
قطر اطول ساقط کنند باقي در شکل مثمن مساحت است و در دیگر اشکال باقي مذکور را در ثمن
عدة اضلاع ضرب سازند که حاصل مساحت شکل خواهد بود و نیز در مسدس اگر مال مال
یک ضلع را در بست و هفت ضرب سازند نصف جذر حاصل ضرب مساحت خواهد بود و هم
اگر مال مال نصف قطر اقصر را در دوازده ضرب نمایند جذر حاصل مساحت مسدس است
و هم جذر سه ربع مال مال قطر اقصر مساحت مسدس میشود و هم اگر مکعب یک ضلع
مسدس را در مجموع اضلاع ضرب ساخته ثمن حاصل ضرب بر او بیفزایند پس جذر
مجتمع مساحت مسدس است و در مثمن مربع ضلع را از مربع قطر اقصر ساقط کنند باقي مساحت
میباشد و اگر مربع ضلع مثمن را ضعف نموده جذر آنرا بر ضلع بیفزایند قطر اقصر مثمن حاصل شود
و اگر مربع ضلع مثمن و مربع قطر اقصر را جمع نمایند جذر مجموع قطر اطول مثمن میشود
بلکه در جمیع اشکال غیر مثمن نیز همچنین است بالقوه باشد یا بالفعل و اگر مربع ضلع مثمن را
بر قطر اطول قسمت کنند و مربع خارج را از مربع ضلع ساقط نمایند جذر باقي مساوي نصف
وتر زاویهٔ مثمن است اعني نصف خط واصل بین ضلعین متجاورین و در مساوی الاضلاع
والزوایا که عدد ضلع آن فرد است مثل مخمس و مسبع وغیره اگر از دو زاویهٔ دو خط بر منصف
ضلعین که مقابل او باشد بکشند نقطهٔ تقاطع آن هر دو خط مرکز دائره خواهد بود و مقدار ما بین
المرکز و منصف ضلع عمود مرکزي است و اگر فضل وتر زاویه علی نصف الضلع را در خط
واصل بین الزاویه و منصف ضلع المقابل ضرب سازند مساحت مخمس حاصل میشود و طریق
دریافت فضل وتر علی نصف ضلع مخمس این است که بر مربع ضلع ربع مربع آن بیفزایند
و جذر آن بگیرند که فضل حاصل شود و هرگاه بر فضل نصف ضلع زیاده کنند مقدار وتر
حاصل شود و هرگاه از مربع وتر مربع نصف ضلع ساقط کنند و جذر باقي بگیرند مقدار خط واصل
بین الزاویه و منصف ضلع مقابل حاصل آید چرا که هرگاه از یک زاویه خط بر منصف ضلع

مقابل بکشند هر ائنه عمود خواهد شد وزاویهٔ قائمه حادث خواهد گردید وخط واصل بین الزاویتین که وتر زاویهٔ مخمس است وتر زاویهٔ قائمه خواهد بود پس اگر از مربع آن مربع نصف ضلع ساقط کنند باقي مربع خط واصل بین الزاویه ومنصف خواهد ماند بشکل عروس واگر مجموع یک ضلع ونصف وتر را در مقداریکه از خط واصل بین الزاویه ومنصف ضلع مقابل مابین وتر وضلع مذکور واقع شود ضرب سازند نیز مساحت مخمس میشود *

تنبیه بدانکه صاحب عیون الحساب نوشته است که صاحب مفتاح استخراج مساحت اشکال متساوی الاضلاع والزوایا از مثلث ومخمس تا ذوستة عشر باینطور نموده که اگر ضلع انها واحد باشد پس مساحت انهارا از ارقام ستینیه تا خامسه برآورده ومراد از ارقام ستینیه درجه ودقیقه وثانیه وثالثه ورابعه وخامسه است وآنرا در جدولي مع اضعاف انها وضع نموده وباز آنرا بطریق ارقام هندیه که مراد از کسور است از مخرج مشترک نقل کرده درهمان جدول نوشته که هرگاه ارادهٔ مساحت شکلی کرده شود مربع ضلع شکل مطلوبه را در مساحت مرقوم الجدول که برای آن شکل است ضرب سازند مساحت مطلوب حاصل شود چراکه نسبت مربع ضلع شکل مطلوب المساحة بطرف مساحت مطلوب مثل نسبت مربع واحد که هم واحد است بطرف مساحت مرقوم الجدول است درینصورت اگر مربع ضلع مخمس را در (اهج مح رح) خامسه ضرب نمایند مساحت حاصل شود وهمچنین در مسدس ومسبع ومثمن ومتسع ومعشر وذو اثنی عشر ضلع وذو خمسة عشر ضلع وذو ستة عشر ضلع مربع ضلع را در مقدار مساحت که مرقوم الجدول است ضرب سازند که حاصل مساحت شکل شود وباید دانست که ارقام مساحت را در جدول اول برقوم ستینیه وهم بعبارت وهم اضعاف مساحت را برقوم ستینیه نوشته وهمچنین در جدول ثاني ارقام مساحت را برقوم هندیه وهم بعبارت وهم اضعاف مساحت را برقوم هندیه نوشته تا کاتبان را سهوی وخطائی واقع نشود ودر ارقام هندیه کسور را از یک مخرج که آن الف الف است گرفته تا که بموجب حساب منجمین نسبت کسور تا سادس الاعشار درست شود درینصورت باید که اگر در ضلع کسر باشد آنرا از مخرج عشر بگیرند تا در ضرب سهولیت واقع شود مثلا خواستم که مساحت مسدس که ضلع اوبست ونصف ذرع باشد بدانم آنرا بارقام ستینیه بدینصورت نوشتم کل دقیقه وآنرا مربع نمودم (رباعیه) دقیقه شد آنرا در (ب له ح ء الرصب) خامسه ضرب نمودم

مقدار مساحت شکل اقوام ستینیه هرگاه مقدار ضلع واحد باشد							مقدار مساحت بعارب						اضعاف ارقام ستینیه					
نام شکل	اجزاء	دقائق	ثوانی	ثوالث	روابع	خوامس	اجزاء	دقائقها	ثوانیها	ثوالثها	روابعها	خوامسها	اجزاء	دقائق	ثوانی	ثوالث	روابع	خوامس
المثلث	ا	اله	نح	ه	مد	لر	صفر	بست و پنج	پنجاه و هشت	پنجاه	چهل و چهار	سی و هفت	ا	نا	نر	ما	الط	مد
المخمس	ا	مح	نح	مح	ر	ح	یک	چهل و سه	سیزده	چهل و سه	هفت	هشت	ح	الو	الر	الو	مد	لو
المسدس	ب	له	نح	ا	الر	مب	دو	سی و پنج	پنجاه و سه	چهار	بست و هفت	چهل و دو	ه	ما	مو	ح	نه	الد
المسبع	ح	لح	ب	ه	لح	م	سه	سی و هشت	دو	پنج	هجده	چهل	ر	لو	ا	ے	لز	ال
المثمن	ا	مط	مب	ال	له	لب	چهار	چهل و نه	چهل و دو	بست	پانزده	سی و دو	ط	لط	الد	م	لا	ا
المتسع	و	ے	ند	لد	لح	لو	شش	ده	پنجاه و چهار	سی و چهار	هجده	شانزده	ب	ال	لط	ح	لو	لب
المعشر	ر	ما	لط	ط	و	له	هفت	چهل و یک	سی و نه	نه	شش	سی و پنج	له	الح	لح	لح	لح	ے
ذو اثنی عشر ضلعا	ما	ما	مو	ح	نه	الد	یازده	یازده	چهل و شش	هشت	پنجاه و پنج	بست و چهار	الب	الح	لب	مر	ه	مح
ذو ثلثی عشر ضلعا	مر	لح	لب	ل	الح	لط	هفده	سی و هشت	سی و دو	سی	بست و سه	نوزده	له	مر	ه	ها	مو	لح
ذو سدس عشر ضلعا	ال	و	لح	ما	لط	لو	بست	شش	سی و سه	چهل و یک	نوزده	شانزده	م	لح	ر	الب	لح	لب

نام شکل	ساوسها	خمسها	رابعها	ثالثها	ثانیها	الاعشار	الاحاد	العشرات	مساحة ذوات الاضلاع الکثیرة بالکتابة	ساوسها	خمسها	رابعها	ثالثها	ثانیها	الاعشار	الاحاد	العشرات
										ضعفها						صحاح	
مثلث	۲	۱	۰	۳	۳	۴	۰	۰	هرگاه باشد از ذوات الاضلاع الکثیرة یکهزار پس مربع ضلع هزار هزار خواهد شد	۴	۲	۰	۶	۶	۸	۰	۰
مخمس	۷	۷	۴	۰	۲	۷	۱	۰	چهارصد وسی وسه هزار و دوازده بذلک اجزاء مساحت	۴	۵	۹	۰	۴	۴	۳	۰
مسدس	۶	۷	۰	۸	۹	۵	۲	۰	مثل مربع ضلع واحد و هفتصد و بست هزار چهارصد و هفتاد و هفت	۲	۵	۱	۶	۹	۱	۵	۰
مسبع	۴	۱	۹	۳	۳	۶	۳	۰	دو مثل مربع ضلع واحد و پنج صد و نود و هشت هزار و هفتاد و شش	۸	۲	۸	۷	۶	۴	۷	۰
مثمن	۷	۲	۴	۸	۲	۸	۴	۰	سه امثال مربع ضلع واحد ششصد وسی وسه هزار نهصد و چهارده	۴	۵	۸	۶	۵	۶	۹	۰
متسع	۵	۲	۸	۱	۸	۱	۶	۰	چهار امثال مربع ضلع واحد هشتصد و بست و هشت هزار و چهارصد و بست و هفت	۰	۵	۶	۸	۳	۳	۲	۱
معشر	۹	۰	۹	۴	۹	۶	۷	۰	شش امثال مربع ضلع واحد یکصد و هشتاد و یکهزار و هشتصد و بست و پنج	۸	۱	۸	۹	۸	۳	۵	۱
واحد عشر ضلعا	۲	۵	۱	۶	۹	۱	۱	۱	هفت امثال مربع ضلع واحد ششصد و نود و چهار هزار و نه صد و نه	۴	۰	۳	۲	۹	۳	۲	۲
دو عشر ضلعا	۳	۶	۳	۲	۴	۶	۷	۱	یازده امثال مربع ضلع واحد یکصد و نود و شش هزار و یکصد و پنجاه و دو	۶	۲	۷	۴	۸	۲	۵	۳
سه عشر ضلعا	۸	۵	۳	۹	۰	۱	۰	۲	هفده امثال مربع ضلع واحد ششصد و چهل و دو هزار و سه صد و شصت و سه	۶	۱	۷	۸	۱	۲	۰	۴
									بست امثال مربع ضلع واحد یکصد و نه هزار سه صد و پنجاه و هشت بالاجزاء								

حاصل ح ناح الطل ها نه ل سا دسه مساحت گردید واگر با رقام هندیه حاصل سازم ضلع را بدینصورت نوشتم ۲۰ وآنرا مربع کردم ۴۲۰ گردید آنرا در ۲ ضرب نمودم حاصل ۱۰۹۱

۸۴۱۴۳۹	۵۹۸۰۷۶	۲۵	۵
۱۰۰۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰۰	۱۰۰	۱۰

مساحت گردید وکسور را اگر بخواهند تحویل بکسر اقل نمایند وهذه جدوله (شکل ۱۳۳) وبخاطر این نحیف طریق دیگر اسهل برای استخراج قطر اقصر ومرکز عمودي وقطر اعظم گذشته که هرگاه استخراج انها بعمل آید مساحت اشکال مطلوبهٔ مذکور بهرطریق سهل وآسان خواهد شد چنانچه در مقدمهٔ ثاني در مسئلهٔ چهل وهفتم مذکور گردیده *

قاعدهٔ دویم در مساحت اشکال مزدوجه متساوی الزوایا باید دانست که اشکال مزدوجه متساوی الزوایا بر دو قسم است یکی آنکه صرف دو ضلع متوازیین متساویین اطول خواه اقصر از دیگر اضلاع باشند وباقي جمیع اضلاع متساوي بوند دویم اینکه نصف عدة اضلاع اطول ومتساوي باشند ونصف عدة اضلاع دیگر اقصر ومساوي باشند چون در قسم اول گویا ضلعین متوازیین از شکل متساوی الاضلاع والزوایا زائد خواه ناقص شده است واز قدر زائد خواه ناقص وقطر اقصر یک مستطیل حاصل میشود که بقدر مساحت آن در شکل مذکور از مساحت شکل مساوی الاضلاع زیادت خواه نقصان خواهد بود لهذا اگر دو ضلع متوازیین اطول باشند تفاضل ضلع اطول را که بر ضلع اقصر است ضعف نموده بر مجموع اضلاع بیفزایند واگر هر دو ضلع متوازیین اقصر اند ضعف تفاضل مذکور از مجموع اضلاع بکاهند وربع مجتمع در صورت اول وربع باقي را در صورت ثاني در خط واصل بین الضلعین الاطولین خواه الاقصرین که فی الحقیقة آن قطر اقصر شکل متساوی الاضلاع والزوایا است ضرب سازند وخواه نصف مجتمع را در صورت اول ونصف باقي را در صورت ثاني در نصف خط واصل بین الضلعین الاطولین که فی الحقیقة عمود مرکزي دائرهٔ داخلة الشکل متساوي الاضلاع والزوایا است ضرب نمایند واستخراج خط مذکور که قطر اقصر است بطوریکه در مسئلهٔ چهل وهفتم مذکور شده از روي ضلع اقصر بعمل آرند فافهم وقسم دویم در مساحت منقسم بمثلثات میشود که مجموع مساحت مثلثات مساحة الشکل خواهد بود *

قاعدهٔ سیوم در مساحت ذوشرفه بدانکه ذوشرفه هم برسه قسم است یکي آنکه جمیع اضلاع وزوایاي او متساوي باشند و درینصورت از وصل بین منتهی ساقهای شرفها شکل متساوي الاضلاع والزوایا حادث خواهد شد که هر ضلع آن قاعدهٔ مثلث متساوي الساقین است وجمیع مثلثات مساوي خواهد بود وآنرا مشرف گویند ودویم آنکه زوایای شرفه متساوي باشند واضلاع مختلف بحیثیتکه خط واصل بین ساقها متساوي بود آن را مفرس گویند درینصورت هم جمیع مثلثات متساوي لکن مختلف الساقین خواهند شد وقسم سیوم آنکه مختلف الزوایا باشد اعم ازینکه ساقها وقاعده متساوي باشند یا مختلف پس در مشرف خط واصل بین مرکز واحد من زاویة الشرفة را که حقیقت مجموع عمود مرکزي شکل متساوي الاضلاع والزوایا وعمود مثلث حادثه است در نصف خط واصل بین منتهی ساقین که در حقیقت نصف ضلع شکل متساوي الاضلاع والزوایا ونصف قاعدهٔ مثلث حادثه است ضرب ساخته در عدهٔ شرفه ضرب نمایند که مساحت مشرف است چراکه فی الحقیقة مساحت مجموع شکل متساوی الاضلاع والزویا وجمیع مثلثات متساویات حادثه میشود وبطریق آخر خط واصل بین المرکز وزوایهٔ مقعریه را اعني زاویهٔ که از التقای ضلعین شرفین متجاورین حاصل میشود در نصف خط واصل بین زاویتین مشرفتین متجاورتین ضرب نموده در عدهٔ شرفه ضرب نمایند که نیز حاصل مساحت است وبرهان این بتامل ظاهر میشود ودر مفرس که قسم دویم است عمود مرکزي وعمود مثلثي را که بالاي خط واصل بین منتهی ساقین خارج شود جمع نموده در نصف خط مذکور ضرب نمایند وحاصل را در عدهٔ شرفه ضرب کنند که مساحت حاصل شود *

فائده باید دانست که باقي جمیع اشکال کثیر الاضلاع را ملاحظه باید کرد که منقسم بمثلثات یا مستطیلات یا دیگر اشکال که برای مساحت آن قواعد خاص مذکور شده میشود یا نه پس بهرچه منقسم شود ومساحت سهل باشد باید نمود *

مطلب دویم در مساحت سطوح مستدیره ودر آن چند بیان است

بیان اول در مساحت دائره

وآن بچند طریق میشود طریق اول نصف قطر را در نصف محیط ضرب سازند خواه قطر را در ربع محیط وخواه محیط را در ربع قطر ضرب نمایند چراکه ارشمیدس در مقالهٔ اولی گفته است که مساحت

دائره مساوي مساحت مثلث قائم الزاويه است که یکضلع او مساوي نصف قطر وضلع دویم مساوي محیط دائره باشد طریق دویم از مربع قطر سبع ونصف سبع مربع مذکور نقصان سازند زیراکه ارشمیدس در شکل ثالث از مقالهٔ اولی در تکسیر دائره نوشته است که نسبت سطح دائره بطرف مربع قطر مثل نسبت یازده بطرف چهارده است وآن نقصان سبع ونصف سبع است طریق سیوم مربع قطر را در یازده ضرب نموده حاصل را برچهارده قسمت کنند خواه مربع نصف قطر را در بست ودو ضرب ساخته برهفت قسمت سازند بناءً علی قاعدهٔ اربعهٔ متناسبه بلحاظ نسبت مذکور طریق چهارم بحساب صاحب مفتاح مربع قطر را در (مر رالو) ثالثه اعني چهل وهفت دقیقه وهفت ثانیه وبست وشش ثالثه که آن مقدار نسبت مساحت دائره بطرف مربع قطر است بلکه این عدد ربع عدد نسبت محیط الی قطر که (ح ح الط مد) ثالثه است میشود ضرب نمایند که مساحت حاصل شود وبیان درجه ودقیقه وثانیه وثالثه ورابعه در باب حساب اهل تنجیم مذکور کرده شد طریق پنجم اگر مربع نصف قطر را در سه صحیح ویک سبع ضرب نمایند نیز مساحت دائره باشد واگر مساحت دائره را در چهارده ضرب نموده بر یازده قسمت سازند خارج مربع قطر باشد وبحساب صاحب مفتاح اگر مساحت دائره را در چهارده ضرب کرده بر (مر رالو) ثالثه اعني چهل وهفت دقیقه وهفت ثانیه وبست وشش ثالثه قسمت نمایند خارج مربع قطر باشد*

تنبیه باید دانست که بعضی محاسبان از اهل تنجیم در مساحت دائره خطا مي کنند چراکه انها قطر دائره را یک صد وبست ومحیط را سه صد وشصت شمار می کنند چنانکه جمیع اهل هیئة همین نسبت معتبر دارند لاکن تفاوت در اجزاء قطریه ومحیطیه می باشد پس غافل نباید شد که هرگاه قطر یکصد وبست باشد محیط سه صد وهفتاد وهفت ویک سبع خواهد بود واگر محیط سه صد وشصت باشد قطر یکصد وچهارده وشش جزء از یازده جزء خواهد بود فافهم مثال مساحت دائره هرگاه قطر دائره هفت است پس محیط بست ودو خواهد بود ومساحت آن بطریق اول نصف محیط را که یازده است در نصف قطر که سه صحیح ونصف است ضرب کردم سي وهشت ویک نصف شد وآن مساحت است وبطریق دویم از مربع قطر که چهل ونه است سبع ونصف سبع که ده ونیم شد ساقط نمودم باقي سي وهشت ویک نصف ماند وآن مساحت است وبطریق سیوم مربع قطر را در یازده ضرب نمودم پانصد وسي ونه شد آنرا برچهارده قسمت نمودم

خارج همان سي وهشت ويک نصف شد که مساحت است وبطريق چهارم سي وهشت درجه وبست ونه دقيقه وپنج ثانيه گرديد وصاحب دستور الحساب گويد که اگر مربع قطر را در سه هزار ونهصد وبست وهفت ضرب کرده حاصل را بر پنجهزار قسمت سازند خارج مساحت دائره تحقيقي خواهد بود واين مطابق طريق صاحب مفتاح است لاکن تحقيقي نميتواند شد چراکه نسبت قطر با محيط صمي است وصاحب مفتاح مساحت دائره را يکي از تضعيفات نسبت محيط الى القطر ودیگر از تضعيفات نسبت مساحت الى القطر بيان کرده وبراي تضعيفات آن هردو نسبت دو جدول مرقوم نموده ونيز آنرا برقوم ستينيه وهنديه مرقوم ساخته وطريقش اينست که هرگاه نصف قطر دائره معلوم باشد آنرا برقوم ستينيه خواه برقوم هنديه نويسند ودر رقوم ستينيه از يمين ودر رقوم هنديه از يسار ابتدا کرده مقابل رقم اول تضعيفات نسبت محيط الى القطر در جدول هر ارقام که از تضعيفات واقع شده اند آنرا بنويسند وبعد از ان بمقابل رقم ثاني هر اعداد که واقع شده اند آنرا تحت ارقام سابق يکمرتبه منحطا نقل کرده بنويسند وهمچنين تا آخر برسند وآنرا جمع سازند که مجموع مقدار نصف دائره خواهد بود واگر آنرا در نصف قطر مذکور ضرب سازند که حاصل مساحت دائره خواهد شد واگر همچنين مربع قطر گرفته ارقام هريکي را از جدول تضعيفات نسبت مساحت الى مربع قطر گرفته وبهمان طريق يکي تحت ديگري نوشته جمع سازند حاصل مقدار مساحت باشد مثلا اگر خواهند که مساحت دائره که نصف قطر آن هفتاد وهفت است بدانند پس اگر بطور رقم ستينيه نوشتم (اىر) گرديد پس در جدول نسبت محيط الى القطر چون مقابل ا (ح ح الط مد) بود آنرا نوشتم وباز مقابل ىر (غ الد اله الح) ثالثه بود آنرا تحت اول منحطا نوشتم وجمع نمودم بدينصورت

مقابل ا ..... ح ح الط مد

مقابل ىر ..... ا غ الد اله الح

حاصل (ء اند ط الح) ثالثه گرديد آنرا در (اىر) درجه که نصف قطر است ضرب ساختم حاصل (ه ے الول ح نو) ثالثه مساحت دائره باشد واگر بطور رقم هنديه نويسم ۷۷ ومقابل هفت هر ارقام که از جدول مذکور بود نوشتم وباز تحت آن منحطا نگاشتم چراکه هردو رقم احاد وعشرات هفت است

جدول تضاعيف نسبة المحيط الى القطر

قطر	مرفوع	اجزاء	دقائق	ثوانيه	ثوالثة	قطر	مرفوع	اجزاء	دقائق	ثوانية	ثوالثة
ا ب		ح و	ح و	كط بط	مد كح	لا لب	ا ا	لر م	كح لا	كا نا	مد كح
ح ز		ط ب	كه كح	كط نح	ب نو	كح لد	ا ا	مح مو	م مح	كا ه	ب نو
ه و		يه ح	مب ه	كمح نح	م كد	له لو	ا ا	مط نح	نز ه	ا ه	م كد
ز ح		كا كه	نط ر	كح نز	ح نب	كر ح	ا ا	نو نط	يد كب	ا مط	ح نب
ط ى		كح كا	يو كد	كز نز	لو كز	لط م	ب ب	ب ه	لا لط	يط مط	لو كز
يا يب		لد لز	لح ما	كز نو	ز مح	ما مب	ب ب	ح يا	مح نو	يط مح	ز مح
يح يد		م مح	ه نح	كو نو	لب يو	مح مد	ب ب	يه يح	ه يح	يح مز	لب يو
يه يو		مز ه	ز يه	كو نه	يا مد	مه مو	ب ب	كا كد	كب يل	يح مز	يا مد
يز يح		نح نو	كد لب	كه نه	كح ب	مز مح	ب ب	كز يل	لط مز	يز مز	كح ب
لط كا	يا ا	نط ب	ما مط	كد ند	نو م	مط ه	ب ب	لح كز	نو ز	يو مو	نو م
كا كنب	ا ا	ه ط	نح و	كد ند	كد ح	نا نب	ب ب	م مح	يح كا	يو مو	كد ح
كح كد	ا ا	ب يه	نه كح	كح نح	نب لو	نح ند	ب ب	مو مط	يل يح	يه مه	نب يو
كه كو	ا ا	يح كا	لب م	نح كح	كا ز	نه نو	ب ب	نب نه	يز نه	يه مط	كا ز
كز كح	ا ا	كد كز	مط نز	كب نب	مح لب	نز نح	ب ح	نط ب	ز ب	يح مح	مح لب
كط ل	ا ا	لا لد	د يد	كب نب	يو يا	نط سه	ح ح	ه ح	كا كط	يح مح	لو يا

Printed at the Asiatic Lith. Cos Press Calcutta 1821

جدول تضاعیف نسبة مساحة الدائرة الی مربع قطرها

مربع القطر	اجزاء	دقائق	ثوانی	ثوالث	مربع القطر	اجزاء	دقائق	ثوانی	ثوالث
ا ب	ها ا	مر لد	مر مد	لو نب	لا لب	لد له	ار ر	هد نر	لو نب
ح ز	ب ح	اا ح	اب لط	بح مد	لح لد	له لو	نه مب	ه ب	بح مد
ه و	ح ز	نه مب	لر مد	سے و	له و	ار لح	لط و	ا لر	سے و
ر ح	ه و	لط و	نب نط	ب لح	لر لح	لط لط	ح هد	له مب	ب لح
ط سے	ر ر	ر نا	و مد	ند ا	لط م	ل لا	لر لد	مط نر	ند ا
ما ب	ح ط	لح له	اا لط	مو ب	ما مب	لب لب	ب نط	ر ب	مو ب
بح مد	سے سے	ب نط	لو مد	لح ر	مح مد	لح لا	مو لح	نط لر	لح ز
نه و	ما ب	مو لح	نا نخ	ل نو	مه مو	له و	ار ر	لد ما	ول نو
ر نح	بح مد	اا ح	و بح	اب مح	مر مح	لو لر	مد ما	مط نو	اب مح
لط ار	مد نه	نه مب	اا لح	مد م	مط هد	لح لط	لط و	ز ما	مد م
اا اب	لو ر	لط و	لو مح	و لب	نا نب	م م	ح هد	نط لو	و لب
اح اد	بح بح	ح هد	هد بح	نخ اد	نخ ند	ما مب	لر اد	لح ما	نخ اا
اه او	لط ار	لح اه	ه بح	هد و	نه نو	محح محح	ما نخ	مح نو	هد و
اح اح	اا اا	اب نط	ار لح	مب ح	مد نخ	مد مه	مو لر	ما ح	مب ح
لط ل	اب اح	مو لح	له مح	لد ها	نط سه	مو مر	ار ر	بح او	لد ها

Printed at the Asiatic Lith. Cos Press Calcutta 1831

جزء ثالث من جدول ۱۳۴ صفحه ۲۵۵

جدول تضاعيف نسبة مساحة الدائرة الى مربع قطرها

القطر	الكسور								
	سابعها	سادسها	خامسها	رابعها	ثالثها	ثانيها	الاعشار	آحاد	عشرات
۱	۵	۲	۸	۹	۳	۵	۸	۷	۰
۲	۰	۵	۶	۹	۷	۰	۷	۵	۱
۳	۵	۷	۴	۹	۱	۶	۵	۳	۲
۴	۰	۰	۳	۹	۵	۱	۴	۱	۲
۵	۵	۲	۱	۹	۹	۶	۲	۹	۳
۶	۰	۵	۹	۸	۳	۲	۱	۷	۴
۷	۵	۷	۷	۸	۷	۷	۹	۴	۵
۸	۰	۰	۶	۸	۱	۳	۸	۲	۶
۹	۵	۲	۴	۸	۵	۸	۶	۰	۷
۱۰	۰	۵	۲	۸	۹	۳	۵	۸	۷

جزء رابع من جدول ۱۳۴ صفحه ۲۵۵

تضاعيف نسبة المحيط الى القطر

القطر	الكسور								
	سادسها	خامسها	رابعها	ثالثها	ثانيها	الاعشار	آحاد	عشرات	
ا	۳	۹	۵	۱	۴	۱	۳	۰	
ب	۶	۸	۱	۳	۸	۲	۶	۰	
ج	۹	۷	۷	۴	۲	۴	۹	۰	
د	۲	۷	۳	۶	۶	۵	۲	۱	
ه	۵	۶	۹	۷	۰	۷	۵	۱	
و	۸	۵	۵	۹	۴	۸	۸	۱	
ز	۱	۵	۱	۱	۹	۹	۱	۲	
ح	۴	۴	۷	۲	۳	۱	۵	۲	
ط	۷	۳	۳	۴	۷	۲	۸	۳	
ی	۰	۳	۹	۵	۱	۴	۱	۳	

Printed at the Asiatic Lith. Gas Press, Calcutta 1831

ومجموع را در هفتاد وهفت ضرب ساختم حاصل ضرب مساحت شد بدینصورت

مقابل ۷ ..... ۱۵۹۱۱ ، ۲۱۹

مقابل ۷ ... . ۱۵۹۱۱ ، ۲۱

۲۴۱ ، ۹۰۲۶۶۱

صحاح مع واحد کسور جمع شد

۷۷

حاصل ضرب مجموع در هفتاد وهفت ۱۸۶۲۶ ، ۵۰۴۸۹۷

کسور صحاح

وهمچنین اگر مربع قطر را اعني مربع (۱۵۴) راکه (۲۳۷۱۶) است نوشتم ومقابل هر رقم آن ازجدول تضعیفات نسبت مساحت الی مربع قطر گرفته همچنان منحطا نوشتم وجمع ساختم حاصل مساحت دائره گردید بدینصورت

کسور صحاح

۱۵۷۰۷ ، ۹۶۵۰

۲۳۵۶ ، ۱۹۴۷۵

۵۴۹ ، ۷۷۸۷۷۵

۷ ، ۸۵۳۹۸۲۵

۴ ، ۷۱۲۳۸۹۵۰

۱۸۶۲۶ ، ۵۰۴۸۹۷۰۰

جمع کسور جمع صحاح مطلوب

جدول تضعیفات درجدول ..... (۱۳۴)

بیان دویم در مساحت قطاع

وطریقش آنست که نصف قطر را در نصف قوس ضرب سازند وهذا ایضا ما بیّنه ارشمیدس فی الشکل الاول من مقالة تکسیر الدائرة وباید دانست که چون قطاع دوقسم است یکی اعظم ودویم اصغر پس اگر نسبت نصف قطر بطرف قوس زائد از سه مثل ویک سبع باشد قطاع اعظم است واگر کمتر ازان است قطاع اصغر مثلا قوس قطاع ده ونصف قطر سه است چون نسبت سه بطرف ده زائد از سه مثل ویک سبع است پس اعظم باشد وبرای مساحت آن پنج را در سه ضرب کردم پانزده شد بدینصورت ..... (شکل ۱۳۵)

واگر قوس هشت صحیح وشش سبع است ونصف قطر سه چون نسبت کمتر است قطاع اصغر

باشد و براي مساحت آن چهار صحيح و سه سبع را در سه ضرب كردم سيزده صحيح و دو سبع مساحت شد بدينصورت ..... (شكل ۱۳۶)

بيان سيوم در مساحت قطعه

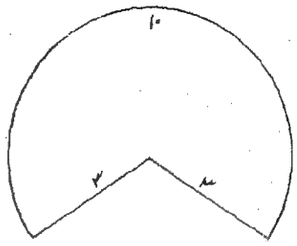
بدانكه قطعه بر سه قسم است يكى نصف دائره دويم قطعهٔ اعظم من النصف سيوم اصغر من النصف پس مساحت نصف دائره حاصل ضرب نصف قطر در نصف قوس است و مساحت قطعهٔ اعظم و اصغر بقطاع ميشود چراكه بر مساحت قطاع اعظم اگر مساحت مثلث بيفزايند مساحت قطعهٔ اعظم حاصل شود و از مساحت قطاع اصغر اگر مساحت مثلث ساقط كنند مساحت قطعهٔ اصغر حاصل شود زيراكه قطاع اعظم در حقيقت قطعهٔ اعظم است كه از ان يك مثلث متساوى الساقين ساقط شده كه هر دو ساق آن نصف قطر و قاعده وتر قوس است و همچنين قطاع اصغر قطعهٔ اصغر است كه بر آن مثلث مذكور زائد شده پس در مساحت قطعه ضرور است از استخراج مركز و دريافت نصف قطر تا مساحت مثلث حاصل شود و طريق استخراج آن در مسئلهٔ بست و چهارم مقدمهٔ ثاني مذكور شده مثلاً قوس قطعه بست و دو و وتر هيجده و يك سدس است و سهم پنج و يك ربع چون بموجب مسئلهٔ مذكور مقدار قطر بست و يك بر آمد كه نصف قطر ده و نيم است پس مساحت قطاع يكصد و پانزده و نصف شد و چون از نصف قطر مقدار سهم ساقط كردم باقي پنج و يك ربع عمود مثلث ماند بر وتر قطعه آنرا در نصف وتر كه نه و نصف سدس است ضرب ساختم حاصل چهل و هفت صحيح و يازده جزء از شانزده جزء مساحت مثلث گرديد و هرگاه آنرا از مساحت قطاع ساقط نمودم باقي شصت و هفت صحيح و سيزده جزء از شانزده جزء مساحت قطعه شد زيراكه اين قطعهٔ اصغر است و در قطعهٔ اعظم اگر مساحت مثلث را بيفزايند مساحت قطعه حاصل خواهد شد بدينصورت ..... (شكل ۱۳۷)

بيان چهارم

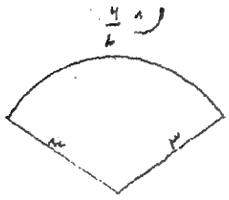
در مساحت شكلى كه شبيه بقطاع باشد اعني مركب از قطعهٔ دائره و مثلث غير مركزي باشد زائداً يا ناقصاً بدينصورت ..... (شكل ۱۳۸)

پس در مساحت آن مساحت مثلث را بر مساحت قطعه بيفزايند اگر قطعه زائده باشد و ناقص كنند اگر قطعه ناقص باشد *

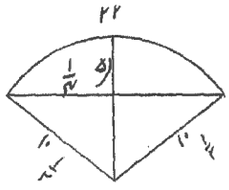
شکل ۱۳۵ صفحه ۲۵۵



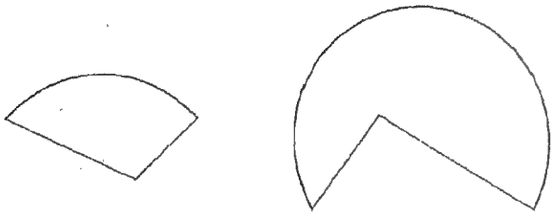
شکل ۱۳۶ صفحه ۲۵۶



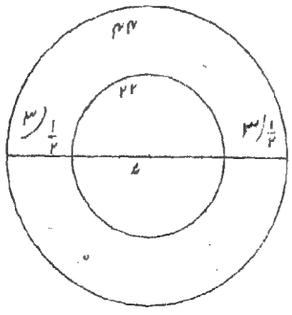
شکل ۱۳۷ صفحه ۲۵۷



شکل ۱۳۸ صفحه ۲۵۶



شکل ۱۳۹ صفحه ۲۵۷



بیان پنجم در مساحت اهلیلجي وشلجمي وهلالي ونعلي

باید دانست که چون اینهمه اشکال مرکب از دو قطعه اند پس بخط فاصل آنها را دو قطعه نمایند ومساحت هر دو قطعه جدا جدا نمایند در اهلیلجي ودر شلجمي مجموع مساحت قطعتین مساحت شکل است ودر هلالي ونعلي فضل قطعهٔ اعظم علی اصغر مساحت است *

بیان ششم

در مساحت حلقهٔ مسطحه که عبارت از سطح ما بین دائرتین متوازیتین است باید که مساحت دائرهٔ صغری از مساحت دائرهٔ کبری ساقط کنند باقي مساحت حلقهٔ مسطحه است وخواه بُعد بین المحیطین را در نصف مجموع محیطین ضرب سازند وخواه بُعد بین المحیطین را در محیط دائره که در نصف عرض حلقهٔ مسطحه مفروض شود ضرب نمایند باید دانست که محیط دائرهٔ مذکوره لا محاله بقدر نصف مجموع محیطین خواهد بود مثلاً محیط دائرهٔ کبری چهل وچهار وقطر چهارده ومحیط دائرهٔ صغری بست ودو وقطر هفت است پس از مساحت کبری که یکصد وپنجاه وچهار میشود مساحت دائرهٔ صغری که سي وهشت ویک نصف است ساقط نمودم باقي یکصد وپانزده ویک نصف مساحت حلقهٔ مسطحه ماند وهمچنین اگر فضل بین المحیطین را که سه ونصف است در نصف مجموع محیطین که سي وسه است ضرب نمودم نیز یک صد وپانزده ونصف مساحت حلقه حاصل میشود بدینصورت ..... (شکل ۱۳۹)

ودر مساحت قطعة الحلقه باید که بُعد ما بین المحیطین را در نصف مجموع قوس هر دو دائرهٔ صغری وکبری ضرب سازند ودر قطاع حلقهٔ مساحت اصغر را از اعظم ساقط کنند وعلی هذا القیاس در مساحت جمیع سطوح که مماثل حلقهٔ مسطحه اند اعني اگر وسط آنها خالي باشد طریق سهل این است که مساحت سطح اصغر را از مساحت سطح اعظم نقصان نمایند چنانکه در مساحت دهن حوضها وچاها وغیر آن *

بیان هفتم

در مساحت دیگر اشکال باید دانست که دیگر اشکال را منقسم باقسام متناسبه از مثلثات وقطعات دائره ومربعات وکثیر الاضلاع بهر طریقیکه مساحت سهل شود قسمت نمایند وانواع آن بسیار است *

مطلب سیوم در مساحت سطح اسطوانه و مخروط و در آن دو بیان است

بیان اول در مساحت سطح اسطوانه

بدانکه اسطوانه در لغت بمعني ستون است وآن دو قسم است مستديره و مضلعه وآن هردو نيز دو قسم اند قائمه و مائله پس طريق مساحت سطح اسطوانهٔ قائمهٔ مستديره خواه مضلعه اينست که محيط قاعده را در خط واصل بين القاعدتين که متوازي سهم باشد ضرب کنند چرا که مساحت سطح اسطوانه مثل مساحت ذو اربعة اضلاع قائم الزاويا است که يک ضلع آن محيط قاعده وضلع دويم خط واصل بين القاعدتين متوازي سهم است چنانکه اگر کاغذي مستطيل الشکل را مستديره کنند خواه مضلع نمايند شکل اسطوانه ميشود مثلا محيط قاعدهٔ اسطوانه بست ودو وارتفاع اعني خط واصل بين القاعدتين موازي سهم سي است پس محيط قاعده را در ارتفاع ضرب نمودم ششصد و شصت مساحت سطح اسطوانه گرديد *

فائده ارشميدس در شکل سادس من اولى کتاب الکرة والاسطوانة ميگويد که سطح اسطوانهٔ مستديره مساوي سطح دائره است که نصف قطر او وسط في النسبة باشد بين ضلع اسطوانه وقطر قاعده و وسط في النسبة عبارت است از عدديکه نسبت احد الطرفين بطرف او مثل نسبت او بطرف آخر باشد چنانکه دو و چهار و هشت پس چهار وسط في النسبة است وضرور است که مربع عدد وسطي مساوي مسطح الطرفين باشد پس مربع نصف قطر دائرهٔ مذکور مساوي مسطح ضلع اسطوانه في قطر القاعده خواهد بود و هرگاه محيط دائره بقدر سه امثال وسبع قطر است پس مسطح ضلع اسطوانه در محيط قاعده مساوي سه امثال ويکسبع مربع نصف قطر دائرهٔ مذکور شد وآن مساوي مساحت دائرهٔ مذکوره بطريق پنجم مساحت دائره که مذکور شده است و بايد دانست چنانکه از خطين واصلين بين هردو طرف قطرين قاعدتين اسطوانهٔ قائمه شکل مستطيل حاصل ميشود همچنين از خطين واصلين بين هردو طرف قطرين قاعدتين اسطوانهٔ مائله شکل شبيه بالمعين حادث ميگردد پس مساحت سطح آن مثل مساحت شبيه بالمعين است که يک ضلع آن محيط قاعده وضلع دويم خط واصل بين القاعدتين باشد وچون در مساحت شبيه بالمعين عمودي را که از زاويهٔ منفرجه بر احد الضلعين المتقابلين بکشند در آن ضلع ضرب مي نمايند لهذا در مساحت سطح اسطوانه سطح مائلهٔ مستديره باشد يا مضلعهٔ محيط قطعتيکه خط واصل

بین القاعدتین بر آن عمود باشد در آن خط واصل ضرب نمایند وچون شکل اسطوانه بر صفحه درست نمی آید لهذا اکثر شارحین خلاصة الحساب در تصور اسطوانهٔ مائله حیرانند چنانچه خلخالي رحمه الله میگوید که از گردش واصل بین محیطین دائرتین حدوث اسطوانهٔ مائله متخیل نمیشود و شارح عصمة الله رحمه الله گفته که بتخییل من نمی آید که سهم اسطوانه بر قاعده عمود نشود غایة الامر اینست که سهم مذکور بر سطحیکه اسطوانه را بر آن سطح استاده کنند رواست که عمود نشود بدینوجه که قاعدهٔ اسطوانه فرض کنند که موازي آن سطح در شرح نیست یعنی اسطوانه را کج کرده بر آن سطح استاده کرده باشند و مولوي روشن علي جونپوري رح در شرح فارسي خلاصة الحساب دلیل اثبات آنرا ببرهان هندسي بیان فرموده اند وبدان تفاخر نموده حقیقت اینست که جناب شارح عصمة الله رح را در موازاة شبه افتاده که از دائرتین متوازیتین توازي علی الاستقامة تصور نموده حالانکه در موازاة توازي علی الاستقامة شرط نیست بلکه در اشکال معین وشبه بالمعین که موازاة ضلعین است علی الاستقامة نیست علی الانحراف است اعني هر خطی که از احد من الاجزاء یکی از متوازیین بر جزء مقابل دیگری می کشند بر هیچک از ان متوازیین عمود نخواهد بود بخلاف توازي علی الاستقامة چنانکه در مربع ومستطیل است که هر خط از جزء یکی بطرف جزء مقابل دیگری بکشند بر هردو عمود خواهد بود ونیز هر قدر که در موازاة انحراف خواهد شد قطر شکل اقصر خواهد افتاد ودائره ضیق خواهد شد ودو زاویهٔ متقابلتین منفرجه ودو زاویهٔ حاده حاصل خواهد شد واین باندک تخییل ظاهر است واگر کسی را تخییل مشکل شود باید که شکل شبه بالمعین از کاغذي تراشیده آنرا بالاستدارة وصل کنند ونیز اگر دو دائره از پرکالهای نیزهٔ بانس بسازند چنانکه آتشبازان میسازند وآن هر دو را علی سبیل توازي بالانحراف باهم از پرکالهای دیگر وصل کنند شکل اسطوانهٔ مائله بخوبي حاصل شود وچندانکه انحراف دائرتین زیاده خواهد بود انفراج زاویتین متقابلتین وانحداد زاویتین متقابلتین زیاده خواهد شد وقطر واصل بین المنفرجتین اقصر وقطر واصل بین الحادتین اعظم خواهد گردید وهمچنین اسطوانهٔ ناقصه است که آنرا نه صاحب خلاصة الحساب ونه صاحب عیون الحساب ودستور الحساب وصاحب مفتاح بیان نموده صرف این نحیف آنرا بتخییل صادق استنباط نموده اعني هر دو دائرهٔ اسطوانه متساویتین باشند ومتوازیتین نباشند وسهم واصل بین

مرکزین دائرتین عمود بریکی باشد وبر دیگری نباشد درینصورت هردوخط واصل بین قطرین دائرتین یکی اعظم ویکی اصغر ومتوازیتین خواهند بود ومساحت سطح آن مثل مساحت شکل ذوزنقه است که دوضلع متوازیین هردوخط واصل بین الدائرتین باشند وعمود برآن هردو ومحیط احد الدائرتین وزنقهٔ محیط دائرهٔ آخر بود لهذا طریق مساحت سطح آن آنست که محیط دائره را در نصف مجموع خطین واصلین بین الدائرتین ضرب سازند مثال اسطوانهٔ مائله محیط قاعده اگر چهل وچهار وقطر سطح اسطوانه بسبب میلان هفت وخط واصل بین الدائرتین سي باشند چون قطر سطح هفت است پس محیط آن که خط واصل بین الدائرتین بر وعمود شود بست ودو خواهد بود لهذا بست ودو را در سي ضرب نمودم ششصد وشصت مساحت شد مثال اسطوانهٔ ناقصه محیط قاعده بست ودو واحد من الخطین الواصلین بین الدائرتین سي وپنج والاخری بست وپنج چون نصف مجموع هردوخط سي میشود پس بست ودو را در سي ضرب نمودم نیز ششصد وشصت مساحت گردید *

بیان دویم در مساحت سطح مخروط

بدانکه مخروط نیز بر دو قسم است مستدیر ومضلع وهریکي ازان خواه تام است یا ناقص وقائم است یا مائل ومساحت سطح مخروط مستدیر تام قائم مثل مساحت قطاع است که قوس آن مساوي محیط قاعدهٔ مخروط ونصف قطر آن مساوي خط واصل بین رأس المخروط ومحیط قاعده باشد پس خط واصل را در نصف محیط قاعده ضرب سازند ونیز ارشمیدس در شکل سادس من اولی کتاب الکرة والاسطوانة میگوید که سطح مستدیر مخروط قائم مساوي دائرهٔ ایست که نصف قطر او وسط فی النسبة بین ضلع مخروط ونصف قطر قاعدهٔ او باشد درینصورت مربع نصف قطر دائرهٔ مذکوره مساوي مسطح ضلع مخروط در نصف قطر قاعدهٔ او خواهد بود وچون نصف محیط دائره مساوي سه امثال ویک سبع نصف قطر مي باشد چرا که نسبت انصاف مثل نسبت اضعاف است بشکل اول من سادسهٔ اصول پس مسطح ضلع مخروط در نصف محیط قاعده مساوي سه امثال ویک سبع ومربع نصف قطر دائرهٔ مذکوره گردید وآن مساحت دائرهٔ مذکوره است پس در مساحت مخروط مستدیر تام قائم ضلع مخروط را که عبارت از خط واصل بین رأس المخروط ومحیط قاعده است در نصف محیط قاعده ضرب سازند وبالعکس ودر مخروط ناقص مستدیر قائم خط واصل بین الدائرتین را در نصف محیط دائرتین ضرب نمایند ودر مخروط

مستدیر تام مائل نصف مجموع خط اطول واقصر را که واصلین بین رأس المخروط و محیط قاعده است در نصف محیط قاعده ضرب سازند و در مخروط مستدیر ناقص مائل نصف مجموع خطین اطول واقصر مذکور را در نصف محیط دائرتین ضرب کنند و در مخروط مضلع تام وناقص خواه قائم بود وخواه مائل مجموع مساحت مثلثات مساحت مخروط تام است و مجموع مساحت جمیع سطوح ذو اربعة اضلاع مساحت مخروط ناقص است *

مطلب چهارم در مساحت سطح کره وابعاض آن ودر آن نیز چند بیان است

بیان اول در مساحت سطح کره

طریق اول قطر کره را در محیطه عظیمهٔ کره ضرب سازند طریق دویم مربع قطر کره را در بست ودو ضرب ساخته حاصل را بر هفت قسمت سازند زیرا که مساحت سطح کره مساوي مساحت دائرهٔ ایست که نصف قطر آن مثل قطر کره باشد و نیز مساحت سطح کره مساوي مساحت چهار امثال سطح دائرهٔ عظیمهٔ کره است کما برهن علیه ارشمیدس فی الشکل الخامس والثلثین من المقالة الاولی کتاب الکرة والاسطوانة طریق سیوم مربع قطر را در چهار ضرب کرده از حاصل الضرب سبع ونصف سبع ساقط کنند طریق چهارم مربع قطر را در سه صحیح ویک سبع ضرب کنند وآن نسبت محیط دائره الی القطر است علی المشهور وخواه مربع قطر را در (ح ح الط مد) ثالثه ضرب نمایند که نسبت محیط الی القطر است بطریق صاحب مفتاح مثلاً اگر قطر کره هفت بود ومحیط دائرهٔ عظیمه بست ودو پس بطریق اول هفت را در بست ودو ضرب کردم یک صد وپنجاه وچهار شد واین مساحت سطح کره است وبطریق دویم چهل ونه را که مربع قطر است در بست ودو ضرب کردم وحاصل را که یک هزار وهفتاد وهشت بود بر هفت قسمت نمودم خارج یکصد وپنجاه وچهار مساحت سطح کره است وبطریق سیوم چهل ونه را که مربع قطر است در چهار ضرب کردم یکصد ونود وشش شد وازان یک سبع ونصف سبع آن که چهل ودو میشود ساقط نمودم باقي یکصد وپنجاه وچهار مساحت سطح کره شد وبطریق چهارم چهل ونه را که مربع قطر است در سه ویکسبع ضرب کردم یکصد وچهار وپنجاه وچهار مساحت سطح کره گردید *

بیان دویم در مساحت سطح قطعهٔ کره

بدانکه مساحت سطح مستدیرهٔ قطعه مساوي مساحت دائرهٔ ایست که نصف قطر آن برابر خط

مستقیم واصل بین قطب کره و محیط قاعدهٔ قطعه بود و نیز مساوي مجموع مساحت قاعده ومساحت دائره که نصف قطر آن برابر ارتفاع قطعه اعني سهم قطعه باشد واگر مساحت سطح کره را در مساحت دائره که نصف قطر آن ارتفاع قطعه باشد ضرب نموده جذر حاصل بگیرند نیز مساحت قطعه باشد و نیز اگر محیط دائرهٔ عظیمهٔ کره را در ارتفاع قطعه که سهم است ضرب نمایند مساحت قطعه حاصل شود و نیز اگر سهم قطعهٔ کره را در سه و یکسبع ضرب نموده حاصل را در قطر کره ضرب سازند نیز مساحت قطعه حاصل شود مثال قطر قاعدهٔ قطعهٔ کره بست وچهار سهم اعني ارتفاع نه است درینصورت براي استخراج قطر کره مربع نصف قطر قاعده را که وتر قوس محیط عظیمهٔ کره است بر سهم قسمت نمودم اعني یکصد وچهل وچهار را بر نه قسمت ساختم خارج شانزده شد آنرا با سهم جمع نمودم بست و پنج مقدار قطر کره گردید وچون از نصف قطر قاعدهٔ قطعهٔ که نصف الوتر قوس قطر قطعه است وسهم او زاویهٔ قائمه حاصل میشود و سهم قطعهٔ کره خط واصل بین احد القطبین کره که داخل قطعه است وبین منصف وتر است پس البته وتر آن زاویه خط مستقیم واصل بین قطب الکره و محیط قاعده خواهد بود وهرگاه بشکل عروس جذر مجموع مربع نصف الوتر و مربع سهم که دوصد وبست و پنج است استخراج نمودم جذر آن پانزده مقدار خط واصل بر آمد درینصورت مساحت قطعه در مثال مذکور بطریق اول نمودم اعني دائره فرض کردم که نصف قطر آن پانزده باشد پس محیط آن نود وچهار صحیح ودو سبع شد نصف قطر را در نصف محیط ضرب نمودم مساحت دائرهٔ مذکور هفت صد وهفت صحیح و یک سبع گردید واین مساوي مساحت قطعه است و نیز اگر پانزده را در نسبت محیط الی القطر که سه صحیح و یک سبع است ضرب نموده حاصل را باز در پانزده ضرب نمایم هم مطلوب حاصل شود و بطریق ثاني چون قطر قاعده بست و چهار است پس محیط آن هفتاد و پنج صحیح و سه سبع شد نصف قطر را در نصف محیط ضرب نمودم چهارصد وپنجاه ودو صحیح و چهار سبع شد و باز چون مقدار سهم نه است پس محیط دائره که نصف قطر آن نه باشد پنجاه و شش صحیح و چهار سبع خواهد بود نصف قطر را در نصف محیط ضرب نمودم دوصد وپنجاه وچهار صحیح و چهار سبع شد پس مجموع مساحت هر دو دائره هفتصد وهفت صحیح و یک سبع گردید و آن مساوي مساحت قطعه است و بطریق ثالث چون قطر کره بست و پنج و محیط عظیمهٔ کره هفتاد و هشت صحیح وچهار سبع ومساحت کره یک هزار

ونهصد وشصت وچهار صحیح ودو سبع است آنرا درمساحت دائره که نصف قطر آن نه باشد اعني دوصد وپنجاه وچهار صحیح وچهار سبع ضرب نمودم پنج لک وپنجاه ویک شد وجذر آن هفتصد وهفت صحیح ویک سبع تقریبي برآمد وآن مساحت قطعه است وبطریق رابع محیط عظیمهٔ کره راکه هفتاد وهشت صحیح وچهار سبع است درنه ضرب ساختم هفتصد وهفت صحیح ویک سبع مساحت قطعه شد وبطریق خامس نه راکه سهم قطعهٔ کره است در سه ویک سبع ضرب نمودم بست وهشت صحیح ودو سبع شد وآنرا در قطر کره که بست وپنج است ضرب کردم نیز هفت صد وهفت صحیح ویک سبع مساحت شد *

فائده باید دانست که صاحب خلاصة الحساب برای مساحت قطعه صرف یک قاعدهٔ اولی بیان نموده ودر آن خط واصل بین القطب ومحیط قاعده بلاقید مستقیم ومنحني مذکور ساخته بجهت آنکه قطر هر دائره خط مستقیم است نه منحني وشارح خلخالي رح بر آن مناقشه کرده که خط مستقیم بر سطح کره متوهم نمیشود الا در جرم کره واستعلام آن در غایت تعذر است فقط وحالانکه استعلام آن در نهایت سهولیت است چراکه هرگاه یک رجل پرکار را بر نقطهٔ قطب کره نهاده رجل دیگر بر محیط دائره که قاعدهٔ قطعه است نهاده شود مقدار فتح پرگار مقدار خط مستقیم است که واصل بین قطب کره ومحیط قاعدهٔ قطعهٔ کره باشد پس این مناقشه از شارح مذکور نهایت بعید است کما لا یخفی *

بیان سیوم

درمساحت سطح کره که بعد جداشدن دو قطعه باقي بماند پس اگر آن هر دو قطعه متوازي باشند شکل شبیه بدفي میشود واگر متوازي نباشند شبیه پرکالي میگردد وطریق مساحت آن اینست که فضل قطر کره علی مجموع سهمین قطعتین بگیرند وآنرا در محیط عظیمهٔ کره ضرب سازند مثلاً اگر قطر کره بست وپنج است ودو قطعه ازان جدا شده اند که سهم هریکی نه است ومجموع آن هجده وفضل قطر علی المجموع هفت پس محیط عظیمه راکه هفتاد وهشت صحیح وچهار سبع است در هفت ضرب نمودم پانصد وپنجاه شد واین مساحت شکل است وعلی هذا اگر قطعه مختلف باشد

بیان چهارم

درمساحت سطح تنیني که آنرا ضلع الکره نیز گویند وطریق آن اینست که قطر کره را در غایة المیل بین نصفین عظیمین ضرب سازند مثلاً قطر کره یکصد و بست وغایة المیل عظیمین بست وچهار است چنانکه از تقاطع منطقة البروج ومعدل النهار است پس یکصد وبست را در بست وچهار ضرب کنند دو هزار وهشتصد وهشتاد شود این بود بیان مساحت سطوح والله اعلم *

مطلب پنجم در مساحت اجسام اسطوانه ومخروط وکره ودر آن هم چند بیان است

بیان اول در مساحت جسم اسطوانه

باید دانست که اسطوانه بر دو قسم است مستدیره ومضلعه وانواع مضلعه بسیار است مثل چبوتره که مسدس ومخمس ومثلث وغیر آن میشود وخشت وشکل مکعب وحوضها ودیوارها وامثال آن هرچه که حجم او مختلف شود بلکه جمیع سطوح قاطعهٔ او موازي قاعدهٔ او باشند وهمه متشابه ومتماثل یک دیگر از روي قدر ووضع شوند واعم است ازینکه قاعدهٔ اسطوانه موازي افق باشد اعني بر سطح زمین قائم بود یا موازي افق نبود اعني بر سطح زمین قائم نبود بلکه ضلع آن بر سطح قائم بود مثل دیواري که بصورت تبر باشد اعني حجم آن بر سطح زمین زیاده بود ورأس کم بود آنهم داخل اسطوانهٔ مضلعه است چرا که درینصورت قاعدهٔ اسطوانه که شکل مثلث یا ذو زنقتین یا ذو زنقه وغیر آن هرچه باشد بر سطح زمین عمود خواهد بود ودر مساحت آن چند طریق است *

طریق اول در مساحت جسم اسطوانهٔ مستدیره ومضلعه عموما باید که مساحت یک سطح قاعده را در خط واصل بین القاعدتین ضرب سازند

فائده اگر در میان شکلی خالي باشد چون حوض وچاه وخواه طاق وغیر آن باید که هر شکلی در آن حادث شده باشد مساحت نموده از مساحت اسطوانه ساقط کنند وهمچنین اگر زائد باشد

تنین اژدها وآن شکلی است که بر سطح کره هرگاه دو دائرهٔ عظیمه متقاطع ومتقارب واقع شوند از تقاطع آن شکلی شبیه به تنین حاصل میشود چنانچه از تقاطع دائره جوزهر وحامل فلک قمر حادث شده اند وازین تشبیه یک محل تقاطع را رأس ودیگر مقابل را ذنب میگویند *

زائد نمایند وباید دانست که قاعدهٔ اسطوانه در مساحت مراد ازان است که خط واصل بین القاعدتین برآن عمود باشد پس در اسطوانهٔ مائله قاعدهٔ موجود معتبر نخواهد بود بلکه قاعدهٔ معتبره محیط قطعي ازان اسطوانه است که خط واصل برآن عمود باشد چنانکه در مساحت سطح اسطوانهٔ مائله گفته شد ونیز در اسطوانهٔ ناقصه چون جمیع خطوط واصل بین القاعدتین مساوي نمی باشد لهذا نصف مجموع خط اطول و اقصر را گرفته مساحت قاعده را که آنخطوط برو عمود باشند در نصف آن مجموع ضرب سازند *

طریق دویم که مخصوص مساحت جسم اسطوانهٔ مستدیرهٔ قائمه است مساحت سطح مستدیرهٔ اسطوانه را در ربع قطر قاعده ضرب سازند *

طریق سیوم مخصوص جسم اسطوانهٔ مضلعه که قاعدهٔ او شکل متساوي الاضلاع والزوایا باشد باید که مساحت سطح مضلع مذکور در ربع قطر اقصر که عبارت از ربع قطر دائره داخلة الشکل است ضرب سازند و برهان اینهمه باندک تامل ظاهر است *

فائده باید دانست که عامهٔ مساحان از قسم معماران وغیره که مساحت دیوارها وغیره از ابنیه می نمایند در مساحت دیوار که قاعدهٔ شکل مستطیل است طول را که فی الحقیقة یک ضلع قاعده اسطوانه است در ارتفاع ضرب نموده حاصل را در عرض که عبارت از ضلع ثاني قاعده است ضرب می نمایند واگر شکل دیوار بصورت تبر باشد اعني عرض رأس او کمتر بود در نصف مجموع عرض رأس وعرض بناء ضرب میکنند وارتفاع همان خط را که واصل بین رأس دیوار وبناء آنست معتبر میدارند واین خطاست چراکه ارتفاع عبارت از عمود است وهرگاه عرض رأس دیوار و عرض بناي آن مختلف شد آن خط واصل عمود نخواهد بود لیکن چون بسبب اینکه مقدار عرض دیوار قلیل می باشد ودر استخراج عمود اندکي دقت است لهذا تفاوت قلیل را جائز داشته براي سهولیت بدین طریق عمل میکنند مثال اسطوانهٔ مستدیرهٔ قائمه اگر محیط قاعده بست و دو وقطر هفت وارتفاع سي است پس مساحت قاعده را که سي وهشت ونصف است در سي ضرب کردم یکهزار ویکصد وپنجاه وپنج مساحت جسم اسطوانه شد وبطریق دویم چون مساحت سطح مستدیره ششصد وشصت است آنرا در ربع قطر که یک صحیح وسه ربع است ضرب نمودم نیز حاصل یکهزار ویکصد وپنجاه وپنج گردید مثال اسطوانهٔ مائلهٔ مستدیره اگر محیط قاعده چهل

وچهار وقطر اسطوانه هفت است پس محیط قطعه که خط واصل بین القاعدتین بر آن قطعه عمود باشد بست ودو خواهد بود ومساحت قاعدهٔ آن سي وهشت ونصف میشود وچون ارتفاع سي باشد سي وهشت ونصف را در سي ضرب کنند که مساحت جسم اسطوانهٔ مائله حاصل شود مثال اسطوانهٔ مستدیرهٔ ناقصه اگر محیط قاعده بست ودو واطول الخطین الواصلین بین القاعدتین سي وپنج واقصر الخطین بست وپنج است چون مساحت قاعده سي وهشت ویک نصف ونصف مجموع الخطین مذکور سي پس حاصل ضرب آن یکهزار ویکصد وپنجاه وپنج مساحت جسم اسطوانهٔ مستدیرهٔ ناقصه شد مثال اسطوانهٔ مضلعهٔ قائمه چبوترهٔ ایست مسدس اعني متساوی الاضلاع والزوایا که ارتفاع آن دو درعه است وهریک ضلع آن شش درعه پس قطر اقصر آن ده صحیح ودو خمس خواهد بود درینصورت مساحت قاعده را که نود وسه صحیح وسه خمس است در دو که ارتفاع است ضرب نمودم یکصد وهشتاد وهفت صحیح ویک خمس شد وبطریق سیوم چون مساحت سطح هفتاد ودو است آنرا در ربع قطر اقصر که دو صحیح وسه خمس است ضرب نمودم حاصل یکصد وهشتاد وهفت صحیح ویک خمس مساحت جسم شد وچون اشکال اسطوانهٔ مضلعه بسیار است لهذا همبرین امثال قیاس باید کرد *

بیان دویم در مساحت جسم مخروط ودر آن چند طریق است *

طریق اول در مساحت جسم مخروط تام مستدیره باشد یا مضلعه قاعدهٔ اول باید که ارتفاع مخروط را در ثلث مساحت قاعده ضرب نمایند خواه بالعکس چرا که مساحت مخروط مساوي ثلث مساحت اسطوانهٔ متحدة القاعده والارتفاع میباشد کما ثبت فی الشکل السادس والتاسع من مقالة اثنی عشر اصول وطریق استخراج ارتفاع اسطوانه ومخروط در مقدمهٔ ثاني گفته شد قاعدهٔ دویم بر ارتفاع مخروط سبع ثلث آن افزوده مجموع را در مربع نصف قطر قاعده ضرب سازند *

طریق دویم در مساحت جسم مخروط ناقص قاعدهٔ اول باید که مساحت جسم مخروط اصغر را از مساحت جسم مخروط تام نقصان کنند که باقي مساحت جسم مخروط ناقص است قاعدهٔ دویم که صاحب دستور الحساب در مساحت جسم مخروط ناقص مستدیره ومضلعه گفته که مربع قطر قاعده اعلی واسفل را جمع نموده حاصل ضرب هردو قطر بر وی بیفزایند ویک سبع ونصف آن از مجموع ساقط سازند وباقي را در ثلث ارتفاع ضرب کنند حاصل مساحت جسم مخروط ناقص است مؤلف گوید که

صاحب دستور الحساب درین قاعده تعمیم نبوده غلط کرده است چه در مخروط مضلعهٔ ناقصه هرگز درست نمیشود چرا که در مخروط مضلع نسبت قطر با مجموع اضلاع مثل نسبت قطر با محیط دائره نمیتواند شد قاعدهٔ سیوم که این فقیر استخراج کرده و شامل است مخروط ناقص مضلعه ومستدیره را مساحت قاعدهٔ عظمی وصغری را جمع نمایند وباز مساحت صغری را در نسبت قطر قاعدتین ضرب سازند اگر مخروط مستدیر باشد ودر نسبت ضلعین متوازیین قاعدتین ضرب سازند اگر مخروط مضلعه باشد وحاصل را بر مجموع مساحت قاعدتین افزوده مجموع را در ثلث ارتفاع ضرب نمایند که حاصل ضرب مساحت جسم مخروط ناقص است قاعدهٔ چهارم صاحب ترجمهٔ لیلاوتي نوشته که مضروب ومضروب فیه مساحت قاعدتین را جدا جدا نوشته ومجموع مضروب هردو قاعده را در مجموع مضروب فیه هردو ضرب سازند وحاصل الضرب مساحت هردو قاعده را افزوده مجموع را در ارتفاع ضرب نمایند که حاصل مساحت مخروط ناقص است مستدیر باشد خواه مضلع مثال مخروط مستدیر تام محیط قاعده بست ودو وقطر هفت وارتفاع سي است پس مساحت قاعده را که سي وهشت ونصف است درده که ثلث ارتفاع است ضرب کردم سه صد وهشتاد وپنج شد وآن مساحت جسم مخروط است ونیز بر ارتفاع مخروط سبع ثلث افزودم سي ویک وسه سبع شد آنرا در مربع نصف قطر که دوازده ویک ربع است ضرب نمودم همان مساحت شد مثال مخروط مضلع تام که قاعدهٔ او مسدس است هر ضلع او شش درعه وقطر اصغرده صحیح ودو خمس وارتفاع دوازده پس مساحت قاعده را که نود وسه صحیح وسه خمس است در چهار که ثلث ارتفاع است ضرب نمودم سه صد وهفتاد وچهار صحیح ودو خمس مساحت جسم مخروط مضلع شد مثال مخروط مستدیر ناقص محیط قاعده بست ودو وقطر هفت وارتفاع پانزده ومحیط قاعدهٔ صغری یازده وقطر سه ونیم است پس بقاعدهٔ اول استخراج ارتفاع مخروط تام نمودم اعني قطر قاعدهٔ عظمی را در ارتفاع ضرب ساختم یکصد وپنج شد آنرا بر فضل قطر قاعدهٔ عظمی علی قطر قاعدهٔ صغری که سه ونصف است قسمت نمودم خارج سي شد وآن مقدار ارتفاع مخروط تام است پس ارتفاع مخروط اصغر هم پانزده باقي ماند ومساحت جسم مخروط تام سه صد وهشتاد وپنج ومساحت جسم مخروط اصغر چهل وهشت ویک ثمن گردید وهرگاه مساحت جسم مخروط اصغر را از مساحت جسم

مخروط تام ساقط نمودم باقي سه صد وسي وشش وهفت ثمن مساحت جسم مخروط ناقص ماند
وبطريق صاحب دستور الحساب مربع قطر قاعدهٔ عظيمه چهل ونه است ومربع قطر قاعدهٔ صغرى
دوازده ويک ربع مسطح قطرين بست وچهار ويک نصف ومجموع آن هشتاد وپنج وسه ربع شد
ازان يک سبع ونصف سبع آن که هجده وسه ثمن است ساقط نمودم وباقي راکه شصت وهفت و
سه ثمن ماند در ثلث ارتفاع که پنج است ضرب نمودم سه صد وسي وشش وهفت ثمن مساحت
جسم مخروط ناقص گرديد وبقاعدهٔ سيوم که مؤلف استخراج کرده است چون مساحت قاعدهٔ
عظمى سي وهشت ونصف ومساحت قاعدهٔ صغرى نه صحيح وپنج ثمن است ونسبت بين القطرين
ضعف است پس مساحت قاعدهٔ صغرى را در نسبت قطرين ضرب نموده اعني ضعف ساخته
بر مجموع مساحت قاعدتين افزودم شصت وهفت صحيح وسه ثمن شد آنرا در ثلث ارتفاع که پنج است
ضرب نمودم حاصل همان مساحت شد ونيز بقاعدهٔ چهارم چون در مساحت قاعدهٔ عظمى مضروب
سه ونصف ومضروب فيه يازده ودر مساحت قاعدهٔ صغرى مضروب يک صحيح وسه ربع و
مضروب فيه پنج صحيح ويک نصف است پس مجموع مضروب هردو را که پنج ويک ربع ميشود
در مجموع مضروب فيه هردو که سيزده ويک نصف است ضرب کردم حاصل هشتاد وشش و
پنج ثمن شده آنرا بر مجموع مساحت قاعدتين افزودم ومجموع راکه يکصد وسي وچهار
وسه ربع شد بر شش قسمت کردم بست ودو صحيح ويازده بست وچهارم گرديد آنرا در پانزده که
ارتفاع است ضرب ساختم حاصل سه صد وسي وشش وهفت ثمن مساحت گرديد مثال مخروط
مضلع ناقص مسدس القاعده که ضلع قاعدهٔ عظمى شش درعه وقطر اقصر اوده صحيح ودو
خمس است وضلع قاعدهٔ صغرى سه درعه وقطر اصغر او پنج صحيح ويک خمس وارتفاع شش پس
بقاعدهٔ اولى استخراج ارتفاع مخروط تام نمودم اعني ضلع عظمى را که شش بود در ارتفاع ضرب
ساخته سي وشش را که حاصل ضرب است بر سه که فضل ضلعين است قسمت نمودم خارج
دوازده مقدار ارتفاع مخروط تام شد ومقدار ارتفاع مخروط اصغر شش گرديد وچون مساحت
قاعدهٔ عظمى نود وسه وسه ثمن است ومساحت قاعدهٔ صغرى بست وسه ودو خمس است
پس مساحت مخروط تام سه صد وهفتاد وچهار ودو خمس شد ومساحت مخروط اصغر چهل
وشش وچهار خمس وبعد اسقاط مساحت مخروط اصغر از مساحت مخروط تام سه صد وبست

وهفت وسه خمس باقي ماند وآن مساحت مخروط ناقص است وبقاعدهٔ سیوم که مؤلف استخراج نموده چون نسبت ضلعین قاعدتین نسبت ضعف است لهذا مساحت قاعدهٔ صغری را تضعیف نموده بر مجموع مساحت قاعدتین افزودم یکصد وشصت وسه وچهار خمس شد آنرا در ثلث ارتفاع که دو است ضرب نمودم سه صد وبست وهفت وسه خمس مساحت مخروط ناقص گردید وبقاعدهٔ چهارم چون در مساحت قاعدهٔ عظمی مضروب هجده ومضروب فیه پنج ویک خمس ودر مساحت قاعدهٔ صغری مضروب نه ومضرب فیه دو وسه خمس است پس مجموع مضروب هردو را که بست وهفت میشود در مجموع مضروب فیه هردو که هفت وچهار خمس است ضرب نمودم وحاصل را که دوصد وده وسه خمس است برمساحت قاعدتین افزودم ومجموع را که سه صد و بست وهفت وسه خمس گردید برشش قسمت نمودم وخارج را در شش که ارتفاع است ضرب ساختم همان سه صد وهفت وسه خمس مساحت مخروط ناقص گردید *

بیان سیوم در مساحت جسم کره

ودرآن چند طریق است طریق اول نصف قطر کره را در ثلث محیط اعني سطح کره ضرب کنند خواه بالعکس طریق دویم قطر کره را در سدس محیط ضرب سازند خواه بالعکس طریق سیوم قطر کره را در محیط ضرب کرده بر شش قسمت کنند طریق چهارم قطر کره را در دو ثلث مساحت دائرهٔ عظیمه ضرب کنند خواه بالعکس طریق پنجم سدس محیط دائرهٔ عظیمه را در مربع قطر ضرب نمایند خواه بالعکس طریق ششم مکعب قطر را در یازده ضرب کرده حاصل را بر بست ویک قسمت سازند طریق هفتم از مکعب قطر سه سبع وثلث سبع ساقط کنند طریق هشتم برنصف مکعب قطر ثلث سبع او بیفزایند طریق نهم نصف مکعب قطر را در بست ودو ضرب کرده حاصل را بر بست ویک قسمت نمایند طریق دهم بحساب صاحب مفتاح مکعب قطر را در سدس نسبت محیط الی قطر ضرب سازند وسدس نسبت محیط الی القطر نزد صاحب مفتاح سي ویک دقیقه وبست وچهار ثانیه وپنجاه وهفت ثالثه وبست رابعه است کما مرّ طریق یازدهم برنصف مکعب قطر بست ویکم حصهٔ او بیفزایند که مجموع مساحت جسم کره است طریق دوازدهم از مکعب قطر یک سبع ونصف سبع ساقط نموده ثلث باقي را از باقي ساقط کنند که باقي مساحت است طریق سیزدهم سدس مکعب قطر را در نسبت محیط الی القطر که (ح ح الط مد) ثالثه است ضرب سازند طریق چهاردهم دو ثلث مکعب قطر را

درنسبت مساحت دائرهٔ الی مربع قطرکه (مرر الو) ثالثه است ضرب سازند مثلاً قطر کره هفت
است پس عظیمهٔ اوبست و دو و محیط کره یکصد و پنجاه وچهار شد پس مساحت عظیمه سي
وهشت صحیح ویک نصف است بطریق اول نصف قطر راکه سه ونیم است در ثلث محیط کره
که پنجاه ویک صحیح ویک ثلث است ضرب نمودم یک صد وهفتاد ونه صحیح ودو ثلث
مساحت شد و بطریق دویم قطر کره راکه هفت است درسدس محیط کره که بست وپنج صحیح
ودو ثلث است ضرب نمودم نیز یک صد وهفتاد ونه صحیح ودو ثلث مساحت شد وبطریق سیوم
قطر کره راکه هفت است در محیط کره که یکصد وپنجاه وچهار است ضرب نموده حاصل را
که یک هزار وهفتاد وهشت است برشش قسمت نمودم خارج همان مساحت کره گردید
وبطریق چهارم قطر کره راکه هفت است در دو ثلث دائرهٔ عظیمهٔ اوکه بست وپنج ودو ثلث
است ضرب نمودم همان مساحت کره شد و بطریق پنجم سدس عظیمه راکه سه صحیح
ودو ثلث است در مربع قطر که چهل ونه است ضرب نمودم حاصل همان مساحت شد
وبطریق ششم مکعب قطر راکه سه صد وچهل وسه است در یازده ضرب کرده حاصل راکه سه هزار
وهفت صد وهفتاد وسه باشد بر بست ویک قسمت نمودم خارج همان مساحت کره شد وبطریق
هفتم از مکعب قطر که سه صد وچهل وسه است وسبع آن چهل ونه پس سه سبع وثلث سبع مکعب
قطر راکه یک صد وشصت وسه ویک ثلث باشد ساقط نمودم باقي همان مساحت شد وبطریق هشتم
برنصف مکعب قطر که یک صد وهفتاد ویک ونصف است ثلث سبع آن راکه هشت صحیح ویک
سدس است افزودم همان مساحت شد وبطریق نهم نصف مکعب قطر را در بست ودو ضرب
کردم سه هزار وهفت صد وهفتاد وسه شد آنرا بر بست ویک قسمت نمودم خارج همان مساحت
شد وبطریق دهم که از مساحت افلاک تعلق دارد هرگاه مکعب قطر راکه سه صد وچهل و
سه است در سي ویک دقیقه وبست وچهار ثانیه وپنجاه وهفت ثالثه وبست رابعه ضرب کردم
حاصل یک صد وهفتاد ونه صحیح وسي وپنج دقیقه وسي ونه ثانیه وچهل وپنج ثالثه وبست رابعه
شد وبطریق یازدهم برنصف مکعب قطر که یک صد وهفتاد ویک ویک نصف است وبست ویکم
حصهٔ او هشت صحیح ویک سدس است افزودم همان مساحت شد وبطریق دوازدهم از مکعب
قطر که سه صد وچهل وسه است سبع ونصف سبع آن که هفتاد وسه ونصف است ساقط نمودم

واز باقي كه دو صد وشصت ونه ويک نصف ماند ثلث آنرا كه هشتاد ونه وپنج سدس است ساقط نمودم باقي همان مساحت ماند *

فائده بايد دانست كه مساحت جسم كره مساوي چهار امثال مساحت مخروط است كه قاعدهٔ او مساوي عظيمهٔ كره وارتفاع او مساوي نصف قطر كره باشد كما برهن عليه ارشميدس في الشكل السادس والثلثين من اولى كتاب الكره ونيز مساحت سطح كره مساوي مساحت چهار امثال سطح دائرهٔ عظيمهٔ كره است كما في الشكل الخامس والثلثين منه وچون مساحت مخروط حاصل الضرب مساحت قاعده در دو ثلث ارتفاع است درينصورت هرگاه ثلث ارتفاع مخروط اعني ثلث نصف قطر كره را در چهار امثال قاعده اعني سطح كره ضرب كرده شود مساحت كره خواهد بود ضرورة ونيز ازين مستنبط ميشود كه مساحت جسم كره مساوي ضعف مساحت مخروط است كه قاعدهٔ او مساوي عظيمهٔ كره وارتفاع او مساوي قطر كره باشد ونيز چون مخروط واسطوانه متساوي القاعده والارتفاع باشد مخروط ثلث اسطوانه ميشود كما برهن عليه اوقليدس في الشكل السادس والتاسع من مقالة اثني عشر پس مساحت جسم كره مساوي دو ثلث اسطوانه خواهد بود كه قاعدهٔ او مساوي عظيمهٔ كره وارتفاع او مساوي قطر كره باشد ونيز مساحت كره مساوي مساحت اسطوانه است كه قاعدهٔ او مساوي عظيمهٔ كره وارتفاع او دو ثلث قطر كره باشد وازين فائده برهان جميع قواعد مساحت كره استنباط ميتواند شد فافهم *

بيان چهارم در مساحت جسم قطاع كره وتنين كره

بايد كه نصف قطر كره را در ثلث مساحت سطح مستديرهٔ آنها ضرب سازند بايد دانست كه قطاع كره مركب از قطعهٔ كره ومخروطي است كه قاعدهٔ او قاعدهٔ قطعهٔ كره وضلع او نصف قطر كره باشد پس درينجا سطح مستدير عبارت از سطح قطعهٔ كره است كه جزء قطاع واقع شده چراكه ارشميدس در شكل چهل وهفتم من اولى كتاب الكره بيان نموده كه قطاع كره مساوي مخروطي است كه قاعدهٔ او مساوي سطح قطعهٔ كره وارتفاع مساوي نصف قطر كره باشد ونيز اگر مربع قطر كره را در سهم ضرب نموده باز در يازده ضرب كنند وحاصل را بربست ويک قسمت نمايند مساحت قطاع شود چراكه بطريق ششم مساحت جسم كره مكعب قطر را بر بست ويک قسمت مينمايند ونسبت انصاف مثل نسبت اضعاف است كما ثبت في اوقليدس مثال قطاع اعظم قطعهٔ كره كه

درآن قطاع است قطر قاعدهٔ او هشت و سهم او نیز هشت وقطر کره ده است پس مساحت سطح مستدیر آن که فی الحقیقة مساحت سطح قطعهٔ کره است دو صد و پنجاه و یک و سه سبع میشود و ثلث آن هشتاد و سه و هفتاد بست و یکم است و هرگاه نصف قطر کره راکه پنج است در ثلث سطح مستدیر ضرب کردم چهار صد و نوزده و یک بست و یکم حاصل شد و آن مساحت جسم قطاع است و نیز مربع قطر کره راکه یک صد است در هشت که سهم است ضرب نمودم هشتصد شد و آنرا در یازده ضرب نموده حاصل راکه هشت هزار و هشتصد میشود بر بست و یک قسمت نمودم خارج چهار صد و نوزده و یک بست و یکم مساحت جسم وقطاع گردید مثال تنین کره قطر کره ده وغایة المیل دائرتین عظیمتین هشت است پس قطر کره را در غایة المیل ضرب نمودم هشتاد مساحت سطح تنین شد و ثلث آنرا که بست و شش صحیح و دو ثلث است در نصف قطر کره که پنج است ضرب نمودم یکصد و سی و سه و یک ثلث مساحت جسم تنین کره شد *

بیان پنجم در مساحت جسم قطعهٔ کره

و درآن چند طریق است طریق اول باید دانست که هرگاه مساحت مخروط راکه در قطاع کره است اگر از مساحت قطاع اصغر ساقط کنند باقی مساحت قطعهٔ اصغر کره است و هرگاه مساحت مخروط را بر مساحت قطاع اعظم بیفزایند مساحت قطعهٔ اعظم میشود چراکه قطاع مرکب از مخروط است زائده او ناقصه *

طریق دویم ارشمیدس در شکل هشتم از مقالهٔ ثانیه کتاب الکره والاسطوانه بیان کرده که قطعهٔ کره مساوی مخروطی است که قاعدهٔ او مساوی قاعدهٔ قطعه بود و ارتفاع او خطی باشد که نسبت او بطرف ارتفاع قطعهٔ کره مثل نسبت مجموع نصف قطر کره و ارتفاع قطعهٔ باقیه بطرف ارتفاع قطعهٔ باقیه باشد و چون مساحت جسم مخروط حاصل الضرب ارتفاع در ثلث مساحت قاعده است پس ارتفاع قطعه را در مجموع نصف قطر کره وفضل القطر علی الارتفاع ضرب ساخته وحاصل را بر فضل القطر علی الارتفاع قسمت نموده خارج را در ثلث مساحت قاعده ضرب سازند که حاصل مساحت قطعه است مثلا قطعهٔ کبری از کرهٔ که ارتفاع او هشت و قطر قاعدهٔ او نیز هشت است و قطر کره ده درینصورت ارتفاع مخروط قطاع اعظم که فضل ارتفاع علی نصف قطر است سه خواهد بود و هرگاه بطریق اول چون مساحت قطاع چهار صد و نوزده و یک بست و یکم است و برای مساحت مخروط سبع ثلث ارتفاع برارتفاع افزودم مجموع سه صحیح و یک سبع شد

آنرا در مربع نصف قطر قاعده که شانزده است ضرب نمودم پنجاه صحیح وشش بست ویکم مساحت مخروط شد آنرا بر مساحت قطاع افزودم مجموع چهار صد وشصت ونه ویک ثلث مساحت قطعهٔ کبری شد وبطریق دویم چون قطر کره ده است ونصف آن پنج و فضل القطر علی الارتفاع دو است پس مجموع نصف قطر وفضل مذکور را که هفت است در ارتفاع ضرب ساختم وحاصل الضرب را که پنجاه وشش است برد وکه فضل القطر علی الارتفاع است قسمت نمودم خارج بست وهشت شد وچون مساحت قاعدهٔ قطعه پنجاه صحیح ودو وسبع است پس بست وهشت را در ثلث مساحت قاعده که شانزده صحیح وشانزده بست ویکم است ضرب نمودم حاصل چهار صد وشصت ونه ویک ثلث مساحت قطعه شد وهمچنین اگر قطعهٔ صغری است که ارتفاع آن دو وقطر قاعده هشت است پس بطریق اول چون مساحت قطاع یکصد وچهار صحیح وشانزده بست ویکم شد ازان مساحت مخروط را که پنجاه صحیح وشش بست ویکم است ساقط نمودم باقی پنجاه وچهار صحیح وده بست ویکم مساحت قطعهٔ صغری شد وبطریق دویم چون قطر کره ده است ونصف آن پنج وفضل القطر علی الارتفاع هشت است پس مجموع نصف القطر وفضل مذکور را که سیزده میشود در ارتفاع که دو است ضرب ساختم وحاصل را که بست وشش شد بر هشت که فضل القطر علی الارتفاع است قسمت نمودم وخارج را که سه صحیح ودو ثمن باشد در ثلث مساحت قاعده که شانزده صحیح وشانزده بست ویکم است ضرب ساختم حاصل پنجاه وچهار صحیح وده بست ویکم مساحت قطعه گردید *

بیان ششم در مساحت فضل المعین وفضل المخروط

باید که در مساحت فضل المعین عمودی از رأس مخروط تام بر ضلعی من الاضلاع مخروط ناقص خارج کنند خواه آن عمود داخل شکل واقع شود یا خارج وثلث عمود را در مساحت سطح مستدیر که در میان قاعدهٔ مشترکه وسطح اعلی مخروط ناقص واقع شده است ضرب سازند که حاصل مساحت است ودر مساحت فضل المخروط عمود از مرکز قاعده بر ضلعی از اضلاع آن خارج کرده ثلث عمود را در سطح مستدیر مخروط ناقص ضرب سازند که حاصل مساحت فضل مخروط است *

مطلب ششم در مساحت اجسام ذو سطوح متساوی الاضلاع والزوایا ودرآن چند بیان است

بیان اول در مساحت ذو اربعة قواعد مثلثات متساویات الاضلاع والزوایا

باید دانست که ذو اربعة قواعد مثلثات متساویات الاضلاع فی الحقیقة مخروطی است مثلث القاعده وگویا مؤلف است از چهار مخروط مثلث القاعده که هرچهار مثلث قواعد آن مخروطات اربعه است ورأس آنها مجتمع برمرکز کرهٔ مفروضه که محیط ذو اربعة قواعد مذکوره باشد وچون بشکل شانزدهم مقالهٔ اثنی عشر من اوقلیدس ثابت است که مقدار ارتفاع ذو اربعة قواعد مثلثات متساویات الاضلاع دو ثلث قطر کرهٔ مفروضه که محیط او باشد میشود ومربع قطر کرهٔ مذکوره مساوی یک ونیم مثل مربع ضلع اوست درینصورت مربع ضلع او مساوی دو ثلث مربع قطر کره باشد وعمود خارج من احد زوایای او بر احد الاضلاع که وتر زاویهٔ مذکوره باشد جذر نصف مربع قطر خواهد بود کما لایخفی پس هرگاه قطر کره معلوم باشد وبخواهند که مساحت ذو اربعة قواعد مذکوره که داخل کرهٔ مذکوره فرض کرده شود بدانند پس مقدار عمود برآورده آنرا در نصف احد الاضلاع ضرب سازند که آن مساحت احد القواعد است وآنرا در ثلث ارتفاع ضرب سازند که مساحت ذو اربعة قواعد مثلثات متساویات الاضلاع که فی الحقیقة مخروط است خواهد بود ونیز بوجه ثانی اگر جذر دو تسع مربع قطر را در جذر سدس مربع قطر ضرب نموده حاصل را در ثلث قطر ضرب سازند مساحت حاصل شود مثلاً کرهٔ ایست که قطر آن هجده است درینصورت ذو اربعة قواعد مثلثات متساویات الاضلاع که درآن کره واقع خواهد شد ارتفاع آن دوازده خواهد شد که دو ثلث قطر است وچون مربع قطر سه صد وبست وچهار است ودو ثلث آن دو صد وشانزده پس جذر آن که چهارده صحیح ودو ثلث وکسری است مقدار ضلع اوست وچون نصف مربع قطر یکصد وشصت ودو است پس جذر آن دوازده صحیح وسه ربع مقدار عمود گردید وهرگاه آنرا در نصف ضلع ضرب کنند حاصل نود وسه صحیح ویک نصف وکسری مساحت قاعده شد وهرگاه آنرا در ثلث ارتفاع که چهار است ضرب نمایند سه صد وهفتاد وچهار صحیح ویک ثمن مساحت ذو اربعة قواعد مذکوره که فی الحقیقة مخروط است میشود وبوجه ثانی چون دو تسع مربع قطر هفتاد ودو است وسدس مربع قطر پنجاه وچهار وهرگاه مسطح آن نمودم سه هزار وهشتصد وهشتاد وهشت شد وجذر آن گرفتم شصت ودو صحیح وبست ودو جزء از شصت ویک جزء گردید

و این مقدار مسطح جذر دو تسع مربع قطر در جذر سدس مربع قطر است چرا که مسطح مربعین مساوي مربع مسطح جذرین میشود پس آنرا در ثلث قطر که شش است ضرب نمودم سه صد و هفتاد و چهار صحیح و ده جزء از شصت و یک جزء گردید و این مقدار تفاوت بسبب اخراج جذر تقریبي است و اگر صرف مربعات در هر دو طریق نموده در آخر جذر برآورند هیچ تفاوت نمیشود چنانچه ۲۴۳ مقدار مساحت می برآید بلکه اگر قطر معلوم باشد کعب کعب آنرا بر ۲۴۳ قسمت نمایند که جذر خارج مساحت جسم است و اگر ضلع معلوم باشد کعب کعب آنرا در هجده ضرب کرده بر ۱۲۹۶ قسمت سازند که جذر خارج مساحت باشد *

فائده بدانکه صاحب مفتاح برای استخراج ضلع ذو اربعة قواعد مثلثات متساویات که در کره واقع شود میگوید که قطر کره را در چهل و هشت دقیقه و پنجاه و نه ثانیه و بست و هشت ثالثه و پانزده رابعه و چهل و یک خامسه ضرب کنند و برای استخراج ارتفاع ضلع را در همان دقائق وثواني مذکوره ضرب کردم خارج چهارده صحیح و یکدقیقه و پنجاه ثانیه و بست و هشت ثالثه و چهل و دو رابعه و هجده خامسه مقدار ضلع شد و هرگاه آنرا باز در همان دقائق وثواني و ثوالث ضرب سازند مثلاً در مثال مذکور قطر کره را که هجده است در دقائق و ثواني مذکوره ضرب کردم حاصل چهارده صحیح و چهل و یکدقیقه و پنجاه ثانیه و بست و هشت ثالثه و چهل و دو رابعه و هجده خامسه مقدار ضلع شد و هرگاه آنرا باز در همان دقائق و ثواني ضرب کردم حاصل دوازده شد که مقدار ارتفاع است و نیز اگر ضلع معلوم باشد پس جذر دو ثلث مربع ضلع مقدار ارتفاع خواهد بود و نیز اگر قطر کره را در (مب اله له ح ز) خامسه ضرب نمایند حاصل عمود مثلث باشد *

بیان دویم در مساحت جسم مکعب

باید دانست که قطر مکعب مساوي قطر کرهٔ مفروضهٔ محیط مکعب است و مربع قطر مذکور مساوي مجموع مربع احد الاضلاع و مربع قطر احد القاعدتین مکعب خواهد بود و چون مربع قطر احد القاعدتین مکعب مساوي مجموع مربعین ضلعین مکعب است پس مربع قطر مکعب اعني مربع قطر کره مساوي سه مربع ضلع شد کما برهن علیه اوقلیدس في شکل سابعة عشر من مقالة اثنی عشر درینصورت اگر قطر کره خواه قطر مکعب معلوم باشد جذر ثلث مربع او مقدار ضلع خواهد بود و مکعب ضلع مساحت جسم است و اگر قطر کره را در (لدلح الرلط الط)

خامسه ضرب نمایند حاصل مقدار ضلع باشد واگر ضلع را برآن قسمت کنند خارج مقدار قطر بود مثلاً اگر گوییم قطر کره خواه قطر مکعب دوازده صحیح ویک ثمن است پس مربع آن یکصد وچهل و هفت شد وثلث آن چهل ونه وجذر آن هفت پس هفت مقدار ضلع مکعب برآمد ومکعب آن سه صد وچهل وسه مساحت جسم مکعب شد *

بیان سیوم

درمساحت جسم ذوثمانیه قواعد مثلثات متساویات الاضلاع وآن مؤلف از دو مخروط مربع القاعده است که قاعده هردو متحد وارتفاع هرواحد بقدر نصف قطر کرهٔ محیطهٔ مفروضه است درینصورت هرضلع او وتر ربع قوس محیط عظیمهٔ کرهٔ مفروضه خواهد بود وبلکه مؤلف از هشت مخروطات مثلث القاعده است که هر مثلث قاعدهٔ هر مخروط است ورأس آنها مجتمعة عند المرکز کرهٔ مفروضه باشد درینصورت مربع قطر کره مساوي دو مثل مربع ضلع خواهد بود کما بیّنه اوقلیدس في شکل ثامن عشر من مقالة اثنی عشر پس هرگاه نصف مربع قطر کره را در ثلث قطر ضرب سازند خواه مربع قطر را در سدس قطر ضرب نمایند خواه بالعکس وخواه مربع ضلع را در ثلث قطر ضرب سازند وخواه قطر را در (مب اله له حج) خامسه ضرب نمایند که حاصل ضرب مساحت شکل است واگر ضلع شکل معلوم باشد جذر ضعف مربع ضلع بگیرند که قطر کره خواهد بود مثلاً اگر قطر کرهٔ محیطه ده است پس مقدار ضلع شکل جذر پنجاه که هفت صحیح ویک پانزدهم است وعلی العکس اگر مقدار ضلع هفت صحیح ویک پانزدهم معلوم باشد وهم مقدار قطر کرهٔ محیطیه ده خواهد بود درینصورت نصف مربع قطر کره را که فی الحقیقة مربع ضلع ومساحت قاعدهٔ مخروط است در ثلث قطر ضرب کردم اعني پنجاه را در سه صحیح ویک ثلث ضرب ساختم حاصل یکصد وشصت وشش صحیح ودو ثلث مساحت جسم شد وخواه یکصد را که مربع قطر است در سدس قطر که یک صحیح ودو ثلث باشد ضرب نمودم حاصل همان مساحت گردید واین فقیر گوید که اگر قطر کره معلوم باشد پس جذر یک سي وششم کعب کعب آن مساحت شکل است واگر مقدار ضلع معلوم باشد پس جذر دو تسع کعب کعب آن مساحت شکل است فافهم *

بیان چهارم

در مساحت جسم ذو عشرین قاعدهٔ مثلثات متساویات الاضلاع و الزوایا

و آن گویا مؤلف است از بست مخروطات مثلث القاعده که رأس آنها مجتمع عند مرکز کرهٔ محیطه باشد و چون بشکل نوزدهم مقالهٔ اثنی عشر اوقلیدس ثابت است که هرگاه قوسی از دائرهٔ عظیمهٔ کره که سهم آن بقدر خمس قطر کره باشد حاصل سازند پس وتر نصف قوس مذکور جذر مجموع مربع سهم و مربع نصف الوتر قوس مذکور خواهد بود بشکل عروس و هرگاه دائرهٔ ثانیه بکشند که نصف قطر آن بقدر وتر نصف قوس مذکور باشد و در آن مخمس بسازند مقدار ضلع مخمس مذکور مساوي ضلع ذو عشرین قاعدهٔ مثلثات متساویات الاضلاع و الزوایا خواهد بود و چون مربع ضلع مخمس هر دائره مساوي مجموع مربع ضلع معشر و مربع نصف قطر آن دائره که ضلع مسدس است میشود و ضلع معشر دائرهٔ ثانیهٔ مذکوره مساوي باقي از نصف قطر کره بعد اسقاط جذر خمس مربع نصف قطر کره است و نصف قطر دائرهٔ ثانیه مساوي جذر خمس مربع نصف قطر کره است درینصورت هرگاه جذر نصف عشر مربع قطر که فی الحقیقة جذر خمس مربع نصف قطر است از نصف قطر ساقط کنند باقي مقدار ضلع معشر دائرهٔ ثانیه است و هرگاه مربع آنرا بر خمس مربع قطر کره که فی الحقیقة مربع نصف مربع قطر دائرهٔ ثانیه بلکه مربع ضلع مسدس دائرهٔ مذکوره است بیفزایند مجموع مربع ضلع مخمس دائرهٔ ثانیه که مساوي ضلع ذو عشرین قاعده است خواهد بود پس جذر آن بگیرند که ضلع ذو عشرین قاعده حاصل شود و نیز اگر جذر خمس مربع قطر کره را دریک درجه و ده دقیقه و سي و دو ثانیه و سه ثالثه و پنجاه و سه رابعه و چهل و پنج خامسه و بست و دو سادسه که فی الحقیقة وتر خمس دائره است اگر نصف قطر واحد فرض کرده شود ضرب نمایند نیز مقدار ضلع ذو عشرین قاعده حاصل شود و باید دانست که صاحب عیون الحساب صرف تا خامسه برای ضرب نوشته است لاکن در استخراج قطر از ضلع که بطریق قسمت است سادسه را نیز مذکور ساخته و چون قسمت عکس ضرب است لهذا معلوم میشود که شاید درینجا کاتب سادسه را سهوا گذاشته باشد و ایضا اگر قطر کره را در سي و یک دقیقه و سي و دو ثانیه و سي و هفت ثالثه و پنجاه و چهار رابعه و سیزده خامسه که فی الحقیقة وتر نصف قوسی از دائره است که سهم آن چهار خمس قطر باشد و مقدار واحد فرض کرده شود بلکه قطر دائرهٔ ثانیه است ضرب سازند

حاصل مقدار ضلع ذوعشرین قاعده باشد ونیز این فقیر میگوید که اگر چهار خمس قطر کره را
در یک خمس قطر ضرب سازند و مربع خمس قطر بر آن بیفزایند پس جذر آن مقدار نصف قطر
دائرهٔ ثانیه خواهد بود و هرگاه ضعف آنرا در هفتاد هزار و پانصد وسي وچهار ضرب ساخته حاصل
الضرب را بر یکصد و بست هزار قسمت کنند خارج ضلع ذوعشرین قاعده خواهد بود ونیز اگر
مربع قطر کره محیطه را در هشت هزار و نهصد و هشتاد ضرب نموده حاصل را بر سي ودو هزار
وچهار صد قسمت کنند خارج مربع ضلع ذوعشرین قاعده خواهد بود پس جذر آن بگیرند که مقدار
ضلع حاصل شود تقریبا واین قاعده را هم نحیف استنباط نموده است ونیز اگر ضلع را در ۷۷۷۶۰۰۰۰۰
ضرب نموده بر ۴۰۹۱۹۰۲۳۳ قسمت کنند خارج قطر کره باشد واگر مقدار ضلع معلوم باشد پس ضلع
را بر یک درجه وده دقیقه وسي ودو ثانیه وسه ثالثه و پنجاه وسه رابعه وچهل و پنج خامسه و بست
ودو سادسه قسمت کنند و مربع خارج را در پنج ضرب سازند حاصل مربع قطر کرهٔ محیطه باشد
ونیز اگر ضلع را بر سي ویک دقیقه وسي ودو ثانیه وسي وهفت ثالثه و پنجاه وچهار رابعه وسیزده
خامسه قسمت کنند خارج قطر کرهٔ محیطه شود و هرگاه مقدار ضلع و مقدار قطر کرهٔ محیطه معلوم شد
پس ثلث مربع ضلع را از ربع مربع قطر کرهٔ محیطه ساقط نموده جذر باقي بگیرند که مقدار نصف
قطر کرهٔ محاطه بالجسم خواهد بود وآن مقدار ارتفاع مخروطات عشرین است ونیز اگر قطر کرهٔ
محیطه را در بست وسه دقیقه و پنجاه ثانیه وبست ودو ثالثه وچهل ویک رابعه وبست وهفت خامسه
ضرب نمایند حاصل مقدار نصف قطر کرهٔ محاطه بالجسم که ارتفاع مخروطات است خواهد بود
وهرگاه مقدار ضلع ومقدار ارتفاع معلوم شد پس مجموع مساحت قواعد را در ثلث ارتفاع ضرب نمایند
خواه مساحت یک قاعده را در ثلث ارتفاع ضرب نموده حاصل را در بست ضرب سازند خواه
بالعکس که حاصل مساحت جسم شود مثلا اگر قطر کرهٔ محیطه بست و پنج است پس بطریق اول
استخراج ضلع نمودم اعني چون مربع قطر شش صد وبست و پنج است ونصف عشر آن سي ویک
صحیح ویک ربع میشود پس جذر آنرا که پنج صحیح وهفت دوازدهم است از نصف قطر که دوازده
صحیح ویک نصف است ساقط کردم باقیماند شش صحیح ویازده دوازدهم ومربع آنرا که چهل
وهفت صحیح ویک صدوبست ویک جزء از یک صد وچهل وچهار جزء است بر یکصدوبست و پنج
که خمس مربع قطر است افزودم مجموع یکصد وهفتاد ودو صحیح ویک صد وبست ویک جزء

ازیک صد وچهل وچهار جزء گردید وجذر آن سیزده صحیح ویک سبع شد تقریبا وآن مقدار ضلع است
وبطریق دویم چون خمس مربع قطر یکصد وبست وپنج است وجذر آن یازده صحیح ویک
سدس است تقریبا وهرگاه آنرا دریک درجه وده دقیقه وسي ودو ثانیه وسه ثالثه وپنجاه وسه
رابعه وچهل وپنج خامسه وبست ودوسادسه ضرب نمودم حاصل سیزده درجه وهفت دقیقه
وسي وهشت ثانیه وسه ثالثه وسه رابعه وشانزده خامسه وسي وپنج سادسه وچهل سابعه شد تقریبا
واین کسر قریب یک سبع است وبطریق سیوم قطر کره راکه بست وپنج است درسي ویک دقیقه
وسي ودو ثانیه وسي وهفت ثالثه وپنجاه وچهار رابعه وسیزده خامسه ضرب نمودم حاصل سیزده
درجه وهشت دقیقه وسي وپنج ثانیه وچهل وهفت ثالثه وسي وپنج رابعه وبست وپنج خامسه
گردید تقریبا واین کسرهم قریب یک سبع است وتفاوت درمیان کسرهردوطریق بسبب جذر
تقریبی است که درطریق دویم جذر خمس مربع قطر گرفته شده است وبطریق چهارم چون
چهار خمس قطر بست است ویک خمس قطر پنج پس بست را درپنج ضرب نمودم یکصد شد
وبرآن مربع پنج که بست وپنج است افزودم یکصد وبست وپنج شد وجذر آن یازده صحیح
ویک سدس است تقریبا ضعف آنرا درهفتاد هزار وپانصد وسي وچهار ضرب نمودم حاصل
۱۵۷۵۲۵۹ شد آنرا بریک صد وبست هزار قسمت نمودم خارج سیزده صحیح ویک سبع شد
تقریبا وهرگاه مقدار ضلع برآمد پس استخراج ارتفاع نمودم اعني چون ضلع سیزده صحیح
ویک سبع است ومربع آن یکصد وهفتاد ودو صحیح وسي وشش جزء ازچهل ونه جزء است وثلث
آن پنجاه وهفت صحیح وهشتاد وپنج جزء ازیکصد وچهل وهفت گردید آنرا ازربع مربع قطر که
یکصد وپنجاه وشش صحیح ویک ربع است ساقط نمودم باقیماند نود وهشت صحیح ونود ونه
جزء ازیکصد وچهل وهفت جزء وجذر آن نه صحیح وچهارده جزء ازپانزده جزء تقریبا گردید
که مقدار ارتفاع مخروطات است ونیز اگر قطر کره راکه بست وپنج است دربست وسه دقیقه
وپنجاه ثانیه وبست ودو ثالثه وچهل ویک رابعه وبست وهفت خامسه ضرب نمودم حاصل
نه درجه وپنجاه وپنج دقیقه وپنجاه ونه ثانیه وبست وهفت ثالثه وشانزده رابعه وپانزده خامسه
مقدار ارتفاع گردید واین کسرهم چهارده جزء ازپانزده جزء است تقریبا پس هرگاه مقدار ارتفاع
هم معلوم شد مساحت قاعده نمودم چون ضلع مثلث سیزده صحیح ویک سبع است پس مساحت

مثلث متساوی الاضلاع هفتاد و چهار صحیح و چهار خمس گردید تقریبا آنرا در بست ضرب کردم یک هزار و چهار صد و نود و شش مساحت سطح بسیط شد و ثلث آنرا که چهار صد و نود و هشت صحیح و دو ثلث است در ارتفاع که نه صحیح و چهارده پانزدهم است ضرب ساختم چهار هزار و نهصد و پنجاه و سه صحیح و دو خمس مساحت جسم شد و این نحیف میگوید که اگر مقدار قطر معلوم باشد پس مربع قطر را در بست و پنج ضرب نموده بر نود قسمت سازند که خارج مقدار مربع ضلع خواهد بود و اگر مربع قطر را در هفده ضرب نموده بر یکصد و بست قسمت نمایند خارج مقدار مربع ارتفاع مخروطات خواهد بود و اگر مال مال قطر را در هفتاد و پنج ضرب نموده بر پنج هزار و یکصد و هشتاد و چهار قسمت نمایند خارج مقدار مربع مساحت قاعدهٔ مخروط خواهد برآمد و اگر مال مال قطر را در پنج صحیح و دو صد و پنجاه و پنج جزء از سه صد و بست و چهار جزء ضرب سازند حاصل مربع مساحت بست قاعدهٔ مخروطات خواهد بود و اگر مال مال قطر را در شش صد و بست و پنج ضرب نموده بر نهصد و هفتاد و دو قسمت سازند خارج مربع ثلث مساحت بست قاعدهٔ مخروطات خواهد برآمد و اگر کعب کعب قطر را در ده هزار و ششصد و بست و پنج ضرب ساخته بر یک لک و چهار هزار و نهصد و هفتاد و شش قسمت سازند خارج مربع مساحت جسم ذو عشرین قاعدهٔ مذکوره خواهد بود و اگر مقدار ضلع معلوم باشد پس مربع ضلع را در سه صحیح و سه خمس ضرب نمایند که حاصل مربع قطر است و اگر مربع ضلع را در هفده ضرب نموده بر سی قسمت کنند خارج مقدار مربع ارتفاع است و اگر مال مال ضلع را در سه ضرب کرده بر شانزده قسمت نمایند خارج مقدار مربع مساحت قاعدهٔ مخروط است و اگر مال مال ضلع را در هفتاد و پنج ضرب سازند حاصل مربع مساحت بست قاعدهٔ مخروطات است و اگر مال مال ضلع را در هشت صحیح و یک ثلث ضرب سازند حاصل مقدار مربع ثلث مساحت بست مخروطات مذکور است و اگر کعب کعب ضلع را در چهار صحیح و سیزده هجدهم ضرب سازند حاصل مقدار مربع مساحت جسم ذو عشرین قاعده است و این مساحت اقرب التقریبی باشد مثلا در مثال مذکور چهار هزار و نهصد و هفتاد صحیح و نه هزار و چهار صد و پنجاه و چهار جزء از نه هزار و نهصد و چهل و یک جزء میشود فافهم *

بیان پنجم در مساحت ذو اثنی عشر قاعدهٔ مخمسات متساویات الاضلاع والزوایا

و آن مرکب از دوازده مخروطات مخمس القاعده که رأس آنها عند مرکز کره مجتمع باشد

بدانکه بموجب شکل بستم مقالهٔ اثنی عشر اوقلیدس ثابت است که مقدار ضلع ذو اثنی عشر قواعد مخمسات که در کره باشد مساوي قسم اعظم ضلع مکعب آن کره است اگر ضلع مکعب را مقسوم برنسبت ذات وسط وطرفین نمایند و وتر زوایای مخمس مساوي ضلع مکعب خواهد بود وچون ضلع مکعب جذر ثلث مربع قطر کره است وبموجب مسئلهٔ سادس وعشرون من مطلب سیوم باب سیوم هرگاه از جذر مجموع مربع خط ومربع نصف الخط مقدار نصف الخط ساقط کنند باقي مقدار قسم اعظم خط مقسوم علی نسبت ذات وسط وطرفین میباشد ومربع نصف الخط مساوي ربع مربع خط است بموجب مسئلهٔ رابع وعشرون مطلب مذکور درینصورت هرگاه از جذر مجموع ثلث مربع قطر وربع ثلث مربع قطر که جذر پنج دوازدهم مربع قطر میشود جذر یک دوازدهم مربع قطر را ساقط کنند باقي مقدار ضلع مخمس خواهد بود ونیز اگر قطر کره را در بست ویک دقیقه وبست وچهار ثانیه وسي وسه ثالثه وسي وچهار رابعه وهفده خامسه ضرب سازند حاصل مقدار ضلع مخمس است وهرگاه مربع نصف قطر دائرهٔ محیطه سطح مخمس را از مربع نصف قطر کرهٔ محیطه ساقط کنند باقي مقدار مربع نصف قطر کرهٔ محاطه که ارتفاع مخروط است خواهد بود کما یظهر بشکل العروس ونیز اگر قطر کره را در بست وسه دقیقه وپنجاه ثانیه وبست ودو ثالثه وچهل ویک رابعه وبست وهفت خامسه ضرب سازند حاصل مقدار ارتفاع مخروط باشد پس مساحت مخمس را در دوازده ضرب ساخته حاصل را در ثلث ارتفاع ضرب نمایند وخواه بالعکس که مساحت جسم حاصل شود واگر مقدار ضلع مخمس معلوم باشد وآنرا بر بست ویک دقیقه وبست وچهار ثانیه وسي وسه ثالثه وسي وچهار رابعه وهفده خامسه قسمت کنند خارج مقدار قطر کرهٔ محیطه شود مثلا قطر کرهٔ محیطه بست وچهار است ومربع آن پانصد وهفتاد وشش پس دوازدهم مربع قطر چهل وهشت گردید وپنج امثال دوازدهم مربع قطر دو صد وچهل است وهرگاه جذر چهل وهشت را که شش صحیح ودوازده سیزدهم است از جذر دو صد وچهل که پانزده صحیح ویک نصف است ساقط نمودم باقي هشت صحیح وهجده سي ویکم مقدار ضلع مخمس گردید ونیز هرگاه قطر کرهٔ محیطه را که بست وچهار است در بست ویک دقیقه وبست وچهار ثانیه وسي وسه ثالثه وسي و

در نسخ بانظور یافته شد و اینمقدمه در ارقلیدس در مقالهٔ سیزدهم در شکل پنجم مذکور است

چهار رابعه وهفده خامسه ضرب نمودم خارج هشت درجه وسي وسه دقيقه وچهل ونه ثانيه وبست وپنج ثالثه وچهل ودو رابعه وچهل وهشت خامسه مقدار ضلع مخمس شد وهرگاه بموجب مسئلهٔ چهل ودويم مقدار ضلع مخمس را در يكصد وبست هزار ضرب نمودم وحاصل را كه (۱۰۲۹۶۷۷) و ۱۳/۳۱ است برهفتاد هزار وپانصد وسي وچهار قسمت نمودم خارج چهارده صحيح وپنج تسع وربع تسع مقدار قطر دائرهٔ محيطه مخمس گرديد وهرگاه از مربع نصف قطر دائرهٔ مذكوره كه پنجاه وسه است مربع نصف ضلع مخمس را كه هجده صحيح ويازده بست وهفتم است ساقط كردم وباقي كه سي وچهار صحيح وشانزده بست وهفتم ماند جذر آن گرفتم پنج صحيح وهفت تسع وچهارده پانزدهم تسع مقدار عمود مركزي كه نصف قطر دائرهٔ محاطهٔ سطح مخمس است برآمد كما اشرنا اليه في المقدمة الثانية في المسئلة الاربعين پس مقدار عمود مركزي را در نصف مجموع اضلاع مخمس كه بست ويك صحيح وچهارده سي ويكم است ضرب نمودم حاصل يكصد وبست وشش صحيح ودو بست وهفتم وسه خمس بست وهفتم تقريبا مساحت مخمس گرديد وهرگاه مربع نصف قطر دائرهٔ محيطهٔ مخمس را كه پنجاه وسه است از مربع نصف قطر كرهٔ محيطه كه يكصد وچهل وچهار است ساقط نمودم نود ويك باقي ماند وجذر آن نه صحيح وده نوزدهم مقدار ارتفاع مخروط كه نصف قطر كرهٔ محاطه است گرديد وهرگاه قطر كره را كه بست وچهار است در بست وسه دقيقه وپنجاه ثانيه وبست ودو ثالثه وچهل ويك رابعه وبست وهفت خامسه ضرب نمودم حاصل نه درجه وسي ودو دقيقه ونه ثانيه وچهار ثالثه وسي وچهار رابعه وچهل وهشت خامسه مقدار ارتفاع مخروط شد پس مساحت را كه يكصد وبست وشش صحيح ودو بست وهفتم وسه خمس بست وهفتم است در دوازده ضرب نمودم وحاصل را كه يك هزار وپانصد وسيزده صحيح وچهار بست وهفتم وخمس بست وهفتم است در ثلث ارتفاع مذكور كه سه صحيح وده جزء از پنجاه وهفت جزء است ضرب كردم حاصل چهار هزار وهشتصد وچهار صحيح وبست وشش بست وهفتم تقريبا مساحت جسم شد ونيز اين ضعيف ميگويد كه اگر مقدار قطر معلوم باشد پس كعب كعب قطر را در ۳۷۲۷ ضرب نموده بر ۳۰۸۱۶ قسمت سازند وجذر خارج قسمت بگيرند كه آن مساحت جسم است واگر مقدار ضلع معلوم باشد پس كعب كعب ضلع را در ۵۸ صحيح

۳۳۰۹ كسر
۳۸۵۲

ضرب ساخته جذر حاصل بگیرند که مقدار مساحت جسم است چنانچه در مثال مذکور ۴۸۰۷ صحیح وکسری مقدار مساحت میشود وآن اقرب التقریبي است فافهم *

مطلب هفتم در مساحت اجسام ذو صنفین ودر آن هفت بیان است

بیان اول در مساحت جسم ذو ثمانیه قواعد که چهار از ان مثلثات وچهار مسدسات باشند

چون در مقدمهٔ ثاني در مسئلهٔ چهل وششم در بیان چهارم بعد بیان کلیات چند مرقوم شده که این شکل از شکل ذو اربعة قواعد مثلثات مأخوذ میشود وضلع ذو ثمانیه قواعد مذکور ثلث ضلع ذو اربعة قواعد مثلثات خواهد بود پس ضلع ذو اربعة قواعد سه مثل ضلع ذو ثمانیه قواعد مذکور باشد درینصورت اگر از مساحت ذو اربعة قواعد که هر ضلع او سه مثل ضلع ذو ثمانیه قواعد مذکور شد مساحت چهار مخروطات مثلث القاعده که هر یک از ضلع قاعده وضلع مخروط بقدر ثلث ضلع ذو اربعة قواعد بلکه مساوي ضلع ذو ثمانیه قواعد باشد ساقط کنند باقي مساحت شکل ذو ثمانیه قواعد مذکور خواهد بود ونیز چون نسبت مساحت شکل ذو ثمانیه قواعد مذکور بطرف مساحت مخروطات مسقطه مثل نسبت بست وسه بطرف چهار است ومجموع آن بست وهفت میشود درینصورت اگر از مساحت ذو اربعة قواعد مثلثات چهار بست وهفتم آن ساقط کنند مساحت ذو ثمانیه قواعد مذکور خواهد بود مثلاً اگر ضلع ذو ثمانیه قواعد چهار صحیح وهشت تسع باشد پس ضلع ذو اربعة قواعد مثلثات بقدر سه مثل آن که چهارده صحیح ودو ثلث است خواهد بود پس مساحت ذو اربعة قواعد چنانکه مذکور شد سیه صد وهفتاد وچهار صحیح ویک ثمن گردید تقریبا پس مساحت چهار مخروطات مثلث القاعده راکه هر یک از ضلع قاعده وضلع مخروطات او چهار صحیح وهشت تسع باشد حاصل نمودم پنجاه وپنج صحیح وسه تسع ودو ثلث تسع گردید آنرا از مساحت ذو اربعة قواعد ساقط کردم باقي سه صد وهجده صحیح وشش تسع تقریبا مساحت ذو ثمانیه قواعد مذکور شد ونیز اگر از مساحت ذو اربعة قواعد چهار بست وهفتم آنرا که مساوي مساحت مخروطات مسقطه است ساقط کردم نیز باقي مساحت ذو ثمانیه قواعد مذکور ماند *

بیان دویم در مساحت ذو اربعة عشر قواعد که شش از ان مربعات وهشت از ان مثلثات باشند

باید دانست که چون این شکل مأخوذ از شکل مکعب وخواه از شکل ذو ثمانیه قواعد مثلثات است کما اشرنا الیه فی المقدمة الثانیة پس اگر از شکل مکعب مأخوذ فرض کنند چون بموجب کلیهٔ سیوم

بیان چهارم مسئلهٔ چهل و ششم مقدمهٔ ثاني ضلع ذو اربعة عشر قواعد مذکور بقدر جذر نصف مربع ضلع مکعب است درینصورت اگر مربع ضلع ذو اربعة عشر قواعد را ضعف نموده جذر آن بگیرند آن ضلع مکعب خواهد بود و هرگاه از مساحت آن مساحت هشت مخروطات متساویات مثلث القاعده که ضلع قاعدهٔ او مساوي ضلع ذو اربعة عشر قواعد مذکور باشد ساقط کنند باقي مساحت شکل مذکور خواهد بود و نیز اگر از مساحت مکعب سدس آن ساقط کنند باقي مساحت ذو اربعة عشر قواعد است چراکه مساحت مخروطات مسقطه بقدر سدس مساحت مکعب مي باشد و اگر ذو اربعة عشر قواعد را از شکل ذو ثمانیه قواعد مثلثات مأخوذ نمایند پس بموجب کلیهٔ اولی مسئلهٔ مذکوره ضلع ذو اربعة عشر قواعد نصف ضلع ذو ثمانیه قواعد مذکور خواهد بود درینصورت ضلع ذو اربعة عشر قواعد را ضعف نموده مساحت ذو ثمانیة قواعد حاصل سازند و ازان مساحت شش مخروطات مربع القاعده که هر یک ضلع قاعده و ضلع مخروط مساوي ضلع ذو اربعة عشر قواعد مذکور بلکه مساوي نصف ضلع ذو ثمانیه قواعد باشد ساقط کنند باقي مساحت ذو اربعة عشر قواعد مذکور خواهد بود و چون مساحت ذو اربعة عشر قواعد مساوي یک مثل و دو ثلث مساحت مخروطات مسقطه است پس اگر از مساحت ذو ثمانیه قواعد سه ثمن آن ساقط کنند باقي مساحت ذو اربعة عشر قواعد مذکور خواهد بود مثلاً ضلع شکل ذو اربعة عشر قواعد دوازده است پس اول آنرا اگر از شکل مکعب مأخوذ کنم چون مربع ضلع شکل یکصد و چهل و چهار و ضعف آن دو صد و هشتاد و هشت است پس جذرش شانزده صحیح و سي و دو سیوم مقدار ضلع مکعب شد و مساحت مکعب چهار هزار و هشت صد و هشتاد و هفت صحیح و نه سي و سیوم گردید و هرگاه مساحت هشت مخروطات متساویات مثلث القاعده که ضلع قاعدهٔ آنها دوازده که مساوي ضلع ذو اربعة عشر قواعد است و ضلع مخروط هشت صحیح و شانزده سي و سیوم که مساوي نصف ضلع مکعب است باشد نمودم هشت صد و چهارده صحیح و کسری شد آنرا از مساحت مکعب ساقط نمودم باقي چهار هزار و هفتاد و سه صحیح و کسری کم مساحت ذو اربعة عشر قواعد مذکور ماند و نیز اگر از مساحت مکعب سدس آنرا که مساوي مساحت مخروطات مسقطه است نمودم باقي مساحت ذو اربعة عشر قواعد ماند و اگر ذو اربعة عشر قواعد را از ذو ثمانیه قواعد مثلثات مأخوذ کردند پس چون ضلع ذو اربعة عشر قواعد دوازده است پس ضلع ذو ثمانیه قواعد بست و چهار شد

و مساحت آن نمودم کما صرح في موضعه شش هزار و پانصد و شانزده صحیح و سي و شش جزء از شصت و هفت جزء گردید بعد از ان مساحت شش مخروطات مربع القاعده که هریک از ضلع قاعده و ضلع مخروط دوازده باشند نمودم دو هزار و چهار صد و چهل و سه صحیح و بست و یک جزء از سي و سه جزء شد تقریبا آنرا از مساحت ذو ثمانیة قواعد مذکوره ساقط کردم باقي چهار هزار و هفتاد و دو صحیح و بست و هشت سي و سیوم مساحت ذو اربعة عشر قواعد ماند تقریبا و تفاوت بین المساحتین قلیل است و نیز اگر از مساحت ذو ثمانیة قواعد سه ثمن آنرا که مساوي مساحت مخروطات مسقطه است ساقط نمودم نیز باقي مساحت ذو اربعة عشر قواعد ماند *

فائده چون مساحت مخروطات مربع قاعدهٔ مذکوره مساوي نصف مکعب قطر دائرهٔ محیطهٔ قاعدهٔ مربع است پس اگر از مساحت ذو ثمانیة قواعد نصف مکعب قطر دائرهٔ محیطهٔ قاعدهٔ مربع را که في الحقیقة نصف مساحت شکل مکعب است ساقط کنند نیز باقي مساحت شکل ذو اربعة عشر قواعد خواهد بود و نیز چون مساحت مخروطات مربع القاعده مساوي مسطح قطر قاعده في مساحة القاعده است پس اگر آنرا از مساحت ذو ثمانیة قواعد ساقط کنند نیز باقي مساحت ذو اربعة عشر قواعد خواهد بود و نیز چون شکل ذو اربعة عشر قواعد گویا مرکب از چهارده مخروطات است که قاعدهٔ آنها قاعدهٔ شکل و رأس آن مخروطات مجتمع عند مرکز کرهٔ محیطه است و ضلع ذو اربعة عشر قواعد مساوي نصف قطر کرهٔ اوست درینصورت اگر مربع نصف قطر دائرهٔ محیطهٔ قاعده را از مربع ضلع ساقط کنند باقي مربع نصف قطر کرهٔ محاطه باصناف قاعدهٔ مذکوره خواهد بود و آن ارتفاع مخروطات آن قواعد است پس اگر ثلث مساحت قواعد هر صنف را جدا جدا در ارتفاع صنف خودش ضرب سازند نیز مجموع مساحت ذو اربعة عشر قاعده شود فافهم و نیز چون ضلع ذو اربعة عشر قواعد مذکور مساوي نصف قطر کرهٔ محیطیه و مساحت قاعدهٔ مربع آن مساوي مربع ضلع است درینصورت اگر جذر ضعف مربع ضلع را که في الحقیقة نصف مربع قطر کره است در مربع ضلع که ربع مربع قطر است ضرب کرده محفوظ دارند و بعد از ان جذر ثلث مربع قطر را در ضلع ضرب کرده حاصل را در جذر سدس مربع قطر ضرب ساخته بر محفوظ بیفزایند مجموع مساحت شکل میشود مثلا در مثال مذکور ضعف مربع ضلع را که دو صد و بست و هشت است جذر گرفتم شانزده صحیح و سي و دو سي و سیوم شد تقریبا آنرا در مربع ضلع

که یکصد وچهل وچهار است ضرب نمودم حاصل ۲۴۴۲ صحیح ۲۱ کسر ۳۳ گردید آنرا محفوظ داشتم وباز مربع ضلع را در ثلث مربع قطر که (۱۹۲) است ضرب نموده حاصل راکه (۲۷۶۴۸) است در سدس مربع قطر که (۹۶) است ضرب نمودم (۲۶۵۴۲۰۸) شد جذر آن گرفتم چراکه جذر مسطح مربعین مساوي مسطح الجذرین میشود پس حاصل شد آنرا بر محفوظ افزودم حاصل جمع چهار هزار وهفتاد ودو صحیح ۱۶۲۱ و بست وهشت سي وسیوم تقریبا مساحت گردید ۵۶۷ کسر ۲۵۹ واین ضعیف میگوید که جذر پنج کعب کعب وپنج تسع کعب کعب ضلع همیشه مساوي مساحت شکل ذو اربعة عشر قواعد مذکوره است وبرهان این از اعمال اصم الجذر ظاهر است واین مساحت تحقیقي یا اقرب التقریبي خواهد بود مثلا در مثال مذکور چون مقدار ضلع دوازده است وکعب کعب آن (۲۹۸۵۹۸۴) است پس پنج کعب کعب وپنج تسع کعب کعب (۱۶۵۸۸۸۸۰۰۰) گردید وجذر آن (۴۰۷۲) صحیح ۷۶۱۶ کسر ۸۱۴۵ واین کسر اقرب التقریبي است چراکه از بست وهشت سي وسیوم زیاده است *

بیان سیوم در مساحت ذو اربعة عشر قواعد که شش از آن مثمنات وهشت مثلثات باشند

باید دانست که چون این شکل مأخوذ از شکل مکعب است وبموجب کلیهٔ چهارم بیان چهارم مسئلهٔ چهل وششم ضلع ذو اربعة عشر قواعد مذکوره مساوي ضعف فضل نصف قطر المربع علی نصف ضلع المربع است وضلع مربع همان ضلع شکل مکعب است درین صورت مربع ضلع ذو اربعة عشر قواعد مساوي ضعف مربع فضل ضلع شکل مربع علی نصف قطرش خواهد بود پس اگر مربع ضلع ذو اربعة عشر قواعد را تنصیف نموده جذرش را ضعف سازند وبر ضلع ذو اربعة عشر مذکور بیفزایند حاصل مقدار ضلع مکعب خواهد بود واگر از مساحت مکعب هشت مخروطات متساویات مثلث القاعده که ضلع قاعده مساوي ضلع ذو اربعة عشر قواعد وضلع مخروط بقدر جذر نصف مربع ضلع مذکور باشد ساقط کنند باقي مساحت ذو اربعة عشر قواعد مذکوره خواهد بود مثلا ضلع شکل ذو اربعة عشر قواعد هفده است پس مربع آنرا که دوصد وهشتاد ونه بود تنصیف نمودم یکصد وچهل وچهار ویک نصف شد وهرگاه جذر آنرا که دوازده وکسری است تضعیف نموده بر ضلع ذو اربعة عشر قواعد مذکوره افزودم چهل ویک مقدار ضلع مکعب شد پس مساحت مکعب شصت وهشت هزار ونهصد وبست ویک گردید وچون مساحت هشت مخروطات

مثلث القاعده که ضلع قاعدهٔ آنها هفده وضلع مخروط دوازده باشد نمودم دوهزار وسه صد وسیزده صحیح ونوزده چهل وپنجم شد آنرا از مساحت معکب ساقط نمودم باقي شصت وشش هزار وشش صد وهفت صحیح وبست وشش چهل وپنجم تقریبا مساحت ذوا ربعة عشر قواعد مذکوره برآمد فتأمل *

بیان چهارم درمساحت ذواثنی وثلثین قاعده که دوازده ازان مخمسات وبست مثلثات باشند

باید دانست که چون این شکل مأخوذ از شکل ذواثنی عشر قاعدهٔ مخمسات ونیز از شکل ذوعشرین قاعدهٔ مثلثات است پس اگر از شکل ذواثنی عشر مخمسات مأخوذ کنند چون بموجب کلیهٔ پنجم بیان چهارم مسئلهٔ چهل وششم مقدمهٔ ثاني ضلع ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره بقدر نصف وتر زاویهٔ مخمس شکل ذواثنی عشر قاعده می باشد و وتر زاویهٔ مخمس ذواثنی عشر قاعده که فی الکره باشد مساوي ضلع مکعب الکره است کما اشرنا الیه في موضعه ونیز چون ربع مربع وتر بر مربع وتر افزوده جذر آن بگیرند وجذر ربع مربع وترا ازان ساقط کنند باقي مقدار ضلع مخمس است کما اشرنا الیه ایضا پس هرگاه ضلع ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره را تضعیف نمایند وبر مربع آن ربع مربع آنرا افزوده وازجذر مجموع مقدار ضلع ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره را که جذر ربع مربع تضعیف خود است ساقط نمایند باقي مقدار ضلع ذواثنی عشر قاعدهٔ مخمسات خواهد بود ونیز اگر ربع مربع ضلع ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره را بر مربع آن افزوده وازجذر مجموع جذر ربع مربع راساقط سازند باقي مقدار نصف ضلع ذواثنی عشر قاعدهٔ مخمسات خواهد بود درینصورت اگر از مساحت ذواثنی عشر قاعدهٔ مخمسات مساحت بست مخروطات مثلث القاعده که ضلع قاعدهٔ آنها بقدر ضلع ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره وضلع مخروط بقدر نصف ضلع ذواثنی عشر قاعدهٔ مخمسات باشد ساقط کنند باقي مساحت ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره خواهد بود واگر شکل ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره را مأخوذ از شکل ذوعشرین قاعدهٔ مثلثات فرض کنند چون بموجب کلیهٔ اول بیان مذکور ضلع ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره بقدر نصف ضلع ذوعشرین قاعدهٔ مثلثات میشود پس ضلع ذوعشرین قاعدهٔ مثلثات ضعف ضلع ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره باشد درین صورت اگر از مساحت ذوعشرین قاعدهٔ مثلثات مساحت دوازده مخروطات مخمس القاعده را که ضلع قاعده وضلع مخروط او بقدر نصف ضلع ذوعشرین قاعدهٔ مثلثات بلکه مساوي ضلع ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره باشد ساقط کنند باقي مساحت ذواثنی

وثلثین قاعدهٔ مذکوره خواهد بود مثلاً اگر ضلع ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره شش صحیح ودوازده سیزدهم است آن را مأخوذ از ذواثنی عشر قاعدهٔ مخمسات فرض کردم پس ضعف آن را که سیزده صحیح ویازده سیزدهم مقدار وتر زاویهٔ مخمس ذواثنی عشر قاعدهٔ مخمسات است مربع نمودم یک صد ونود ودو شد وربع مربع آن را که مساوي مربع ضلع ذواثنی وثلثین قاعده وچهل وهشت است برمربع افزودم مجموع دوصد وچهل شد جذر آن گرفتم پانزده صحیح وپانزده سي ویکم برآمد ازان مقدار ضلع ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره را که شش صحیح ودوازده سیزدهم است ساقط نمودم باقي هشت صحیح وهجده سي ویکم مقدار ضلع ذواثنی عشر قاعدهٔ مخمسات ماند وچون مساحت آن بموجب قاعدهٔ بیان پنجم مطلب ششم چهارهزار وهفتصد ونود وپنج صحیح وپنجاه وپنج هشتاد ویکم تقریبا میشود پس مساحت بست مخروطات مثلث القاعده را که دوصد وچهارده صحیح وهجده هشتاد ویکم است ازان ساقط نمودم باقي چهارهزار وپانصد وهشتاد ویک صحیح وکسری تقریبا مساحت ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره ماند ونیز اگر مأخوذ از ذوعشرین قاعدهٔ مثلثات فرض نمودم ضلع ذوعشرین قاعده سیزده صحیح ویازده سیزدهم که ضعف ضلع ذواثنی وثلثین قاعده است گردید ومساحت آن بموجب قاعدهٔ بیان چهارم مطلب ششم پنجهزار وهفتصد وهشتاد ویک تقریبا گردید پس مساحت دوازده مخروطات مخمس القاعده را که یکهزار ودوصد صحیح وکسری است تقریبا ازان ساقط نمودم باقي چهارهزار وپانصد وهشتاد ویک صحیح وکسری تقریبا مساحت ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره ماند ونیز این نحیف میگوید که جذر ۱۳/۲۱ صحیح کسر کعب کعب ضلع ذواثنی وثلثین قاعده مذکوره مقدار مساحت دوازده مخروطات (۲۰۰/۴۰۰ کسر مثلث القاعده است پس هرگاه مساحت دوازده مخروطات ازمساحت ذوعشرین قاعده که جذر ۲۰۲/۳ صحیح کسر) کعب کعب ضلع ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره است ساقط نمایند باقي مساحت ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره خواهد بود *

بیان پنجم در مساحت ذواثنی وثلثین قاعده که دوازده ازان معشرات وبست مثلثات باشند باید دانست که چون این شکل از شکل ذواثنی عشر قاعدهٔ مخمسات مأخوذ است بموجب کلیهٔ ششم بیان چهارم مسئلهٔ چهل وششم مقدمهٔ ثاني ومکرر مذکور شد که وتر زاویهٔ مخمس ذواثنی عشر قاعدهٔ مخمسات که في الکره باشد مساوي ضلع مکعب الکره است وهرگاه از زاویهٔ مخمس

بموجب کلیهٔ مذکوره مثلث متساوي الساقین فصل کنند قاعدهٔ مثلث مذکور موازي وتر زاویهٔ مخمس خواهد بود پس نسبت وتر زاویهٔ مخمس بطرف ضلع مخمس مثل نسبت قاعدهٔ مثلث مذکور بطرف احد الساقین مثلث خواهد بود وچون نسبت انصاف مثل نسبت اضعاف است پس بالترکیب نسبت مجموع نصف وتر مخمس وضلع مخمس بطرف ضلع مخمس مثل نسبت مجموع نصف قاعدهٔ مثلث واحد الساقین آن بطرف احد الساقین مثلث مذکور خواهد گردید و هرگاه بموجب کلیهٔ مذکوره ظاهر است که هریک مخمسات ذواثنی عشر قاعده منقسم بمعشر و پنج مثلثات متساوي الساقین میشود پس ضلع معشر مساوي قاعدهٔ مثلث است وهریک ضلع مخمس منقسم بسه قسم میشود که قسم وسطی آن ضلع معشر مساوي قاعدهٔ مثلث است وهردو قسم طرفین مساوي ساقین مثلث بلکه مساوي اضلاع مخروطات مثلث القاعده باشد بلکه نصف ضلع مخمس مساوي مجموع نصف قاعدهٔ مثلث وساق مثلث مذکور شد وچون وتر زاویهٔ مخمس مساوي وتر چهار عشر دائرهٔ محیطهٔ مخمس است چراکه هریک ضلع مخمس وتر دو عشر دائره است ونصف دائره پنج عشر است پس هرگاه از مربع قطر دائرهٔ محیطهٔ مربع وتر یک عشر ساقط کنند باقي مربع چهار عشر دائره که وتر زاویهٔ مخمس است خواهد ماند چراکه در نصف دائره زاویهٔ قائمه واقع میشود کما صرح في موضعه وبعد این تمهیدات میگویم که اگر ضلع شکل ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره معلوم باشد آنرا در (۷۰۵۳۴) ضرب نموده بر (۱۳ کسر ۱۱۷ صحیح ۱۱۴۱۲۶) قسمت سازند که خارج قسمت مقدار ضلع مخروطات مسقطه است وهرگاه ضعف خارج را بر ضلع ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره بیفزایند مجموع مقدار ضلع ذواثنی عشر قاعدهٔ مخمسات خواهد بود پس از مساحت ذواثنی عشر قاعدهٔ مخمسات مساحت بست مخروطات مثلث القاعده را ساقط کنند باقي مساحت شکل ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره خواهد بود ونیز چون نصف قطر محاط قواعد معشره که ارتفاع اثنی عشر مخروطات معشر القاعده است مساوي نصف قطر محاط کرهٔ ذواثنی عشر قاعدهٔ مخمسات است پس هرگاه مربع آنرا مع مربع نصف قطر دائرهٔ محیطیهٔ قاعدهٔ معشر جمع کنند جذر مجموع مساوي نصف قطر کرهٔ محیطهٔ شکل ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره خواهد شد وهرگاه مربع نصف قطر دائرهٔ محیطه قاعدهٔ مثلث را از مربع نصف قطر کرهٔ محیطیهٔ مذکوره ساقط نمایند باقي مربع نصف قطر کرهٔ محاط قواعد مثلثات خواهد ماند که ارتفاع مخروطات عشرین مثلث القاعده است چراکه شکل ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره هم

فی الحقیقة مرکب از سي و دو مخروطات است که رأس آنها مجتمع عند مرکز کرهٔ محیطه باشد پس هرگاه ارتفاع هریک صنف مخروطات معشر القاعده ومثلث القاعده معلوم شد مساحت سطوح هریک صنف قاعده را در ثلث ارتفاع خودش ضرب ساخته جمع نمایند که حاصل الجمع مساحت ذو اثنی و ثلثین قاعدهٔ مذکوره است مثلاً مقدار ضلع ذو اثنی و ثلثین قاعدهٔ مذکوره (۳ صحیح ۲۲) وبست ودو وبست وهفتم است پس بطریق اول آنرا در (۷۰۵۳۴) ضرب نمودم وحاصل را که (۲۶۱۰۷۵ صحیح ۲۷ ۱۷ کسر) است بر (۱۱۴۱۲۶ صحیح ۱۱۷ ۱۳ کسر) قسمت نمودم خارج دو صحیح وده بست وهفتم مقدار ضلع مخروطات مسقطه شد آنرا ضعف نمودم چهار صحیح وبست بست وهفتم گردید بر ضلع ذو اثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره افزودم هشت صحیح وپانزده بست وهفتم مقدار ضلع مخمس برآمد ومساحت آن بموجب بیان پنجم مطلب ششم چهار هزار هفتصد ونود صحیح وبست ودو وبست وهفتم است وهرگاه مساحت بست مخروطات مثلث القاعده را که ضلع قاعده مساوي ضلع ذو اثنی و ثلثین قاعدهٔ مذکوره وضلع مخروطه صحیح وده بست وهفتم باشد نمودم سي وهفت صحیح ویک ثلث گردید آنرا ساقط نمودم باقي چهار هزار وهفتصد وپنجاه وسه صحیح وسیزده بست وهفتم مساحت ذو اثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره ماند وبطریق دویم چون نصف قطر کرهٔ محاطه ذو اثنی عشر قاعدهٔ مخمسات نه صحیح وده نوزدهم است وآن مساوي ارتفاع اثنی عشر مخروطات معشر القاعده است پس مساحت دوازده مخروطات معشر القاعده نمودم چهار هزار ودو صد وشصت وچهار ویک سي وهشتم تقریبا شد وهرگاه نصف قطر کرهٔ محاطه اثنی عشر قواعد معشره نه صحیح وده نوزدهم ومربع آن نود ویک است پس مربع نصف قطر دائرهٔ محیطهٔ قاعدهٔ معشر را که سي وهشت صحیح وهشت ونصف هشتاد ویکم است برآن افزودم مجموع یکصد وبست ونه صحیح وهشت ویک نصف هشتاد ویکم مربع نصف قطر محیطهٔ شکل ذو اثنی و ثلثین قاعدهٔ مذکوره شد وهرگاه مربع نصف قطر دائرهٔ محیطهٔ مثلث را که چهار صحیح وهفتاد هشتاد یکم است ازان ساقط نمودم باقي یکصد وبست وچهار صحیح ونوزده ونصف هشتاد ویکم مربع نصف قطر کرهٔ محاطهٔ قواعد مثلثات ماند جذر آن گرفتم یازده صحیح وچهار بست وهفتم مقدار نصف قطر کرهٔ محاطه که ارتفاع مخروطات مثلث القاعده است برآمد پس مساحت بست مخروطات مثلث القاعده چهار صد وشصت وهشت صحیح وشش بست وهفتم شده آنرا با مساحت مخروطات معشر القاعده جمع نمودم چهار هزار

وهفتصد وسي ودو صحيح وشش بست وهفتم ويک سي وهشتم مساحت ذواثنی وثلثين قاعدهٔ مذکوره شد وتفاوت بين المساحتين بسبب جذرهاي تقريبي است واگر غلطي در حساب است هرکس را توفيق ياري دهد اصلاح نمايد وخرده نگيرد *

بيان ششم در مساحت ذواربعة عشر قاعده که هشت ازان مسدسات وشش مربعات باشند

بايد دانست که چون اين شکل از ذوثمانيه قواعد مثلثات مأخوذ است پس بموجب کليهٔ دويم بيان چهارم مسئلهٔ چهل وششم مقدمهٔ ثاني ضلع شکل ذوثمانيه قواعد مساوي سه مثل ضلع ذواربعة عشر قاعدهٔ مذکوره خواهد بود درينصورت هرگاه ضلع ذواربعة عشر قواعد مذکوره را سه مثل نموده مساحت ذوثمانيه قواعد مثلثات حاصل کنند وازان مساحت شش مخروطات مربع القاعده که ضلع قاعده وضلع مخروط بقدر ثلث ضلع ذوثمانيه قواعد مثلثات بلکه مساوي ضلع ذواربعة عشر قاعدهٔ مذکوره باشد ساقط کنند باقي مساحت ذواربعة عشر قاعدهٔ مذکوره خواهد بود مثلا ضلع ذواربعة عشر قاعدهٔ مذکوره چهار است پس ضلع ذوثمانيه قواعد مثلثات دوازده شد ومساحت آن بموجب بيان سيوم مطلب ششم هشتصد وشانزده است وهرگاه مساحت شش مخروطات مربع القاعده را که هشتاد ونه صحيح وسه خمس است ساقط کردم باقي هفتصد وبست وشش صحيح ودو خمس مساحت ذواربعة عشر قواعد مذکوره ماند *

بيان هفتم در مساحت ذواثنی وثلثين قاعده که دوازده ازان مخمسات وبست مسدسات باشند

بايد دانست که چون اين شکل از ذوعشرين قاعدهٔ مثلثات مأخوذ است وبموجب کليهٔ دويم بيان مذکور ضلع ذوعشرين قاعده سه مثل ضلع ذواثنی وثلثين قاعدهٔ مذکوره ميشود درينصورت هرگاه ضلع ذواثنی وثلثين قاعدهٔ مذکوره را سه مثل نموده مساحت ذوعشرين قاعدهٔ مثلثات حاصل کنند وازان مساحت دوازده مخروطات مخمس القاعده را که ضلع قاعده وضلع مخروط بقدر ثلث ضلع ذوعشرين قاعده بلکه مساوي ضلع ذواثنی وثلثين قاعدهٔ مذکوره باشد ساقط کنند باقي مساحت ذواثنی وثلثين قاعدهٔ مذکوره خواهد بود مثلا ضلع ذواثنی وثلثين قاعدهٔ مذکوره چهار است پس ضلع ذوعشرين دوازده شد ومساحت آن بموجب بيان چهارم مطلب ششم سه هزار وهشتصد ونود ودو صحيح ويک تسع تقريبا گرديد ومساحت مخروطات مخمس القاعده دوصد وسي ويک صحيح وشش سبع است آنرا ساقط کردم سه هزار وشش صد وشصت صحيح وشانزده شصت وسيوم تقريبا باقيماند واين مساحت ذواثنی وثلثين قاعدهٔ مذکوره گرديد فافهم *

بیان هشتم در فائدهٔ کلیه که برای مساحت اجسام ذو صنفین مفید است

باید دانست که چون هریک از اجسام ذو صنفین هم مرکب از مخروطات است که قواعد آنها قواعد جسم است و رأس المخروط مجتمع عند مرکز کرهٔ محیطهٔ جسم باشد پس اگر قطر کرهٔ محیطهٔ جسم معلوم شود ارتفاع مخروطات برآورده اگر مساحت کنند اولی وانسب خواهد بود فافهم *

مطلب هشتم در مساحت باقی اجسام که اشکال آنها منضبط نیست

باید دانست که چنانکه اجسام ذو صنفین از اجسام ذو صنف واحد مأخوذ میشود همچنین ممکن است که اجسام ذو ثلثة اصناف از ذو صنفین مأخوذ شوند وذو اربعة اصناف از ذو ثلثة اصناف وغیر آن پس در مساحت چنین اجسام اگر شکل مأخوذ منه معلوم باشد از مساحت شکل مأخوذ منه مساحت مخروطات مسقطه را ساقط کنند واگر مأخوذ منه معلوم نباشد پس قطر کرهٔ محیطهٔ آنرا بالعمل معلوم کرده چنانکه در دریافت قطر کره گفته شد وهر صنف را قواعد مخروطات فرض کرده مساحت کنند که مجموع مساحت مخروطات مساحت جسم خواهد بود ودیگر اجسام که مرکب از مجسمین یا از مجسمات که مذکور شده اند یا بعضی ناقص و زائد بود یا مؤلف از دو نوع بود چنانکه در اشکال کنبذهای مساجد ومقابر ودیوره های اهل هند وسقف های حمام وغیره پس مساحت هر نوع اجسام را جمع نموده مساحت ناقصه را نقصان کنند و زائده را بیفزایند واگر تجاویف باشد مساحت تجاویف را بکاهند چنانکه در مساحت طاقها ودرها وتجاویف کنبذ وغیر آن وتفصیل آن تطویل لا طائل است واما مساحت بعضی اجسام که آنرا سطوح ناهموار احاطه کرده باشند اگر آنرا در حوضی پر آب باندازند وهر قدر که زیادتی آب شود آنرا نشان کرده آن جسم را برآرند بازلا محاله آب کمی خواهد کرد پس مساحت فضل زائد علی الناقص بگیرند که آن مساحت جسم است فافهم *

مطلب نهم در مساحت بعضی اجسام بالوزن وبالعکس اعنی دریافت وزن از مساحت اجسام

باید دانست که هرگاه دو جسم مختلف الوزن باشند اعنی یکی از خشت خواه سنگ است ودیگری از چوب خواه حدید وغیر آن پس نسبت یکی بطرف دیگری عند تساوی حجم آنها مثل نسبت ثانی بطرف اول عند تساوی وزن آنها خواهد بود مثلا اگر حجم ده من حدید مساوی حجم یک من چوب باشد اعنی شکل مکعب که ضلع او یک ذرعه باشد مثلا از حدید بسازند که وزن آن ده من بود وشکلی دیگر مکعب که ضلع او هم یک ذرعه بود از چوب بسازند که وزن

او یک من بود پس اگر شکلی از چوب بهر شکلی بسازند که وزن اوده من بود درینصورت حجم اوده مثل حجم شکل حدید خواهد بود و قدماء نسبت بین الاوزان بعضی اجسام مثل طلا ونقره وسیماب وسرب وجسته وغیره فلزات را برآورده اند چنانکه ازین قطعهٔ نصاب معلوم میشود *

* قطعهٔ نصاب *

زر وي جسته هفتا د ویکدرم سیماب * چهل شش است وزارزیزسي و هشت شمار *
ذهب صد است وسرب پنجه ونه وآهن چل * برنج ومس چل وپنج است ونقره پنجه وچار *

* قطعهٔ دیگر *

نه فلز مستوي الحجم را چون برکشي * اختلاف وزن دارد هریکی بي اشتباه *
زرلکن زیبق الم اسرب دهن ارزیزچل * فضه ند آهن یکی مس و شبه مه صفره ماه *

جـــــــــــــــــدوله مع تحقیق اللغة (جدول ۱۴۰)

فائده طریق دانستن وزن طلا ونقره در مرصع آلات ومینا کار باید که اول وزن آن چیز بطریق متعارف دریافت نمایند بعده پلهٔ میزان را که درآن پله آن چیز باشد درآب غرق کنند وپلهٔ سنگ را بیرون دارند وبه سنجند وباید که آب آنقدر باشد که درسنجیدن پله ازآب بیرون نیاید درینصورت صرف وزن طلا ونقره حاصل خواهد شد ووزن جواهر ولاکهه ومینا وغیره نخواهد آمد وغالبکه حال جمیع فلزات همچنین باشد لیکن بتجربه نرسیده است * الاستعجاب * اگر ظرفی پرآب کنند ودرآن بتدریج ریزهٔ زر ونقره مثل روپیه واشرفي وزنجیر طلا وغیره که بتدریج درآب داخل تواند شد ومحرک نه افتد هرچند که ظرف مذکور از طلا ونقره مملو شود آب بیرون نخواهد افتاد *

فائده باید دانست که فلزات تسعهٔ مذکوره بنسبت یکدیگر اجسام اثقل اند وبسبب ثقل ذاتي خود میل بمرکز دارند الا بموانع وجسم کثیف نسبت بجسم لطیف زیاده مانع میشود لهذا عقلا ترازوی هوائي وآبي ترتیب داده وزن هریک اجسام می کنند وترازوي هوائي آنست که هردو پلهٔ او درهوا باشد زیرا که هوا لطیف است جسم ثقیل را مانع ازمیلان نمیشود پس درهر پله که جسم ثقیل خواهد بود زود فروتر خواهد شد وهمچنین ترازوي آبي که هردو پلهٔ آن برروي آب باشند وچون آب هم جسم لطیف است لهذا زود جسم ثقیل فروتر خواهد شد وهرگاه یک پلهٔ ترازو درهوا وپلهٔ دیگر درآب باشد چون آب بنسبت هوا کثیف است هرآینه پلهٔ آبي فی الجمله ازپلهٔ

هوائي كمتر فرو خواهد گرديد و بدين سبب وزن پلهٔ آبي كم خواهد بود وچون در جميع فلزات طلا اثقل است در ينصورت وزن احجار وقير وغيره بشمول آن هيچ قدر نميدارد چنانكه ابوريحان بيروني امتحان نموده اعني اگر ظرفي باريك گردن پر آب كنند و در آن صد مثقال طلا بيندازند بقدر پنج مثقال آب ازان ظرف بيرون خواهد آمد و اگر صد مثقال سيماب خواه سرب خواه ديگر فلزات بيندازند در هر يك آب زياده از پنج مثقال على الاختلاف بيرون خواهد شد و در احجار اگرچه ياقوت نيلي سنگين است لاكن بوزن طلا نميرسد و ديگر اجسام نسبت بطلا نهايت خفيف اند وجدولي كه صاحب مفتاح مع زيادتي وزن بعضي اجسام غير فلزات نوشته است اين ست (جدول ۱۴۱)

بايد دانست كه هرگاه مساحت مجسمي معلوم الوزن مطلوب شود وزن معلوم او را بر وزن مكعب يك ذراع ازان تقسيم كنم كه خارج مساحت اوست و وقتي كه مساحت معلوم باشد واراده كنم كه وزن معلوم كنم پس مساحت او را در وزن مكعب يك ذراع ازان ضرب كنم كه حاصل وزن اوست (جدول ۱۴۲)

فصـــــــــــــــــــــــــــــــل در بيان بعضي فوائد كه في الجمله از مساحت علايقه دارند

پوشيده نماند كه مساحت بيشتر از ذراع ونيزه ورسن درين ديار رواج دارد چونكه مساحت بعضي اجسام از اوزان ميشود چنانكه مذكور شد ما درين فصل اكثر آلات مساحت ومقاديراوزان وغيره بيان ميكنيم

فائدهٔ اولي در بيان مقاديراوزان بايد دانست كه نزد اطباء هر وزن كه كمتر از رطل باشد معروف باوزان صغار است وما فوق آن معروف بكبار وكيل كه عبارت از پيمانه باشد از جملهٔ اقسام ثاني است واختلاف هريك در اوزان صغار وكبار بحسب امكنه وازمنه ومصطلحات واقع شده آنچه از كتب معتبره متحقق شد بجدول مرقوم ميشود كه در اخراج تسهيل افتد وبايد دانست كه حبّه وطسوج وقيراط ودانگ بحسب درهم فضي ودرهم ومثقال ذهبي باهم مختلف مي باشد چه اجزاء مذكورهٔ درم كمتر از اجزاء مثقال است ونزد اهل تجربه ثابت شده كه قدري از فضه كه در مقدار مساوي با ذهب باشد وزن ذهب سه سبع زياده بر وزن فضه مي باشد ونيز مقدار درهم باعتبار قديم وجديد مختلف است ومقدار مثقال غير مختلف است جدوله هذا..... (جدول ۱۴۳)

وبيان اوزان صغار وكبار دو بيان دارد اوزان هند كه حكيم فتح الله گيلاني سنجيده سيرشاهي بوزن يك دام است كه پيسه باشد ويك دام بوزن طبي پنج درم است وهر درمي بست نخود وسط است تانگ يك دام است دانگ چهار نخود است وشش دانگ يك مثقال كه بست وچهار نخود باشد وپنج دانگ يك درم

۴۶	سفید روی	وروی مطلق قلعی است که از مس وسرب آمیخته بهم رسد آنرا در هندی بهنگار گویند
۱۰۱	سیماب	آنرا زیبق بکسر زاء معجمه وسکون یاء تحتانی وفتح باء موحده وقاف هم گویند وبهندی پاره است
۳۸	قلعی	آنرا ارزیز بالفتح وسکون راء مهمله وکسر زاء معجمه وسکون یاء تحتانی وزاء معجمه آخر وبهندی رانگه گویند
۱۰۰	زر	وآن ذهب وطلاست وبهندی سونا گویند
۵۹	سرب	آنرا سیسه بهر دو سین مهمله خوانند
۴۵	برنج	وآن شبه بفتح شین معجمه وفتح باء موحده وهای مختفی در هندی پیتل معروف ونزد بعضی جسته است وآن بر چند قسم میسازند که هر یکی از مس وتوتیا
۴۵	مس	هندی تانبا
۵۴	نقره	وآن فضه بکسر فاء وتشدید ضاء معجمه وهای مختفی است وهندی روپا
۴۰	آهن	هندی لوهاو در عربی حدید معروف است

اسرب	صفره	نحاس	حدید	شبه	رصاص	عسل	طلیت البقر	خل خمر	خمر	آب	شمع	زیت	عود الخلاف	الاجسام
۸	۴	۷	۳	۱	۹	۶	۶	۰	۸	۵	۲	۹	۱	آحاد
۳	۰	۴	۰	۹	۰	۱	۱	۷	۴	۰	۰	۳	۲	عشرات
۸	۴	۸	۴	۱	۳	۶	۹	۳	۲	۶	۲	۳	۵	مئات
۳	۲	۷	۱	۵	۹	۹	۱	۹	۹	۸	۷	۶	۱	الوف
۲	۵	۴	۲	۴	۰	۲	۳	۲	۲	۲	۲	۲	۱	عشرات الوف
۳	۲	۲	۲	۲	۲	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	مئات الوف
ه	کح	م	و	کو	کط	له	ل	ع	نه	م	لط	ے	ملے	دقائقها
الکسر نخ	اے وکح	اح وم	ال ح	اح و لا	ایخ الط	ها ها و	ل ها نو	ها ح ا	ها ح کح	ها نو مه	ها ح لک	ها ح نط	ها ح ب ا	مرفوع
ه	کح	ب م	و	کو	الط	له	ل	ع	نه	م	لط	ے	ملے	دقائقها

Printed at the Asiatic Lith. Gas Press Calcutta 1831

جزء ثاني من جدول ١٤٢	وزن مكعب ذراع بالرطل البغدادي	صفحة

الجسم	الوزن بالرقوم الهندسية						الوزن برقوم الجمل		
	آحاد	عشرات	ميات	الوف	مثاقيل زائده	دقائق مثاقيل	مرفوع مرة	مثاقيل زائده	دقائق
عود خلاف	٨	٢	١	٠	١	مد	س ح	ا	مد
زيت	٢	٩	٢	٠	٥٩	ے	ء ت	نط	ے
شمع	٢	٠	٣	٠	٢٢	لط	ه س	الب	لط
آب	٤	١	٣	٠	٤٥	م	ه ر	عه	م
خمر	٤	٢	٣	٠	٤٨	نه	ه الد	مح	نه
خل خمر	٦	٢	٣	٠	٣٠	ط	ه الو	ل	ط
طينت البقر	٤	٥	٣	٠	٥٦	ل	ه ند	نو	ل
عسل	٠	٤٠	٤	٠	١٦	له	ر ا	نو	له
رصاص	٥	٠٢	٣	٢	٥٨	الط	لح مه	نح	الط
حديد	٠	٦	٤	٢	٣	و	ما ط	م	و
شبه	٤	٢	٤	٢	٣١	الو	مه الد	لا	الو
نحاس	٣	٥	٤	٢	٤٤	م	مه نم	عز	م
صفره	٤	٠	٨	٢	٤٣	الحم	مومد	مح	الحم
اسرب	٨	٩	٥	٣	١٨	٥	نط نح	نح	٥

J.B. Yassia lith.

اوزان آنها که مساوی می شود حجم صد مثقال زر یا غیر آن از هر جسم و مجنس طسوان

الاجسام	بنا قلیل یا وقیه	دوانق آن	طسوجی آن	مجنس بر یک طسوج	مرفوع آن بسوی حساب جمل
طلا	ه	ا	ب	۱۲۶	ب و
زیبق	ر	ب	ا	۱۷۷	ب نز
اسرب	ح	ه	ط	۲۱۲	ح لب
فضه	ط	ز	ا	۲۳۳	ح نح
صفره	ما	ب	ط	۲۷۲	ز لب
نحاس	ما	ح	ط	۲۷۶	ز لو
سیسه	ما	ز	ط	۲۸۰	ز م
حدید	ب	ه	ب	۳۱۰	ه سے
رصاص	کح	ز	ط	۳۲۸	ه لح
یاقوت الاکحل	له	ا	ب	۶۰۶	سے و
مینا	له	ب	ب	۶۱۰	سے سے
یاقوت الاحمر	لو	ط	ط	۶۲۴	سے له
لعل	لز	ه	ب	۶۷۰	ما سے
زمرد	لو	ب	ط	۸۷۲	مد لب
لاجورد	لز	ا	ط	۸۹۲	مد نب
لؤلؤ	لح	ح	ط	۹۲۴	له له
عقیق	لط	ط	ط	۹۳۶	له لو
بسد	لط	ط	ح	۹۳۹	له لط
بلور و جزع	م	ط	ط	۹۶۰	لو ط
زجاج	م	ا	ط	۹۶۴	لو ز
آبنوس	مو	ه	ط	۱۱۲۴	ح مد
عاج	سا	ط	ط	۱۴۶۴	له له
عسل					
حلتیت البقر					
خل خمر					
خمر یعنی شراب انگور					
ماء					
شمع	قه	ا	ط	۲۵۲۴	مب ز
زیت					
عود الخلاف	رمح	ط	ح	۵۹۵۵	الط له

اوزان اجسام متساوی الحجم بر تقدیر یک طلا صد مثقال یا صد اوقیه یا غیره باشد و مجنس ط

الاجسام	بنا قلیل یا وقیه	دوانق	طسوج	دوانق آن	مجنس کلها الی الطسوج	مرفوع آن بسوی حساب
طلا	قله	ا	ا	ا	۲۴۰۰	م ا ا
زیبق	عا	ا	ا	لح	۱۷۰۸	لح لح لح
اسرب	نط	ب	ب	له	۱۴۲۶	لح هو له
فضه	ند	ط	ا	ا	۱۲۹۷	لا لز ا
صفره	هو	ا	ح	هو	۱۱۱۱	کح لا هو
نحاس	مله	ب	ح	مب	۱۰۹۱	کح ا مب
سیسه	مله	ط	ا	ا	۱۰۸۰	کح ط ا
حدید	م	ح	ح	لط	۹۷۵	لو له لط
رصاص	لح	ب	ا	نز	۹۲۱	له لا نز
یاقوت الاکحل	ال	ز	ح	ا	۴۹۹	ح لط ا
مینا	ال	ح	ح	مله	۴۹۵	ح له مله
یاقوت الاحمر	ال	ا	ط	لز	۴۸۴	ح ز لز
لعل	کح	ز	ح	لا	۴۵۱	ز لا لا
زمرد	مد	ب	ب	هز	۳۴۶	ه هو هز
لاجورد	مد	ط	ح	ا	۳۳۹	ه لط ا
لؤلؤ	کح	ح	ح	لو	۳۲۷	ه لز لو
عقیق	کح	ب	ح	و	۳۲۳	ه لح و
بسد	کح	ب	ب	ا	۳۲۲	ه لب ا
بلور و جزع	کح	ط	ح	مله	۳۱۵	ه له مله
زجاج	کح	ط	ا	مب	۳۱۳	ه کح مب
آبنوس	ما	ا	ا	ب	۲۶۹	ز لط ب
عاج	ح	ح	ب	لح	۲۰۶	ح لو لح
عسل	ر	ا	ب	ل	۱۷۴	ب ند ل
حلتیت البقر	ه	ه	ط	له	۱۴۰	ب ا له
خل خمر	د	ب	ا	لب	۱۲۹	ب ط لب
خمر یعنی شراب انگور	ه	ب	ط	ند	۱۲۸	ب ح ند
ماء	ه	ا	ب	ز	۱۲۶	ب و ز
شمع	ز	ه	ح	مط	۱۱۹	ا نط مط
زیت	ز	ه	ط	ا	۱۱۶	ا نو ا
عود الخلاف	ب	ط	ب	مه	۵۰	ط ند مه

جدول مقادیر اوزانیکه صاحب لیلاوتي وغیره نوشته است وبیشتر در هند مشهور و رواج دارد

سرخ	دو جو است	درم یعنی دام	شش پن باشد
پل	سه سرخ است	اشرفي	یازده ماشه
دهرن	هشت پل	درم شرعي	سه ماشه ویك سرخ وده برنج
گدیانك	دو دهرن	فلوس قدیم	بست ویك ماشه
ذهك	چهارده پل	فلوس عالمگیري	چهارده ماشه
ماشه	پنج سرخ	سرخ	بست بسوه
کهوکهه	شانزده ماشه	بسوه	دو برنج
پل	چهار کهوکهه	تانک هند وستاني	بست وچهار سرخ ومثقال مشهور ازو بدو سرخ بیفزایند
گهونگچي	یعنی گرچی قریب به سه جومیانه	تانك ولایتي	سه سرخ ویك حبه ۲۴ دانه
کوڈی	را پرانك گویند	حبه	دو دانه و سه پاو دانه
دسنگ	ده کوڈی	تانک جواهري	سه و نیم برنج
کاکنی	دو دسنگ	سیر شاهجهاني	چهل دام است
پن	چهار کاکنی	سیر جهانگیري	سي وشش دام
سیر عالمگیري	چهل وچهار دام	توله	دوازده ماشه ودر دکهن پنج درم و سه قیراط
سیر اکبري	سي دام	ماشه مشهور	هشت رتي یعني سرخ
من شاهجهاني	چهل آثار	رتي	هشت برنج
من جهانگیري	سي وشش آثار	توله دکهن	۵ درم و ۳ قیراط خواه ۳ مثقال و ۳ قیراط
من اکبري	سي آثار	دام یعني بهلولي	پیسه نیز گویند بست و پنج جیتل
خروارفي من شاهجهاني	ده من شاهجهاني	جیتل	بست و پنجم حصهٔ پیسه

کذا وجدنی النسخة

است که بست نخود است تولچه دونیم مثقال است که شصت نخود باشد من طبي یک سیر کبري است که بوزن سي دام باشد چهار مثقال بوزن یک پیسه است که عرف سیرشاهي گویند پنج تانگ بوزن یک پیسه است تحقیق اوزان اصح که مؤلف گنج بادآور بوزن هند مناسبت داده می نویسد سرخ که بزبان هندي گهونگچي ورتي گویند هشت برنج است که نزد اطباء سه جو میانه است ماشه هشت سرخ توله دوازده ماشه یعني دونیم مثقال وهفت سرخ تانگ سي ودو سرخ سیرشاهي که دام بهلولي وپیسه باشد پنج تانگ که یک توله وهشت ماشه میشود دانگ ودانق چهار رتي ویک سدس رتي یعني ششم حصهٔ رتي درهم ودرم سه ماشه ویک رتي مثقال چهار ماشه وسه نیم رتي اسنار طبي یک توله وهشت ماشه که یک سیرشاهي باشد رطل بغدادي نوزده سیرشاهي من مکي چهل سیرشاهي حبه یک جو میانه درکوچکي وکلاني طسوج که بفارسي تسو گویند دوجو قیراط چهار جو اوقیه ووقیه هفت ونیم مثقال که دو توله ونه ماشه وپنج سرخ پاو بالا میشود عدیله نصف پیسه است که ده ماشه باشد کثیرا دوکرا چهارم حصهٔ پیسه است که پنج ماشه باشد دمري هشتم حصهٔ پیسه است که دونیم ماشه است والله اعلم بالصواب *

فائدهٔ ثاني دربیان جدول مقادیر مساحت وآلات آن وغیره (جدول ۱۴۴)

فائدهٔ سیوم در دانستن مساحت وغیره درپارچه یک ذراع راشانزده گره ویک گره راشانزده بحر ویک بحر راشانزده بحرین ویک بحرین راشانزده شعیر ویک شعیر راشانزده شعیرین ودر سنگ یک ذراع بست بسوه ویک بسوه بست بسوانسي ویک بسوانسي بست خام ویک خام بست خامین ودرچوب یک ذراع بست وچهار تسو ویک تسو بست وچهار تسوانسي ویک تسوانسي بست وچهار خام ویک خام بست وچهار خامین ودر زمین مزروع سه ذراع رایک بسوه وبست وپنج ذراع رایک دوري وبست بسوه رایک بیگهه ودوصد دوري رایک کروه وچهار کروه را یک جوجن پس یک جوجن هشت صد دوري باشد پس یک بیگهه سه هزار وششصد ذراع شاه جهاني بود ووزن روپیهٔ عالمگیري یازده ونیم ماشه واشرفي یازده ماشه وسنگ مرمرفي ذراع مکسر پنجاه من وسنگ سرخ سي من وسنگ غلوله را مقداري مقرر نیست پهري خرید وفروخت میشود وپهري سي وهشت ذراع ویازده ونیم بسوه است وچونه في پهري بست ویک پیمانه ویک ونیم پاو پیمانه بود ووزن پیمانه دوازده من وبست آثار وخاک في ذراع پنج من وبست وچهار آثار درحساب می آید *

کیفیت مساحت درجات طولي بفاصلهٔ یک یک درجهٔ عرضي از خط استوا بطریقیکه نزد حکماء فرنگ متحقق شده * (جدول ۱۴۵)

مطلب دهم در دانستن ارتفاع مرتفعات

بدانکه مرتفع بر دوگونه است یکی آنکه اگر از ان مرتفع عمود بر سطح ارض کشند تا موقع العمود ومسقط الحجر آن میتوان رسید مثل منارها و دیوارها و اشجارها وغیره دویم آنکه بموقع العمود ومسقط الحجر آن نمیتوان رسید مثل جبالها و پشتها و دیگر اشکالهاي مخروطي وغیره پس طریق دریافت ارتفاع هردو را در دو بیان وامی نمایم *

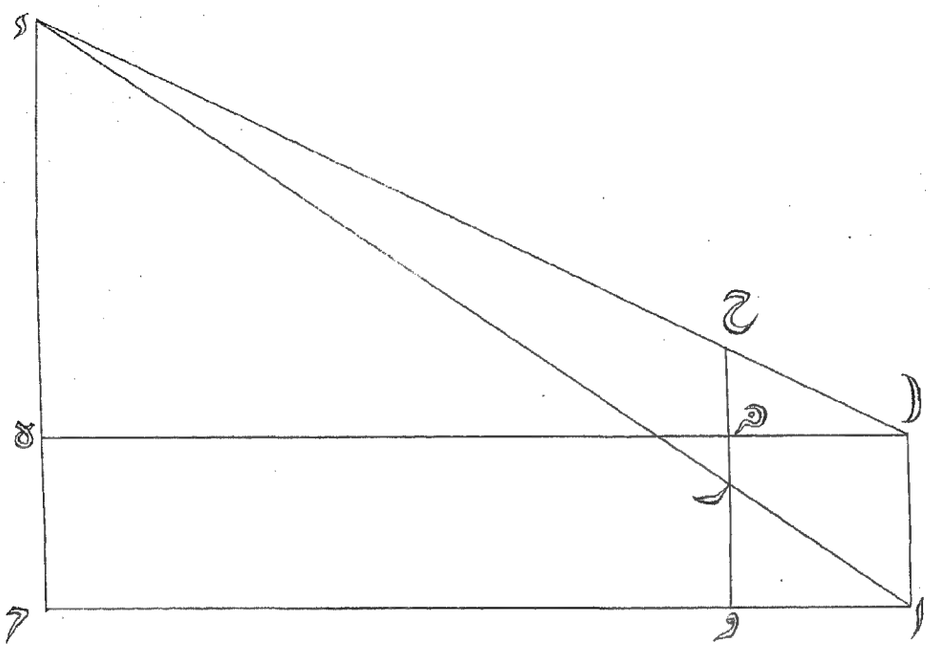
بیان اول در دریافت ارتفاع مرتفعیکه تا موقع العمود آن میتوان رسید

و طریقش چنان است که چوبي مستقیم که آنرا شاخص گویند بر وجه ارض که سطح او برابر باشد قائم نصب کنند و خود بفاصلهٔ اندکی از چوب استاده نظر بر رأس المرتفع کنند چنانکه شعاع نظر آن چوب را تقاطع نموده بر رأس المرتفع افتد پس جای که تقاطع واقع شود آنرا نشان نمایند وارتفاع محل تقاطع چوب را پیموده فضل ارتفاع بر قامت خود حاصل سازند ومابین موقف قدم خود وموقع العمود آن مرتفع را مساحت نموده در مقدار فضل ارتفاع علي القامة ضرب سازند وحاصل را بر مقدار مابین موقف خود واصل چوب قسمت کنند وبر خارج مقدار قامت خود بیفزایند که حاصل مقدار ارتفاع مرتفع خواهد بود چراکه درینجا چهار مقادیر متناسبه بهم رسید اول مابین موقف خود واصل چوب دویم مابین موقف خود وموقع العمود مرتفع سیوم فضل چوب علي القامة چهارم مقدار فضل ارتفاع مرتفع علي القامة و نسبت اول بطرف دویم مثل نسبت سیوم بطرف چهارم است وچهارم مجهول است درینصورت مسطح الوسطین را بر طرف معلوم قسمت کنند که خارج مطلوب شود ودلیل برین اربعهٔ متناسبه آنست که هرگاه از نقطهٔ بصر خطی موازي خط مابین موقف وموقع العمود مرتفع میکشند یک مثلث قائم الزاویه حادث میشود که یک ضلع آن مقدار فضل ارتفاع مرتفع علي قامت قائس خواهد بود ودیگر خطی که از نقطهٔ بصر موازي خط مابین موقف وموقع العمود مرتفع فرض شده وآن مساوي خط مابین موقف وموقع العمود است سیوم خط شعاعي از نقطهٔ بصر تا رأس المرتفع مفروض وآن وتر زاویهٔ قائمه خواهد بود پس درین مثلث نسبت تقاطع ضلعین از چوب که مقدار فضل

کیفیت مساحت درجات طولی بفاصلهٔ یکیک درجه عرضی از خط استواء بطریقی که نزد حکمای فرنگ متحقق شده

درجات	مقدار		درجات	مقدار		درجات	مقدار		درجات	مقدار		درجات	مقدار	
	میل	پارسک		میل	پارسک		میل	پارسک		میل	پارسک		میل	پارسک
۱	۵۹	۹۶	۱۷	۵۷	۳۰	۳۳	۵۰	۳۲	۴۹	۳۹	۳۱	۶۵	۲۵	۳۶
۲	۵۹	۹۴	۱۸	۵۷	۴	۳۴	۴۹	۷۴	۵۰	۳۸	۵۷	۶۶	۲۴	۴۱
۳	۵۹	۹۲	۱۹	۵۶	۷۳	۳۵	۴۹	۱۵	۵۱	۳۷	۷۳	۶۷	۲۳	۴۵
۴	۵۹	۸۶	۲۰	۵۶	۳۸	۳۶	۴۸	۵۴	۵۲	۳۷	—	۶۸	۲۲	۴۸
۵	۵۹	۷۷	۲۱	۵۶	—	۳۷	۴۷	۹۲	۵۳	۳۶	۱۸	۶۹	۲۱	۵۱
۶	۵۹	۶۷	۲۲	۵۵	۶۳	۳۸	۴۷	۲۸	۵۴	۳۵	۲۶	۷۰	۲۰	۵۲
۷	۵۹	۵۶	۲۳	۵۵	۲۳	۳۹	۴۶	۶۲	۵۵	۳۴	۴۱	۷۱	۱۹	۵۴
۸	۵۹	۴۰	۲۴	۵۴	۸۱	۴۰	۴۶	—	۵۶	۳۳	۵۵	۷۲	۱۸	۵۵
۹	۵۹	۲۰	۲۵	۵۴	۳۸	۴۱	۴۵	۲۸	۵۷	۳۲	۶۷	۷۳	۱۷	۵۴
۱۰	۵۹	۸	۲۶	۵۴	—	۴۲	۴۴	۹۵	۵۸	۳۱	۷۹	۷۴	۱۶	۵۳
۱۱	۵۸	۸۹	۲۷	۵۳	۴۴	۴۳	۴۴	۲۸	۵۹	۳۰	۹۰	۷۵	۱۵	۵۲
۱۲	۵۸	۶۸	۲۸	۵۳	—	۴۴	۴۳	۱۶	۶۰	۳۰	—	۷۶	۱۴	۵۱
۱۳	۵۸	۴۶	۲۹	۵۲	۴۸	۴۵	۴۲	۴۳	۶۱	۲۹	۴	۷۷	۱۳	۵۰
۱۴	۵۸	۳۲	۳۰	۵۱	۹۶	۴۶	۴۱	۶۸	۶۲	۲۸	۱۲	۷۸	۱۲	۴۸
۱۵	۵۸		۳۱	۵۱	۴۳	۴۷	۴۱	—	۶۳	۲۷	۲۴	۷۹	۱۱	۴۵
۱۶	۵۷	۶۰	۳۲	۵۰	۸۸	۴۸	۴۰	۱۵	۶۴	۲۶	۳۰	۸۰	۱۰	۴۲

درجات	مقدار	
	میل	پارسک
۸۱	۹	۳۸
۸۲	۸	۴۵
۸۳	۷	۳۲
۸۴	۶	۲۸
۸۵	۵	۲۳
۸۶	۴	۱۸
۸۷	۳	۱۴
۸۸	۲	۹
۸۹	۱	۵
۹۰	—	
		۰



ا موقف القائس

اب قامت قائس = ط

و اصل چوب

ز علامت اولی

رو مقدار از علامت اولی تا اصل چوب = ف

ح علامت ثانیه

حو مقدار از علامت ثانیه تا اصل چوب = خ

حه فضل ارتفاع علامت ثانیه علی قامة القائس = ح - ط

ج موقع العمود

او مابین موقف واصل چوب = ل

اج مابین موقف قائس وموقع العمود = ع

جد ارتفاع المرتفع = م

جط قامت قائس

طد فضل ارتفاع مرتفع علی قامت القائس

= م - ط

ارتفاع چوب علی القامة است یک مثلث متشابه مثلث اول حاصل خواهد شد که یک ضلع آن فضل چوب علی القامة ودویم مقدار مابین چوب ونقطهٔ بصر از خط موازي خط مابین موقف وموقع العمود که آن مساوي مابین موقف واصل چوب است سیوم مابین چوب بصر از خط شعاع که تا رأس المرتفع میرود پس نسبت خط مابین موقف واصل چوب بطرف فضل چوب علی القامة مثل نسبت خط مابین موقف وموقع العمود بطرف فضل ارتفاع مرتفع علی القامة است مثلاً طول قامت قائس دو ذراع است وطول چوب من موقع تقاطع شعاع النظر سه ذراع ومابین موقف قائس وموقع العمود مرتفع ده ذراع ومابین موقف قائس واصل چوب دو ذراع پس فضل ارتفاع چوب علی القامة را که واحد است در ده ضرب کردم وحاصل را که هم ده است بر دو که مقدار مابین موقف قائس واصل چوب است قسمت کردم پنج خارج شد ودو بر آن افزودم که مقدار قامت قائس بود پس هفت مقدار ارتفاع مرتفع گردید وهذه صورته * (جدول ۱۴۶)

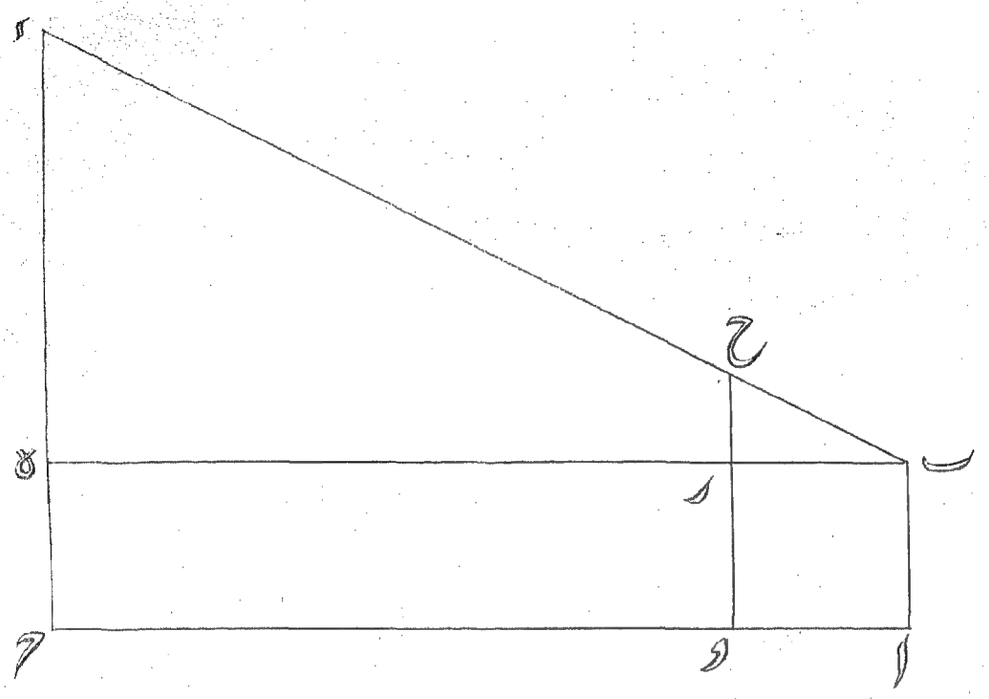
وطریق دیگر اینست که آینه بر زمین نهند بوجهی که در آن رأس المرتفع دیده شود پس مقدار مابین آینه وموقع العمود مرتفع را در مقدار قامت خود ضرب کنند وحاصل را بر مقدار مابین آینه وموقف خود قسمت سازند که خارج مقدار ارتفاع مرتفع است چرا که درینجا هم چهار مقادیر متناسبه بهم میرسند یکی مابین موقف وآینه ودیگر مابین آینه وموقع العمود مرتفع سیوم قامت خود چهارم ارتفاع مرتفع ونسبت اول بطرف دویم مثل نسبت سیوم بطرف چهارم است وچهارم مجهول پس مسطح الوسطین را بر طرف اول که معلوم است قسمت می کنند که حاصل مطلوب شود ودلیل برین اربعهٔ متناسبه اینست که هرگاه ناظر در آینه نظر می کند زاویهٔ شعاع وزاویهٔ انعکاس مساوي می باشد پس دو مثلث متشابه حاصل میشود یکی آنکه یک ضلع او ارتفاع مرتفع وضلع دویم مابین آینه وموقع العمود سیوم خط انعکاس که از زاویه تا رأس المرتفع میرود ومثلث دویم آنکه یک ضلع او قامت قائس وضلع دویم مابین موقف وآینه وسیوم خط شعاعي بصر هر دو مثلث قائم الزاویه اند چرا که هرگاه یک زاویهٔ قائمه ودویم زاویهٔ شعاعي وانعکاس از هر دو مثلث مساوي اند پس زاویهٔ سیوم هم متساوي وهر دو مثلث متشابه خواهند بود وبطریق دیگر از ظل آفتاب دریافت ارتفاع نمایند وآنچنان است که چوبی مستقیم بر سطح زمین نصب کنند وسایهٔ آنرا مساحت نمایند پس مساحت سایهٔ مرتفع را در مقدار ارتفاع چوب ضرب ساخته بر مقدار ظل چوب قسمت کنند چرا که

درینجا هم چهار مقادیر متناسبه بهم رسیده یکی مقدار ظل چوب دویم مقدار ارتفاع چوب سیوم مقدار ظل مرتفع چهارم مقدار ارتفاع مرتفع وچهارم مجهول است وطریق آخر وقتی که آفتاب بچهل و پنج درجه از دائرهٔ ارتفاع بالای افق برسد ظل مرتفع را مساحت کنند که مساوي ارتفاع مرتفع خواهد بود چراکه هرگاه ارتفاع شمس چهل وپنج درجه در سطح افق میشود ظل هرچیز برابر ارتفاع آن میباشد وارتفاع شمس از اسطرلاب دریافت میتوان نمود طریق آخر شظیهٔ اسطرلاب را که عبارت از رأس عضاده است بر چهل و پنج درجه ارتفاع بنهند وخود استاده شده از ثقبتین رأس المرتفع را به بینند و بعد از ان مابین موقف خود وموقع العمود مرتفع را مساحت کرده مقدار قامت خود را برآن بیفزایند که مجموع مقدار ارتفاع مطلوب است وسرّش اینست که هرگاه ارتفاع شمس چهل وپنج درجه می باشد سایهٔ هر چیز برابر آن چیز می باشد کما مرذکره واینجا شعاع بصر بمنزلهٔ شعاع شمس است پس مابین موقف قائس و موقع العمود مرتفع سایه برابر فضل ارتفاع مرتفع علی القامة است وچون مقدار قامت را برآن بیفزایند ارتفاع مرتفع حاصل شود فافهم وبیان اصطلاحات اسطرلاب وطریق عمل آن درینجا تطویل لاطایل است

این عبارت در حاشیهٔ کتاب بود

درست این است که هرگاه قامت قائس را در علامت اولی ضرب کرده برفضل مجموع قامت قائس وعلامت اولی علی علامت ثانیه قسمت سازند خارج مقدار ارتفاع مرتفع خواهد بود وشاید صاحب دستور الحساب از سهو قسمت علی العلامتین نوشته است چراکه هرگاه بموجب شکل ذیل ارتفاع مرتفع را = م وعلامت اولی را ز فرض نمایم چون بسبب علامت اولی دو مثلث متشابهین حادث شدند که ضلعین مثلث اعظم یکی ارتفاع مرتفع = م دویم مابین موقف وموقع العمود که آنهم مجهول است وآن را فرض کردم = ع ودر مثلث دویم یک ضلع مقدار علامت اولی که معلوم است = ز وضلع ثاني مابین موقف واصل چوب که آن را = ل فرض کردم درینصورت م : ع :: ز : ل بلکه م ل = ع ز بحسب اربعهٔ متناسبهٔ اولی گردید وهرگاه ناظر استاده شده رأس المرتفع را ببیند پس نسبت علامت ثانیه واتصال خط که موازي قاعده از نقطهٔ بصر بطرف ارتفاع مرتفع خارج گردد دو مثلث متشابهین حادث خواهند شد چراکه خط موازي علامت ثانیه تقاطع خواهد نمود ونسبت فضل علامت علی قامت ناظر وضلعین مثلث اعظم یکی م ـ ط ودویم موازي قاعده = ع

(ودر)



ا ب هو قامة القائس مقداره ٢

ج د هو الارتفاع مقداره ٤

د ه فضل ارتفاع المرتفع على القامة مقداره ٥

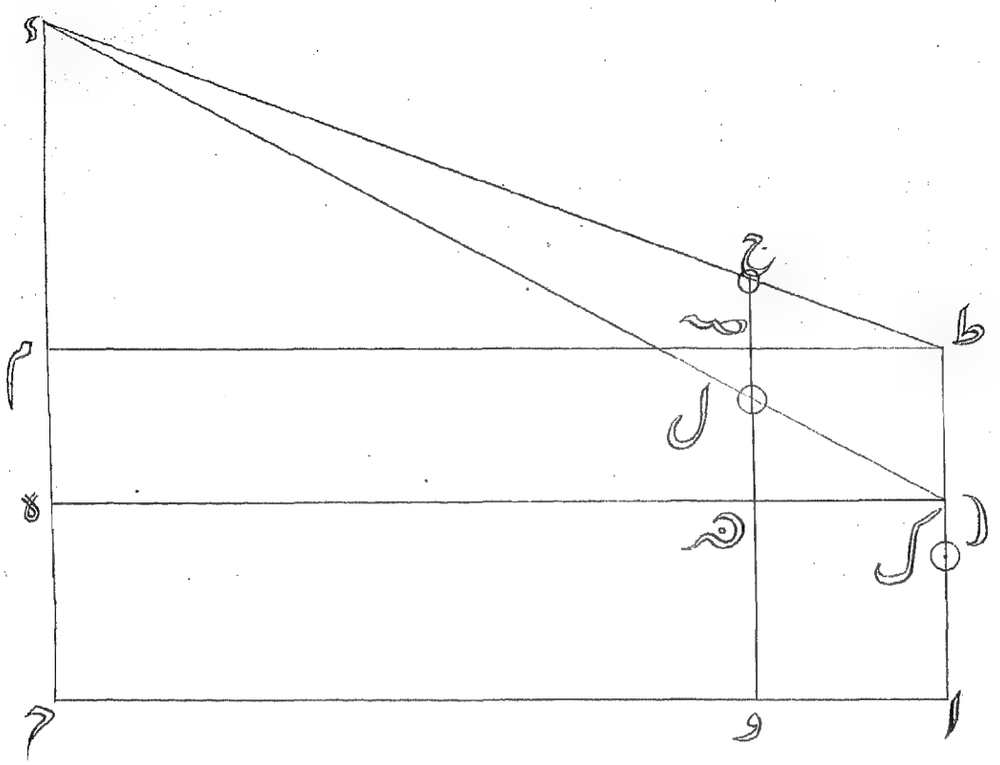
ب د خط واصل

ا ج ما بين الموقف وموقع العمود مقداره ١٠

ا د ما بين الموقف واصل چوب مقداره ٢

ح ج ارتفاع چوب مقداره ٣

ر ح فضل چوب على القامة مقداره ١



ا موقف اول

ک موقف ثانی

اک مقدار ما بین الموقفین = ب ط = ه م = ط

اب مقدار قامت ناظر از موقف اول = د ه = ح ه = ه ر

ک ط مقدار قامت ناظر از موقف ثانی = ه ر

او ما بین موقف اول واصل چوب = ل

ل علامت اولی

ح علامت ثانیه

ل ه فضل ارتفاع علامت اولی علی قامت ناظر = فه

ح ه فضل ارتفاع علامت ثانیه علی قامت ناظر = م

ح ص فضل ح ه علی ص ه ای فضل ح ه علی اک ای م

او ما بین موقف اول واصل چوب = ل

اح ما بین موقف اول وموقع العمود = ب ه = ط م = ع

ه د ارتفاع المرتفع الا قامت ناظر = م

م د ارتفاع مرتفع الا مجموع قامت ناظر وما بین الموقفین = م - ط

بیان دویم در دریافت ارتفاع مرتفعاتیکه تا مسقط الحجر آن نمیتوان رسید

وطریقش صاحب دستور الحساب چنین نوشته که شاخص چوبي مستقیم که از قامت ناظر طویل باشد برسطح ارض قائم کنند واز وجه ارض نظر بر رأس المرتفع نمایند وچشم ناظر متصل سطح ارض باشد پس لامحاله خط شعاع بصري آن چوب را تقاطع خواهد کرد باید که بر محل تقاطع نشان کنند وباز راست استاده شده نظر بر رأس المرتفع اندازند وباز بمحل تقاطع شعاع بصري که بمرتبهٔ دویم واقع شود بر چوب نشان نمایند ومقدار قامت خود را در ارتفاع علامت اولی ضرب نموده حاصل را بر فضل ما بین العلامتین علی ارتفاع علامت اولی قسمت سازند که خارج مقدار ارتفاع مرتفع است وباید دانست که این طریق بموجب

ودر مثلث اصغر یک ضلع = علامت ثانیه الا قامت ناظر = ح — ط وضلع دویم = ما بین موقف واصل چوب = ل ودرینصورت م — ط : ع :: ح — ط : ل بلکه م ل — ط ل = ع ح — ع ط بحسب اربعهٔ متناسبهٔ ثانیه بلکه (ع ح + ط ل = م ل + ع ط) وهرگاه معادلهٔ اولی را که بحسب اربعهٔ متناسبهٔ اولی حاصل شده است ازین معادله ساقط کردم بدینصورت شد

ع ح + ط ل = م ل + ع ط
ع ف = م ل
ع ح + ط ل — ع ف = ع ط

بلکه ط ل = ع ط + ع ف — ع ح بلکه ط ل = (ط + ف — ح) × ع بلکه

$$ع = \frac{ط ل}{ط + ف - ح}$$

وهرگاه مقدار (ع) را در معادلهٔ اربعهٔ متناسبهٔ اولی تبدیل نمودم م ل = $\frac{ط ف ل}{ط + ف - ح}$

بلکه م = $\frac{ط ف}{ط + ف - ح}$ = ارتفاع مرتفع کما في ..... (شکل ۱۴۷)

وبطریق دیگر اگر ناظر مرتبهٔ اولی استاده شده رأس المرتفع را ببیند وبر محل تقاطع چوب نشان نموده علامت اولی فرض نماید وباز بر همان موقف چیزي مثل کرسي بلند نهاده بر آن استاده شود بحیثیتیکه نقطهٔ موقف دوم موازي نقطهٔ موقف اول باشد وباز رأس المرتفع را ببیند وبر محل تقاطع چوب علامت ثانیه نهند درینصورت هم مثلثین متشابهین مثل طریق اول حادث خواهند شد مگر درینجا ط که مساوي قامت ناظر فرض کرده شده بود درینجا مساوي مقدار ارتفاع کرسي خواهد افتاد وم مساوي مقدار ارتفاع مرتفع الا قامت ناظر خواهد گردید وهرگاه (م) خواهد برآمد مقدار قامت ناظر بیفزایند که ارتفاع مرتفع حاصل شود کما في ..... (شکل ۱۴۸)

برهان و امتحان هرگز راست نمی آید الا در بعضی مرتفعات اتفاقا مطابق باشد چنانکه در مثالیکه صاحب دستور الحساب نوشته لاکن بطلان این قاعده بچند طریق ظاهر است اول اینکه از عبارت او مفهوم میشود که از مقدار علامت اولی مراد ارتفاع علامت اولی از اصل چوب است و مراد از علامت مقدار ثانی مقدار مابین العلامتین است و اینهم خلاف ما تقرر قوم است دویم اینکه نسبت فضل العلامتین الی القامة مثل نسبت مقدار علامت اولی الی ارتفاع مرتفع ضروری نیست چرا که ظاهر است که اگر چوب را بفاصلهٔ قلیل قائم کنند مقدار مابین العلامتین که مقدار علامت ثانیه است نهایت قلیل خواهد بود درینصورت ممکن است که فضل العلامتین زائد از قامت ناظر بود پس هرگاه قامت ناظر را در علامت اولی ضرب کرده بر فضل العلامتین قسمت کنند خارج کمتر از علامت اولی خواهد برآمد و هذا خلف و طریقش چنانکه صاحب خلاصة الحساب از اسطرلاب بیان نموده بدانکه مقیاس را گاهی بدوازده قسم متساوی قسمت میکنند و گاهی بهفت قسم متساوی پس ظلی را که از مقیاس اول یعنی مقسوم بدوازده قسم حاصل شود ظل اصابع گویند و آنکه از مقیاس دویم حاصل شود آنرا ظل اقدام خوانند و نیز مقیاس را گاهی بر سطح افق استاده کنند بوجهی که بجمیع جوانب مقیاس بر سطح مذکور زوایای قائمه پیدا شوند و گاهی بوجهی دارند که موازی سطح افق باشد و سر آن بطرف آفتاب بود پس ظلی را که از وضع اول مقیاس حاصل آید ظل مستوی خوانند و ظلی را که از وضع دویم حاصل شود ظل معکوس گویند و در بعضی اسطرلاب هر چهار اقسام ظل مرسوم می باشد و در بعضی بعضی از چهار اقسام مذکوره چون اقسام ظل دریافتی بدانکه طریق دریافت ارتفاع مرتفعیکه بموقع العمود آن نمیتوان رسید آنست که سر مرتفع را از هر دو ثقبتین عضاده بدیبینند و ملاحظه کنند که شظیهٔ تحتانی اعنی رأس العضاده که تحتانی است بر کدام خط از خطوط ظل افتاده است و نشان کنند موضع قدم خود را و بگردانند شظیهٔ فوقانی را تا یک قدم یا اصبعی زیاده یا کم گردد پس اگر شظیهٔ تحتانی بر خطوط ظل معکوس افتاده بود و قدمی یا اصبعی زیاده کرده باشند خواه شظیهٔ مذکوره بر خطوط ظل مستوی افتاده بود و قدمی یا اصبعی کم گردد درینصورت پیشتر باید رفت بطرف مرتفع تا رأس المرتفع را دیگر بار از هر دو ثقبتین ببینند و اگر شظیهٔ مذکوره بر خطوط ظل معکوس افتاده بود و قدمی یا اصبعی کم کرده اند یا شظیهٔ مذکوره بر خطوط مستوی افتاده بود و قدمی یا اصبعی زیاده کرده اند درینصورت پس پشت خود باید رفت و از مرتفع دورتر باید شد تا رأس المرتفع را

بار دیگر باید دید و هرگاه رأس المرتفع بار دویم ببینند پس ما بین هرد و موقف خود را مساحت کنند و حاصل مساحت را در هفت ضرب سازند اگر ظل اقدام بود یا در دوازده ضرب کنند اگر ظل اصابع بود که مجموع حاصل ضرب و مقدار قامت قائس مقدار ارتفاع مرتفع است و پوشیده نماند که زیادتي قامت وقتی ضرور است که قائس استاده ببیند و اگر چشم بر زمین ملاصق کرده ببیند حاجت زیادتي قامت نیست بلکه اگر نشسته ببیند همان مقدار که چشم از زمین بلند است اضافه کردن می باید *

مطلب یازدهم در دانستن عروض انهار

وطریق آن آنست که چوبی مستقیم بر کنارهٔ نهر استاده کنند بحیثیتیکه زاویهٔ قائمه حادث شود و چوب دیگر از آن چوب بزاویهٔ قائمه خارج کنند بطوریکه اگر از رأس چوب اول نظر بر کنارهٔ دیگر نهر اندازند خط شعاعي بر رأس چوب ثاني بگذرد درینصورت دو مثلث متشابه قائم الزاویه حادث خواهد شد که احد الاضلاع مثلث اول مقدار چوب اول و ضلع ثاني مقدار عرض نهر و ضلع ثالث خط شعاعي بصرکه از رأس چوب اول خارج شده بر کنارهٔ دیگر برسد و در مثلث دیگر یک ضلع مقدار قطعی از چوب اول و ضلع دویم مقدار چوب ثاني و ضلع سیوم مقداری از خط شعاعي بصرکه از رأس چوب اول خارج شده بر رأس چوب ثاني رسیده پس نسبت چوب ثاني بطرف قطعی از چوب اول که ضلع مثلث دویم است مثل نسبت عرض نهر بطرف مقدار چوب اول خواهد بود و هرگاه مقدار چوب ثاني را در مقدار چوب اول ضرب نمایند و حاصل را بر مقدار قطعی از چوب اول که ضلع مثلث دویم است قسمت نمایند خارج مقدار عرض نهر خواهد بود و اگر ما بین اصل چوب اول و کنارهٔ نهر چیزي تفاوت باشد مقدار تفاوت را از خارج القسمة ساقط کنند که باقي مقدار عرض نهر خواهد بود و نیز اگر چوب اول را بر باندي نصب کرده باشند مقدار ارتفاع بلندي بر مقدار چوب اول افزوده عمل ضرب و قسمت نمایند مثلا طول چوب اول پنج ذراع و مقدار چوب ثاني هفت ذراع و مقدار قطعهٔ چوب اول که عبارت از ما بین رأس چوب اول و موضع اخراج چوب ثاني است دو است پس پنج را در هفت ضرب نمودم وسي و پنج را برد و قسمت کردم خارج هفده و نصف مقدار عرض نهر باشد و اگر تفاوت ما بین اصل چوب و کنارهٔ نهر یک و نیم باشد آنرا ساقط کردم شانزده مقدار عرض نهر گردید و همچنین اگر مقدار چوب اول سه و مقدار ارتفاع بلندي که بر آن چوب اول را نصب کرده اند دو بود پس گویا مقدار چوب اول پنج شده و هذه صورته (جدول ۱۴۹)

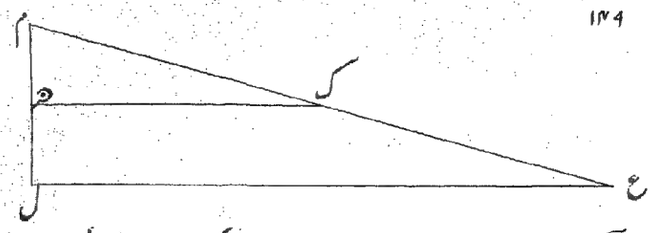
وبطریق دیگر برکنارهٔ نهر استاده از هر دو ثقبتین عضادهٔ اسطرلاب کنارهٔ دیگر را نظر کنند وبعد از ان بطرف دیگر راست یا چپ یا خلف روي خود را بهر طرفیکه زمین هموار بود بگردانند واز همان هر دو سوراخ عضاده که اسطرلاب بحال خود باشد نظر نمایند جائیکه نظر بر زمین بافتد آنرا نشان کنند ومابین موقف خود وآن نشان را مساحت کنند که مساوي عرض نهر خواهد بود ونیز باین هر دو طریق مساحت زمینی که بسببی از اسباب پیمایش آن نمیتوان نمود دریافت توان کرد *

مطلب دوازدهم در دانستن اعماق چاها وچقرها

وطریقش آنست که اگر چاه وچقر بصورت اسطوانهٔ مستدیره خواه مخروط ناقص اسفلا واعلاء باید که برسر چاه چوبی مستقیم بنهند وچیزی ثقیل درخشنده در رسن بسته آزان چوب آویزان کنند که بطبع خود در قعر چاه رود پس برکنارهٔ چاه استاده نظر بر آن شي درخشنده نمایند درینصورت خط شعاعي بصر البته آن چوب را تقاطع نموده بر آن شي خواهد رسید پس محل تقاطع چوب را نشان کنند درینجا نیز دو مثلث متشابه قائم الزاویه حادث میشود که در مثلث اول یک ضلع مقدار مابین موقف ومحل آویزان شدن رسن که از آن شي ثقیل درخشنده آویزان کرده اند وآن مساوي وموازي خطی است که در سطح قعر چاه در نقطهٔ موقع شي با نقطهٔ موازي موقف باشد وضلع دیگر خطی مستقیم از بصر ناظر تا نقطهٔ موازي موقف که بر سطح قعر چاه مفروض میشود وآن مساوي مجموع عمق چاه وقامت ناظر است وموازي رسن وضلع سیوم خط شعاعي بصر که بمنزلهٔ وتر آن مثلث است ودر مثلث دویم یک ضلع مقدار مابین موقف ونقطهٔ تقاطع خط شعاعي بصر از چوب است ودویم ضلع قامت ناظر وضلع سیوم مقدار خط شعاعي بصر تا نقطهٔ تقاطع ونسبت مقدار مابین موقف ومحل تقاطع بطرف قامت ناظر مثل نسبت مقدار مابین موقف ومحل آویزان شدن رسن بطرف مجموع عمق چاه وقامت ناظر است پس مقدار مابین موقف ومحل آویزان شدن رسن را در قامت ناظر ضرب کرده بر مقدار مابین موقف ونقطهٔ تقاطع قسمت نمایند واز خارج القسمة مقدار قامت ناظر را بکاهند که باقي عمق چاه خواهد بود هکذا (شکل ۱۵۰)

ونیز اگر چاه بصورت اسطوانهٔ مستدیره باشد حاجت بآویزان کردن شي ثقیل درخشنده نیست چرا که هرگاه برسر چاه چوبی مستقیم نهاده وبرسر چاه بطرفی از چوب استاده شده نظر به قعر چاه نمایند بحیثیتیکه شعاع بصر بر نقطهٔ موازي طرف آخر چوب افتد ومحل تقاطع شعاع بصر وچوب را نشان کنند

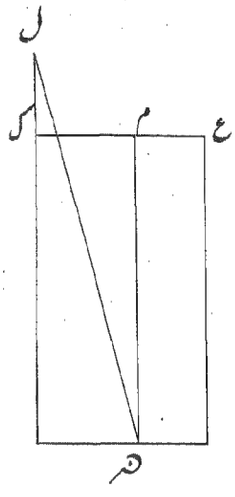
شکل ۱۴۹ صفحه ۳۰۱



ع ل عرض النهر = ۱۷ ½ * ل م چوب اول = ۵ * ه ک چوب ثانی = ۷

ه م مابین راس چوب اول و موضع اخراج چوب ثانی = ۲ * ع م خط شعاع بصر*

شکل ۱۵۰ صفحه ۳۰۲



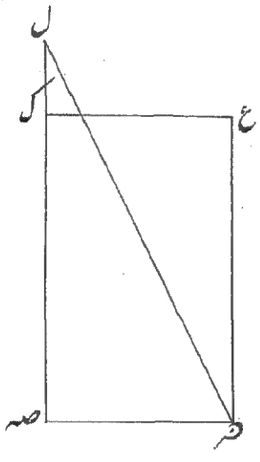
ع ک چوب

ک ل قامت ناظر

م ه رسن

ل ه خط شعاع بصر

شکل ۱۵۱ صفحه ۳۰۳



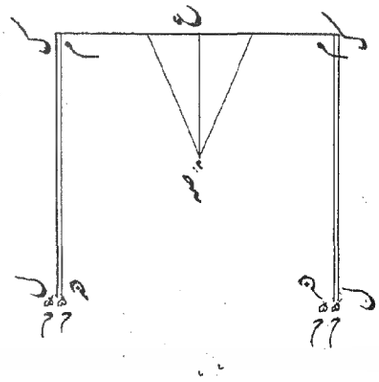
ع ک چوب

ک ل قامت ناظر

ل ه خط شعاع بصر

ه صه قعر چاه

شکل ۱۵۲ صفحه ۳۰۳

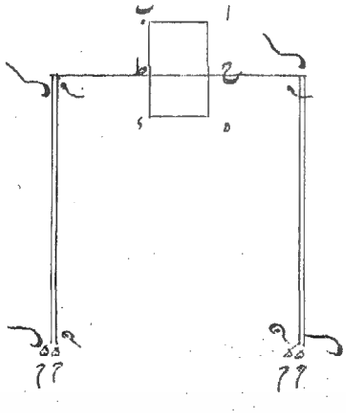


ع صه شاقول آویزان

ک ل چوب

م ه شاقول

ج ج ج ج جلاجل



ک ل چوب

م ه شاقول

ا ب ه ی انبوبه

ح ط سوراخ نی

ج ج ج ج جلاجل

و مقدار چوب را در قامت خود ضرب کرده بر مقدار مابین موقف و نقطهٔ تقاطع قسمت کنند و از خارج قسمت مقدار قامت را ساقط نمایند باقي مقدار عمق چاه خواهد بود هکذا (شکل ۱۵۱) و نیز اگر چوب را بر سر چاه گذاشته و شي ثقیل در خشنده آویزان کرده آن شي را از هر دو سوراخ عضادهٔ اسطرلاب به بینند و محل تقاطع شعاع بصر و چوب را نشان کنند و ضرب و قسمت چنانکه مذکور شد نمایند و از خارج قسمت مقدار قامت ناظر ساقط کنند و نیز اگر مابین محل آویزان شدن رسن و نقطهٔ تقاطع شعاع بصر را در قامت خود ضرب کرده بر مابین موقف و نقطهٔ تقاطع قسمت نمایند خارج مقدار عمق چاه خواهد بود و باید دانست که طریق اسهل اینست که آن رسن را که از ان شي ثقیل آویزان کرده اند پیمایش نمایند که همان مقدار عمق چاه است و نیز در اعمال مذکوره آویزان کردن شي ثقیل در خشنده برای آن است که بخوبي بنظر آید والاّ در خشندگي ضرور نیست*

مطلب سیزدهم در وزن ارض

یعني دریافتن نشیب و فراز زمین برای اجرای آب مثل قنوات و کاریز که آنرا پین گویند و بدر روآب و غیره و آن بچند طریق است اول آنست که صفحهٔ مثلث الشکل متساوی الساقین از مس و نحو آن بسازند و بهر دو طرف وتر آن که قاعدهٔ مثلث و ضلع سیوم است دو حلقه باشد و از منصف قاعدهٔ که موقع العمود زاویه متساوی الساقین است شاقول آویزان کنند و در آن دو حلقهٔ رسني به اندازند و هر دو طرف رسنها را با دو چوب مستقیم به بندند بحیثیتیکه صفحهٔ مذکوره در وسط باشد و می باید که در هر دو چوب هم دو شاقول آویزان باشند و دو دو خواه چهار چهار جلاجل در هر چوب نصب نمایند بطوریکه هر گاه آن چوب را بزاویهٔ قائمه استاده کنند آن جلاجل موازي یک دیگر شوند و جلاجل جمع جلجل و آن صفحهٔ مدوره از مس خواه برنج باشد مثل صفحهاي اسطرلاب و آن چوب را بدست دو شخص بدهند که آن هر دو چوب را راست قائم نمایند یکي بجائي ده از انجا اجرای آب منظور است و دویم بطرفی که اجرای آب بآنصوب منظور باشد و راستي چوبها از شاقول و جلاجل امتحان شود اعني شاقول برابر چوب افتد چنانکه معماران راستي دیوارها را بدان امتحان می کنند و نیز صفحهای جلاجل موازي یکدیگر شوند (شکل ۱۵۲) باید دانست که چوب راست بزاویهٔ قائمه باشد و الا بهر طرف که مائل باشد از ان سو راست کنند و نظر کنند در شاقول که از منصف قاعدهٔ مثلث آویزان است اگر رسن

شاقول بر زاویهٔ مثلث افتد باید دانست که هرد وموضع چوب مساوي وهموار اند واگر بطرفی مائل باشد پس زمین آنطرف پست خواهد بود درینصورت باید که رسن طرف آخر را اندکی ازچوب فرود آرند تاکه شاقول بر زاویهٔ مثلث برسد وهرقدر رسن را ازچوب فرود خواهند آورد همان مقدار تفاوت پستي وبلندي موضعین خواهد بود وآن مقدار را جائی بنویسند وباز شخص اول را که برموضع مجری آب استاده بود بگویند که همچنان چوب را بدست گرفته بطرفیکه اجرای آب منظور است پیشتر رود وچوب را بزاویهٔ قائمه استاده کنند وپستي وبلندي آنموضع را همچنانکه گفته شد دریافت نمایند وبنویسند وهمچنین تاجائیکه اجرای آب منظور است برسند وحساب کنند اعني پستي وبلندي هرسمت راکه جداجدا نوشته باشند جمع کرده اقل را ازاکثر ساقط کنند پس اگر موضع مجری آب تاموضعیکه اجرای آب تاآنجا منظور است متساوي باشد آب بدشواري خواهد رسید واگر موضع مجری آب بلند وموضع دیگر پست باشد آب بسهولیت خواهد رسید واگر بالعکس باشد اجرای آب بدان سومحال خواهد بود وباید دانست که عادت مساحان جاري برین است که ریسمانی که درهرد وحلقهٔ مثلث مي اندارند مقدار درازي پانزده دست می باشد وهرد وچوب بمقدار پنج یا بست ونیز صفحهٔ مثلث را اگر ازچوب بسازند میتواند شد الا اینکه هرقدر ثقیل خواهد بود یک جا قائم واستوار خواهد ماند وهرقدر که خفیف الوزن خواهد شد احتمال تحریک است طریق دویم اگر بخواهند بجای صفحهٔ مثلث ني در رسن آویزان کنند بحیثیتیکه در وسط طولاني آن سوراخ سازند ودرآن آب بریزند پس اگر آب ازهرد وسوراخ ني جاري شود دلیل همواري ومساوات زمین موضعین چوب است واگر ازیک طرف جاري شود پس طرف آخر مرتفع خواهد بود وقدر بلندي آنرا چنانکه درطریق اول مذکور شد دریابند اعني رسن را ازسرچوب اندکی فرود آرند تاآب ازهرد وجانب بریزد که مقدار فرود آوردن رسن ازچوب مقدار بلندي زمین است *

فائده ازین دوطریق مقدار نشیب وفراز هرزمین معلوم میتواند شد طریق سیوم اگر بخواهند که آب چاه رایا آب نهر که کنارهٔ او مرتفع است قطع کرده درموضعی جاري کنند باید که عضادهٔ اسطرلاب را برخط مشرق ومغرب بنهند وچوبی که مساوي عمق چاه یا مساوي ارتفاع کنارهٔ نهر مع قامت قائس باشد بدست شخصی بدهند که بطرفیکه اجرای آب منظور است

برود وچوب را راست بزاویهٔ قائمه استاده کنند پس اگر سرچوب از ثقبتین عضاده دیده شود اجرای آب بسهولیت خواهد شد والّا دشوار یا محال خواهد بود واگر موضع مطلوب بمسافت بعیده باشد که سر چوب از ثقبتین نمیتوان دید پس بسر چوب فتیله روشن کنند ودر شب عمل نمایند اعني فتیلهٔ روشن را از هردو سوراخ عضاده ببینند اگر بنظر آید آب بسهولیت میتواند رفت والّا بدشواري وباید دانست که گاهی بُعد مسافت بسبب صغاري موجب عدم رؤیت میشود اعني بصر آنرا احساس نمیتواند کرد وگاهی صرف بُعد مسافت موجب عدم رؤیت میشود چنانکه اشیائیکه بفاصلهٔ ده کروه باشند یا زیاده ازان اگرچه طویل وعظیم باشند بنظر نمی آیند حتی جبالها بسبب بُعد مسافت دیده نمیشوند پس درینجا اول مراد است نه ثاني تاغلط نیفتد چراکه در وجه ثاني یقین است که هرگاه رأس الخشبه بنظر نخواهد آمد فتیله هم بنظر نمیتواند آمد ودر وجه اول فی الحقیقت صرف بُعد مسافت موجب عدم رؤیت نیست بلکه یکی باریکي چشم دویم عجز بصر سیوم بُعد مسافت پس بین المسافتین فرق بسیار است فافهم طریق چهارم برای اجرای بدر روآب در مکانات وغیره چنانکه معمول معماران است وآنها مثلثی متساوی الساقین از چوب میسازند وشاقول از زاویهٔ متساوی الساقین آویزان می کنند وهردو ساقین را بر سطح زمین می نهند پس اگر رسن شاقول برمنصف قاعده افتد زمین هموار ومساوی است والّا اگر بطرفی مائل باشد رجل آنطرف را مرتفع میسازند ومقدار ارتفاع را محفوظ دارند وباز رجل ساق اول را پیشتر برند وهمچنین نشیب وفراز را تاجائیکه مطلوب است دریافته چنانکه در طریق اول گفته شد عمل می نمایند طریق پنجم که صاحب خلاصة الحساب در حاشیهٔ منهیه بیان نموده وآن این است که مقدار عمق چاه خواه ارتفاع کنارهٔ نهر را بقامت خود قیاس کنند که چند امثال است وبموقف اول اعني کنارهٔ چاه یا نهر علامت گذارند وخود بطرفیکه اجرای آب منظور است بروند واسطرلاب بدستور طریق سیوم بدست باشد ورأس العلامة را ببینند وازجائیکه بنظر آید در آنجا علامت ثانیه نهند وباز پیشتر روند وبدستور رأس علامت ثانیه را به بینند وازجائیکه بنظر آید علامت ثالثه گذارند وپیشتر روند وهمچنین تاآنکه آن علامات بقدر امثال مفروضهٔ قامت شود پس بدانند که در آنجا آب بسهولیت میتواند رفت *

باب ششم در استخراج مجهولات بطریق اربعهٔ متناسبه

مقدمه بدانکه هرگاه چهار مقادیر متناسبه باشند اعني نسبت اول بطرف دویم مثل نسبت سیوم بطرف چهارم بود آنرا اربعهٔ متناسبه گویند واول ورابع را طرفین وثاني وثالث را وسطین خوانند ومسطح

الطرفين مساوي مسطح الوسطين ميشود وبالعكس پس هرگاه احدى از طرفين مجهول باشد مسطح الوسطين را برطرف معلوم قسمت نمايند واگر احدى از وسطين مجهول شود مسطح طرفين را بروسط معلوم قسمت سازند كه خارج مجهول خواهد بود ونيز اين نحيف ميگويد كه اگر در صورت اول احد الوسطين را برطرف معلوم قسمت كرده خارج را در وسط آخر ضرب نمايند ودر صورت ثاني احد الطرفين را بروسط معلوم قسمت نموده خارج را در طرف آخر ضرب كنند نيز حاصل مطلوب باشد ونيز بايد دانست كه چون در اربعهٔ متناسبهٔ اول نظير ثالث وثاني نظير رابع است پس هرگاه احدى از اولين با آخرين مجهول باشد نظير مجهول را مقسوم عليه ونظير معلوم را مقسوم قرار داده قسمت نمايند ومعلوم را برخارج قسمت باز قسمت سازند كه خارج ثاني مجهول خواهد بود مثلاً اگر گويم نسبت سي بطرف ده مثل نسبت هجده بطرف مجهول است پس ده را كه نظير مجهول است مقسوم عليه وسي را كه نظير هجده معلوم است مقسوم قرار داده قسمت كردم خارج سه شد پس هجده را برسه قسمت نمودم خارج شش برآمد وآن مطلوب است وهمچنين اگر هجده را مجهول فرض كنم پس سي را كه نظير اوست مقسوم عليه قرار داده ده را كه نظير شش معلوم است برسي قسمت كردم خارج يك ثلث گرديد شش را بريك ثلث قسمت نمودم خارج هجده شد كه مطلوب است وبايد دانست كه خارج قسمت اول عدد نسبت مقسوم عليه بطرف مقسوم است درينصورت هرگاه نظير مقسوم را برهمان خارج قسمت قسمت سازند خارج دويم بهمان نسبت از مقسوم ثاني خواهد برآمد فافهم وصاحب ليلاوتي طرف اول را پرمان نام نهاده ووسط اول را پهل پرمان ووسط دويم را اچهيا وطرف آخر را پهل اچهيا نام گذاشته وبدانكه اين باب كثير النفع است واستخراج جميع سؤالات كه در آن نسبت هندسي متحقق تواند شد ازين ميشود الا در سؤاليكه نسبت عددي يا جذري باشد استخراج آن ازين باب دشوار است چرا كه مراد از متناسبه تناسب هندسي است ونسبت عددي مراد از نسبت تزايد عددي است مثل سه وچهار وپنج وشش اين هرچهار عدد نسبت تزايد عددي دارند ودرينها نسبت هندسي متحقق نيست وهمچنين جذر را با مجذور نسبت خاص است در غير او متحقق نميشود مثل نسبت دو بطرف چهار ونسبت سه بطرف نه كه اين هرچهار عدد نسبت جذريت ومجذوريت دارند لاكن نسبت هندسي درينها متحقق نيست درينصورت ضرور است كه اول در سؤال نظر كنند اگر در آن نسبت

هندسي متحقق تواند شد استخراج آن از طريق اربعهٔ متناسبه ممكن است والّا فلا ونيز در سؤال سائل تصرف بطوري بايد كرد كه چهار متناسبه حاصل شوند تا استخراج بسهوليت شود وطريق تصرف بانواع است على الخصوص لحاظ نسبت ضرور كه ابدال واقع شود يا تركيب بالفضل وياجمع ويا تاليف وچون گاهي در سؤالهاي اربعهٔ متناسبهٔ اول وثالث مضاعف خواه منقسم بعددي يا اعداد ديكر ميشود وهمچنين ثاني ورابع وبدين سبب نسبت مؤلفه خواه منقسمه حاصل ميگردد وآنرا صاحب دستور الحساب ستهٔ متناسبه وثمانيهٔ متناسبه وعشرهٔ متناسبه واثنى عشر متناسبه وغير آن نام نهاده وما طريق تصرف هر يكي را در مطلبي جداگانه بيان كنم *

مطلب اول در طريق تصرف سؤالات اربعهٔ متناسبه

بدانكه سؤالات اربعهٔ متناسبه خواه متعلق بزيادت ونقصان مي باشد خواه متعلق بمعاملات پس اگر سؤال متعلق بزيادت ونقصان باشد عددي فرض كرده در آن بحسب سؤال تصرف نمايند وآنرا ماخذ وطرف اول نامند وآنچه بتصرف بحسب سؤال حاصل شود آنرا وسط اول گويند واخير سؤال سائل را طرف آخر قرار دهند ووسط دويم را كه مجهول است استخراج نمايند وبايد دانست كه مراد از زيادت ونقصان زيادت ونقصان على نسبت هندسي است نه عددي تا غلط نيفتد ونيز بايد دانست كه حتى الامكان عدد مفروض را از سؤال سائل اخذ كنند چنانچه از امثله معلوم شود واگر متعلق بمعاملات است در سؤال نظر بايد كرد كه كدام نسبت از نسبتهاي اربعهٔ متناسبه كه در مطلب سيوم باب سيوم مذكور گرديده ميدارد پس همان طريق اربعهٔ متناسبه درست بايد كرد واستخراج بايد نمود ونيز گاهي در سؤالات اعداد طرفين مساوي ميشوند وگاهي اعداد وسطين متساوي مي افتند درينصورت ظاهر است كه در صورت اول مسطح الطرفين مجذور عدد احد الطرفين ودر صورت ثاني مسطح الطرفين مجذور احد الوسطين خواهد بود پس در صورت اول اگر مجهول در طرف باشد جذر مسطح الوسطين بگيرند واگر مجهول در احد وسطين باشد جذر مسطح الطرفين بگيرند واستخراج مجهول نمايند كما سيجيء مثاله.

ونيز اگر سؤال مركب از چند سؤال باشد اربعهٔ متناسبه آنرا مركب سازند واگر سؤال از جمع وتفريق باشد جمع وتفريق نمايند وعلى هذا خلاصه اينكه بهر طريقيكه تصرف در سؤال تواند شد بعمل آورده استخراج مطلوب سازند ونيز لازم است كه اگر در سؤال كسر باشد پس اعداد طرفين ووسطين را مجنس نمايند كه در ضرب وقسمت سهوليت واقع شود مثلا كدام عدد است كه او را در پنج ضرب كرده از حاصل

ثلث آنرا نقصان کرده وباقي را برده قسمت کنند وبرخارج قسمت نصف وثلث وربع عدد مجهول بیفزایند شصت وهشت گردد چون سؤال متعلق بزیادت ونقصان است وهر عدد راکه ماخذ فرض کنم میتواند شد لاکن چون سائل زیادت نصف وثلث وربع عدد مجهول میگوید لهذا مخرج مشترک آنرا ماخذ فرض کردن اولی می نماید پس دوازده راکه مخرج مشترک بود ماخذ فرض کرده بحسب سؤال تصرف نمودم وضرب ونقصان وقسمت نموده عمل تمام کردم هفتده وسط اول شد بدینطریق

مضروب	مضروب فیه	حاصل الضرب	ثلث حاصل الضرب	باقي بعد نقصان ثلث
۱۲	۵	٦۰	۲۰	۴۰

خارج قسمت برده	مجموع نصف وثلث وربع دوازده	حاصل مجموع	پس اربعهٔ متناسبه
۴	۱۳	۱۷	

کردم بدینصورت $\frac{۱۲}{۱۷}|\frac{}{٦۸}$ اعني نسبت دوازده بطرف هفتده مثل نسبت عدد مجهول بطرف شصت وهشت است پس وسط دویم مجهول شد مسطح الطرفین راکه هشتصد وشانزده است برهفتده که وسط معلوم است قسمت نمودم خارج چهل وهشت گردید وآنمطلوب است مثال دیگر شخصی از شخصی پرسید که ازشب چه قدر گذشته باشد جواب دادکه ثلث گذشته مساوي ربع باقي است پس مقدار شب گذشته وشب باقي چه قدر خواهد بود چون سؤال متعلق بزیادت ونقصان است وثلث وربع مساوي است لهذا گذشته را سه وباقي را چهار فرض کردم تاکه ثلث گذشته برابر ربع باقي شود ومجموع راکه هفت است ماخذ قرار دادم پس اگر مجهول شب گذشته فرض کنم وسط اول سه باشد واگر شب باقي را مجهول فرض نمایم وسط اول چهار خواهد بود ووسط دویم مقدار معین از شب است که در آن این کلام واقع شده از روي طوالت وقصریت که همیشه مختلف می باشد مثلا در آن شب که این کلام واقع شد مقدار طوالت لیل چهارده ساعت بود ومجهول شب گذشته پس اربعهٔ متناسبه بدینصورت گردید $\frac{۷}{۴}|\frac{}{۱۴}$ اعني نسبت هفت بطرف سه مثل نسبت چهارده بطرف مقدار شب گذشته است چون احد الطرفین مجهول شد مسطح الوسطین راکه چهل ودو است برهفت قسمت نمودم خارج شش برآمد وآن مقدار ساعت شب گذشته است مثال دیگر جنسی في روپیه بست وسه آثار می ارزد دوصد روپیه را چه قدر باشد چون متعلق بمعاملات است واربعهٔ متناسبه آن ظاهر است بدینصورت $\frac{۱}{۲۳}|\frac{}{۲۰۰}$ اعني نسبت واحد بطرف بست وسه مثل نسبت دوصد بطرف مجهول است پس مسطح الوسطین را بطرف معلوم قسمت کردم خارج قسمت (۴٦۰۰) آثار شد آنرا برچهل که مقدار من است قسمت کردم یکصد وپانزده من شد مثال دیگر في روپیه سه آنه یازده ونیم آثار برنج می ارزد

پس پنجاه وچهار من وبست وپنج ونیم آنار راچه قیمت باشد چون درسؤال کسر واقع است اعني سه آنه درقیمت ونصف آنار درجنس لهذا جنس کردم اربعهٔ متناسبه شد بدینصورت

آنه	
١٩	
٣٣	٣٣٧١
نصف آنار	نصف آنار

واحد الوسطین مجهول است پس مسطح الطرفین را بروسط معلوم قسمت نمودم وخارج قسمت راکه مقدار قسمت ازجنس آنه بود برشانزده قسمت کردم دوصد وبست وپنج روپیه ده آنه ونوزده جزء از بست وسه جزء آنه گردید مثال دیگر درتبدیل کردن صرف یک قسم روپیه که ناقص است از روپیهٔ دیگر قسم که اعلی است مثلاً في صد پنج روپیه است پس اگر پانصد روپیه از قسم ناقص باشد چه قدر از قسم اعلی خواهد شد چون درین سؤال درپانصد روپیه گویا اصل صرف مجتمع است وسائل تفریق آن می خواهد درینصورت ضرور شد که ترکیب النسبة نمایند واربعهٔ متناسبه بدینصورت سازند $\frac{١٠٥}{١٠٠}|\frac{٥٠٠}{}$ چون احد الطرفین مجهول است پس مسطح الوسطین را بر طرف معلوم قسمت کنند خارج چهارصد وهفتاد وشش صحیح وبست جزء از یکصد وپنج جزء میشود وآن سه آنه وکسری است بقاعدهٔ تحویل کسور مثال دیگر سه شخص شریک شده بقیمت یکصد وبست روپیه جنسی خرید کردند بدین تفریق که یکي بست روپیه داد ودویم چهل روپیه وسیوم شصت روپیه وآن جنس را بچهارصد روپیه فروختند پس درچهارصد روپیه حصهٔ هریک چه باشد چون مقصود سؤال از جمع وتفریق حصهٔ هریک است درینصورت برای هریک حصهٔ یکیک اربعهٔ متناسبه نمودم برای اول بدینصورت شد $\frac{١٢٠}{٢٠}|\frac{٤٠٠}{}$ چون احد الطرفین مجهول است مسطح الوسطین راکه هشت هزار است برطرف معلوم قسمت نمودم خارج شصت وشش صحیح ودو ثلث روپیه شد وآن از روی تحویل کسر ده آنه ودو ثلث آنه است وبرای دویم بدینصورت $\frac{١٢٠}{٤٠}|\frac{٤٠٠}{}$ یکصد وسي وسه روپیه پنج آنه یک ثلث آنه است خارج گردید وبرای سیوم بدینصورت $\frac{١٢٠}{٦٠}|\frac{٤٠٠}{}$ دوصد روپیه خارج شد مثال دیگر شخصی صد درم داشت وجنسی خرید کرد وفروخت بنفعی معین وباز از مجموع زر اصل ونفع باز همان جنس خرید کرد وبهمان نسبت نفع فروخت یک صد وبست ویک روپیه جمع شد پس مقدار نفع اول ونفع دویم چه باشد جواب چون سوال از جمع وتفریق است ودر اربعهٔ متناسبه وسطین متساوي میشوند بدینصورت $\frac{١٠٠}{١٠٠}|\frac{١٠٠}{١٢١}$ (سود اول / سود اول) چون مجهول که سود اول است شامل وسطین واقع است لهذا جذر مسطح الطرفین گرفتم یک صد ده برآمد وآن مجموع نفع اول ویکصد است پس یکصد را نقصان نمودم ده روپیه نفع اول شد ویازده روپیه نفع ثاني گردید مثال دیگر سه قسم طلا است که

ده ماشه از یک قسم عیار او شش است وچهار ماشه از قسم دیگر عیار او هفت وهفت ماشه از قسم سیوم عیار او نه است ومجموع را مخلوط ساختم پس عیار مجموع چه باشد چون سؤال هذا مشتملبر تفصیل وترکیب است لهذا اربعهٔ متناسبه کردم بدینصورت ۲۱ | ۱۰ و ۴ و ۷ / ۶ و ۷ و ۹ اعني نسبت بست ویک که مجموع اوزان است بالتفصیل بطرف شش وهفت ونه که عیار هرسه قسم است مثل نسبت ده وچهار وهفت که اوزان اقسام طلا است بالترکیب بطرف مجهول خواهد بود واحد الطرفین مجهول است پس مسطح الوسطین را بالتفصیل وترکیب گرفتم اعني ده را در شش ضرب کردم شصت شد وهفت را در چهار ضرب نمودم بست وهشت گردید وهفت را در نه ضرب ساختم شصت وسه شد وهمه را جمع نمودم یکصد وپنجاه ویک مسطح الوسطین بالتفصیل والترکیب شد آنرا بر بست ویک قسمت نمودم خارج هفت صحیح وچهار جزء از بست ویک جزء گردید وآن عیار مجموع است وهمچنین اگر بعد گداختن چیزي در وزن کم شد مثلاً در مثال مذکور اگر بگویند بعد گداختن شانزده ماشه باقیماند پس اربعهٔ متناسبه بدینصورت گردید ۱۶ | ۱۰ و ۴ و ۷ / ۶ و ۷ و ۹ پس مسطح الوسطین را که یکصد وپنجاه ویک بود بر شانزده قسمت کنند که خارج نه صحیح وهفت شانزدهم عیار باقي خواهد بود وعلی هذا اگر عیار مجموع خواه باقي بعد گداختن معلوم باشد ووزن مجموع خواه وزن باقي را مجهول کنند نیز بهمین صورت استخراج میتوانند کرد اعني مسطح الوسطین را برمقدار عیار قسمت سازند ونیز اگر در اقسام ریزهای طلا عیار یک ریزه مجهول باشد وعیار مجموع معلوم پس از مسطح الطرفین اعني مسطح مقدار عیار در مجموع اوزان مسطح الوسطین معلوم را ساقط کرده باقي را بر احد الوسطین که مجهول العیار است قسمت سازند مثلاً در مثال مذکور اگر گویند که در ریزهاي اقسام طلا هفت ماشه را عیار معلوم نیست ومجموع اوزان بست ویک است وعیار مجموع هفت صحیح وچهار بست ویکم است پس از مسطح الطرفین که یک صد وپنجاه ویک میشود مسطح الوسطین معلوم را که حاصل الضرب ده در شش وچهار در هفت است ساقط نمودم باقي شصت وسه ماند آنرا بر هفت که مجهول العیار است قسمت نمودم خارج نه گردید وآن مطلوب است ونیز اگر وزن یک قسم طلا مجهول باشد درینصورت وزن مجموع هم مجهول خواهد بود مثلاً در مثال مذکور اگر گویند یک قسم ده ماشه که عیار او شش است وقسم دویم چهار ماشه که عیار او هفت است ومقدار قسم سیوم مجهول است مگر عیار او نه است وعیار

مجموع هفت صحیح وچهار بست ویکم است وبخواهم مقدار وزن مجهول بدانم پس اربعهٔ متناسبه کردم بدینصورت ٦ و ٧ و ٩ | ١٤ / ٧/٤ ٢١ | ١٠ و ٤ واز مسطح الطرفین که یکصد صحیح وچهارده بست ویکم است مسطح الوسطین معلوم را ساقط نمودم اعني مسطح ده در شش و مسطح چهار در هفت را که مجموع هشتاد وهشت است ساقط کردم باقي (١٢) صحیح و چهارده بست ویکم ماند وچون در اربعهٔ متناسبه مسطح الطرفین مساوي مسطح الوسطین میشود ودرینجا بسبب مجهول بودن وزن یک قسم طلا فضل مسطح الطرفین بر مسطح الوسطین گردید واین فضل بسبب عیار طلا مجهول الوزن است واگر طرف اخیر را در مجهول ضرب کرده ومقدار باقي را بر آن افزوده شود مساوي مسطح مجهول در عیارش خواهد بود پس ظاهر است که این مقدار باقي مساوي مسطح فضل عیار مجهول علی العیار الخارج که طرف اخیر است در مجهول است لهذا مقدار باقي مذکور را بر فضل عیار مجهول علی العیار الخارج که یک صحیح و هفتده بست ویکم است قسمت نمودم خارج هفت شد که مجهول بود واگر گویم مقدار وزن قسم دویم مجهول است اعني ده و هفت معلوم است پس اربعهٔ متناسبه شد بدینصورت ٦ و ٩ و ٧ | ١٧ / ٧/٤ ٢١ | ١٠ و ٧ ومسطح الطرفین یکصد وبست ودو صحیح وپنج بست ویکم ومسطح الوسطین معلوم یکصد وبست وسه است ودرینصورت مسطح الوسطین معلوم را فضل بر مسطح الطرفین حاصل آمد پس فضل مسطح الوسطین را که شانزده بست ویکم است بر فضل عیار خارج علی العیار المجهول که چهار بست ویکم است قسمت نمودم خارج چهار شد وآن مطلوب است مثال دیگر چهار قسم از طلا است که عیار یکی ازان چهار است وعیار قسم دویم شش وعیار قسم سیوم هشت وعیار قسم چهارم ده ومیخواهم که طلای عیار نه حاصل کنم پس قدر ازین هریک چه باشد چون درین سؤال ظاهر است که اگر بموجب طریق استخراج مقدار یک قسم مجهول که مقدار اقسام آن معلوم باشد چنانچه بالا مذکور شده از جملهٔ چهار اقسام مقدار سه اقسام را هرچه بخواهند فرض نمایند ومقدار چهارم مجهول سازند وبهمان طریق استخراج کنند میتواند شد چراکه آخر تعدیل هر قسم از یک قسم حاصل میشود مثلا درین سؤال مقدار قسم اول را ده وقسم ثاني را پنج وقسم ثالث را نه فرض کردم ومقدار چهارم را مجهول واربعهٔ متناسبه کردم بدینصورت ٩ و ٥ و ١٠ | ٢٤ / ٩ | ٩ و ٦ و ٨ و ١٠ پس از مسطح الطرفین که دوصد وشانزده است مسطح الوسطین معلوم بالتفصیل ساقط کردم هفتاد وچهار ماند آنرا بر فضل عیار مجهول علی العیار المطلوب

که واحد است قسمت کردم خارج هفتاد وچهار مقدار وزن مجهول شد پس اگر از قسم اول ده ودویم پنج وسیوم نه وچهارم هفتاد وچهار بگیرند عیار مجموع نه خواهد بود وعلی هذا در جمیع اجناس که مختلف الاقسام باشند ومخلوط شوند قیمت ووزن مجموع از قیمت ووزن هریک اجناس حاصل میشود وهمچنین استخراج درجات ادویه از حار وبارد ویابس ورطب که اگرچند ادویه مختلف درجات را مجتمع سازند درکدام درجهٔ حار یا بارد ویابس ورطب خواهد بود ازین طریقها سهل میتواند شد مثال دیگر شخصی مقداری شراب از قسم اعلی که بقیمت هشت روپیه في رطل تیار شده بود بامقداری از قسم ادنی که بقیمت سه روپیه في رطل تیار کرده بود آمیخته وبقیمت نه روپیه في رطل فروخت وانتفاع بحساب في صد سه روپیه حاصل آمد پس چه قدر از قسم اعلی وچه قدر از قسم ادنی آمیخته بود چون درین سؤال ظاهر است که چون قیمت قسم اعلی هشت روپیه وقیمت قسم ادنی سه روپیه است وقیمت فروخت نه روپیه پس در قسم اعلی انتفاع یک روپیه ودر قسم ادنی انتفاع شش روپیه میشود درینصورت نسبت مجموع هشت مقدار قسم اعلی وسه مقدار قسم ادنی بطرف یک مقدار قسم اعلی وشش مقدار قسم ادنی که از روي انتفاع میشود مثل نسبت صد بطرف سي است بحسب السؤال پس اربعهٔ متناسبه شد بدینصورت

۸ مقدار اول و ۳ مقدار ثانی	۱۰۰
۱ مقدار اول و ٦ مقدار ثانی	۳۰

وچون مسطح الطرفین مساوي مسطح الوسطین میشود ومسطح الطرفین (۲۴۰) مقدار اول و (۹۰) مقدار ثاني ومسطح الوسطین (۱۰۰) مقدار اول و (٦۰۰) مقدار ثاني است وهرگاه متداخلین را اسقاط کردم (۱۴۰) مقدار اول مساوي (۵۱۰) مقدار ثاني شد ولازم آمد که پانصد وده عدد وزن مقدار اول ویک صد وچهل عدد وزن مقدار ثاني باشد واگر رجوع باقل صحیح کرده شود (۵۱) رطل مقدار قسم اول و (۱۴) رطل مقدار قسم ثاني میشود فافهم مثال دیگر ومثلث متساوی الساقین ومتشابهین اند اعني ساق یکی بطرف قاعدهٔ او مثل نسبت ساق دیگری بطرف قاعدهٔ اوست وقاعدهٔ یکی دوازده وقاعدهٔ دیگری هشت وفضل بین ساق هرد وشانزده است اعني ساق مثلث اعظم بقدر شانزده ذراع از ساق مثلث اصغر زیاده است پس میخواهم مقدار ساق هرد ومثلث بدانم اربعهٔ متناسبهٔ اول نوشتم بدینصورت

ساق مثلث اعظم	ساق مثلث اصغر
قاعده مثلث اعظم	قاعده مثلث اصغر

وآنرا ابدال نسبت بموجب مسئلهٔ رابعهٔ مطلب سیوم باب سیوم نمودم اربعهٔ متناسبه دیگر شد

بدینصورت

ساق مثلث اعظم	قاعدهٔ مثلث اعظم
ساق مثلث اصغر	قاعدهٔ مثلث اصغر

وباز آنرا بموجب مسئلهٔ سادس مطلب مذکور فضل النسبة گرفتم اربعهٔ متناسبهٔ دیگر شد بدینصورت

١٦	٤
٨	

وچون احد الوسطین مجهول است مسطح الطرفین را بر وسط معلوم قسمت نمودم خارج سي و دو شد که مقدار ساق مثلث اصغر است وهرگاه شانزده برآن افزودم مقدار ساق مثلث اعظم چهل وهشت گردید *

مطلب ثاني در طریق تصرف ستهٔ متناسبه

بدانکه در اربعهٔ متناسبه اگر اول وثالث خواه ثاني ورابع مضاعف یا منقسم بعددی دیگر شود ودر سؤال صرف عدد اضعاف مذکور کنند بدینصورت

١٠٠ اول	٥٠٠ ثالث
١ عدد اضعاف اول	٧ عدد اضعاف ثالث
٤ ثاني	١٤٠ رابع

پس درینجا نسبت مؤلفه خواه منقسمه حاصل میگردد وبیان نسبت مؤلفه ومنقسمه در مسئلهٔ اثنی عشر مطلب سیوم باب سیوم گذشت واین قسم اربعهٔ متناسبه را صاحب دستور الحساب ستهٔ متناسبه نام نهاده وحال آنکه آن هرشش باهم متناسب نیستند بلکه فی الحقیقة اربعهٔ متناسبه علی نسبة مؤلفه خواه منقسمه است پس طریق عمل این است که هریکی از طرفین ووسطین را در عدد اضعاف آنها ضرب کرده طرفین ووسطین سازند واربعهٔ متناسبه درست کنند وچون در سؤال عدد اضعاف اول وثالث خواه عدد اضعاف ثاني ورابع مذکور خواهد شد ونیز ممکن است که خواه احدی از طرفین خواه وسطین مجهول واقع شود وخواه احدی از اعداد اضعاف آنها درینصورت سؤالهای ستهٔ متناسبه منحصر بدوازده قسم میشود ونیز چون در اربعهٔ متناسبه مسطح الطرفین مساوي مسطح الوسطین است درینصورت اگر احدی از طرفین خواه وسطین مجهول باشند وعدد اضعاف مجهول معلوم باشد پس عدد اضعاف طرف مجهول را در طرف معلوم خواه عدد اضعاف وسط مجهول را در وسط معلوم ضرب نموده طرف ووسط قرار دهند واگر عدد اضعاف احدی از طرفین خواه وسطین مجهول باشد وطرفین ووسطین معلوم پس طرفین خواه وسطین معلومین را باهم ضرب کرده طرف ووسط مقرر نمایند واربعهٔ متناسبه نموده استخراج کنند چنانکه از امثله واضح میشود مثال اگر في صد سه روپیه در ماه سود قرار داد است پس بست وپنج روپیه را برای شش ماه چقدر خواهد بود اول ستهٔ متناسبه نوشتم بدینصورت

١٠٠	٢٥
١	٦
٣	

بعد ازان اول را در عدد اضعاف او ضرب کردم یکصد شد وثالث را در عدد اضعاف او ضرب نمودم یکصد

وپنجاه شد اربعهٔ متناسبه کردم بدینصورت $\frac{100}{3}\Big|\frac{150}{}$ چون احد الطرفین مجهول است مسطح الوسطین
را بطرف معلوم قسمت ساختم خارج چهار صحیح ویک نصف شد وهمچنین اگر طرف اول
مجهول باشد سته متناسبه بدینصورت نوشتم $\frac{1}{3}\Big|\frac{29}{6}$ $\frac{3}{2}$ پس عدد اضعاف اول را در رابع
ضرب کرده یک طرف قرار دادم اربعهٔ متناسبه شد بدینصورت $\frac{150}{3}\Big|\frac{3}{2}$
ومسطح الوسطین را بر طرف معلوم قسمت نمودم واگر ثالث مجهول باشد سته متناسبهٔ او
بدینصورت خواهد شد $\frac{100}{3}\Big|\frac{6}{3}$ $\frac{1}{2}$ چون وسط مجهول است عدد اضعاف وسط مجهول را در وسط
معلوم ضرب نموده یک وسط قرار دادم واربعهٔ متناسبه شد بدینصورت $\frac{100}{18}\Big|\frac{4}{3}$ $\frac{1}{2}$ ومسطح الطرفین را
بر وسط معلوم قسمت نمودم واگر عدد اضعاف ثالث مجهول فرض کنم سته متناسبه بدینصورت
باشد $\frac{100}{3}\Big|\frac{25}{4}$ $\frac{1}{2}$ چون عدد اضعاف ثالث تعلق بوسط دارد وآن مجهول است لهذا وسطین معلومین را
باهم ضرب کرده یک وسط قرار دادم اربعهٔ متناسبه شد بدینصورت $\frac{100}{75}\Big|\frac{4}{3}$ $\frac{1}{2}$ مسطح الطرفین را
بر وسط معلوم قسمت کردم مثال دیگر شخصی بشانزده درم سه صد انبه خرید کرد ودیگری بیک درم
سي انار گرفت خواستند که باهم مبادله کنند پس بعوض ده انبه چند انار مبادله شود چون درین مثال
مقدار قیمت مختلف است لهذا اربعهٔ متناسبهٔ صحیح نمی تواند شد پس ضرورة مقدار قیمت هردو جنس را
مساوي کردم اعني انار هم شانزده درم را فرض نمودم خواه انبه را بیک درم فرض کنم وبهمان نسبت
عدد آنها را هم زائد وناقص کردم چون سته متناسبهٔ اول بدینصورت بود $\frac{1}{30}\Big|\frac{16\text{ درم}}{300}$ $\frac{1}{10}$ هرگاه قیمت هردو را
مساوي کردم بدینصورت شد $\frac{16}{480}\Big|\frac{16\text{ درم}}{300}$ $\frac{1}{10}$ پس اگر بخواهم بموجب قاعدهٔ که بالا مذکور شد اربعهٔ متناسبه
سازم خواه هردو خانهٔ متساویین را ساقط کنم واربعهٔ متناسبه نمایم پس در طریق اول بدینصورت
خواهد شد $\frac{7680}{}\Big|\frac{4800}{10}$ وطریق ثاني بدینصورت $\frac{480}{}\Big|\frac{300}{10}$ مسطح الوسطین را بر طرف معلوم
قسمت کردم خارج شانزده شد مثال دیگر شخصی في صد چهار روپیه در ماه سود مقرر نموده است
وهزار روپیه بعد از ده ماه ادا کرد پس منجملهٔ آن اصل چقدر وسود چقدر باشد چون سؤال از جمع
وتفریق تعلق دارد که ترکیب النسبة است لاکن مقدار عدد اضعاف طرف اول مساوي عدد
اضعاف طرف ثالث نیست لهذا هردو را مساوي فرض نموده سته متناسبه کردم بدینصورت
$\frac{1400}{10}\Big|\frac{2000}{10}$ چرا که هرگاه سود صد روپیه برای ده ماه حساب کردم چهل شد ومجموع یک صد و
چهل گردید پس نسبت بالترکیب صحیح شد اعني نسبت یکصد وچهل برای ده ماه بطرف چهل

مثل نسبت یکهزار برای ده ماه بطرف مجهول است وچون درینجا هم حد اوسط را اگر ساقط کنم باقي اربعهٔ متناسبه می ماند واگر بطریق اول استخراج نمایم نیز میتواند شد پس اربعهٔ متناسبه بدوصورت شد اول ۱۴۰ / ۴۰ | ۱۰۰۰ دوم ۱۴۰۰ / ۴۰ | ۱۰۰۰ مسطح الوسطین را برطرف معلوم قسمت کردم خارج دوصد و هشتاد وپنج صحیح وپنج سبع مقدار سود گردید و باقي اصل ماند مثال دیگر سه شخص باهم شده مبلغ نود وچهار روپیه از شخصی مهاجن قرض گرفتند واول سود في صد پنجروپیه قرار داد ودویم سه روپیه وسیوم چهار روپیه بعد ازان شخص اول بعد از هفت ماه زر اصل حصهٔ خود مع سود ادا نمود وثاني بعد از ده ماه وثالث بعد از پنج ماه وهریک را سود برابر دین شد پس حصهٔ هریک درنود وچهار روپیه چقدر بود چون درین سؤال قرار داد سود مختلف است ودر آخر تساوي واقع شده ونیز ایام میعاد هریک مختلف است لهذا اول ماخذ فرض کردن ضرور شد تا اربعهٔ متناسبه صحیح شود اول برای اول یکصد را ماخذ قرار دادم وسود او را برای هفت ماه استخراج نمودم سي و پنج برآمد پس برای ثاني استخراج کردم که سي وپنجروپیه سود ده ماه برای چقدر روپیه خواهد شد بدینصورت ستهٔ متناسبه شد ۱۰۰ / ۳ | ۱ / ۳۵ | ۱۰ واربعهٔ متناسبهٔ آن بدینصورت ۱۰۰ / ۳۰ | ۳۵ ومسطح الطرفین را بر وسط معلوم قسمت نمودم خارج یکصد وشانزده صحیح ودو ثلث شد وبرای ثالث همبرین طریق نمودم ستهٔ متناسبه ۱۰۰ / ۱ | ۴ / ۵ | ۳۵ اربعهٔ متناسبه ۱۰۰ / ۲۰ | ۳۵ خارج یکصد وهفتاد وپنج شد ومجموع هرسه سه صد ونود ویک صحیح ودو ثلث شد پس حالا اگر بخواهم که مقدار سود استخراج کنم اربعهٔ متناسبه کردم بدینصورت ۹۴ | ۳۹۱/۳ / ۳۵ مسطح الوسطین را برطرف معلوم قسمت کردم خارج هشت روپیه شش آنه هشت گنده شد واگر بخواهم مقدار اصل هریک بدانم پس برای هریک اربعهٔ متناسبه کردم برای اول بدینصورت شد ۹۴ | ۳۹۱/۳ / ۱۰۰ وبرای ثاني بدینصورت ۹۴ | ۳۹۱/۳ / ۱۷۵ وبرای ثالث بدینصورت ۹۴ | ۳۹۱/۳ / ۱۱۶/۳ مسطح الوسطین هریک را برطرف معلوم قسمت نمودم خارج برای اول بست وچهار شد وبرای ثاني بست وهشت وبرای ثالث چهل ودو ومجموع هرسه نود وچهار است فافهم *

مطلب سیوم در ثمانیهٔ متناسبه وعشرهٔ متناسبه واثنی عشرهٔ متناسبه

بدانکه در ثمانیهٔ متناسبه وغیره اعداد اضعاف الاضعاف اول وثالث خواه ثاني ورابع مذکور میشود چنانکه در ستهٔ متناسبه بود وآنرا صاحب دستور الحساب باین نامها موسوم کرده وگرنه في الحقیقة

همان اربعهٔ متناسبه است و طریق آنها مثل طریق ستهٔ متناسبه بعمل می آید چنانکه از مثال فهم شود انشاء الله تعالی مثال ثمانیهٔ متناسبه چادری است که طول او هشت ذراع و عرض او سه ذراع و هشت عدد از ان بصد روپیه می ارزد و اگر چادری دیگر از همان قسم پارچه که طول او سه و نیم ذراع و عرض نیم ذراع باشد آنرا بچند میتوان گرفت اول ثمانیهٔ متناسبه نوشتم بدینصورت

طرف اول ۸	وسط دویم ۲
عدد اضعاف ۳	½ عدد اضعاف
عدد اضعاف ۸	۱ عدد اضعاف
وسط اول ۱۰۰	طرف آخر

چون احد الطرفین مجهول است لهذا بضرب طرف اول ووسط دویم در اعداد اضعاف اربعهٔ متناسبه بدینصورت شد $\frac{192}{100}$ | ۲ مسطح الوسطین را که یکصد وهفتاد وپنج است بر یکصد ونود و دو قسمت کردم اعني منسوب ساختم و همچنین اگر اعداد اضعاف مجهول باشد بطریقیکه در ستهٔ متناسبه گفته شد اربعهٔ متناسبه نموده استخراج میتوان کرد مثال عشرهٔ متناسبه چوبی است که طول او شانزده ذراع و عرض او سه ربع ذراع وارتفاع او نیم ذراع وسي عدد به پنجاه درم می ارزد پس چوبی دیگر از همان قسم که طول او ده ذراع و عرض او نیم ذراع وارتفاع ربع ذراع باشد بست عدد از ان بچند توان خرید عشرهٔ متناسبه نوشتم بدینصورت

۱۶	۱۰
¾	½
½	۱
۳۰	۲۰
۵۰	

چون احد الوسطین مجهول است طرف اول را در اعداد اضعاف او ضرب نمودم و وسط دویم را در اعداد اضعاف او و اربعهٔ متناسبه بدینصورت شد $\frac{180}{50}$ | ۲۵ ومسطح الوسطین را که (۱۲۵۰) است بر طرف معلوم که (۱۸۰) است قسمت نمودم خارج شش صحیح وهفده جزء از هجده جزء گردید مثال اثنی عشرهٔ متناسبه اگر از ان هر دو قسم چوب که در مثال عشرهٔ متناسبه گذشت چوب اول را از دو کروه مسافت آوردیم واجرت آن دو درم دادیم وچوب دیگر از دوازده کروه می آرم پس اجرت او چقدر خواهد بود اثنی عشرهٔ متناسبه نوشتم بدینصورت

طول ۱۶	۱۰
عرض ¾	½
ارتفاع ½	¼
عدد ۱	۱
کروه ۲	۱۲
اجرت ۲	

چون احد الطرفین مجهول است طرف اول را در اعداد اضعاف او و وسط دویم را در اعداد اضعاف او ضرب نمودم و اربعهٔ متناسبه ساختم بدینصورت $\frac{12}{2}$ | ۱۵ مسطح الوسطین را که سي است بر طرف معلوم که دوازده است قسمت نمودم خارج دو صحیح و یک نصف شد *

فائده بدانکه صاحب لیلاوتي اربعهٔ متناسبه رانیری راشک وستهٔ متناسبه راپنج راشک وثمانیهٔ متناسبه را
سبت راشک وعشرهٔ متناسبه رانو راشک واثنی عشر متناسبه را اکادس راشک نام نهاده است ودر هریکی
از آنها هرخانه که مجهول واقع شود عدد خانهٔ مقابل او را درخانهٔ مجهول نقل می کنند واعداد محاذي
هریک سمت را باهم ضرب مینمایند وحاصل الضرب اعداد سمت مجهول را برحاصل الضرب
اعداد قسمت میسازند وفی الحقیقة این طریق سهل است مثلاً در اربعهٔ متناسبهٔ هذا $\frac{١٧}{١٢}\Big|\frac{٦٨}{}$
بدینصورت نوشتم $\frac{١٧}{١٢}\Big|\frac{٦٨}{}$ وشصت وهشت را در دوازده ضرب نموده برهفده قسمت کردم
ودر ستهٔ متناسبهٔ هـــــــــــــذا $\frac{١٠٠}{١}\Big|\frac{٥٠٠}{٧}$ بدینصـــــورت نگاشتم $\frac{١٠٠}{١}\Big|\frac{٥٠٠}{٧}$
وپانصد را در هفت ضرب کرده حاصل را در چهار ضرب نمودم وبریکصد قسمت ساختم وهمچنین
در ثمانیهٔ متناسبه وغیرآن ودر مبادلهٔ جنسین صرف اعداد خانهٔ قسمت را اگر مختلفین باشند باهم
تبدیل میسازند فقط *

فائده بدانکه نسبت متناسبه در سه اعداد وخواه چهار اعداد بلکه زیاده ازان علی الولاء میباشد چنانکه
در مسئلهٔ ثامن وعاشر مطلب سیوم باب سیوم مذکور شده اعني در اعداد ثلثهٔ متناسبه نسبت اول
بطرف ثاني مثل نسبت ثاني بطرف ثالث می باشد ودر حقیقت آنهم اربعهٔ متناسبه است که وسط
تکرار یافته وچون خاصه اش یکی آنست که مسطح الطرفین مساوي مربع وسط میشود پس اگر وسط
مجهول باشد جذر مسطح الطرفین بگیرند واگر احد الطرفین مجهول باشد مربع وسط را برطرف معلوم
قسمت کنند وهمچنین در جمیع اعداد متناسبه علی الولاء که عدد آنها فرد بود مثلاً خمسهٔ متناسبه
وسبعهٔ متناسبه مسطح الطرفین اولین مساوي مربع وسط می باشد وهمچنین مسطح طرفین ثانیین اعني
در خمسهٔ متناسبه مسطح اول في خامس ومسطح ثاني في رابع هردو متساوي ومساوي مربع ثالث
میباشد ودر سبعهٔ متناسبهٔ مسطح اول في سابع ومسطح ثاني في سادس ومسطح ثالث في خامس هرسه
متساوي ومساوي مربع رابع می باشد پس درین اعداد هرکه مجهول باشد یکی یا دو در خمسهٔ
متناسبه وزیاده ازان در زیاده ازان هم بطریق اربعهٔ متناسبه وثلثهٔ متناسبه استخراج میتوان نمود وهمچنین
در چهار اعداد متناسبه علی الولاء چون خاصه اینست که مسطح مربع اول فی الرابع مساوي مکعب
ثاني میشود ومسطح اول في مربع رابع مساوي مکعب ثالث است پس اگر ازان چهار یاد ومجهول
باشد از طریق استخراج ثلثهٔ متناسبه واربعهٔ متناسبه وخواه از روي خاصه اش استخراج میتوان نمود

وهمچنین اگر سنهٔ متناسبه خواه ثمانیهٔ متناسبه علی الولاء باشد وازان یکی خواه دو خواه سه وخواه زیاده ازان در زیاده ازان مجهول بود از طریق استخراج ثلثهٔ متناسبه واربعهٔ متناسبه استخراج میتواند شد فافهم مثال ثلثهٔ متناسبه شخصی بمبلغ ده هزار روپیه جنسی خرید کرد وبانتفاع معین فروخت بعده باز جنس مذکور بهمان مبلغ که مع اصل وانتفاع بود خرید کرده بهمان انتفاع فروخت مرتبهٔ دویم مع اصل وانتفاع دوازده هزار ویک صد بدست آمد پس مقدار انتفاع اول چه باشد چون درینجا وسط مجهول است مسطح طرفین گرفتم ۱۲۱۰۰۰۰۰۰ شد جذرش گرفتم یازده هزار برآمد وآن مقدار مجموع اصل وانتفاع اول است واگر گویند که مرتبهٔ ثالث باز جنس مذکور را از مجموع بقدر انتفاع که مرتبهٔ دوم بود خرید کرده بهمان نرخ فروخت ومجموع انتفاع مرتبهٔ سیوم ۱۳۳۱۰) است ومقدار مجموع اصل وانتفاع مرتبهٔ اول ومرتبهٔ دوم معلوم نیست چون این اربعهٔ متناسبه علی الولاء است پس مربع اول را که رأس المال اعني ده هزار است در رابع که مجموع اصل وانتفاع مرتبهٔ ثالث اعني ۱۳۳۱۰) است ضرب نمودم حاصل ۱۳۳۱۰۰۰۰۰۰۰۰ گردید وضلع کعب آن گرفتم ۱۱۰۰۰ برآمد وآنمقدار مجموع اصل وانتفاع اول است واگر مربع رابع را که ۱۷۷۱۵۶۱۰۰) است در اول که ده هزار است ضرب نمایم حاصل ۱۷۷۱۵۶۱۰۰۰۰۰۰ مقدار مکعب ثالث باشد وهرگاه کعب آن برآرم مقدار مجموع اصل وانتفاع مرتبهٔ ثاني که عدد ثالث است برآمد وآن ۱۲۱۰۰) است وهمچنین در خمسهٔ متناسبه وغیر آن *

باب هفتم در استخراج مجهولات بطریق عکس وتحلیل وآنرا تعکس وتعکیس وتعاکس نیز خوانند

وطریقش آنست که عکس سؤال سائل نمایند اعني از اخیر سؤال شروع عمل کنند واگر سائل تضعیف کرده تنصیف سازند خواه بالعکس واگر ضرب نموده قسمت کنند خواه بالعکس واگر مجذور ساخته جذر بگیرند خواه بالعکس واگر زائد نموده نقصان نمایند خواه بالعکس تا اینکه مجهول خارج شود وگاهی برای این عمل فرض ماخذ ضرور میشود پس لازم است که هر عددی که بحسب سؤال لیاقت ماخذیة داشته باشد آنرا ماخذ فرض نمایند وعمل کنند وگاهی تعکس بتبدیل عددین واقع میشود وگاهی بضرب مختلفین وگاهی بتبدیل فصل عددین وگاهی بتبدیل ضرب مختلفین وعلی هذا انواع تصرف آن بسیار است خلاصه اینکه محاسب بحسب

سؤال هر تصرفیکه مناسب داند سیوای قواعد معینهٔ اربعهٔ متناسبه وخطائین وجبر ومقابله بعمل آرد بشرطیکه آن تصرف از روي برهان صحیح باشد پس بایددانست که عمل بالعکس در جمیع سؤالات جاري نمیتواند شد الادر سؤالهائیکه متعلق بزیادت ونقصان وضرب وقسمت است مثال کدام عدد است که اگر برآن دو ثلث آن عدد وبست افزود کرده شود سه مثل آن عدد گردد چون درین سؤال ظاهراست که دو ثلث عدد وبست مساوي ضعف عدد میشود پس یک ثلث وده مساوي آن عدد است وده مقدار دو ثلث عدد است پس مقدار عدد پانزده شد مثال دیگر کدام عدد است که اگر برآن پنج مثل او زیاده کرده شود مجموع مساوي حاصل الضرب آن عدد در دو ثلث آن عدد شود چون درین سؤال ظاهراست که شش مثل عدد اعني حاصل الضرب عدد مجهول در شش مساوي حاصل الضرب آن عدد در دو ثلث آن عدد است پس شش مقدار دو ثلث آن عدد شد ونه عدد مجهول است مثال دیگر کدام عدد است که اگر ازان نصف ساقط کنند وازباقي ثلث باقي وازان ربع باقي وازان خمس باقي وازان سدس باقي بیندازند هشت باقیماند چون سائل درآخر بعد اسقاط سدس هشت باقي اظهار میکند پس معلوم شد که هشت باقي مساوي پنج سدس است لهذا هشت خمس برهشت افزودم نه صحیح وسه خمس شد وبرآن ربع آن افزودم چراکه بعد اسقاط خمس هرچه باقیمانده است چهار خمس است مجموع دوازده صحیح گردید وبرآن ثلث او افزودم چراکه بعد اسقاط ربع مانده است وبرآن نصف زیاده کردم که بعد اسقاط ثلث باقیمانده بود بست وچهار گردید وآنرا ضعف گردانیدم چراکه نصف ساقط شده بود چهل وهشت مقدار عدد مجهول برآمد مثال دیگر شخصی تجارت کرد ودر مرتبهٔ اول انتفاع بقدر اصل ویک روپیه شد ومرتبهٔ ثاني که از مجموع اصل وانتفاع تجارت نمود وانتفاع مرتبهٔ دویم بقدر اصل دویم ودو روپیه گردید وهمچنین در مرتبهٔ سیوم انتفاع بقدر اصل سیوم وسه روپیه شد ومال اوده مثل مال اول گردید پس مال اول چه باشد چون ازین سؤال ظاهر است که مال او هر مرتبه تضعیف گردید ودر مرتبهٔ سیوم هشت مثل مال اول شد وزیادتي عدد روپیه هر مرتبه مع تضعیفات جمع نمودم یازده شد چراکه مرتبهٔ اول یک روپیه بود پس از تضعیفات آن در مرتبهٔ سیوم چهار روپیه شد وچون در مرتبهٔ دویم دو روپیه بود وتضعیف آن در مرتبهٔ سیوم چهار گردید ومرتبهٔ سیوم سه روپیه بود آن همه راکه جمع نمودم یازده شد درینصورت ظاهر شد

که یازده مقدار ضعف مال اول است آنرا تنصیف نمودم پنج روپیه و نصف مقدار مال اول برآمد مثال دیگر دو شخص گرد کوه دور گشت کردند یکی ازان روز اول یک فرسخ قطع نمود و روز دویم دو فرسخ و روز سیوم سه فرسخ و همچنین هر روز تزآید واحد واحد قطع مسافت میکرد و دویمي هر روز پانزده فرسخ قطع نمود و هر دو در ایام مساوي دوره را تمام کردند پس مقدار ایام سیر آنها و مقدار دورهٔ کوه چه باشد جواب چون ظاهر است که سیر شخص اول بروز پانزدهم مساوي سیر شخص دویم شد و بعد ازان هر روز زیادتي کرد و نیز ظاهر است که هر قدر سیر شخص اول تا چهارده روز کم شده بود در چهارده روز دیگر از روي زیادتي مساوي خواهد شد پس مقدار ایام سیر بست و نه باشد که مجموع پانزده و چهارده است و هرگاه از روي جمع اعداد متوالي تا بست و نهم جمع کردم چهارصد و سي و پنج فرسخ مقدار دورهٔ کوه برآمد فافهم مثال دیگر زید و عمرو و بکر باهم بودند زید از عمرو و بکر گفت که ثلث مال من مع نصف مال شما هر دو مساوي یکصد و چهل و چهار است و عمرو با زید و بکر گفت که خمس مال من مع ربع مال شما مساوي شصت و شش است و بکر با زید و عمرو گفت که سبع مال من مع سدس مال شما مساوي چهل و هفت است پس اگر خواهم مقدار مال هریک بدانم اول بحسب سؤال نوشتم

زید	عمرو	بکر
مال	مال	مال
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

مساوي ۱۴۴

زید	عمرو	بکر
مال	مال	مال
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$

مساوي ۶۶

زید	عمرو	بکر
مال	مال	مال
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$

مساوي ۴۷

و هر سه صورت را کامل کردم اعني مال هریکی را صحیح نمودم پس

در صورت اولی

زید	عمرو	بکر
مال	مال	مال
۲	۳	۳

مساوي ۸۶۴

و در صورت ثانیه

زید	عمرو	بکر
مال	مال	مال
۵	۴	۵

مساوي ۱۳۲۰

و در صورت ثالثه

زید	عمرو	بکر
مال	مال	مال
۷	۷	۶

مساوي ۱۹۷۴ شد

بعد ازان از مجموع صورتین اولیین که

زید	عمرو	بکر
مال	مال	مال
۷	۷	۸

مساوي ۲۱۸۴ است

صورت ثالثه را ساقط کردم باقي دو مال بکر مساوی ۲۱۰ شد پس مال بکر یکصد و پنج شد و بعد ازان مقدار مال بکر از هر سه صورت اولین ساقط نمودم

در صورت اولی

زید	عمرو
مال ۲	مال ۳
مساوي ۴۹	

ودر صورت ثانیه

زید	عمرو
مال ۵	مال ۴
مساوي ۷۹	

گردید پس اول را از ثاني ساقط کردم باقي

زید	عمرو
مال ۳	مال ۱

مساوي ۲۴۶ شد

پس یک مال زید مساوی ۸۲ الا $\frac{1}{3}$ مال عمرو گشت بعد ازان بحسب سؤال بموجب گفتهٔ زید درست کردم چون مال زید ثلث بود و مال عمرو و بکر نصف پس بدینصورت شد مال زید ۲۷ و $\frac{1}{3}$ الا مال عمرو $\frac{1}{9}$ و مال عمرو $\frac{1}{2}$ و بکر $\frac{52}{1}$ که مجموع آن مال عمرو ۱۸ و ۷ و ۷۹ و $\frac{5}{6}$ است مساوي ۱۴۴ شد متداخلین را ساقط نمودم ۷ مال عمرو مساوي شصت و چهار صحیح و یک سدس شد درینصورت مال عمرو یکصد و شصت و پنج برآمد و بعد ازان باز بحسب سؤال بموجب گفتهٔ زید عمل کردم مال زید $\frac{1}{3}$ عمرو $\frac{82}{1}$ بکر $\frac{52}{1}$ که مجموع $\frac{1}{3}$ مال زید و یکصد و سي و پنج مقابل و مساوي یکصد و چهل و چهار شد متداخلین را ساقط نمودم پس ثلث مال زید مساوي نه عدد شد آنرا در سه ضرب نمودم مال زید بست و هفت خارج شد پس مال زید ۲۷ و مال عمرو ۱۶ و مال بکر ۱۰) است و هو المطلوب و نیز بطریق دیگر استخراج کردم هرگاه کامل ساختم

بدینصورت شد

	زید	عمر	بکر	مساوی
صورت اول	۲	۳	۳	۸۶۴
صورت دویم	۵	۴	۵	۱۳۲۰
صورت سیوم	۷	۷	۶	۱۹۷۴
	۱۴	۱۴	۱۴	۴۱۵۸

وچهارده امثال هریک مساوي ۴۱۵۸ گردید پس اعداد را برآن قسمت نمودم خارج دوصد ونود وهفت شد ومساوي مجموع یکیک امثال مال هرسه است پس هرگاه آنرا در سه ضرب کردم حاصل الضرب که هشتصد ونود ویک است مساوي سه امثال مال هرسه گردید وازان صورت اولی راکه مجموع دومثل مال زید وسه مثل مال عمر وسه مثل مال بکراست ساقط نمودم بست وهفت ماند وآن مساوي مال زید برآمد وهمچنین اگر مجموع یک یک امثال مال هرسه را در پنج ضرب نمودم ۱۴۵۵ شد وازان صورت دویم را ساقط کردم باقي یکصد وشصت وپنج مساوي مال عمر وگردید وهرگاه آنرا در هفت ضرب کردم از حاصل الضرب که ۲۰۷۹) است صورت ثالثه را ساقط نمودم باقي یکصد وپنج مساوي مال بکر شد فافهم * مثال دیگر سه شخص باهم بودند ویک سگ همراه بود شبي نان پخته هرسه بخواب رفتند وبعد ازان یکی از خواب بیدار شد ونانها را سه حصه مساوي نمود یکی فاضل آمد بسگ داد ویک حصه خود خورد وباقي را برای دیگر یاران گذاشت وبخواب رفت بعد ازان دیگری بیدار شد ونانهای باقي را سه حصه مساوي نمود یکی فاضل برآمد بسگ داد ویک حصه خود خورده خواب نمود بعد ازان سیومي برخاست ونان باقي را سه حصه مساوي نمود یکی فاضل برآمد بسگ داد ویک حصه خود خورده پاد راز کشید هرگاه وقت صبح هرسه برخاستند دیدند که نان موجود است باز هرسه آنرا سه حصه مساوي نمودند یکی فاضل آمد بسگ دادند وهریک یکیک حصه خوردند پس میخواهم که عدد نان را بدانم که چند بود چون ازین سؤال ظاهر است که هرمرتبه عدد نان بعد اسقاط واحد برسه قسمت می پذیرد ونیز ضرور است که سیوای مرتبهٔ اولی هرمرتبه عدد نان باقي زوج باشد چراکه هرمرتبه دو حصه باقي میماند لهذا از روي سؤال عدد مرتبهٔ اخیر را چهار فرض کردم که عدد زوج است وبعد اسقاط

واحد بر سه قسمت می پذیرد بعده نصف آنرا مع الواحد که بسگ داده بودند افزودم هفت شد چون این عدد زوج نبود لهذا تضعیف نموده دو بر آن افزودم تا که بصفت مذکوره عدد حاصل شود در مرتبهٔ دویم شانزده برآمد باز نصف آنرا مع الواحد بر آن افزودم بست و پنج شد آنهم عدد فرد بود لهذا آنرا هم تضعیف نمودم و دو افزودم پنجاه و دو در مرتبهٔ سیوم حاصل گردید و بر آن نصف او مع الواحد افزودم هفتاد و نه گردید چون ما فوق آن دیگر مرتبه نبود لهذا دانستم که همین عدد نان است * مثال دیگر زید با عمرو و بکر گفت که دو ثلث مال من مع نصف مال شما ۱۸۳) است و عمرو با زید و بکر گفت که سه خمس مال من مع ربع مال شما ۱۱۱) است و بکر با زید و عمرو گفت که چهار سبع مال من مع سدس مال شما ۸۷) است پس مال هریک چه باشد

اول بحسب سؤال نوشتم

زید	عمرو	بکر	مقابلهٔ عدد
۲/۳	۱/۲	۱/۲	= ۱۸۳
۱/۴	۳/۵	۱/۴	= ۱۱۱
۱/۶	۱/۶	۴/۷	= ۷۷

بعد از ان هر سه را کامل نمودم هکذا

زید	عمرو	بکر	مقابلهٔ عدد
۴	۳	۳	= ۱۰۹۸
۵	۱۲	۵	= ۲۲۲۰
۷	۷	۲۴	= ۳۶۵۴

و بعد از ان برای هریک از زید و عمرو و بکر مال واحد واحد فرض کردم و مقابله نمودم بدینصورت شد

زید	عمرو	بکر	مقابله
۱	۱	۱	۳۶۶) الا ۱/۳ زید

بعد از ان این را در پنج ضرب نموده از صورت کاملهٔ دویم ساقط نمودم بدینصورت

زید	عمرو	بکر	مقابلهٔ عدد
۵	۱۲	۵	= ۲۲۲۰
۵	۵	۵	= ۱۸۳۰ الا ۵/۳ زید
*	۷	*	= ۳۹۰ و ۵/۳ زید

پس باقي ماند هفت مال عمرو مساوي ۳۹۰ عدد و $\frac{۵}{۳}$ زيد و بعد ازان باز هر واحد مال هريک را در هفت ضرب کرده از صورت کاملهٔ سيوم ساقط کردم بدينصورت

زيد	عمرو	بکر		مقابلهٔ عدد
۷	۷	۲۴	=	۳۶۵۴
۷	۷	۷	=	۲۵۶۲ الا $\frac{۷}{۳}$ زيد
*	*	۱۷	=	۱۰۹۲ و $\frac{۷}{۳}$ زيد

پس باقيماند هفده مال بکر مساوي ۱۰۹۲ عدد و هفت ثلث مال زيد چون ديدم که اگر مال واحد عمرو و بکر را متعين سازم کسر زياده مي افتد لهذا براي هر دو مخرج مشترک گرفتم اعني يکصد و نوزده که بر هفت و بر هفده هم قسمت مي پذيرد پس آنرا در مقابلهٔ کاملهٔ اولي ضرب نمودم حاصل شد بدينصورت

زيد	وعمرو	وبکر	مقابله
۴۷۶	۳۵۷	۳۵۷	۱۳۰۶۶۲

وچون هفت مال عمرو مساوي ۳۹۰ عدد و $\frac{۵}{۳}$ زيد است پس سه صد و پنجاه و هفت مال عمرو را استخراج نمودم که مساوي ۱۹۸۹۰ عدد و ۵ ۸ مال زيد شد و همچنين مال بکر مساوي ۲۲۹۳۲ عدد و ۴۹ مال زيد گرديد پس مجموع مالها را مقابله نمودم ۶۱۰ مال زيد و ۴۲۸۲۲ مساوي ۱۳۰۶۶۲ گرديد ومتداخلين را ساقط نمودم ۶۱۰ مال زيد مساوي ۸۷۸۴۰ برآمد عدد را بر عدد مال زيد قسمت نمودم خارج يکصد و چهل و چهار شد که آنمقدار مال زيد است و هرگاه مقدار مال زيد معلوم شد پس مال عمرو برآوردم نود مقدار مال عمرو و همچنين هشتاد و چهار مقدار مال بکر خارج شد فافهم * مثال ديگر شخصي جنسي خريد کرد بحساب في عدد ده روپيه و فروخت بحساب في عدد دوازده روپيه و انتفاع بقدر چهار جذر رأس المال شد پس رأس المال چه باشد چون محصل سؤال هذا اين است که کدام مجذور است که چهار امثال جذر او مساوي خمس او باشد چهار را در پنج ضرب نمودم بست شد پس بست امثال جذر مساوي مجذور گرديد درينصورت مجذور بست که چهار صد است همان رأس المال است * مثال ديگر شخصي پنج شتر بار کرد و بر يکي بار گران شد بار آنرا کم کرده بر ديگران بقدر مثل بار آنها افزود اعني بار آنها را ضعف کرد پس بر دويمي بار گران آمد آنرا نيز کم کرده بهمان طريق بار ديگرانرا تضعيف نمود پس بر سيوم هم بار گران گرديد آنرا هم کم کرده ديگران را تضعيف نمود و همچنين بر چهارم و پنجم گران شد و هر بار تضعيفات

بعمل آمد وبمرتبهٔ آخری بار همه مساوي شد پس مقدار بار هریک اول چقدر بود واز روی مساوات چقدر باشد چون ازین سؤال معلوم شد که هریک چهار مرتبه تضعیفات یافته وچون اول یک مثل افزود گردید لهذا عدد شتر راکه پنج است در واحد ضرب نمودم حاصل همان پنج شد و بعد ازان آنرا چهار مرتبه تضعیف نمودم اعني پنج را در مضلعات اثنین که مخرج نصف است تا منزل چهارم ضرب کردم بدینصورت ۵ و ۱۰ و ۲۰ و ۴۰ و ۸۰ وبعد ازان بر هریک مالکعب واحد را که منزل پنجم است افزودم که یک مثل است درینصورت گویا واحد هم در هر مرتبه نفس خود ضرب یافته پس حاصل عدد بار شتران که اول بود گردید ۶ و ۱۱ و ۲۱ و ۴۱ و ۸۱ وبعد ازان بحسب سؤال سائل عمل نمودم مرتبهٔ اولی بدینصورت ۱۲ و ۲۲ و ۴۲ و ۸۲ و ۲ وباز مرتبهٔ دویم همچنان کردم ۲۴ و ۴۴ و ۸۴ و ۴ و ۴ وهمچنین مرتبهٔ سیوم بعمل آوردم ۴۸ و ۸۸ و ۸ و ۸ و ۸ وهمچنین مرتبهٔ چهارم عمل ساختم ۹۶ و ۱۶ و ۱۶ و ۱۶ و ۱۶ ومرتبهٔ پنجم عمل نمودم ۳۲ و ۳۲ و ۳۲ و ۳۲ و ۳۲ مال همه مساوي گردید وازین قاعده مستنبط شد که عدد مضلع مجموع مضاف ومضاف الیه که منزل او بقدر عدد شتر باشد عدد مساوات است اعني چون زیادتي یک مثل بیان نموده پس یک مضاف ولفظ مثل که هم بمنزلهٔ واحد است مضاف الیه واقع شد ومجموع آن دو است درینصورت عدد مضلع پنجم دو که منزل مالکعب است سي ودو میشود وآن عدد مساوات است وهمچنین اگر گویند که هر بار هفت مثل افزود کرده چون درینجا هفت مضاف ولفظ مثل مضاف الیه است ومجموع آن هشت میشود ومضلع پنجم آن ۳۲۷۶۸) است وآن عدد مساوات بار شترها ست وبراي مقدار بار اول هریک پنج را در مضاف که هفت است ضرب کرده باز در مضاف الیه که هم واحد است ضرب ساخته حاصل را که سي وپنج شد در مضلعات هشت تا منزل چهارم ضرب نمودم بدینصورت شد ۳۵ و ۲۸۰ و ۲۲۴۰ و ۱۷۹۲۰ و ۱۴۳۳۶۰ وچون مالکعب واحد هم واحد است پس واحد برهریکی افزودم بدینصورت بار اول شترها شد ۳۶ و ۲۸۱ و ۲۲۴۱ و ۱۷۹۲۱ و ۱۴۳۳۶۱ واگر گویند که یک نصف مثل هریک افزودم چون الحال یک نصف مضاف ویک مثل مضاف الیه است ومجموع سه نصف میشود ومضلع پنجم آن دوصد وچهل وسه سي ودویم که هفت صحیح ونوزده سي ودویم است عدد مساوات بار گردید وهرگاه یک نصف را در عدد شتر ضرب نموده در عدد مضاف الیه که واحد است ضرب نمودم دو صحیح ویک نصف شد

آنرا در مضلعات سه نصف تا منزل چهارم ضرب ساختم و ما لکعب واحد که هم واحد است بر هر یک افزودم بدینصورت شد

۱	۳	۴	۶	۹	۱۳
۲	۴	۳	۸	۱۶	۲۱
					۳۲

مقدار حمل اول است فافهم *

مثال دیگر کدام دو عدد اند که چون از مجموع مجذور آن هر دو واحد ساقط کنند باقی مجذور عددی بود و صاحب دستور الحساب از لیلاوتی برای این چند طریق بیان نموده اول اینکه عددی فرض کنند و مجذور آنرا در هشت ضرب نموده یکی از ان نقصان سازند اگر نقصان تواند شد والا تفاضل واحد بر آن عدد بگیرند و نصف باقی خواه تفاضل را بر همان عدد قسمت سازند خارج قسمت عدد اول از عددین مطلوبین باشد و باز مجذور خارج را تنصیف نموده واحد بر و بیفزایند مجموع عدد دویم مطلوب بود مثلا اول $\frac{1}{2}$ فرض کردم و مربع آن ربع است آنرا در هشت ضرب نمودم دو صحیح شد واحد از ان ساقط نمودم واحد باقیماند نصف آنرا بر نصف قسمت نمودم واحد خارج شد و این عدد اول است و باز چون مربع واحد هم واحد است لهذا بر نصف آن واحد افزودم یک و نیم شد و این عدد ثانی است و امتحانش صحیح میشود باید دانست که این قاعده محض غلط است معلوم نیست که چه طور این قاعده در لیلاوتی مرقوم گردیده چرا که سوای در عدد نصف که در مثال مذکور شد در دیگر اعداد جاری نیست مثلا اگر اول عدد چهار فرض کنم و مربع آن که شانزده است در هشت ضرب نمایم یکصد و بست و هشت میشود و واحد از ان کم کرده نصف باقی را که شصت و سه صحیح و یک نصف است بر چهار قسمت کنم خارج پانزده صحیح و هفت ثمن باشد و آن عدد اول است و هرگاه مربع آنرا که دو صد و سی و هشت صحیح و پنجاه و هفت شصت و چهارم میشود تنصیف نموده واحد بیفزایم یک صد و بست صحیح و بست و هشت و نیم شصت و چهارم میشود و این عدد دویم و حالانکه امتحانش غلط میشود *

قاعدهٔ دویم عددی فرض کنند و مجذور المجذور آنرا در هشت ضرب نموده واحد بیفزایند که عدد اول باشد و مکعب عدد اول را در هشت ضرب سازند عدد دویم شود مثلا اول دو فرض کردم و مجذور المجذور آنرا که شانزده است در هشت ضرب کرده واحد افزودم یک صد و بست و نه عدد اول شد و باز مکعب دو را که هشت است در هشت ضرب نمودم شصت و چهار عدد دویم گردید و این قاعده صحیح است و در امتحان درست می آید *

قاعدهٔ دیگر از انجا که در میان مربعین متوالیین تفاضل فرد واقع میشود بحیثیتیکه از ان واحد کم کرده

تنصیف نمایند جذر مربع اول حاصل میشود پس هر مربعی که زوج باشد جذر آنرا عدد اول فرض کنند واز مربع آن عدد دو ساقط کرده تنصیف سازند که عدد دویم باشد واین قاعده را نحیف استنباط کرده *

قاعدهٔ دیگر اگر عددی را فرض کرده تضعیف کنند و واحد را بر آن عدد قسمت سازند وخارج را با عدد مفروض جمع کرده عدد اول به اندازند وواحد را عدد دویم فرض کنند هم مطلوب حاصل شود *

باب هشتم در استخراج مجهولات بقاعدهٔ خطائین

باید دانست که مآل خطائین در حقیقت اربعهٔ متناسبه است وبهمین سبب سؤالاتیکه از اربعهٔ متناسبه بر نمی آیند از خطائین نیز بر نمی توانند آمد وبسبب غرابت ظاهري عقلاء این فن قاعدهٔ هذا را علی حده مقرر کرده اند وکسانیکه برهان وحقیقت این قاعده را نمیدانند تعجب می کنند بلکه بعضی از معجزات یکی از انبیاء نقل میسازند چنانکه صاحب دستور الحساب میگوید که این معجزهٔ یکی از انبیاء علیهم السلام است وطریقش یکی اینست که اول عددی فرض نمایند هرچه خواهند ودران بحسب سؤال سائل تصرف کنند از زیادت ونقصان وضرب وقسمت وغیر آن چنانکه در اربعهٔ متناسبه مأخذ فرض کرده تصرف می کنند پس اگر اخیر تصرف مطابق سؤال سائل باشد فهو المطلوب والا تفاضل بینهما بگیرند وخطاء اول نام نهند وباز عدد دویم فرض سازند هرچه خواهند ودر آن هم بحسب سؤال تصرف کنند اگر مطابق سوال افتد فهو المطلوب والا تفاضل بینهما بگیرند وخطاء ثاني نام گذارند وخطاء ثاني را در مفروض اول و خطاء اول را در مفروض ثاني ضرب نموده هردو حاصل ضرب را محفوظین خوانند پس اگر هردو خطاء زائدین یا ناقصین باشند فضل بین المحفوظین را بر فضل بین الخطائین قسمت کنند واگر هردو خطاء مختلفین باشند مجموع محفوظین را بر مجموع خطائین قسمت نمایند که خارج مطلوب است *

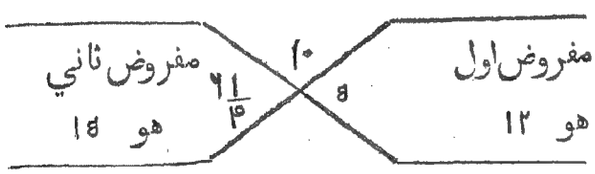
طریق دویم فضل بین المفروضین را در صورتیکه خطائین زائدین یا ناقصین باشند در اقل الخطائین ضرب ساخته وحاصل را بر فضل بین الخطائین قسمت نموده خارج را از اقل المفروضین نقصان نمایند اگر خطائین زائدین باشند وبر اکثر المفروضین بیفزایند اگر خطائین ناقصین بوند ودر صورتیکه خطائین مختلفین باشند فضل بین المفروضین را در احد الخطائین ضرب کرده وحاصل را بر مجموع خطائین قسمت نموده خارج را بر مفروض خطاء مضروب بیفزایند اگر

خطاء ناقص باشد واز مفروض بکاهند اگر خطاء زائد باشد که مطلوب حاصل گردد * طریق سیوم فضل بین المفروضین را درصورتیکه خطائین زائدین یا ناقصین باشند در مجموع خطائین ضرب نموده بر فضل بین الخطائین قسمت سازند واگر مختلفین باشند در فضل بین الخطائین ضرب ساخته بر مجموع خطائین قسمت کنند وخارج را بر فضل بین المفروضین افزوده نصف مجموع را از اکثر المفروضین ساقط کنند اگر خطاء زائد اعظم باشد وبر اقل المفروضین بیفزایند اگر خطاء ناقص اعظم بود خواه فضل بین الخارج وبین المفروضین را تنصیف ساخته از مفروضیکه خطاء او اقل وزائد باشد نقصان سازند خواه بر مفروضیکه خطاء او اقل وناقص بود بیفزایند که مطلوب حاصل شود * طریق چهارم فضل بین المفروضین را در ما اعطاه السائل ضرب ساخته بر فضل بین الخطائین قسمت نمایند اگر خطائین زائدین یا ناقصین باشند وبر مجموع خطائین قسمت کنند اگر مختلفین بوند که مطلوب بر آید و باید دانست که در سؤ الیکه زیادت وکمي عددی نخواهد بود این قاعده درست خواهد افتاد واگر کمي وزیادت عددی خواهد بود ازین قاعده استخراج نخواهد شد چراکه در آنجا نسبت هندسي نمی ماند وبرهان قاعده اینست که منشاء خطاء یا زیادت مفروض علی المطلوب است یا نقصان مفروض از مطلوب پس درصورتیکه خطاء زائد است مفروض هم زائد خواهد بود واگر خطاء ناقص است مفروض هم ناقص خواهد بود وهرگاه در مفروضین تصرف مناسب سؤال بعمل آمده پس نسبت زیادت مفروض اول علی المطلوب یا نقصان آن از مطلوب بطرف زیادت یا نقصان مفروض ثاني مثل نسبت خطاء اول بطرف خطاء ثاني خواهد بود پس اگر خطائین زائدین اند نسبت زیادت مفروض اول که بر مطلوب است بطرف زیادت مفروض ثاني بر مطلوب مثل نسبت خطاء اول بطرف خطاء ثاني است وهرگاه بموجب مسئلهٔ سادسهٔ مطلب سیوم باب سیوم فضل النسبة گرفته شود نسبت فضل ما بین هردو زیادت مفروضین که فی الحقیقة فضل المفروضین است بطرف زیادت اقل المفروضین مثل نسبت فضل بین الخطائین بطرف اقل الخطائین خواهد بود ودرین اربعهٔ متناسبه ثاني مجهول است وهمچنین اگر خطائین ناقصین باشند نسبت نقصان مفروض اول از مطلوب بطرف نقصان مفروض ثاني من المطلوب مثل نسبت خطاء اول بطرف خطاء ثاني خواهد بود واز روي فضل النسبة نسبت فضل ما بین هردو نقصان مفروضین که فی الحقیقة فضل المفروضین است

بطرف نقصان اکثر المفروضین مثل نسبت فضل الخطائین بطرف اقل الخطائین خواهد بود
ودرین اربعهٔ متناسبه هم ثاني مجهول است واگر خطائین مختلفین اند نسبت زیادت مفروض
زائد بطرف نقصان مفروض ناقص مثل نسبت خطاء زائد بطرف خطاء ناقص است وهرگاه بموجب
مسئلهٔ خامسه مطلب مذکور ترکیب النسبة کرده شود نسبت مجموع زیادت ونقصان مفروضین
که فی الحقیقة فضل المفروضین است بطرف زیادت یا نقصان مثل نسبت مجموع الخطائین
بطرف احد الخطائین زائد یا ناقص خواهد بود اعني نسبت فضل المفروضین بطرف زیادت مثل نسبت
مجموع الخطائین بطرف خطاء زائد ونسبت فضل المفروضین بطرف نقصان مثل نسبت مجموع
الخطائین بطرف خطاء ناقص است چون این هرسه اربعهٔ متناسبه زائدین وناقصین ومختلفین
معلوم شد ومسطح الطرفین مساوي مسطح الوسطین است استنباط قاعدهٔ دویم گردید پس حالا میگوییم
که درصورت اولی اعني درخطائین زائدین احد المحفوظین که مسطح اکثر الخطائین في اقل
المفروضین است عبارت است از مجموع مسطح اقل الخطائین فی المطلوب والزیادة ومسطح
فضل الخطائین فی المطلوب والزیادة ومحفوظ آخر که مسطح اقل الخطائین في اکثر المفروضین
است عبارت است از مجموع مسطح اقل الخطائین فی المطلوب وفی الزیادة المذکورة وفي فضل
المفروضین وهرگاه دانسته شد که مسطح اقل الخطائین في فضل المفروضین مساوي مسطح فضل
الخطائین في زیادت مذکوره است درینصورت بعد اسقاط متداخلین باقي مسطح فضل الخطائین
فی المطلوب ماند وآن فضل المحفوظین است پس آنرا برفضل الخطائین قسمت کنم که خارج
مطلوب شود وهمچنین درخطائین ناقصین مسطح احد المحفوظین که مسطح اکثر الخطائین في
اکثر المفروضین است عبارت است از مسطح اقل الخطائین فی المطلوب الا النقصان ومسطح
فضل الخطائین فی المطلوب الا النقصان ومحفوظ آخر عبارت است از مجموع مسطح اقل الخطائین
فی المطلوب الا النقصان المذکور وفضل المفروضین وچون دانسته شد که مسطح اقل الخطائین
في فضل المفروضین مساوي مسطح فضل الخطائین فی النقصان المذکور است درینصورت بعد
اسقاط متداخلین باقي مسطح فضل الخطائین فی المطلوب ماند وآن فضل المحفوظین است
درینصورت هم هرگاه فضل المحفوظین رابرفضل الخطائین قسمت سازند مطلوب برآید ودرخطائین
مختلفین چون احد المحفوظین که مسطح خطاء ناقص في مفروض زائد است عبارت است از مسطح

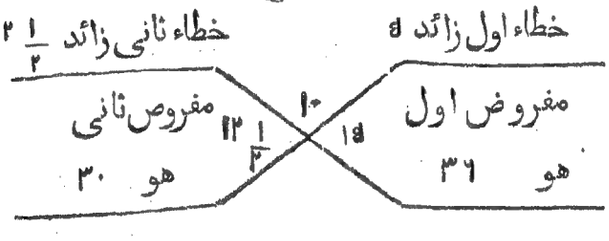
مفروض ناقص في خطاء ناقص وفضل المفروضين في خطاء ناقص و محفوظ آخر مسطح مفروض ناقص في خطاء زائد است ودر صدر ثابت شده که مسطح فضل المفروضين في خطاء ناقص مساوي مسطح قدر نقصان في مجموع الخطائين است درينصورت مجموع محفوظين عبارت است از مجموع مسطح مفروض ناقص في مجموع الخطائين ومسطح قدر نقصان في مجموع الخطائين وآن مسطح مطلوب في مجموع الخطائين است درينصورت مجموع محفوظين را بر مجموع خطائين قسمت سازند که مطلوب برآيد وبرهان قواعد مذکوره همه ازين بيان باندک تأمل ظاهر ميشود *

فائده بايد دانست که بعضي اين عمل را عمل کفّه نام نهاده اند واول صورتي مثل دو کفهٔ ميزان کشند بدينصورت  وما اعطاه السائل را فوق تقاطع خطين نويسند ومفروضين را در هر دو کفه نگاشته حاصل آخر تصرف را نيز در همان کفه مي نگارند وخطاء زائد را فوق کفه وخطاء ناقص را تحت کفه مينويسند واين طور مستحسن است



مثالش اگر گويند کدام عدد است که اگر ثلث وربع آن ساقط کنند باقي ده ماند پس بعد نوشتن صورت کفه اول دوازده فرض کردم وچون ثلث آن چهار وربع آن سه ومجموع هفت است آنرا از دوازده ساقط کردم باقي پنج ماند آنرا در همان کفه نهادم وچون از عطاء سائل کم بود مقدار فضل بينهما را که پنج است تحت کفهٔ مذکور نوشتم که خطاء اول ناقص است باز پانزده را فرض کردم ومجموع ثلث وربع آن که هشت صحيح وسه ربع است ساقط کردم باقي شش صحيح ويکربع ماند آن را هم در همان کفه نگاشتم چون آنهم از عطاء سائل کم بود فضل گرفته سه صحيح وسه ربع را تحت کفه نوشتم که خطاء ثاني ناقص است پس بطريق اول خطاء اول را در مفروض ثاني ضرب کردم هفتاد وپنج محفوظ اول شد وخطاء ثاني را در مفروض اول ضرب ساختم چهل وپنج محفوظ ثاني گرديد وچون خطائين ناقصين اند لهذا فضل بين المحفوظين را که سي است بر فضل بين الخطائين که يک صحيح ويک ربع است قسمت نمودم بست وچهار صحيح خارج شد وآن مطلوب است وبطريق دويم فضل بين المفروضين را که سه است در اقل الخطائين که سه صحيح وسه ربع است ضرب نمودم وحاصل را که يازده صحيح ويک ربع بود بر فضل بين الخطائين که يک صحيح ويک ربع است قسمت نمودم خارج نه گرديد آن را بر اکثر المفروضين که پانزده بود افزودم بست وچهار شد

وهوالمطلوب وبطریق سیوم فضل بین المفروضین راکه سه است درمجموع خطائین که هشت صحیح وسه ربع است ضرب کردم بست وشش صحیح ویک ربع گردید آنرا برفضل بین الخطائین که یک صحیح ویک ربع بود قسمت نمودم خارج بست ویک شد وآنرا برفضل بین المفروضین افزودم بست وچهار گردید وهرگاه نصف آن را براقل المفروضین افزودم همان بست وچهار که مطلوب بود برآمد ونیز اگر فضل بین الخارج وفضل بین المفروضین راکه هجده است تنصیف نموده نه را برپانزده که خطاء اواقل بود افزودم هم بست وچهار گردید وبطریق چهارم ده راکه عطاء سائل است درفضل بین المفروضین که سه است ضرب نموده حاصل راکه سي بود برفضل بین الخطائین قسمت کردم هم بست وچهار برآمد واگر درمثال مذکور مفروض اول سي وشش باشد پس پنج خطاء اول زائد خواهد بود وبعد ازان مفروض ثاني سي فرض نمایم پس خطاء ثاني زائد $\frac{۲}{۲}$ دو صحیح ویک نصف باشد بدینصورت



پس بطریق اول محفوظ اول بود ومحفوظ ثاني ۱۵۰ وفضل بین المحفوظین شصت است وهرگاه آن را برفضل بین الخطائین که دو صحیح ویک نصف است قسمت نمودم خارج بست وچهار گردید وبطریق دویم فضل بین المفروضین راکه شش است دراقل الخطائین ضرب نمودم پانزده شد آن را برفضل بین الخطائین قسمت نمودم خارج شش گردید آن را از اقل المفروضین ساقط نمودم باقي بست وچهار ماند که مطلوب است وبطریق سیوم فضل بین المفروضین را درمجموع خطائین ضرب نمودم چهل وپنج شد آن را برفضل بین الخطائین قسمت نمودم خارج هجده گردید آن را برفضل بین المفروضین افزوده تنصیف ساختم دوازده شد آنرا از اکثر المفروضین ساقط نمودم بست وچهار ماند وهوالمطلوب ونیز اگر فضل بین الخارج وفضل بین المفروضین راکه دوازده است تنصیف نموده شش را ازسي که خطاء اواقل است ساقط نمودم نیز باقي بست وچهار ماند وبطریق چهارم ده راکه عطاء سائل است درشش که فضل المفروضین است ضرب نموده حاصل را برفضل بین الخطائین قسمت کردم نیز مطلوب برآمد واگر مفروض اول راسي وشش ومفروض ثاني راپانزده مقرر کنم پس خطاء اول پنج زائد

وخطاء ثاني سه صحيح وسه ربع ناقص خواهد بود بدينصورت

۱۵	$۶\frac{۱}{۴}$	۱۵	۳۶

۱۰ ۵ $۲\frac{۳}{۴}$

پس بطريق اول محفوظ اول يكصد وسي وپنج ومحفوظ ثاني هفتاد وپنج وچون مجموع محفوظين راكه دوصد وده است برمجموع خطائين كه هشت صحيح وسه ربع است قسمت نمودم خارج بست وچهار شد وبطريق دويم فضل بين المفروضين راكه بست ويك است اگر در پنج كه خطاء زائد است ضرب كرده ويكصد وپنج را برمجموع خطائين قسمت نمودم خارج دوازده شد آنرا ازسي وشش ساقط نمودم چراكه پنج خطاء زائد بود باقي بست وچهار ماند واگر در سه صحيح وسه ربع ضرب كرده هفتاد وهشت صحيح وسه ربع را برمجموع خطائين قسمت نمودم خارج نه شد آنرا برپانزده افزودم چراكه مضروب فيه خطاء ناقص بود مطلوب برآمد وبطريق سيوم فضل بين المفروضين راكه بست ويك است در فضل بين الخطائين كه يك صحيح ويك ربع بود ضرب كردم وحاصل راكه بست وشش صحيح ويك ربع شد برمجموع خطائين قسمت كردم وخارج راكه سه است برفضل بين المفروضين افزوده وتنصيف ساخته دوازده را ازسي وشش ساقط نمودم چراكه خطاء زائد اعظم بود مطلوب برآمد ونيز اگر فضل بين الخارج وفضل بين المفروضين را كه هجده است تنصيف نموده برپانزده افزودم چراكه خطاء ناقص اقل بود مطلوب برآمد وبطريق چهارم عطاء سائل راكه ده است در فضل بين المفروضين ضرب نمودم دوصد وده شد آنرا برمجموع خطائين قسمت ساختم خارج مطلوب برآمد فافهم * مثال ديگر ده را ميخواهم كه منقسم بقسمين سازم كه ربع يك قسم مساوي ثلث قسم ديگر باشد پس اول قسم اعظم را هشت فرض كردم پس قسم اصغر دو ماند چون ربع هشت دو است وثلث دو دو ثلث پس خطاء اول زائد يك صحيح ويك ثلث گرديد باز اعظم را شش واصغر را چهار فرض كردم وچون ربع شش يك صحيح ويك نصف است وثلث چهار يك صحيح ويك ثلث پس خطاء ثاني زائد يك سدس شد وهرگاه بموجب قواعد مذكوره هشت را مفروض اول وشش را مفروض ثاني قرار داده عمل نمودم پنج صحيح وپنج سبع مقدار قسم اعظم برآمد وچهار صحيح ودو سبع مقدار قسم اصغر گرديد واگر لحاظ مساوات ثلث وربع در قسمين ملحوظ داشته اول دو عدد سه وچهار كه مخرج ربع وثلث است

فرض کنم چون مجموع آن هر دو هفت میشود و عطاء سائل ده است پس سه خطاء ناقص گردید و باز هشت و شش را که برهمان نسبت اند فرض کردم و مجموع آنها چهارده شد پس چهار خطاء زائد گردید درینصورت اگر مفروض اول چهار و مفروض ثاني هشت باشد بقواعد مذکوره اعظم القسمین خارج شود و اگر مفروض اول سه و مفروض ثاني شش باشد اصغر القسمین خارج گردد فافهم *

باب نهم در جبر ومقابله

مقدمه

باید دانست که فن جبر ومقابله شریف ترین مطالب است چه غایة الاقصی از علم حساب استخراج مجهولات عددیه است وبرای استخراج مجهولات چهار قانون کلیهٔ معینه که اربعهٔ متناسبه وعمل بالخطائین وعمل بالعکس وجبر ومقابله باشد ارباب این فن بیان فرموده اند لیکن اربعهٔ متناسبه درسؤالیکه نسبت عددي یاجذري متحقق باشد جاري نمی شود کما مرّ وعلی هذا القیاس حال هر دو باقیست که برای حل جمیع سؤالات کافي نیست بخلاف جبر ومقابله وجمهور حکماء عالیمقدار متقدمین صرف معادلات شش گانه راکه ستهٔ جبریه نامیده اند درحیز تحریر آورده وبرای هریک برهان بیان فرموده اند وبعضی ازمتأخرین نیز معادلات را بهمین ستهٔ جبریه منحصر میدانند چنانکه صاحب خلاصة الحساب میفرماید (لمّا کانت الجبریاتُ التی انتهتْ الیها انکار الحکماء منحصرةٌ فی الستة) وشارح خلخالي وغیره میگویند که بعضي از حکماء متأخرین مثل امام عمر خیام وامام شرف الدین مسعود سوی ستهٔ جبریه معادلات چند بیان نموده اند وصاحب مفتاح نقلا از رسالهٔ بهائیه میگوید که امام شرف الدین مسعود سوی ستهٔ جبریه معادلات نوزده گفته وکیفیت استخراج مسائل متعلقهٔ آن بیان کرده ونیز صاحب مفتاح میگوید که من طریق استخراج معادلات هشتادونه که واقع است در پنج جنس متوالي که عدد وشيء ومال وکعب ومال مال باشد استنباط نموده ام وسوی ازین مسائل کثیره استنباط کرده ام وآنرا در کتاب جدا وارد خواهم نمود وصاحب عیون الحساب بعد نقل این کلام از صاحب مفتاح میفرماید که (اقولُ کانّه لم یُوَفّق تصنیف ذلک الکتابِ والّذي وَصَلَ منه الیها معادلةُ الشّيءِ للعددِ والکعبِ تقریبًا فی استخراجه جیب الدرجة الواحدة وانا استنبطتُ طریق استخراج المجهولاتِ من المعادلات الواقعة بین کل ثلثة اجناس متناسبة توالت ام تفارقت وسنُبیّنها لک ان شاء الله تعالی ثم المعادلات الواقعة بین اربعة اجناس خمسة وعشرون وبین خمسة اجناس خمسة وتسعون انتهی کلامه) باید دانست که آنچه امام شرف الدین مسعود تصنیف نموده است درین دیاران نامی ونشانی هویدا نیست مگر آنچه که صاحب عیون الحساب در تحریر وتقریر آورده است معادلاتی که در آن عدد یا جنس اعلی باشد از کیفیت استخراج آن هیچ تعرض نکرده وتا بمعادلات که در اجناس غیر متناهي واقع شود چه میرسد مگر محمد صلاح الدین بن دیانت خان جهاندار شاهي که یکی ازفضلاء متأخرین هند است

رسالهٔ در فن جبر و مقابله نوشته است و معادلات غیر متناهي در ضبط تحریر آورده لیکن امثله اکثر معادلات را فرو گذاشته و نیز معادلاتی که در آن عدد مع جنس اعلی باشد طریق استخراج آن را هیچ بیان نه نموده است مگر حکماء فرنگ که فن جبر و مقابله را خوب میدانند قواعد استخراج معادلات غیر متناهي را تا هر جا که فرض کنند در کتب خود ها ثبت کرده اند بلکه ضابطهٔ کلیه نوشته اند لیکن چون اهل این دیار از زبان و اصطلاحات شان آشنا نیستند لهذا میخواهم که کیفیت استخراج مجهولات در معادلات لاتعد و لا تحصی تا هر مرتبه از مراتب اجناس که خواهند بواضح ترین طریقی که کسی را احتیاج شرح و بسط نشود بیان نمایم که بر صفحهٔ روزگار یادگار بماند و نیز طریق حکماء فرنگ را در گفتار علی حده ثبت کنم و بالله التوفیق *

گفتار اول در جبر و مقابله بطریق اهل فارس و اهل هند که درین دیار رواج دارد و در کتب مرقوم است و در آن مقدمه و چند مطلب است

مقدمه

باید دانست که تعریف جبر و مقابله صاحب مفتاح و صاحب غایة جهد الحساب بدینگونه نموده که جبر و مقابله علمی است بقوانین که دانسته میشود بآن بسیاري از مجهولات عددي بسبب معلومات مخصوصهٔ آن علم بروجه مخصوص و ازین تعریف معلوم میشود که بعض مجهولات از جبر و مقابله استخراج نمیتواند شد و حالانکه بدانست فقیر استخراج جمیع مجهولات عددي از جبر و مقابله میشود و در حقیقت تعریف جبر و مقابله اینست که علمی است بقوانین مخصوصه که معلوم میشود بآن قوانین طریق استخراج مجهولات عددي که ممکن الاخراج اند بسبب معلومات مخصوصهٔ این علم بروجه مخصوص و مراد از قوانین مخصوصه قوانین جمع و تفریق و ضرب و قسمت و جذر و مجذور و غیر آن است که سوی قوانین جمع و تفریق و غیره علم حساب است و بیان آن بیاید ان شاء الله تعالی و مراد از معلومات مخصوصهٔ این علم اصطلاحات این علم است که مجهول را شيء و درهم و دینار و حصه و نصیب و قدر تفاضل و غیره بحسب مناسب مقام فرض میکنند و مثبت را مستثنی منه و زائد و منفي را مستثنی و ناقص تعبیر میکنند و اهل هند مجهولات را بلونی نام می نهند مثل سیامک[1] و نیلک[2] و زردک و غیر آن و مثبت را دهن[3] و منفي را رن[4] تعبیر میکنند و همچنین صاحبان عالیشان انگلس مجهولات را بحروف تعبیر میکنند مثل ا ب ح چنانکه در فن هندسه است و برای مثبت

१ श्यामक
२ नीलक
३ धन
४ ऋण

ومنفي نشانی خاص معین کرده اند چنانکه بیان آنهم بیایدان شاء الله تعالی ومراد از وجه مخصوص طریق تصرف در سؤال سائل است بلحاظ اصول هندسي و نسبت عددي ولهذا این علم را ازفروعات ریاضي شمرده اند وداخل علم حساب نکرده اند لاکن چون بعد از اتمام عمل جبریه حاجت باعمال حسابي میشود برای استخراج مجهولات عددي بنا برآن از متعلقات علم حساب میشمارند چنانکه مساحت را هم از متعلقات علم حساب شمرده اند ونیز باید دانست که هرگاه در سؤال سائل بحسب مناسب ومعمول این فن تصرف می کنند تعادل از اخیر ما اعطاه السائل واقع میشود پس دوطرف میشوند یکی حاصل التصرف فی السؤال ویکی ما اعطاه السائل واین هردوطرف را معادلین گویند وچون اکثر است که درین طرفین معادلین گاهی زیادت وگاهی نقصان واقع میشود پس ناقص را زائد کردن وبهمان قدر بطرف دیگر افزودن ضرورت میشود واین عمل را جبر میگویند بالفتح وجبر در لغت بمعنی بستن شکسته است وهمچنین هرگاه جنسین متفقین درهردوطرف واقع میشوند متداخلین را ازهردوطرف ساقط می کنند واین عمل را مقابله نامند وآن در لغت برابر کردن است مثلا سه مال الا چهار شيء معادل پانزده عدد اند پس بعد جبر سه مال معادل پانزده عدد وچهار شيء خواهد شد واگر گویند که سه مال وچهار شيء معادل سي وسه عدد ویک شيء اند پس بعد عمل مقابله سه مال وسه شيء معادل سي وسه عدد خواهد بود ومیر محمد باقر داماد در عیون الحساب بنظم آورده

رباعي * اسقاط مشترک بنما از معادلین * کانرا علَم بود برجبري مقابله *

* مستثنیات بفگن وافزای مثل آن * بردیگری که جبر بود این معامله *

بدانکه اهل این فن اکثر مجهول را شيء تعبیر می کنند اعم ازینکه جذر باشد یا نه وگاهی بدرهم ودینار ونصیب وحصه وقدر تفاضل وغیر آن بحسب مناسب مقام نام می نهند اگر مجهول متعدد باشد ومضروب في نفسه را مال گویند ومضروب في نفسه درهم ودینار وغیره را مال درهم ومال دینار ومال نصیب ومال حصه وعلی هذا القیاس تعبیر می کنند وهمچنین مضروب مال فی الشيء را کعب ومضروب مال درهم في درهم را کعب درهم هکذا علی قیاس ما ذکر فی المطلب الثامن من الباب الاول واین جمیع حاصلات را مراتب مجهولات واجناس مجهولات خوانند چرا که ضلع اول آنها مجهول است وهمچنین اهل هند مجهول را اگر یکی باشد جاوت خواه تاوت نام می نهند واگر متعدد باشند دیگران را بلونی تعبیر میکنند مثل سیامک ونیلک وزردک وغیر آن وحواصل ضرب فی نفسه آنها را

همچنین بمال وکعب وغیره تعبیر می کنند چنانکه صاحب بیج گنت بیان فرموده والله اعلم بحقیقة الحال ونیز باید دانست که اهل این فن اگر جنسی را از جنسی دیگر ساقط کنند منقوص منه را که مثبت است مستثنی منه وزائد ووجودي ومنقوص راکه منفي است مستثنی وناقص وعدمي گویند بلکه مطلق اجناس واعداد راکه صلاحیت منقوص منه بودن دارند زائد ومستثنی منه میخوانند وبرای آن نشان بدینصورت نویسند مثلاً مال ۵ وشيء ۵ و۱۴ ۵ اعني یک مال و یک شيء وچهارده عدد وبرای مطلق ناقص این نشان کنند قص مثلاً مال قص وشيء قص و۱۴ قص اعني الّا یک مال والّا یک شيء والّا چهارده عدد واهل هند مستثنی منه ومثبت را دهن ومستثنی ومنفي را رن گویند مثلاً مال دهن وشيء دهن و۱۴ دهن وهمچنین در مستثنی مال رن وشيء رن و۱۴ رن ونیز بسبب این نشانات زائد وناقص حاجت واو عطف والّا در اجناس نمیشود مثلاً پنج مال وچهار شيء والا ۱۳ عدد را اهل این فن بدینصورت نویسند ۵ مال ۵ ۴ شيء ۵ ۱۳ قص واهل هند ۵ مال دهن ۴ شيء دهن ۱۳ رن نگارند وهمچنین اگر زائد بعد ناقص واقع شود یا قبل ناقص افتد هیچ قباحتی ندارد ازنشان معلوم میشود که مثبت است یا منفي اعني مستثنی منه است یا مستثنی ونیز دو جمله که باهم معادل ومساوي شوند درمیان هردو جمله لفظ مساوي یا معادل مي نگارند مثلاً ۲ کعب ۵ و ۴ شيء ۵ معادل ومساوي ۳۲ عدد است این را بدینصورت نگارند ۲ کعب ۵ ۴ شيء ۵ مساوي ۳۲ ونیز باید دانست که هرگاه جنسی را در جنسی ضرب سازند چون حقیقت ضرب اضعاف احد المضروبین بعدة آحاد مضروب آخر است اعني اگر چهار عدد را در یک شيء ضرب نمایند حاصل چهار شيء است لهذا مضروب را بر مضروب فیه مقدم کرده می نویسند بدینصورت ۴ شيء واگر شيء را در درهم ضرب سازند بدینصورت نویسند شيء درهم وگاهی لفظ في درمیان مضروبین می نگارند بدینصورت شيء في درهم وبعضی بمسطح تعبیر می کنند اعني مسطح شيء درهم وهمچنین اگر مجموع جنسین را در جنسی دیگر یا جنسین ضرب کنند بالای هریک از مضروب ومضروب فیه مدی کشند که دلالت بر مجموع کند مثلاً اگر مجموع شيء ودرهم را در دینار ضرب سازند بدینصورت نگارند شي ۵ درهم ۵ في دینار ۵ واگر جنسی را در جنسي ضرب ساخته باز در جنسي دیگر ضرب کنند بدینصورت نگارند شي ۵ في درهم ۵ في دینار ۵ ونیز اگر جنسي را بر جنسي قسمت سازند بطور کسور مقسوم را صورت ومقسوم علیه را مخرج قرار داده می نویسند چرا که حقیقت

کسرهمین است که صورت کسر مقسوم است برمخرج مثلاً شيء را بردینار قسمت کنند بدینصورت نویسند شي/دینار وبعضی لفظ مقسوم برمقسوم ولفظ علی برمقسوم علیه نگارند بدینصورت مقسوم علی شي/دینار

ونیز اگر جذر جنسي منظور باشد لفظ جذر نویسند وبرای ضلع اول هرمنزل لفظ ضلع را با نام منزل می نگارند مثل ضلع کعب وضلع مالمال وضلع مالکعب وغیر آن مثلاً اگر بخواهند جذر مجموع شيء ودینار نویسند بدینصورت جذر شيء بد دینار بد ونیز هرگاه ازجنسی مراد جنسی دیگر باشد لفظ اعني درمیان نگارند مثلاً اگر گویند مراد از مربع شيء ودرهم مجموع مربع شيء ومربع درهم ومسطح دوشيء في درهم است آنرا بدینصورت نویسند مربع شيء بد درهم بد اعني مربع شيء بد مربع درهم بد ۲ شيء بد في درهم بد واگر جنسی را زیاده کردن برجنسي دیگر ونقصان کردن هردو منظور باشد هردو نشان زائد وناقص بالای یکدیگر می نگارند چنانکه اگر گویند که شيء را زیاده کنند یا ناقص سازند بهردو طور مطلوب حاصل می شود بدینصورت نگارند بد قص شيء اعني خواه زائد خواه ناقص هردو مطلوب میتواند شد واجزاء شيء ومال وکعب را بلفظ جزء تعبیر می کنند مثلاً واحد را اگر برشيء قسمت سازند خارج را جزء شيء گویند واگر برمال قسمت کنند خارج را جزء مال نامند وعلی هذا القیاس اعني واحد مقسوم علی شيء وواحد مقسوم علی مال وهرگاه مجموع دوجمله یا زیاده مطلوب بود لفظ مجموع درآخر نگارند بطوریکه دائرهٔ عین آن هردو جمله را احاطه کند مثلاً مجموع چهار شيء ویک مال ودو دینار ویک مال دینار مطلوب باشد بشرطیکه آن هردو جمله جدا جدا واقع شده باشند بدینصورت نگارند

مجموع
۴ شي بد ۱ مال بد
۲ دینار بد ۱ دینار بد

نیز باید دانست که هرگاه از مستثنی اعني ناقص جنسي دیگر را مستثنی وناقص نمایند آن را مثبت وزائد می نویسند چرا که في الحقیقة نفي النفي اثبات است وهمچنین اگر با زجنسی را ازان مستثنی وناقص سازند آنرا منفي وناقص نگارند وهکذا بعد ازان بلحاظ شمار مستثنی اول اگر مستثنی درمرتبهٔ فرد است منفي است واگر درمرتبهٔ زوج است مثبت خواهد بود مثلاً یک مال الّا چهار شيء الّا چهار عدد است آن را بدینصورت نویسند مال بد ۴ شيء قص ۴ بد واگر دو کعب الّا سه مال الّا چهار شيء الّا چهار عدد باشند بدینصورت نگارند ۲ کعب بد ۳ مال قص ۴ شيء بد ۴ قص وهکذا ونیز باید دانست که گاهی جذر جنسی را تضعیف یا تنصیف وخواه

با جذر جنسی دیگر جمع نمایند یا تفریق یا ضرب و قسمت وغیره اعمال کنند این قسم اعمال را اصم الجذر گویند و اهل هند عمل کرني خوانند زیراکه جذر آن جنس اصم است اعني برآورده نشده است مثلاً خواهندکه جذر کعب را با جذر مالکعب جمع نمایند خواه جذر شيء را با جذر دینار جمع کنند خواه جذر چهار را با جذر پنج جمع سازند وعلی هذا ونیز باید دانست که گاهی در معادله یک طرف صفر می افتد پس جمیع اعمال تضعیف و تنصیف وتفریق وجمع وغیره متعلق صفر هم میشوند وما طریق جمیع اعمال را در مطالب جداگانه بیان نمائیم ان شاء الله تعالی *

مطلب اول در تضعیف وتنصیف ودر آن چند بیان است

بیان اول در تضعیف وتنصیف صفر بدانکه تضعیف وتنصیف صفر هم صفر میشود چراکه صفر مرتبهٔ خالي است *

بیان دویم در تضعیف وتنصیف اجناس زائده وناقصه باید دانست که درین اعمال لحاظ اعداد هر جنس واجب است که در تضعیف عدد آن جنس را تضعیف می نمایند ودر تنصیف عدد جنس را تنصیف میسازند اجناس متعدده باشند یا جنس مفرد وزائده باشند خواه ناقصه که حاصل هم همان زائده خواه ناقصه خواهد بود بی تفاوت وتضعیف وتنصیف کسور اجناس هم مثل تضعیف وتنصیف کسور عددي است بلا تفاوت مثلاً یک مال وچهار شيء الا چهار عدد را تضعیف سازند حاصل دو مال وهشت شيء الا هشت عدد خواهد بود واگر یک مال وچهار شيء الا چهار عدد را تنصیف نمایند نصف مال ودو شيء الا دو عدد میشود وگاهی تنصیف را بطور قسمت مقسوم و مقسوم علیه مینویسند اعني تنصیف عبارت از قسمت عدد برد واست پس بدینصورت $\frac{\text{۱ مال بد شي بد ۴ قص}}{\text{۲}}$ (مقسوم)

واگر ثلث مال ودو ثلث شيء الا سه ربع عدد را تضعیف سازند

بدینصورت نویسند $\frac{\text{۲ مال بد ۱ شيء بد ۱ ۱ قص}}{\text{۳}}$ وهکذا در تنصیف کسور *

بیان سیوم در تضعیف وتنصیف اصم الجذر باید که در تضعیف عدد اصم الجذر را در چهار ضرب سازند ودر تنصیف بر چهار قسمت نمایند مثلاً اگر بخواهند که جذر یک کعب را تضعیف سازند عدد کعب را در چهار ضرب ساختم حاصل چهار کعب شد پس تضعیف جذر یک کعب جذر چهار کعب است وهکذا اگر بخواهند جذر نه را تضعیف نمایند پس نه را در چهار ضرب نمودم حاصل سي وشش شد وجذر آن

تضعیف جذر نه است وهمچنین در تنصیف قسمت می کنند وبیان آن ظاهر است وهمچنین جذر الجذر اعداد را در شانزده ضرب سازند ودر تنصیف بر شانزده قسمت کنند ودر تضعیف کعاب اعداد جنس را در هشت ضرب کنند ودر تنصیف قسمت نمایند *

مطلب دویم در جمع ودر آن نیز چند بیان است

بیان اول در جمع صفر باید دانست که اگر صفر را با صفر جمع سازند حاصل همان صفر میشود واگر صفر را با جنسی خواه عددی که زائد باشد یا ناقص جمع نمایند حاصل همان جنس یا عدد باشد بعینه *

بیان دویم در جمع اجناس زائده و ناقصه وآن بر چهار نوع بود * * نوع اول آنکه مزید ومزید علیه هر دو متفق فی الجنسیة وزیادت ونقصان باشند اعني هر دو از یک جنس باشند و هم هر دو زائد باشند یا هر دو ناقص درینصورت اعداد جنس را جمع سازند مثلا چهار کعب زائد را با پنج کعب زائد جمع کنم چون مزید ومزید علیه هر دو از یک جنس وزائدین اند جمع اعداد نمودم حاصل نه کعب زائد شد وهمچنین اگر ناقص فرض کنم حاصل نه کعب ناقص خواهد بود * * نوع دویم آنکه هر دو مختلف الجنسیة ومتفق فی الزیادة والنقصان باشند پس هر دو را بصورت آنها جمع نمایند ودر عبارت بواو عطف جمع سازند مثلا پنج کعب زائد را با چهار شيء زائد جمع سازند پنج کعب زائد و چهار شي زائد شد وآنرا بدینصورت نویسند ۵ کعب بد ۴ شي بد * * نوع سیوم آنکه هر دو مختلف فی الجنسیة ومختلف فی الزیادة والنقصان باشند آنها را نیز مثل نوع دویم جمع کنند مثلا پنج کعب زائد را با چهار شيء ناقص جمع سازند حاصل بدینصورت شد ۵ کعب بد ۴ شيء نقص * * نوع چهارم آنکه هر دو متفق الجنسیة ومختلف فی الزیادة والنقصان باشند پس باید که فضل اعداد هر دو بگیرند که جانب فاضل حاصل جمع است مثلا چهار کعب زائد را با پنج کعب ناقص جمع نمایم چون واحد فضل جانب ناقص است پس یک کعب ناقص حاصل جمع شد واگر پنج کعب زائد را با چهار کعب ناقص جمع سازم چون واحد فضل جانب زائد است پس یک کعب زائد حاصل جمع گردید هرگاه این اقسام معلوم شد میگویم که اگر مزید ومزید علیه متعدد الاجناس خواه جملهٔ متعدده باشند باید که هریکی را متحاذی الاجناس نگارند ومحاذي هر جنس در جملهٔ که عدد نباشد صفر نهند وجمع سازند چنانکه مذکور شد وحاصل جمع را تحت خط عرضي

نویسند مثلاً اگر خواهم که این دو جمله را جمع کنم نوشتم وجمع نمودم بدینصورت

مثال اول

جملهٔ اولی ∴ ۷ کعب کعب بد ۵ مال بد ۱۰۰ عدد بد ۷ شیء قص ۳ کعب قص

جملهٔ ثانیه ∴ ۵ کعب کعب بد ۲ مال قص * ۴ شیء بد ۲ کعب قص

حاصل جمع ∴ ۱۲ کعب کعب بد ۳ مال بد ۱۰۰ عدد بد ۳ شیء قص ۵ کعب قص

مثال دیگر

جملهٔ اولی ∴ ۱ کعب بد ۳ مال بد ۶ شیء بد ۱ جزء مال قص ۵ قص

جملهٔ ثانیه ∴ ۱ کعب قص ۵ مال بد ۱۰ شیء قص * ۱۰۰ بد

حاصل جمع ∴ * ۸ مال بد ۴ شیء قص ۱ جزء مال قص ۹۵ بد

مثال دیگر بطور اهل هند

جملهٔ اولی ∴ ۱ جاوت دهن ۱ سیامک دهن

جملهٔ ثانیه ∴ ۲ جاوت دهن ۸ سیامک رن

حاصل جمع ∴ ۳ جاوت دهن ۷ سیامک رن

بیان سیوم در جمع جذرین الجنسین باید دانست که اگر مزید و مزید علیه متفق الجنسیة باشند پس هردو را جمع کنند بلحاظ زائد و ناقص واصم الجذر اعظم نام نهند و باز مسطح هردو را بگیرند پس اگر آن مسطح مجذور منطق بود جذر آنرا تضعیف سازند واصم الجذر اصغر نام گذارند وهردو اعظم واصغر را جمع کنند بطریقیکه در جمع زائد و ناقص گفته شد و اگر مسطح مجذور منطق نبود جمع ممکن نباشد پس هردو را بصورتش نویسند واین قاعدهٔ عام است خواه جنسین منطقین باشند خواه اصمین مثلاً خواستم جذر چهار مال زائد را با جذر نه مال زائد جمع کنم هردو را جمع نمودم سیزده مال اصم الجذر اعظم شد و باز هردو را باهم ضرب ساختم سی وشش مال مال شد جذر آن را که شش مال است تضعیف نمودم دوازده مال گردید وآن اصم الجذر اصغر است پس هردو را باهم جمع کردم بست وپنج مال شد پس جذر آن حاصل جمع جذرین است واین مثال جذرین منطقین است مثال دیگر میخواهم که جذر هشت کعب زائد را با جذر هجده کعب زائد جمع نمایم اول هردو را جمع نمودم بست وشش کعب واصم الجذر اعظم شد باز هردو را باهم ضرب نمودم یکصد وچهل وچهار

فو

کعب کعب گردید و جذر آنرا که دوازده کعب است تضعیف نمودم اصم الجذر اصغر بست وچهار کعب شد وهردو را جمع نمودم پنجاه کعب برآمد پس جذر آن حاصل جمع جذرین مطلوب است مثال دیگر اگر جذر هشت کعب ناقص را با جذر هجده کعب زائد جمع نمایم چون بموجب عمل مذکور اصم الجذر اعظم بست وشش کعب واصم الجذر اصغر بست وچهار کعب است پس بموجب قاعدهٔ جمع زائد وناقص که در نوع چهارم مذکور کرده شد فضل اعظم علی الاصغر گرفتم دو کعب برآمد چون فضل جانب زائد بود پس جذر دو کعب زائد حاصل جمع گردید وهمچنین اگر جذر هشت کعب زائد را با جذر هجده کعب ناقص جمع نمایم چون فضل جانب ناقص است پس جذر دو کعب ناقص حاصل جمع خواهد بود مثال دیگر اگر خواهم که جذر هشت عدد زائد را با جذر دو عدد زائد جمع کنم اول هردو را جمع نمودم ده اصم الجذر اعظم شد باز هردو را ضرب نمودم شانزده گردید وجذر آن را که چهار است تضعیف ساختم هشت اصم الجذر اصغر گردید وهردو را جمع نمودم هجده شد وجذر آن حاصل جمع مطلوب است *

فائده اگر مسطح عددین جنسین را در چهار ضرب ساخته جذر بگیرند نیز اصم الجذر اصغر میشود فافهم *

فائدهٔ دیگر اگر جذرین جنسین منطقین باشند حاجت باین عمل نیست جذر هردو را گرفته جمع نمایند لاکن در بعض جا که ضرورت میشود برای جنسین منطقین نیز حاجت این عمل می افتد واگر یکی منطق ودیگری اصم خواه هردو اصم باشند پس این عمل واجب میشود طریق دویم عاد اعداد اجناس مضروبین حاصل سازند بشرطیکه بهم رسد اعداد اجناس مضروبین را برآن قسمت کنند اگر خارج قسمت هردو عدد منطق برآید جذر آن بگیرند وجمع نموده مجذور مجموع را در عدد عاد ضرب سازند که حاصل عدد حاصل الضرب است مثلا جذر هشت کعب زائد را با جذر هجده کعب ناقص جمع کنم چون عاد هردو عدد دو است لهذا اعداد مضروبین را برد وقسمت نمودم خارج یکی چهار زائد وخارج دیگر نه ناقص گردید وجذر هردو را جمع نمودم واحد ناقص برآمد آنرا در دو ضرب ساختم دو ناقص گردید پس جذر دو کعب ناقص حاصل جمع شد طریق سیوم باید که اکثر را بر اقل قسمت نمایند وملاحظه کنند اگر خارج قسمت عدد منطق باشد بر جذر آن واحد بیفزایند ومجذور آنرا در عدد اقل ضرب سازند اگر مزید ومزید علیه زائدین یا ناقصین باشند واگر مختلفین

بوند پس از جذر خارج واحد بکاهند و مجذور باقي را در عدد اقل ضرب سازند که حاصل ضرب جمع باشد واگر خارج قسمت عدد منطق نبود جمع ممکن نباشد هردو را بصورت جمع کنند مثلا اگر جذر هشت کعب زائد را با جذر هجده کعب زائد جمع سازند هجده کعب راکه اکثر بود بر هشت کعب قسمت نمودم خارج دو صحیح ویک ربع گردید و جذر آن یک صحیح و یک نصف است پس واحد برآن افزودم دو صحیح ویک نصف شد و مجذور آنرا که شش صحیح و یک ربع است در هشت کعب که اقل است ضرب ساختم حاصل پنجاه کعب زائد گردید و هو المطلوب و همچنین اگر جذر هشت کعب زائد را با جذر هجده کعب ناقص جمع کنم پس از جذر خارج قسمت که یک صحیح ویک نصف بود واحد کاستم باقي یک نصف ماند و مجذور آنرا که یک ربع است در هشت کعب ضرب نمودم دو کعب ناقص گردید چرا که فضل جانب ناقص است و هو المطلوب مثال دیگر اگر خواهم که جذر سه کعب زائد با جذر هفت کعب زائد جمع سازم چون بطریق اول دیدم که مسطح هر دو بست و یک کعب کعب است و آن منطق نیست و نیز بطریق دویم چون اکثر را بر اقل قسمت نمودم خارج قسمت دو صحیح ویک ثلث شد و آنهم منطق نیست پس دانستم که جمع جذرین این هر دو ممکن نیست پس آن هر دو را بصورت جمع نمودم اعنی جذر سه کعب زائد و جذر هفت کعب زائد و علی هذا القیاس و باید دانست که اگر اجذار جنسی را با اجذار جنسی جمع سازند باید که مربع عدد اجذار را در اعداد جنس ضرب کرده حاصل را عدد جنس قرار دهند و جمع سازند مثلا اگر خواهم که سه جذر چهار کعب را با دو جذر سه کعب جمع کنم پس چون عدد اجذار اول سه است لهذا مجذور آنرا که نه بود در چهار که عدد جنس است ضرب ساختم سي وشش شد و چهار را که مجذور دو است در سه ضرب کردم دوازده گردید پس جذر سي وشش کعب را با جذر دوازده کعب جمع کردم و هکذا *

بیان چهارم در جمع جذري الجذرین و طریقش این است که اول بطور جمع الجذرین عمل نمایند بلا لحاظ زائد و ناقص اعني اعداد جنسین را جمع کنند و ضعف جذر مسطح العددین را بلا لحاظ زائد و ناقص برآن بیفزایند و مجموع را محفوظ اول قرار دهند و باز جذر مسطح العددین را در چهار ضرب سازند و محفوظ ثاني نام گذارند و محفوظین را بطور قاعدهٔ جمع الجذرین جمع سازند حاصل مطلوب بود مثلا جذر الجذر هشتاد و یک را با جذر الجذر شانزده جمع کنم اول جمع الجذرین نمودم یکصد و شصت و نه محفوظ اول شد و یکصد و چهل و چهار محفوظ ثاني پس محفوظین را بقاعدهٔ مذکوره

جمع نمودم ششصد وبست وپنج گردید وآن مطلوب است وباید دانست که در جمع محفوظین لحاظ زائد وناقص ضرور است اعني اگر اصم الجذر اعظم زائد است پس محفوظ اعظم زائد خواهد بود واگر ناقص است ناقص وعلی هذا القیاس *

بیان پنجم در جمع کعبین وطریقش این ست که مربع احد العددین را در دیگری ضرب کرده حاصل را در بست وهفت ضرب سازند وضلع کعب آنرا اگر برآید برآن عدد دیگر بیفزایند ومربع دویم را در اول ضرب نموده حاصل را در بست وهفت ضرب سازند وضلع کعب حاصل را اگر برآید براول بیفزایند وهردو حاصل را بلحاظ زائد وناقص جمع کنند اعني اگر متحدین اند جمع سازند واگر مختلفین اند فضل جانب فاضل بگیرند مثلا کعب هشت زائد را با کعب شصت وچهار زائد جمع کنم مربع اول را که ۶۴ بود در دیگری که هم ۶۴ است ضرب نمودم ۴۰۹۶ گردید آنرا در بست وهفت ضرب ساختم ۱۱۰۵۹۲ شد ضلع کعب این ۴۸) است آنرا با عدد دویم که شصت چهار بود جمع کردیم ۱۱۲ شد باز مربع شصت وچهار را که ۴۰۹۶) است در هشت که اول است ضرب ساختم ۳۲۷۶۸ شد آنرا در بست وهفت ضرب نمودم ۸۸۴۷۳۶ گردید وضلع کعب آن ۶۶) است آنرا با اول جمع ساختم ۱۰۴ شد چون جمع زائدین بود هردو را جمع کردم ۲۱۶ گردید وهو المطلوب اعني کعب مجموع کعبین است وهمچنین اگر هردو ناقص باشند واگر مختلفین باشند فضل بگیریم وآن هشت است پس اگر فضل جانب زائد بود کعب هشت زائد منظور باشد واگر ناقص ناقص مطلوب شود وباید دانست که عدد از هر جنس که بود حاصل هم آن جنس خواهد بود مثلا در مثال مذکور کعب هشت مال را با کعب شصت وچهار مال جمع کنند حاصل کعب دوصد وشانزده مال خواهد بود *

مطلب سیوم در تفریق

بدانکه تفریق عکس جمع است ودر آن نیز بموجب جمع چند بیان است

بیان اول در تفریق صفر باید دانست که صفر را اگر از جنسی یا عددی زائد ویا ناقص نقصان کنند باقي همان جنس وعدد باشد واگر جنسی یا عددی را از صفر نقصان نمایند نیز باقي همان جنس وعدد شود الا اگر آن جنس وعدد زائد باشد باقي ناقص واگر آن جنس وعدد ناقص باشد باقي زائد برآید مثلا اگر پنج مال یا پنج شيء یا پنج عدد زائد از صفر نقصان کنند باقي پنج مال یا پنج شيء یا پنج عدد ناقص برآید واگر ناقص را از صفر نقصان نمایند باقي زائد برآید *

بیان دویم در تفریق اجناس زائده و ناقصه و آن نیز بطور جمع چهار نوع است وطریق تفریق هر نوع بعکس طریق جمع آن نوع است ❁ نوع اول که منقوص و منقوص منه هر دو متفق فی الجنسیة والزیادة والنقصان باشند پس اقل را از اکثر ساقط نمایند مثلاً چهار کعب زائد را از نه کعب زائد نقصان کنم باقي پنج کعب زائد ماند واگر نه کعب زائد را از چهار کعب زائد نقصان کنم باقي پنج کعب ناقص خواهد بود و نیز اگر منقوص را در زیادت ونقصان منعکس سازند اعني زائد را ناقص وناقص را زائد فرض کنند وتفاضل بگیرند خوب است که فضل جانب فاضل حاصل تفریق بود چنانکه در مثال اول اگر چهار کعب زائد که منقوص بود ناقص فرض کردم چون فضل جانب زائد پنج است لهذا پنج کعب زائد حاصل تفریق شد وهمچنین در مثال ثاني نه کعب زائد را که منقوص است ناقص فرض کردم چون فضل جانب ناقص پنج است پس پنج کعب ناقص حاصل تفریق شد وهکذا در ناقصین ❁ نوع دویم که هر دو مختلف الجنسیة ومتفق فی الزیادة والنقصان باشند پس منقوص را در زیادت ونقصان منعکس ساخته هر دو را بصورت نویسند مثلاً اگر چهار شيء زائد را از پنج کعب زائد نقصان کنند چهار شيء زائد را که منقوص بود منعکس ساختم حاصل ۵ کعب بد ۴ شيء قص شد و در عبارت بلفظ الا تعبیر نمایند اعني پنج کعب الا چهار شيء واگر از پنج کعب ناقص چهار شيء ناقص را ساقط کنم منقوص را منعکس نمودم حاصل ۵ کعب قص ۴ شيء بدگردید ❁ نوع سیوم که هر دو مختلف الجنسیة ومختلف فی الزیادة والنقصان باشند حال آنهم مثل نوع دویم است مثلاً اگر از پنج کعب زائد چهار شيء ناقص را ساقط کنم منقوص را منعکس ساختم ۵ کعب بد ۴ شيء بد شد واگر از پنج کعب ناقص چهار شيء زائد را ساقط کنم حاصل ۵ کعب قص ۴ شيء قص شود ❁ نوع چهارم که هر دو متفق فی الجنسیة ومختلف فی الزیادة والنقصان باشند پس منقوص را منعکس ساخته با منقوص منه جمع نمایند که حاصل تفریق باشد از جهت منقوص منه مثلاً چهار کعب ناقص را از نه کعب زائد نقصان کنم پس منقوص را منعکس ساختم چهار کعب زائد شد وآنرا با منقوص منه جمع نمودم سیزده کعب زائد حاصل تفریق شد چراکه نفي النفي اثبات است وهمچنین اگر دوازده عدد زائد را از پانزده عدد ناقص ساقط کنم حاصل تفریق بست وهفت عدد ناقص خواهد بود وهمچنین اگر اجناس متعدده باشند بطور جمع منقوص را تحت منقوص منه محاذي یکدیگر نویسند وعمل نمایند ❁

فر

مثال اول

منقوص منه : ۷ کعب کعب ند ۵ مال ند ۱۰۰ ند ۷ شيء قص ۳ کعب قص

منقوص : ۵ کعب کعب ند ۲ مال قص * ۴ شيء ند ۲ کعب قص

حاصل تفريق ۲ کعب کعب ند ۷ مال ند ۱۰۰ ند ۱۱ شيء قص ۱ کعب قص

مثال ديگر

منقوص منه : ۱ کعب ند ۳ مال ند ۶ شيء ند ۱ جزء مال ند ۵ قص

منقوص : ۱ کعب قص ۵ مال ند ۱۰ شيء قص * ۱۰۰ ند

حاصل تفريق : ۲ کعب ند ۲ مال قص ۱۶ شيء ند ۱ جزء مال ند ۱۰۵ قص

مثال ديگر بطور اهل هند

منقوص منه : ۲ جاوت دهن ۸ سيامک رن

منقوص : ۱ جاوت دهن ۱ سيامک دهن

حاصل تفريق : ۱ جاوت دهن ۹ سيامک رن

بدانکه از منعکس نمودن منقوص تبديل علامت منظور است اعني علامت زائد را ناقص وناقص را زائد فرض مي کنند فافهم *

فائده بدانکه چون تفريق عکس جمع است لهذا خلاصهٔ قواعد جميع انواع اين است که علامت منقوص را از زائد وناقص تبديل ومنعکس نموده با منقوص منه جمع ميسازند که حاصل جمع بسبب انعکاس حاصل تفريق ميشود *

بيان سيوم در تفريق جذرين الجنسين وجذر الجذرين وکعبين وحال اينهم مثل جمع است بالانعکاس اعني منقوص را منعکس نموده با منقوص منه جمع ميسازند بطريقيکه در جمع گفته شد *

مطلب چهارم در ضرب ودر آن چند بيان است

بيان اول در ضرب صفر بدانکه هرگاه احد المضروبين صفر باشد حاصل هم صفر خواهد شد *

بيان دويم در ضرب اجناس زائده وناقصه وطريقش آنست که اعداد جنس مضروب را در اعداد جنس مضروب فيه ضرب سازند وجنس مضروب را در جنس مضروب فيه ضرب نمايند وبايد دانست که حاصل زائد در زائد وناقص در ناقص همیشه زائد مي باشد وحاصل الضرب

مختلفین همیشه ناقص است بدانکه اجناس بردو نوع است یکی آنکه اجناس متحد الضلع باشند
اعني ضلع اول آنها یکی بود چون شيء ومال وکعب وغیره ودویم آنکه اجناس مختلف الضلع
باشند اعني شيء ودرهم ومال مال درهم وشيء وکعب درهم وهکذا پس طریق ضرب اجناس متحد
الضلع اینست که عدد منازل اجناس مضروبین را جمع نمایند اگر مضروبین دریکطرف باشند
خواه بطرف صعودي خواه بطرف نزولي که آن عدد منزل حاصل الضرب است مثلا اگر دو مال
زائد را در چهار کعب زائد ضرب کنم عدد جنس مضروب را که دو است در چهار که عدد
جنس مضروب فیه است ضرب نمودم هشت شد وچون عدد منزل مال دو وعدد منزل
کعب سه است ومجموع آن پنج می شود وآن عدد منزل مال کعب است پس حاصل
الضرب هشت مال زائد گردید وهمچنین اگر چهار کعب ناقص را در هفت مال مال ناقص
ضرب کنم پس چهار را در هفت ضرب کردم بست وهشت شد وعدد منزل کعب را که سه است
با عدد منزل مال مال که چهار است جمع نمودم هفت شد وآن عدد منزل مال مال کعب است
پس بست وهشت مال مال کعب زائد گردید چرا که مضروبین ناقصین بودند واگر چهار کعب
ناقص را در هفت مال مال زائد خواه چهار کعب زائد را در هفت مال مال ناقص ضرب سازم
حاصل بست وهشت مال مال کعب ناقص خواهد برآمد ونیز باید دانست که چون شيء اول
مراتب صاعده وجزء شيء اول مراتب نازله وواحد وسط فی النسبة است درینصورت منزل
عدد بمرتبهٔ صفر است پس حاصل ضرب عدد منزل هر جنس در منزل عدد که صفر است همان
عدد منزل جنس خواهد بود مثلا اگر چهار کعب زائد را در پنج عدد زائد ضرب کنم چهار را در پنج ضرب
نمودم بست شد وچون عدد منزل کعب را که سه است با عدد منزل عدد که صفر است جمع
نمودم همان سه شد وآن عدد منزل کعب است پس بست کعب زائد حاصل الضرب گردید واگر
احد المضروبین در منزل صعودي ودیگری در منزل نزولي باشد پس اعداد اجناس را باهم
ضرب نموده فضل اعداد منازل اجناس بگیرند که حاصل عدد منزل جانب فاضل خواهد
بود واگر اعداد منازل مضروبین مساوي باشند حاصل واحد خواهد برآمد که در منزل صفر است
مثلا اگر چهار مال زائد را در سه جزء کعب زائد ضرب سازم اول چهار را در سه جزء ضرب کردم دوازده شد
وفضل عدد منزل جزء کعب بر عدد منزل مال گرفتم واحد برآمد وآن عدد منزل جزء شيء

که منزل نزولي جانب فاضل است گردید پس دوازده جزء شيء زائد حاصل ضرب شد واگر چهار مال زائد را در سه جزء مال زائد ضرب کنم چون عدد منزل مضروبین متساوي است لهذا حاصل دوازده عدد زائد خواهد بود واگر اجناس مضروبین مختلف الضلع باشند مثلاً شيء ودرهم خواه مربع شيء في مربع درهم وغیرآن پس اعداد اجناس را باهم ضرب سازند وحاصل ضرب اجناس مضروبین را بمسطح آن اجناس تعبیر نمایند خواه لفظ في درمیان هردو نهند مثلاً اگر خواهم چهار شيء را در سه درهم ضرب سازم حاصل ضرب دوازده مسطح شيء درهم گویم خواه دوازده شيء في درهم گویم وباید دانست که اگر اجناس احد المضروبین خواه مضروبین کثیر باشند پس هر جنس مضروب را در هر جنس مضروب فیه بطریقیکه مذکور شد ضرب نموده حاصل را متحاذي یک دیگر که هر جنس مقابل جنس خود افتد چنانکه در جمع مذکور شد بنویسند وجمع سازند وبعضی شبکهٔ جدول مربعات کشند وآن خالي از تکلف نیست مثل خواستم که شش کعب زائد وچهار مال زائد الاّ چهار شيء وپنج عدد را در شش مال مال زائد وهفت مال زائد الاّ ده جزء شيء ضرب سازم نوشتم مضروب ومضروب فیه را وضرب نمودم بدینصورت گردید (شکل ۱۸۳)

واگر شبکه رسم نمایم بدینصورت (شکل ۱۸۴)

وباز حاصلات شبکه را برای جمع متحاذي الاجناس نوشتم وجمع کردم بدینصورت (شکل ۱۸۵)

تنبیه ❊ درگاه جنسی را در جنسي ضرب کرده حاصل را باز در جنس ثالث ضرب سازند خواه جمله را در جمله ضرب نموده باز در جملهٔ ثالث ضرب کنند پس بهمان طریق ضرب نمایند که حاصل ضرب آخیر مطلوب بود *

فائده اگر مضروبین خواه احد المضروبین مقسوم بر جنسي باشد پس مقسوم را صورت کسر ومقسوم علیه را مخرج قرار داده در یک دیگر ضرب سازند وانواع آن مثل انواع کسور است مثلاً اگر احد المضروبین که مقسوم بر مال باشد وآنرا در شيء ضرب سازند حاصل مقسوم علی شيء خواهد بود مثلاً ۲۱ عدد ودرهم في شيء مقسوم بر مال حاصل ضرب است پس ۲۱ ودرهم مقسوم علی شيء است *

بیان سیوم در ضرب اجذار اجناس در یک دیگر وضرب جذر الاجذار وضرب کعبین بدانکه مسطح الجذرین مساوي جذر مسطح المجذورین می باشد ومسطح کعبین مساوي کعب

(شـــــــ

مسطح المکعبین است درینصورت اگر احد المضروبین مجذور یا مکعب باشد که مقصود ضرب جذر

(شـــــــــکل ۱۵۵)

مضروب

۳ مال بد ∴ ۵ مسطح درهم في دینار قص ∴ ۱ ۰

حاصل ضرب اول * ۱۵ مالمال قص ∴ ۱۲ مسطح مال في مسطح درهم في دینار بد ∴

حاصل ضرب دوم * * ۲۵ مسطح مال في مسطح درهم في دینار بد ∴

حاصل ضرب سیوم * * * ب قص ∴

جمـــــع * ۱۵ مالمال قص ∴ ۳۷ مسطح مال في مسطح درهم في دینار بد

مضروب

۳ مال جارت دهن ∴ ۵ مسطح سیا مک نیلک رن ∴ دک مال سبزکارن ∴

حاصل جمع * ۱۵ مالمال جارت رن ∴ ۳۷ مسطح مال جارت في مسطح

جذر ۱ مال بد جذر ۱۰ بد * جذر ۲۰ مال بد جذر ۱۰ قص

حاصل الضرب ∴ جذر ۸۱ مال مال بد جذر ۷۵ مال قص جذر ۶۷۵ مال بد جذر ۶۲۵ قص

چون جذر هفتاد و پنج مال ناقص را با جذر ششصد و هفتاد و پنج مال زائد جمع نمودم حاصل

فح

جزء شيء له

جزء شيء له

جزء شيء له

جزء شيء له

حاصل جزء

*

*

جزء

مسطح المکعبین است درینصورت اگر احد المضروبین مجذور یا مکعب باشد که مقصود ضرب جذر یا کعب اوست ومضروب آخر مجذور یا مکعب نبود پس لازم است که مجذور یا مکعب مضروب آخر گرفته باهم ضرب نمایند مثلاً اگر خواهم که جذر نه مال را در دوشیء ضرب کنم پس مجذور دوشیء که چهار مال است گرفته نه مال را در چهار مال ضرب ساختم حاصل سي وشش مال مال گردید وجذر آن حاصل الضرب مطلوب است وهمچنین اگر اجناس متعدده باشند هریکي را چنانکه مذکور شده باهم ضرب نمایند وجمع سازند اگر جمع ممکن باشد والاّ هرقدر که جمع ممکن بود جمع نموده باقي را بصورت نویسند مثلاً جذر سه مال زائد و ۵ عدد زائد را در جذر دو مال زائد وجذر سه مال زائد وجذر هشت مال زائد ضرب نمایم پنج عدد را مجذور گرفتم بست وپنج شد وضرب نمودم حاصل ضرب ۶ مال مال بد ۹ مال مال بد ۲۴ مال مال بد ۵۰ مال بد ۷۵ مال بد ۲۰۰ مال بد گردید پس خواستم که جمع نمایم چون جمع جذر بست وچهار مال مال با جذر شش مال مال ممکن بود آنرا بقاعدهٔ جمع الجذرین جمع نمودم جذر پنجاه وچهار مال مال شد وجذر نه مال مال جمع نمیتوانست شد لکن جذر آن ممکن است لهذا جذر آنرا که سه مال است گرفتم وباز جذر ۵۰ مال را با جذر دو صد مال جمع نمودم جذر چهار صد وپنجاه مال گردید وباز جمع آن با جذر هفتاد وپنج مال ممکن نبود ونیز هفتاد وپنج مال جذر صحیح ندارد لهذا بصورت نوشتم پس حاصل ضرب جذر ۴۵ مال مال بد و ۳ مال بد وجذر ۴۵۰ مال بد وجذر ۷۵ مال بد گردید واگر اجناس مضروب ومضروب فیه را بقاعدهٔ جمع اجذار جمع نمایند اگر ممکن باشد وباز باهم ضرب سازند بهتر است مثال اگر جذر سه مال زائد وجذر بست و پنج عدد زائد را در جذر سه مال زائد وجذر دوازده مال زائد وجذر بست وپنج عدد ناقص ضرب کنم اول جذر سه مال زائد وجذر دوازده مال زائد را باهم جمع نمودم حاصل جمع جذر بست وهفت مال گردید پس نوشتم بدینصورت.

مضروب	مضروب فیه
جذر ۳ مال بد جذر ۲۵ بد	جذر ۲۷ مال بد جذر ۲۵ قص

حاصل الضرب ∴ جذر ۸۱ مال مال بد جذر ۷۵ مال قص جذر ۶۷۵ مال بد جذر ۶۲۵ قص

چون جذر هفتاد وپنج مال ناقص را با جذر ششصد وهفتاد وپنج مال زائد جمع نمودم حاصل

فح

جذر سه صد مال زائد گردید و دیگر جمع ممکن نبود لکن جذر بهم میتوانست شد لهذا جذر گرفتم ۹ مال زائد و جذر سه صد مال زائد و بست و پنج عدد ناقص حاصل جمع شد فافهم *

مطلب پنجم در قسمت و آن عکس ضرب است و در آن نیز چند بیان است *

بیان اول در قسمت صفر بدانکه اگر صفر مقسوم باشد خارج قسمت نیز صفر خواهد بود و صفر صلاحیت مقسوم علیه بودن ندارد زیرا که هر جنسي یا عددي را که در صفر ضرب سازند حاصل صفر میشود و هرگاه مقسوم جنس یا عدد باشد و مقسوم علیه صفر بود پس خارج قسمت هیچ نخواهد بود چراکه خارج قسمت را باید که هرگاه در مقسوم علیه ضرب سازند مساوي مقسوم شود و آن درینجا بهیچ جنسي و عددي ممکن نیست *

بیان دویم در قسمت اجناس زائده و ناقصه باید که اعداد اجناس مقسوم را بر اعداد اجناس مقسوم علیه قسمت سازند و جنس مقسوم را بر جنس مقسوم علیه قسمت نمایند و اگر مقسوم و مقسوم علیه زائدین یا ناقصین باشند خارج همیشه زائد خواهد بود و اگر مختلفین باشند پس خارج قسمت همیشه ناقص برآید پس اگر اجناس مقسوم و مقسوم علیه هر دو متحد الضلع و هر دو بیک جانب صعودي یا نزولي واقع شوند پس فضل منزل جنسین بگیرند که آن عدد منزل جنس خارج قسمت جانب صعودي است اگر منزل مقسوم فوق منزل مقسوم علیه باشد والا از جانب نزولي و اگر هر دو مختلف الجانبین باشند اعني یکی صعودي و دویم نزولي بود عدد منزل هر دو را جمع سازند که آن عدد منزل خارج قسمت است پس اگر منزل مقسوم فوق منزل مقسوم علیه باشد خارج قسمت صعودي خواهد بود و اگر منزل مقسوم علیه فوق بود خارج قسمت نزولي خواهد برآمد و اگر اجناس مقسومین مختلف الضلع باشند پس مقسوم را بر مقسوم علیه منسوب سازند که قسمت ممکن نیست و همچنین اگر اجناس مقسومین متحد الضلع و متعدد باشند پس اگر اجناس مقسوم زیاده باشند و مقسوم علیه جنس واحد بود قسمت ممکن است و اگر اجناس مقسوم علیه متعدد باشند منسوب نمایند که قسمت ممکن نیست و گاهی اگر اجناس مقسوم علیه هم متعدد و متحد الضلع بوند خواه مختلف الضلع خارج قسمت بالاستقراء یافته میشود مثلا خواستم که چهار کعب زائد را بر دو مال زائد قسمت نمایم چهار را بر دو قسمت نمودم و کعب را بر مال خارج دو شيء زائد گردید و اگر چهار کعب ناقص را بر دو مال ناقص قسمت کنم نیز دو شيء

زائد خارج قسمت است و اگر چهار کعب زائد را برد و مال ناقص قسمت سازم خارج قسمت دو شيء ناقص است و اگر چهار کعب ناقص را برد و مال زائد قسمت نمایم نیز خارج دو شيء ناقص میشود و اگر چهار جزء کعب زائد را برد و جزء مال زائد قسمت کنم خارج دو جزء شيء زائد است و اگر چهار جزء کعب ناقص را برد و جزء مال ناقص قسمت سازم نیز خارج دو جزء شيء زائد است و اگر چهار جزء کعب زائد را برد و جزء مال ناقص قسمت نمایم خواه چهار جزء کعب ناقص را برد و جزء مال زائد قسمت نمایم چون منزل مقسوم فوق منزل مقسوم علیه است خارج دو جزء شيء ناقص خواهد بود و اگر دو مال زائد را بر چهار کعب زائد خواه دو مال ناقص را بر چهار کعب ناقص قسمت کنم خارج دو ربع جزء شيء زائد است و اگر دو مال ناقص را بر چهار کعب زائد خواه دو مال زائد را بر چهار کعب ناقص قسمت سازم خارج دو ربع جزء شيء ناقص است و اگر دو جزء مال زائد را بر چهار جزء کعب زائد خواه دو جزء مال ناقص را بر چهار جزء کعب ناقص قسمت کنم خارج دو شيء زائد است و اگر دو جزء مال زائد را بر چهار جزء کعب ناقص خواه دو جزء مال ناقص را بر چهار جزء کعب زائد قسمت نمایم خارج دو شيء ناقص خواهد بود و اگر چهار کعب زائد را برد و جزء مال زائد قسمت نمایم خارج دو مال کعب زائد خواهد بود چرا که منزل مقسوم فوق منزل مقسوم علیه است و اگر دو جزء مال زائد را بر چهار کعب زائد قسمت کنم خارج دو ربع جزء مال کعب زائد است و علی هذا در ناقصین و مختلفین مثال اجناس متعدده اگر خواهم که هشت کعب زائد و بست مال زائد و چهار شيء ناقص را بر چهار مال مال زائد قسمت کنم خارج دو جزء شيء زائد و پنج جزء مال زائد و یک جزء کعب ناقص شده ـــــــــــــــــــ کذا

خارج قسمت ۲ جزء شيء زد ۵ جزء مال زد ۱ جزء کعب قص

مقسوم ∴ ۸ کعب زد ۲۰ مال زد ۴ شيء قص

مقسوم علیه ∴ ۴ مال مال زد

مثال دیگر خواستم که چهارده مال مال زائد و بست کعب زائد و ده مال ناقص و هشت شيء ناقص را بر هفت مال زائد و چهار شيء زائد و ده عدد ناقص قسمت کنم چون اجناس مقسوم

و مقسوم علیه متعدد بودند قسمت ممکن نشد لهذا منسوب ساختم بدینصورت

۱۴ مال مال بد ۲۰ کعب بد ۱۰ مال قص ۸ شیء قص

۷ مال بد ۴ شیء بد ۱۰ قص

مثال دیگر اجناس مختلف الضلع خواستم که چهار مال زائد و پنج مال درهم زائد را برد و شیء زائد و دو درهم زائد قسمت نمایم چون قسمت ممکن نیست منسوب ساختم هکذا

۴ مال بد ۵ مال درهم بد

۲ شیء بد ۲ درهم بد

مثال دیگر خواستم که چهار کعب زائد و شش مال زائد را برد و مال زائد و سه شیء زائد قسمت کنم درینجا هرچند اجناس متعدد اند لیکن خارج قسمت دو شیء زائد بهم رسید مثال دیگر خواستم که چهار کعب زائد و شش مال درهم زائد را برد و کعب زائد و سه مال درهم زائد قسمت کنم درینجا هم با وجودیکه اجناس مختلف الضلع و متعدد اند لیکن خارج قسمت دو عدد برآمد و اهل هند همچنین الوان را چنانکه در ضرب مذکور شد در قسمت مینویسند *

فائده باید دانست که در قسمت اجناس حقیقت قسمت اجناس را ملحوظ نمودن شرط است اعنی لحاظ باید کرد که جنس مقسوم از ضرب کدام جنس فی المقسوم علیه حاصل میتواند شد مثلا یک مال زائد و مربع درهم ناقص را بر مسطح دینار و درهم قسمت کنم پس خارج قسمت یک مال زائد مقسوم علی مسطح دینار فی درهم و درهم ناقص مقسوم علیه خواهد بود چراکه مربع درهم عبارت از مسطح درهم فی درهم است و چون ظاهر است که اگر مسطحین را بر مسطحین آخرین قسمت سازند مضروبین مقسوم را بر مضروبین مقسوم علیه قسمت سازند که مسطح خارجین خارج قسمت میشود مثلا اگر مسطح هشت فی نه را که هفتاد و دو است بر مسطح چهار فی سه که دوازده است قسمت نمایم پس هشت را بر چهار و نه را بر سه قسمت نمودم خارج قسمت اول دو و خارج قسمت ثانی سه برآمد پس مسطح آن هر دو خارجین که شش است خارج قسمت مطلوب گردید درینصورت هرگاه مسطح درهم فی درهم را بر مسطح دینار فی درهم قسمت کنم اول درهم را بر دینار قسمت نمودم خارج درهم گردید و هرگاه درهم را بر درهم قسمت کردم خارج قسمت واحد شد پس مسطح درهم مقسوم علی دینار فی واحد خارج قسمت شد و آن در حقیقت درهم مقسوم علی دینار است و اگر مسطح مربع درهم فی مربع دینار زائد و مسطح مربع حصه فی مربع دینار ناقص را بر مربع درهم زائد و مربع حصه

ناقص قسمت کنم بدینصـــــــ

فائده اگر مسطحین را بر مسطحین قسمت سازند مضروبین مقسومین را بر مضروبین مقسوم علیه قسمت سازند که خارج مطلوب است مثلاً ۴ نصیب في ۳ دینار را بر ۲ نصیب في ۲ دینار قسمت کنم خارج ۲ فی $\frac{1}{2}$ دینار خواهد بود *

بیان سیوم درقسمت اجذار وجذر الاجذار وضلعین کعبین باید دانست که اگر جذر عددي را برجذر عددي یاکعب را برکعب یاجذر الجذر را برجذر الجذر قسمت نمایند اعداد مقسوم را براعداد مقسوم علیه قسمت کنند وجنس را برجنس مثلاً اگر جذر سي وشش مال مال را برجذر چهار مال قسمت کنم سي وشش مال مال را برچهار مال قسمت کردم خارج نه مال گردید وجذر آن خارج قسمت مطلوب است وهمچنین اگر جذر الجذر دوصد وپنجاه وشش مال مال را برجذر الجذر شانزده مال مال قسمت کنم خارج جذر الجذر شانزده عدد میشود وهمچنین اگر کعب دوصد وشانزده کعب کعب را برکعب هشت کعب قسمت سازم خارج کعب بست وهفت کعب خواهد بود واگر مقسوم ومقسوم علیه متعدد الاجناس باشند وبعضی ازان اجذار بود پس اگر همه متحد الضلع اند همه را اجذار باید نمود اعنی مجذور آنها باید گرفت وقسمت باید کرد مثلاً اگر خواهم که سه شيء زائد وجذر پنجاه وچهار مال زائد وجذر چهار صد وپنجاه مال زائد وجذر هفتاد وپنج مال زائد را برجذر هجده مال زائد وجذر سه مال زائد قسمت کنم چون سه شيء درمقسوم ازجنس اجذار نبود لهذا مجذور آنرا که نه مال است گرفته قسمت نمودم بدینصورت

	۳	۲۵	
مقسوم	۹ مال	۵۴ مال	۴۵۰ مال	۷۵ مال
مقسوم علیه	۹ مال	۵۴ مال	۴۵۰ مال	۷۵ مال
	۳ مال	۱۸ مال	۱۸ مال	۳ مال

خارج قسمت جذر ۳ زائد وجذر ۵ ۲ زائد برآمد وهوالمطلوب واگر درخارج قسمت کسر واقع شود پس ازاجناس مقسوم علیه یک جنس را درزیادة ونقصان منعکس سازند اعني زائد را ناقص خواه ناقص را زائد فرض نمایند ودرمقسوم علیه اصلي ضرب نموده ومتداخلین فی الزیادة والنقصان راساقط کرده باقي حاصلات را جمع سازند بطریقیکه درجمع گفته شد ومقسوم علیه ثاني اعتبار کنند ومقسوم را درمقسوم علیه مفروضي ضرب ساخته ومتداخلین فی الزیادة والنقصان راساقط نموده جمع کنند ومقسوم ثاني اعتبار کنند ومقسوم ثاني را برمقسوم علیه ثاني قسمت نمایند که خارج مطلوب بود مثلاً خواستم که شانزده شيء ناقص وجذر سه صد مال زائد را برجذر بست وهفت مال زائد وجذر بست وپنج مال ناقص قسمت کنم ازاجناس

مضروب فیه

	جزء مال کعب	جزء مال مال	جزء کعب	جزء مال	جزء شیء	واحد	شیء	مال	کعب	مال مال	مال کعب	
مال کعب	واحد	شیء	مال	کعب	مال مال	مال کعب	کعب کعب	مال مال کعب	مال کعب کعب	کعب کعب کعب	مال مال کعب کعب	مال کعب کعب
مال مال	جزء شیء	واحد	شیء	مال	کعب	مال مال	مال کعب	کعب کعب	مال مال کعب	مال کعب کعب	کعب کعب کعب	مال مال کعب
کعب	جزء مال	جزء شیء	واحد	شیء	مال	کعب	مال مال	مال کعب	کعب کعب	مال مال کعب	مال کعب کعب	کعب
مال	جزء کعب	جزء مال	جزء شیء	واحد	شیء	مال	کعب	مال مال	مال کعب	کعب کعب	مال مال کعب	مال
شیء	جزء مال مال	جزء کعب	جزء مال	جزء شیء	واحد	شیء	مال	کعب	مال مال	مال کعب	کعب کعب	کعب
واحد	جزء مال کعب	جزء مال مال	جزء کعب	جزء مال	جزء شیء	واحد	شیء	مال	کعب	مال مال	مال کعب	واحد
جزء شیء	جزء کعب کعب	جزء مال کعب	جزء مال مال	جزء کعب	جزء مال	جزء شیء	واحد	شیء	مال	کعب	مال مال	جزء شیء
جزء مال	جزء مال مال کعب	جزء کعب کعب	جزء مال کعب	جزء مال مال	جزء کعب	جزء مال	جزء شیء	واحد	شیء	مال	کعب	جزء مال
جزء کعب	جزء مال کعب کعب	جزء مال مال کعب	جزء کعب کعب	جزء مال کعب	جزء مال مال	جزء کعب	جزء مال	جزء شیء	واحد	شیء	مال	جزء کعب
جزء مال مال	جزء کعب کعب کعب	جزء مال کعب کعب	جزء مال مال کعب	جزء کعب کعب	جزء مال کعب	جزء مال مال	جزء کعب	جزء مال	جزء شیء	واحد	شیء	جزء مال مال
جزء مال کعب	جزء مال کعب کعب	جزء کعب کعب کعب	جزء مال کعب کعب	جزء مال مال کعب	جزء کعب کعب	جزء مال مال	جزء کعب	جزء مال	جزء شیء	واحد	جزء مال کعب	
	مال کعب	مال مال	کعب	مال	شیء	واحد	جزء شیء	جزء مال	جزء کعب	جزء مال مال	جزء مال کعب	

مقسوم علیه

مقسوم

مضروب

مقسوم علیه بست وپنج مال ناقص را زائد فرض کردم وضرب نمودم بدینصورت مجموع ۲۷ مال بد و ۵ ۲ مال بد في مجموع ۲۷ مال بد و ۵ ۲ مال قص حاصل ضرب ۵ ۶۷ مال مال بد و ۵ ۶۷ مالمال قص و ۷۲۹ مالمال بد ۵ ۶۲ مالمال قص گردید متداخلین زیادة ونقصان را ساقط کردم باقي ۷۲۹ مالمال بد ۵ ۶۲ مالمال قص ماند آنرا بقاعدهٔ جمع الجذرین جمع نمودم چهار مالمال زائد شد مقسوم علیه ثاني اعتبار نمودم وباز چون در مقسوم شانزده شيء مجذور نبود لهذا مجذور آن گرفتم ودوصد وپنجاه وشش مال ناقص وشش صد مال زائد را در بست وهفت مال زائد وبست وپنج مال زائد که مقسوم علیه مفروضي بود ضرب ساختم بدینصورت شد ۵ ۶۲ مال قص ۳۰۰ مال بد في ۲۷ مال بد ۵ ۲ مال بد حاصل ضرب ۶۹۱۲ مالمال قص ۶۴۰۰ مالمال قص ۸۱۰۰ مالمال بد ۵ ۷۰۰ مالمال بد گردید چون درین حاصل ضرب متداخلین نبودند لهذا حاصلات را جمع نمودم بدین طریق که ۶۴۰۰ مالمال قص را با ۸۱۰۰ مال مال بد جمع نمودم ۱۰۰ مال مال بد شد چراکه جمع این هردو ممکن بود وباز ۶۹۱۲ مالمال قص را با ۵ ۷۰۰ مالمال بد جمع نمودم حاصل دوازده مالمال زائد برآمد ودیگر جمع ممکن نبود پس حاصل جمع مقسوم ثاني ۱۰۰ مالمال بد و ۱۲ مال مال بد شد آنرا بر چهار مال مال زائد که مقسوم علیه ثاني بود قسمت کردم خارج جذر بست وپنج عدد زائد وجذر سه عدد زائد برآمد وآن مطلوب است وباید دانست که اگر مقسوم متعدد متحد الضلع ومقسوم علیه مفرد متحد الضلع بود قسمت ممکن است اگر مقسوم علیه هم متعدد باشند اگر متحد الضلع بود گاهی قسمت ممکن میشود وگاهي غیر ممکن چراکه اگر مقسوم از ضرب جنسي در مقسوم علیه حاصل شده است قسمت ممکن است والّا فلا وهمچنین اگر اجناس مختلف الضلع باشند حال همین است وهرجاکه قسمت ممکن نباشد مقسوم را بر مقسوم علیه منسوب سازند چنانکه مذکور شد *

فائده اکثر اهل کتب برای دریافت حاصل الضرب اجناس متحد الضلع وخارج قسمت آنها جدولی مقرر کرده اند برای تسهیل درینجا ثبت افتاد هذه صورته (جدول ۵۶)

بیان چهارم در قسمت کسور اعني مقسومین خواه احد المقسومین مقسوم بر جنسی یا جنسین باشند درینصورت مقسوم صورت ومقسوم علیه مخرج کسر است وطریقش این است که اگر هردو مقسومین مقسوم بر جنسی یا اجناس باشند به بینند که مخرج هردو از یک جنس است یا نه اگر از یک جنس اعني متحد الضلع باشند پس مخرج اعظم را بر مخرج اصغر قسمت نمایند وخارج را در صورت

کسر مخرج اصغر ضرب ساخته صورت کسر مقسوم را بر صورت کسر مقسوم علیه قسمت سازند مثلاً خواستم که دوازده مال مال مقسوم علی چهار مال را بر سه مال مقسوم علی دو کعب قسمت کنم پس دو کعب را که مخرج اعظم است بر چهار مال که مخرج اصغر است قسمت نمودم نصف شیء شد نصف شیء را در دوازده مال مال که صورت کسر مخرج اصغر و مقسوم است ضرب ساختم شش مال کعب شد آنرا بر سه مال که صورت کسر مخرج اعظم و مقسوم علیه است قسمت کردم خارج دو کعب برآمد وهو المطلوب بدینصورت

مقسوم $\frac{\text{۱۲ مال مال}}{\text{۴ مال}}$: مقسوم علیه $\frac{\text{۳ مال}}{\text{۲ کعب}}$

وهرگاه مخرج اعظم را بر مخرج اصغر قسمت نمودم خارج $\frac{1}{2}$ شیء شد آنرا در صورت کسر مقسوم که مخرج آن اصغر بود ضرب ساختم حاصل ۶ مال کعب شد آنرا بر ۳ مال قسمت نمودم خارج ۲ کعب مطلوب گردید و اگر احد المقسومین کسر باشد و دیگر صحیح پس مخرج کسر را در صحیح ضرب نمایند و قسمت کنند مثلاً اگر چهار مال را بر دوازده ما لمال مقسوم علی چهار مال قسمت کنم پس چهار مال مقسوم را که صحیح است در چهار مال که مخرج کسر مقسوم علیه است ضرب نموده شانزده ما لمال را بر دوازده مال مال که صورت کسر مقسوم علیه است قسمت نمودم خارج یک عدد و یک ثلث عدد گردید و اگر دوازده مال مال مقسوم علی چهار مال را بر چهار مال قسمت سازم دوازده مال مال را بر شانزده مال مال قسمت نمودم خارج سه ربع عدد شد و اگر مخرج مختلف الضلع باشد پس صورت کسر هر یکی را در مخرج دیگری ضرب سازند و قسمت نمایند مثلاً

مقسوم $\frac{\text{۴ مربع دینار و ۶ مال}}{\text{۲ مال الا دینار}}$: مقسوم علیه $\frac{\text{۳ کعب دینار و ۴ مال}}{\text{۲ مربع دینار الا شیء}}$

چون مقسومین مختلف المخرج اند لهذا صورت کسر هر یکی را در مخرج دیگری ضرب کرده قسمت نمودم بدینصورت

$$\frac{\text{۸ مال مال دینار و ۱۲ مال في مربع دینار الا ۴ مربع دینار في شيء الا ۶ کعب}}{\text{۶ مال في کعب دینار و ۸ مال مال الا ۳ مال مال دینار الا ۴ مال في دینار}}$$

فائده بدانکه چون در اصول ثابت است که هرگاه دو عدد را که علی نسبت معینه باشند در عددی دیگر ضرب سازند پس حاصلین هم بهمان نسبت خواهد بود در ینصورت هرگاه مخرج

احد الکسرین را در صورت کسر آخر ضرب نمودم گویا ذي مخرج را صحیح ساختم اعني صورت کسر آنرا هم در مخرج ضرب نمودم پس حاصل هم بهمان نسبت ماند درینصورت برای قسمت صحیح مع الکسر هم قاعده باشد که صحیح را در مخرج کسر ضرب ساخته باصورت کسر جمع سازند خواه در هردو طرف بود خواه بیک طرف غرض مقسوم ومقسوم علیه را از یک جنس باید نمود تا قسمت درست شود *

مطلب ششم در طریق ساختن مجذور و مضلعات اجناس ودرآن نیز چند بیان است

بیان اول در مجذور صفر باید دانست که مجذور صفر هم صفر میشود چنانکه ظاهر است وهمچنین مضلعات دیگر *

بیان دویم در مجذور اجناس زائده وناقصه باید دانست که مضلعاتیکه عدد منزل آنها زوج است ضلع اول آنها اجناس زائده خواه ناقصه باشد همیشه زائد می باشد وخود آن مضلعات بالذات ناقص نمیشوند مثلاً اگر کسی مجذور ناقص بالذات گوید کاذب است چراکه جذرش زائد یا ناقص نمی تواند شد لیکن مجذور را اگر مستثنی از جنس دیگر بود ممکن است مثلاً کعب الاّمال میتواند شد خواه گویند مال ناقص ومقصود آن باشد که جذر او ناقص است نیز میتواند شد ومضلعاتیکه عدد منزل آنها فرد است اگر ضلع اول آنها زائد است زائد باشند واگر ضلع اول ناقص است ناقص می باشند وباید دانست که چون مجذور جنسي عبارت از حاصل الضرب في نفسه است درینصورت اگر بخواهند که مجذور جنسي مفرد حاصل کنند مجذور عدد جنس ومجذور جنس بگیرند مثلاً اگر خواهم مجذور چهار شيء بدانم چون مجذور چهار شانزده است ومجذور شيء مال پس شانزده مال مجذور چهار شيء گردید وهمچنین در مضلعات دیگر مضلع عدد ومضلع جنس بگیرند مثلاً اگر کعب چهار مال مطلوب است چون کعب چهار شصت وچهار است وکعب مال کعب کعب پس شصت وچهار کعب کعب گردید وطریق ساختن مضلعات اجناس بوجه عام این است که عدد منزل مضلع را در عدد منزل جنس ضرب سازند که حاصل عدد منزل مضلع حاصل است مثلاً اگر خواهم که مجذور شيء بدانم چون عدد منزل مجذور که عبارت از مال باشد دو است وعدد منزل شيء واحد وحاصل الضرب هم دو شد پس مجذور شيء مال شد وهمچنین اگر مجذور مال مطلوب است دو را در دو ضرب کردم حاصل چهار که عدد منزل مال مال است مطلوب بود وهکذا مجذور کعب کعب کعب

که منزل ششم است خواهد بود و کعب مال هم کعب کعب میشود و هکذا و اگر اجناس متعدده باشند پس بطریقیکه در ضرب مذکور شد آنها را في نفسه ضرب سازند وجمع کنند خواه اصول منازل را ملحوظ نموده اول مضلع دو جنس حاصل کنند و بعد از آن مجموع جنس اول و دویم را بمنزلهٔ جنس واحد فرض کرده با جنس ثالث مضلع نمایند و گاهی برای اختصار و اجمال و عدم ضرورت تفصیل صرف نام مضلع مطلوب بر اجناس نویسند مثلاً اگر خواهم که مربع یک مال و چهار شيء نمایم اگر بقاعدهٔ ضرب عمل نمایم یک مال مال و شانزده مال و هشت کعب شد و اگر اصول منزل مجذور را ملحوظ نمودم چون اصول منزل مال اعني مجذور این است که مجموع مجذور این جزئین و مسطح احدهما في ضعف الآخر است پس مجذور یک مال که یک مال مال بود و مجذور چهار شيء شانزده مال و مسطح دو مال در چهار شيء هشت کعب است گرفتم و جمع نمودم همان حاصل جمع مطلوب شد و اگر اجمال و اختصار منظور شود صرف مربع یک مال و چهار شيء نویسم و همچنین اگر مجذور یک مال و چهار شيء و پنج عدد نمایم اول مجذور یک مال و چهار شيء نمودم یک مال مال و شانزده مال و هشت کعب گردید و آنرا بمنزلهٔ مجذور جنس واحد اعني مجموع مال و چهار شيء دانستم و بار مجذور پنج عدد که بست و پنج عدد است گرفتم و یک مال و چهار شيء را در ضعف پنج که ده است ضرب نمودم ده مال و چهل شيء شد پس همه را جمع نمودم یک مال مال و بست و شش مال و هشت کعب و چهل شيء و بست و پنج عدد گردید و آن مطلوب است و همچنین اگر کعب یک مال و چهار شيء نمایم خواه بقاعدهٔ ضرب عمل کنم خواه بطریق اصول منازل بعمل آرم اعني چون اصول منازل کعب این است که مکعب جزئین و مسطح سه مجذور هر یکی في الآخر پس مکعب یک مال گرفتم یک کعب کعب شد و مکعب چهار شيء شصت و چهار کعب گردید و چون مجذور ما المال است و هرگاه آنرا در شيء ضرب کنم ما الکعب میشود و مجذور شيء مال است و مسطح آن در مال مال میشود پس دوازده مال کعب و چهل و هشت مال مال مسطح سه مجذور یکی في الآخر گردید جمع نمودم یک کعب کعب و شصت و چهار کعب و دوازده مال کعب و چهل و هشت ما المال شد و آن مکعب یک مال و چهار شيء است و اگر مکعب یک مال و چهار شيء و پنج عدد نمایم چون مکعب پنج یکصد و بست و پنج است و مجذور پنج بست و پنج و مجذور یک مال و چهار شيء یک ما المال و شانزده مال و هشت کعب پس بر مکعب یک مال و چهار شيء مکعب پنج و مسطح سه مجذور پنج در یک مال

وچهار شيء ومسطح سه مجذور يک مال وچهار شيء در پنج افزودم بدينصورت شد

۱ کعب کعب	۱۲ مال کعب	۴۸ مال مال	۶۴ کعب	
*	*	*	*	۷ مال ۳۰۰ شيء ۱۲ عدد
*	*	۱ مال مال	۱۲۰ کعب	۲۴۰ مال * *
۱ کعب کعب	۱۲ مال کعب	۶۳ مال مال	۱۸۴ کعب	۳۱ مال ۳۰۰ شيء ۱۲ عدد

فائده بايد دانست که اگر مربعين مسطحين نمايند زائدين باشند يا ناقصين يا مختلفين مسطح مربعين آن هر دو بگيرند مثلا مربع مسطح مال في کعب مسطح مال مال في کعب کعب است وعلى هذا القياس *

بيان سيوم در مضلعات اجذار بدانکه اگر جذر مفرد است مجذور آن خود موجود است چراکه جذر بي مجذور نميباشد واگر خواهند که مکعب آن حاصل سازند پس مکعب مجذور بگيرند که جذرش مکعب جذر است مثلا اگر خواهم که مکعب جذر چهار بدانم مکعب چهار گرفتم شصت وچهار شد وجذر آن که هشت است مکعب جذر چهار است وهمچنين است حال ديگر مضلعات مثلا اگر خواهم که مال کعب جذر ده بدانم چون مال کعب ده يک لک پس جذر آن مال کعب جذر ده خواهد بود واگر اجذار متعدده باشند خواه بقاعدهٔ ضرب عمل نمايند خواه بلحاظ اصول منزل مضلع حاصل نمايند مثلا خواهم که مجذور مجموع جذر دو وهشت بدانم اگرچه حقيقت اين مجذور مثل جمع اجذار است چراکه حاصل جمع مجذور مجموع است ليکن چون در اصطلاح جمع ديگر ومجذور ديگر است ودرينجا طريق مجذور بيان ميشود وآن حاصل الضرب عدد في نفسه است پس دو وهشت را في نفسه ضرب نمودم چهار وشصت وچهار وشانزده وشانزده شد ومجموع اجذار همه حاصل الضروب مجذور مجموع الجذرين است وچون همه حواصل مجذورات منطق اند لهذا جذر همه گرفتم ۲ و ۸ و ۴ و ۴ شد ومجموع آن هجده ميشود پس هجده مجذور مجموع جذرين دو وهشت است وبقاعدهٔ اصول منازل چون مجذور عبارت از مجموع مجذورين جزئين ومسطح احدهما في ضعف الآخر است ومجذورين جزئين موجود اند آن هر دو را جمع نمودم ده شد وظاهر است که مسطح احدهما في ضعف الآخر مساوي جذر مسطح احد المجذورين في چهار امثال مجذور آخر خواهد بود لهذا احد المجذورين را که دو است در چهار امثال هشت که مجذور آخر است اعني سي ودو ضرب نمودم شصت وچهار

گردید چون منطق بود جذر آنرا که هشت است برده که مجموع مجذورین بود افزودم هجده حاصل الجمع شد وآن مجذور مجموع جذرین مذکورین است واگر مسطح منطق نباشد آنرا بصورت نویسند مثلاً اگر خواهم مجذور مجموع جذر دو وجذر سه وجذر پنج بدانم هر سه عدد را جمع نمودم ده شد وباز هریکی را در چهار امثال دیگری ضرب نمودم حاصل بیست وچهار وچهل وشصت گردید وچون این هر سه حواصل اصم الجذر اند لهذا آنها را بصورت نوشتم مجموع ده عدد وجذر ۲۴ وجذر ۴۰ وجذر ۶۰ مجذور شد واگر جمع حواصل ضرب بقاعدهٔ جمع اجذار ممکن باشد جمع نمایند وهمچنین اگر خواهم که کعب مجموع جذر چهار وجذر نه بدانم اگر بقاعدهٔ ضرب عمل نمایم بدینصورت ۴ و ۹ حاصل الضرب اول که مجذور مجموع است ۱۶ و ۸۱ و ۳۶ و ۳۶ حاصل ضرب ثاني که کعب است ۶۴ و ۱۴۴ و ۳۲۴ و ۷۲۹ و ۱۴۴ و ۳۲۴ و ۱۴۴ و ۳۲۴ وچون همه حواصل منطق اند جذر همه گرفته جمع نمودم ۸ و ۱۲ و ۱۸ و ۲۷ و ۱۲ و ۱۸ و ۱۲ و ۱۸ مجموع ۱۲۵ شد وآن کعب مجموع الجذرین است واگر بقاعدهٔ اصول منازل کعب حاصل کنم پس اول کعب چهار گرفتم شصت وچهار شد وکعب نه هفتصد وبست ونه وچون مسطح سه مجذور هریکی در دیگری ضرور است واینجا جذرین موجود نیستند الا مجذور آنها موجود است لهذا نه مجذور هریک عدد را در دیگری ضرب نمودم اعني یکصد وچهل وچهار را که نه مجذور چهار است در نه ضرب ساختم ۱۲۹۶ شد وهفتصد وبست ونه را که نه مجذور نه است در چهار ضرب نمودم ۲۹۱۶ گردید چون همه حواصل منطق اند لهذا اجذار آنها که ۸ و ۲۷ و ۳۶ و ۵۴ جمع نمودم ۱۲۵ وآن کعب مجموع الجذرین است واگر آن همه مجذور نباشند پس هرچه مجذور باشد جذر آن گرفته باقي را بصورت نویسم مثلاً اگر کعب مجموع جذر دو وهشت بدانم چون کعب دو هشت است وکعب هشت اعني ۵۱۲ ومسطح نه مجذور دو اعني ۳۶ در هشت ۲۸۸ ومسطح نه مجذور هشت اعني ۵۷۶ در دو ۱۱۵۲) است وهیچ یکی ازین حواصل مجذور منطق نیست لهذا بصورت نوشتم اعني مجموع جذر ۸ وجذر ۵۱۲ وجذر ۲۸۸ وجذر ۱۱۵۲ کعب مجموع الجذرین است وعلی هذا القیاس در دیگر مضلعات ومضلعات کعبین وغیره که بیان آن درینجا طول میشود *

بیان چهارم در طریق ساختن مضلعات کسور وطریقش این است که مضلع صورت کسر را

برمضلع مخرج منسوب سازند مثلاً خواهم که مجذور ۸ مال بد ۲ کعب قص بدانم مجذور صورت
۶ کعب بد ۸ مال قص

کسر را برمجذور مخرج منسوب ساختم مطلوب برآمد بدینصورت
۶۴ مال مال بد ۴ کعب کعب بد ۳۲ مالکعب قص وهمچنین در دیگر مضلعات عمل نمایند *
۳۶ کعب کعب بد ۶۴ مال مال بد ۹۶ مالکعب قص

مطلب هفتم در طریق استخراج ضلع اول مضلعات

باید دانست که مضلعاتیکه عدد منزل آنها زوج است باعتبار جذر منطق اند اعني جذر آنها مضلعیکه عدد منزل او نصف عدد منزل آنها باشد میشود مثلاً جذر مال شيء است وجذر مال مال مال وجذر کعب کعب کعب است وهمچنین در دیگر مضلعات ومضلعاتیکه عدد منزل آنها فرد باشد باعتبار جذر اصم اند مثل کعب ومالکعب وغیر آن که برای آنها جذر نیست وهمچنین مضلعاتیکه برای عدد منزل آنها ثلث صحیح باشد باعتبار کعب منطق اند مثلاً کعب کعب که ضلع کعب آن مال است وهمچنین در دیگر مضلعات وباید دانست که اگر با مضلعات عدد هم باشد مثل چهار مال خواه هشت کعب خواه دو مال مال وغیر آن پس اگر آن عدد هم باعتبار جذر خواه کعب وغیر آن از جنس مضلع منطق باشد آن مضلع منطق است والا اصم مثلاً چهار مال باعتبار جذر منطق است چراکه عدد چهار هم باعتبار جذر منطق ومال هم باعتبار جذر منطق است پس جذر چهار مال دو شيء میشود وهمچنین ضلع کعب هشت کعب دو شيء است وجذر چهار مال مال دو مال وکعب هشت کعب کعب دو مال است وعلی هذا القیاس وبرای سه مال جذر نیست وهمچنین برای پنج کعب کعب جذر نیست چراکه اعداد آنها غیر مجذور اند وهمچنین برای چهار مالکعب جذر نیست چراکه عدد منزل آن فرد است جذر نمیدارد وقس علی هذا واگر اجناس متعدد باشند پس باید دانست که اگر دو جنس اند جذر آنها بحسب الجنسیة ممکن نیست واگر سه جنس اند واز آن اعداد واجناس اعلی وادنی منطق باشند واعداد جنس اوسط مسطح جذر اعلی في ضعف جذر ادنی است پس جذر آن هر سه اجناس مجموع جذرین اعلی وادنی خواهد بود واگر همچنین نباشد آنها هم اصم اند واگر چهار جنس باشند جذر آنهم ممکن نیست واگر پنج اجناس باشند وجنس اول وپنجم منطق باشد هم از روي عدد وهم از روي جنس وهرگاه از جنس ثالث مسطح جذر اول في ضعف جذر پنجم ساقط نمایند باقي هم مجذور بود از روي عدد وجنس ومسطح جذر باقي جنس ثالث في ضعف

جذر اول وضعف جذر پنجم مساوي جنس ثاني ورابع بود پس مجموع هرسه اجذار جذر مطلوب باشد واگر چنین نبود آنهم اصم است وهکذا در اجناس سته وسبعه وغیره مثلا خواهم که جذر چهار مال و بست کعب وبست و پنج مال مال بدانم چون جذر جنس اعلی که سیوم است پنج مال وجذر اول که جنس ادنی است دو شيء و مسطح احد الجذرین في ضعف الآخر اعني مسطح پنج مال در چهار شيء بست کعب میشود وآن مساوي جنس اوسط است پس پنج مال ودو شيء جذر مطلوب است وهمچنین اگر جذر چهار مال وبست کعب وچهل ویک مال وچهل مالکعب وشانزده کعب کعب بدانم چون جذر جنس اعلی اعني شانزده کعب کعب چهار کعب است وجذر جنس ادنی اعني چهار مال دو شيء ومسطح احد الجذرین في ضعف الآخر شانزده مال مال است وهرگاه آنرا از چهل ویک مال مال ساقط نمودم باقي بست وپنج مال مال ماند آنهم مجذور منطق است وجذر آن پنج مال ومسطح پنج مال في ضعف الجذرین الاولین بست کعب وچهل مالکعب گردید وآن هردو جنس ثاني ورابع اند پس مجموع هرسه اجذار مطلوب است اعني چهار کعب وپنج مال ودو شيء وقال صاحب عیون الحساب انا استنبطتُ لاستخراج جذورها اي جذور المضلعات الاصم بحسب العدد قاعدةً هي نأخذ بعد ذلک الجنس مضلعا یکون عدد منزله مثل شطر الاعظم من عدد منزله ذلک الجنس مثاله اردنا ان نأخذ جذر عشرة اموال کعب بحسب العدد فکان عدد منزله خمسة وشطرها الاعظم ثلثة وهي منزلة الکعب فاخذنا کعب العشرة فحصلت الف فهو جذر عشرة اموال کعب علی ان الشيء عشرة فقط * این ضعیف میگوید که ما حصل استنباط این قاعده معلوم نمیشود چرا که اگر مقدار شيء عشر معلوم است پس حاجت باستخراج این قاعده چیست واگر مقدار شيء مجهول است پس ضرورة قاعده برای استخراج شيء ازین جذر می باید خواه طریق عمل استخراج شيء که در جبر ومقابله ضرور است وآن هردو ازین قاعده حاصل نمیشود پس لغو محض باشد واگر این قاعده را باین نهج بیان کنم خوب است که چون ده مالکعب عبارت است از حاصل الضرب ده عدد در مالکعب وهمچنین مالکعب عبارت است از حاصل الضرب مال مال في شيء پس مسطح جذر هریکی از مضروبین بگیرم که مسطح الجذرین مساوي جذر مسطح المجذورین میباشد پس جذر ده مالکعب مسطح جذر ده در مسطح مال في جذر شيء است درینصورت اگر مقدار شيء ده عدد باشد پس مسطح مذکور یک هزار خواهد بود

ضرب ره چنانکه صاحب عیون الحساب استنباط نموده واگر مقدار شيء مثلا چهل فرض کنم پس مسطح مذکور سي ودو هزار بود بحسب العدد چراکه هرگاه جذر چهل راکه شيء است در جذر ده ضرب کنم حاصل بست که جذر چهار صد است خواهد بود وهرگاه بست را در یک هزار وششصد که مال چهل است ضرب نمودم سي ودو هزار حاصل شد و آن مطلوب است و باید دانست که درین قاعده فائدهٔ کثیر است زیراکه در جبر ومقابله مقصود اجرای عمل بحسب مقتضای سؤال میباشد تا مقابلهٔ مجهول خواه مضلعات آن از معلوم گردد که ازان مجهول را استخراج نمایند واجرای عمل ازین قاعده حاصل است ونیز این قاعده عام میشود که مضلعات منطق را شامل است مثلا گویم جذر چهار مال دو شيء است چراکه چهار مال عبارت است از مسطح چهار في مال پس جذر آن مسطح جذر چهار که دو است در جذر مال که شيء است خواهد بود و آن عبارت از دو شيء باشد وهمچنین اگر کعب هشت کعب کعب بدانم چون آن مسطح هشت في کعب کعب است پس کعب آن مسطح کعب هشت که دو است في کعب کعب کعب که مال است خواهد بود اعني دو مال واگر کعب شانزده مال مال مطلوب باشد گویم که چون مال مال عبارت از مسطح کعب في شيء است پس مسطح ضلع کعب شانزده في مسطح شيء في ضلع کعب شيء کعب مطلوب است *

مطلب هشتم در استخراج ضلع اول مضلعات بوجه عام

باید دانست که هرچند طریق استخراج ضلع اول مضلعات در مطلب دهم باب اول مفصل بیان کرده شد لاکن چون طریق خاص که برای استخراج ضلع اول مضلعات زائده و ناقصه است وبدون دانستن طریق ضرب و تفریق و جمع اجناس زائده وناقصه نمیتواند شد در ینجا نوشتن ضرور افتاد وازان جمیع مسائل جبر ومقابله ومعادلات غیر متناهي حل میشوند وهیچکس آنرا بالتفصیل بیان نکرده است باید دانست که هرگاه جنسین یا اجناس کثیره معادل یک دیگر شوند وبعد از اتمام عمل جبر ومقابله در معادلهٔ اخیره که عدد بطرفی از معادله واقع شود خواه آن عدد شامل جنس اعظم باشد یا جنس اصغر پس جمیع اجناس را بلحاظ مراتب ولحاظ زائد وناقص نویسند ومضلعات عدد جنس اعظم بلحاظ زائد وناقص درست سازند تا آنکه یک مرتبه ازان جنس اعظم کم باشد پس اعداد جمیع اجناس ماتحت جنس اعظم را صعوداً و نزولا در آن مضلعات ضرب سازند مثلا اگر دو مال مال وسه کعب ودو مال وپنج شيء و ۲۲۰ (اجناس متعدده اند پس

مضلعات عدد جنس اعظم که دو است نوشتم بدینصورت ضلع ۲ مال ۴ کعب ۸ پس عدد را در کعب که هشت بود ضرب نمودم ۱۷۶۰ شد و عدد شيء را در مال که چهار است ضرب ساختم ۲۰ گردید و عدد مال را در ضلع که عدد جنس اعظم است ضرب نمودم چهار گردید و عدد کعب را بحال خود گذاشتم چراکه برای او هیچ مضروب فیه نبود و درینصورت ضرور است که جنس ما تحت اعظم که بیک مرتبه کم باشد بحال خود خواهد بود و اگر کدام جنس در وسط موجود نباشد مثلاً در مثال مذکور اگر کعب خواه مال خواه شيء نباشد پس مضروب فیه آنرا موقوف باید کرد و بعد از ان استخراج ضلع اول حاصل ضرب اعداد بلحاظ زائد و ناقص نمایند و آن ضلع اول را که خارج شود بر عدد جنس اعظم قسمت سازند که خارج قسمت مطلوب است پس اگر جنس اعظم زائد است ضلع اول هم زائد خواهد برآمد و اگر جنس اعظم ناقص است ضلع اول هم ناقص خواهد برآمد و باید دانست که اگر مضلع جنس اعظم منطق است ضلع اول صحیح خواهد برآمد و اگر اصم است پس بعد اخراج اعداد صحیح ضلع اول هر قدر که اعداد باقیماند در یمین آن اصفار بعدة عدد منزل مضلع اعظم افزوده استخراج اعداد ما بعد نمایند و باز اگر کسر افتد دیگر اصفار بهمان عدة بیفزایند و استخراج کنند و همچنین تا هر مرتبه که خواسته باشند تا آنکه کسر قلیل باقیماند و بعد از ان اعدادیرا که بعد از صحیح خارج شده اند بر واحد اصفار بعدة اعداد مراتب خارج نوشته منسوب سازند که آن عدد صحیح مع حاصل النسبة ضلع اول مطلوب خواهد برآمد و نیز اگر علامت مراتب ضلع اول صرف بر آحاد واقع شود درینصورت مضلع اعظم منطق باشد خواه اصم بر یمین آن اصفار بعدة عدد منزل مضلع اعظم افزوده استخراج ضلع اول نمایند و خارج را بر ضلع ذو اصفار قسمت سازند که حاصل مطلوب است و نیز باید دانست که چون مضلعات منطقه خواه عدد صحیح خواهد بود خواه کسر خواه صحیح مع الکسر پس اگر ضلع اول کسر باشد یا صحیح مع الکسر درینصورت در اعداد معادل نیز کسر خواهد افتاد و مخرج آن مضلع عدد مخرج کسر ضلع اول خواهد بود چراکه مضلعات نزولي هم مضلعات کسر اند که مخارج آنها مضلعات صعودي عدد مخرج ضلع اول باشد و صورت آنها مضلعات صعودي صورت کسر ضلع اول بود درینصورت اگر مضلعات منطق زائده باشند یا ناقصه ممکن نیست که مخرج کسر اعداد موجوده تبدیل یابد زیراکه مخرج مضلع اعظم خواهد بود و مخارج دیگر مضلعات ما تحت آن نسبت تداخل دارند درینصورت

استخراج ضلع اول اعداد که صورت کسراست نموده بر ضلع اول مخرج منسوب سازند واگر مخرج مضلع اعظم از جنس مضلع نباشد بدانند که مضلع اصم است منطق نیست وباید دانست که استخراج ضلع اول درینجا بطوریکه درمطلب دوازدهم باب اول مذکوراست نمایند لیکن فرق مابینهما این است که درآنجا صرف استخراج مضلع مفرد است ولحاظ زائد وناقص نیست ودرینجا احتیاج رجوع بمفرد نیست بلکه عام است که مضلع مفرد باشد یا نه ولحاظ زائد وناقص درضرب وتفریق وجمع شرط است ونیز درینجا طریق استخراج مضلعات بکسور اقرب التقریبي الی غیر النهایة که بزیادت اصفار میشود مذکوراست واگر درآنجا نیز بهمین نهج کسور اقرب التقریبي حاصل کنند انسب خواهد بود ونیز درآنجا بسبب عدم لحاظ زائد وناقص درضرب وتفریق وغیره در بعض صور برای اعمال جبریه از ضرب وتفریق وغیره درحاشیه خارج از جدول وگاهی فوق جدول احتیاج نوشتن میشد چنانکه امثلهٔ آن گذشت وازین جهت محاسب را اشکال می نمود درینجا احتیاج آن نیست واگر درآن طریق نیز همین لحاظ مرعي دارند جمیع اعمال متعلقهٔ آن سهل خواهد شد *

فائده باید دانست که گاهی بعد رسم جدول برای استخراج مضلعات زائده وناقصه وبعد رسم اعداد صفوف برای علامت اخیر ضلع اول عددی یافته نمیشود پس لحاظ باید کرد که پیدانشدن عدد یا بسبب اعداد زائدهٔ صفوف است ویا بسبب اعداد ناقصه است پس اگر سبب اعداد زائدهٔ صفوف است باید که بر علامت اخیر صفر گذاشته از علامتی که یمین اوست عمل نمایند وهمچنین اگر درآنجا هم عدد پیدا نشود از دیگر علامت یمین او عمل سازند وهکذا واگر بسبب اعداد ناقصه است خانهای دیگر برای علامت دیگر بقدر ضرورت در بسار جدول بکشند وعلامت دیگر نهاده از آنجا ابتدای عمل نمایند وهکذا *

تنبیه درصورتیکه عدد علامت اخیر بسبب اعداد ناقصهٔ صف ضلع بهم نرسد درینصورت بعد رسم خانهای خالي دیگر برای علامت دیگر عدد مرتبهٔ اخیر اعداد ناقصه را برای علامت اخیر بگیرند واگر بسبب اعداد ناقصه صف مال برای علامت اخیر عدد یافته نشود پس از عدد مرتبهٔ اخیر اعداد زائده اقرب المضلع گرفته ضلع اول او را برای علامت اخیر متعین نمایند وهکذا در اعداد صف کعب ضلع اول اقرب الکعب بگیرند *

مطلب نهم در طریق تصرف در سؤال سائل بر سبیل اجمال

بدانکه اگر مجهول واحد باشد مجهول را شيء فرض کنند و اگر متعدد باشد برای امتیاز و تفرقه هریک بدرهم و حصه و نصیب وغیره تعبیر نمایند و گاهی بحسب مناسب مقام بشيء وقدر تفاضل تعبیر کنند و گاهی نصف مجهول را شيء فرض کنند و همچنانکه سائل در عدد مسئول عنه اعمال جبریه از جمع و تفریق و ضرب و قسمت و تجذیر و غیره نموده است در مفروض نیز بهمان عنوان عمل نمایند چراکه شيء مفروض بمنزلهٔ عدد مسئول عنه است و هرگاه عمل تمام شود انچه که از عدل حاصل شده است آنرا با ما اعطاه السائل معادل ساخته از طریق استخراج معادلات ستهٔ جبریه وغیر آن که بعد ازین مذکور خواهد شد عدد مجهول را استخراج نمایند و هرجا که نسبت هندسي متحقق شود اربعهٔ متناسبه یا ستهٔ متناسبه وغیر آن نمایند و اگر عدد اجناس متعدد باشد رجوع باقل کنند وحتی الوسع والامکان رجوع بجنس واحد سازند و اگر ناقص باشد زائد کنند و متداخلین را از طرفین معادله ساقط سازند از انجاکه طریق تصرف بسیار است و هریک بلحاظ خواص ولوازم عددي مناسب مقام بعمل می آید بحکم ما لا یدرک کله لا یترک کله بهمین قدر اختصار افتاد و تفصیل آن از مطلبی که در طریق جبر و مقابلهٔ حکماء فرنک ثبت خواهد شد دریابند *

مطلب دهم در استخراج مجهولات بمسائل ستهٔ جبریه و در آن چند بیان است

و مدار آن بر معادلاتیکه درمیان عدد و شيء و مال واقع میشود است و آن دو نوع است مفردات و مقترنات معادلهٔ مفردات معادلهٔ جنسی بجنسی باشد و آن سه قسم است اول اشیاء معادل باعداد دویم اشیاء معادل اموال سیوم اموال معادل اعداد * و معادلهٔ مقترنات معادلهٔ یک جنس بدو جنس باشد و آن نیز سه قسم است اول اشیاء و اموال معادل اعداد دویم اشیاء معادل اموال و اعداد سیوم اموال معادل اشیاء و اعداد نوع اول را مفردات خوانند جهت تعادل افراد جنسي و نوع دویم را مقترنات نامند جهت اقتران دو جنس *

بیان اول در طریق استخراج مجهولات بمسائل مفردات

مسئلهٔ اولی که اشیاء معادل اعداد باشد پس عدد را بر عدد اشیاء قسمت سازند خارج مقدار مجهول خواهد بود زیراکه اعداد حاصل ضرب عدد اشیاء فی الشيء است و هرگاه حاصل ضرب را بر احد المضروبین قسمت میسازند خارج مقدار مضروب آخر میشود چون درینجا مطلوب مقدار

شيء است لهذا اعداد را که اصل ضرب است براحد المضروبين اعني عدد الاشياء قسمت میکنند که خارج مقدار مضروب آخر اعني شيء برآید ∴ مثال کدام عدد است که اگر دو ثلث آن و بست عدد بر آن زیاده کنم حاصل سه مثل آن گردد ∴ جواب فرض کردم مجهول را شيء پس بحسب السؤال شيء و دو ثلث شيء و بست عدد معادل سه شيء گردید و بعد مقابله که عبارت از اسقاط اجناس متداخلین است یک شيء و ثلث شيء معادل بست عدد شد بست را بر واحد و ثلث قسمت کردم خارج پانزده گردید و هو المطلوب *

مسئلهٔ دویم که اشیاء معادل اموال باشند عدد اشیاء را بر عدد اموال قسمت سازند که خارج مقدار شيء است زیرا که درینصورت مسطح عدد اشیاء که خارج قسمت است فی الشيء معادل مال واحد شد و چون مسطح شيء فی الشيء نیز مال میشود پس ازین معلوم شد که عدد اشیاء نیز مساوي شيء است ∴ مثال کدام عدد است که اگر پنج مثل آن بر آن بیفزایم حاصل الجمع مساوي حاصل الضرب همان عدد در دو ثلث آن شود ∴ جواب فرض کردم مجهول را شيء پس بحسب السؤال شش شيء معادل دو ثلث مال گردید شش را بر دو ثلث قسمت کردم نه خارج مطلوب است *

مسئلهٔ سیوم که اموال معادل اعداد باشند اعداد را بر عدد اموال قسمت کنند و جذر خارج بگیرند که مقدار شيء مطلوب بر آید چرا که خارج مال واحد است و جذر مال شيء مثال عددي است که اگر آن را در ربع خودش ضرب کنند و بر حاصل ضرب سه زیاده کنند و این حاصل الجمع را تضعیف نمایند و بر حاصل تضعیف پنج زیاده کرده باز تضعیف سازند و این مبلغ را برده قسمت کنند خارج شانزده صحیح و سه خمس شود ∴ جواب مجهول را شيء فرض کردم پس بحسب السؤال شيء را در ربع شيء ضرب کردم حاصل ربع مال گردید بر آن سه زیاده کردم و مجتمع را تضعیف کردم حاصل التضعیف نصف مال و شش شد بر آن پنج افزودم نصف مال و یازده گردید این مبلغ را باز ضعف کردم یک مال و بست و دو شد آن را برده قسمت کردم خارج یک عشر مال و دو عدد و یک خمس معادل شانزده صحیح و سه خمس گردید مقابله کردم بعد مقابله یک عشر مال معادل چهارده عدد و دو خمس شد پس $14\frac{2}{5}$ را بر یک عشر قسمت نمودم یک صد و چهل و چهار خارج گردید پس جذر خارج گرفتم دوازده شد و آن شيء مطلوب است *

بیان دویم در طریق استخراج مجهولات بمسائل مقترنات باید دانست که در مقترنات ضرور است که مال را رد بمال واحد سازند اگر زیاده از واحد باشد و کامل بمال واحد کنند اگر کم از واحد باشد وبهمان نسبت رد وتکمیل شیء وعدد هم نمایند وطریق رد وتکمیل چنانست که عدد اموال واشیاء واعداد را قسمت بر عدد اموال کنند مثلاً وقتیکه بست وهشت عدد معادل چهار مال وسي شيء باشد هریکی را بر چهار که عدد اموال است قسمت کردم خارج هفت عدد ومال واحد وهفت شيء ونصف شيء شد پس هفت عدد معادل یک مال وهفت شيء ونصف شيء گردید وبرای تکمیل جمیع ارقام معادله را در مخرج کسر مال ضرب سازند *

مسئلهٔ اولی که اشیاء واموال معادل اعداد باشند طریق استخراج آن چنانست که بعد رد وتکمیل بمال واحد واخذ شيء وعدد بهمان نسبت مربع نصف عدد اشیاء را بر اعداد بیفزایند واز جذر مجموع نصف عدد اشیاء بکاهند که باقي مقدار شيء مطلوب است وبرهانش این است که مربع عدد مساوي مربعین قسمین آن عدد ومسطح احد القسمین في ضعف الآخر میشود پس اعدادیکه معادل اشیاء واموال میشوند در حقیقت مربع الشيء ومسطح الشيء في ضعف نصف عدد الاشیاء است وهرگاه برآن اعداد مربع نصف عدد اشیاء افزوده شده پس این مجموع مربع الشيء ومربع نصف عدد اشیاء ومسطح الشيء في ضعف نصف عدد الاشیاء گردید وجذر این بالضرورة مجموع الشيء ونصف عدد اشیاء باشد وهرگاه از جذر نصف عدد اشیاء را ساقط کنند شيء مطلوب باقي خواهد ماند ∴ مثال اگر خواهم که ده را منقسم گردانم بدو قسم بحیثیتیکه مضروب یک قسم در مجموع ذات خودش ونصف قسم آخر دوازده شود ∴ جواب احد القسمین را شيء فرض کردم قسم آخر ۱۰ الاّ شيء گردید پس بحسب السؤال شيء را در مجموع شيء و ۵ الاّ نصف شيء ضرب کردم حاصل یک مال و ۵ شيء الاّ نصف مال معادل دوازده عدد شد بعد تکمیل مال و ۱۰ شيء معادل ۲۴ عدد شد پس مربع نصف عدد اشیاء را که بست وپنج است بر عدد افزودم چهل ونه شد جذر آن هفت برآمد نصف عدد اشیاء که پنج عدد است از هفت نقصان کردم دو باقیماند وآن مقدار شيء مطلوب است پس قسم آخر هشت برآمد *

مسئلهٔ ثانیه که اشیاء معادل اموال واعداد باشند طریقش چنانست که بعد ردّ وتکمیل اعداد را از مربع نصف عدد اشیاء ساقط کنند وجذر باقي گرفته بر نصف عدد اشیاء بیفزایند خواه از نصف عدد

اشیاء بکاهند که مجتمع درصورت اول و باقي درصورت ثاني مقدار شيء مطلوب است زیراکه بشکل پنجم مقالهٔ ثاني اصول ثابت شده که هرخطیکه تنصیف کرده شود وباز آنرا بقسمین مختلفین تقسیم کنند پس مسطح احد القسمین فی الآخر مع مربع الفضل بین النصف والقسم مساوي مربع نصف الخط میشود وبرهان این آنست که چون قسم اعظم مجموع مقدار قسم اصغر وضعف الفضل بین النصف والقسم است پس مسطح قسم اصغر فی الاعظم مساوي مجموع مربع اصغر ومسطح اصغر في ضعف الفضل بین النصف والقسم خواهد بود ونیز چون نصف الخط مقدار مجموع اصغر وفضل بین النصف والقسم است پس مربع آن مساوي مجموع مربع اصغر ومربع فضل ومسطح اصغر في ضعف الفضل خواهد شد درینصورت هرگاه اشیاء معادل اموال واعداد شد گویا عدد اشیاء را بقسمین مختلفین قسمت کرده اند یکی ازان مقدار شيء است ودویم مقدار عددي است که هرگاه در شيء ضرب کنند اعداد معلوم حاصل شود اعني مسطح احد القسمین فی الآخر همان اعداد معلوم است وآن مع مربع فضل بین النصف والقسم مساوي مربع نصف عدد اشیاء است پس هرگاه از مربع نصف عدد اشیاء اعداد را ساقط کنند مربع فضل بین النصف والقسم باقي خواهد ماند درینصورت اگر شيء مقدار قسم اعظم است جذر باقي بر نصف عدد شيء زیاده کنند واگر شيء مقدار قسم اصغر باشد جذر باقي از نصف عدد شيء ساقط کنند ؛ مثال کدام عدد است که هرگاه بر مربع آن هفده زیاده کنند تسع حاصل الجمع مساوي مجموع آن عدد وثمن آن عدد گردد ؛ جواب عدد مجهول را شيء فرض کردم و بحسب السؤال بر مربع آن که مال است هفده افزودم پس تسع مجموع که تسع مال ویک عدد وهشت تسع باشد معادل یک شيء وثمن شيء شد وبعد رد وتکمیل یک مال وهفده عدد معادل ده شيء وثمن شيء گردید پس نصف عدد اشیاء را مربع کردم $\frac{25}{256}$ شد عدد را ازین ساقط کردم $\frac{8}{256}$ ماند جذرش گرفتم $\frac{2}{16}$ برآمد این را بر نصف عدد اشیاء افزودم ۸ شد وهمین شيء مطلوب است واگر $\frac{2}{16}$ را از نصف عدد اشیاء ساقط کنم $\frac{2}{8}$ باقي نیز صلاحیت جواب دارد پس عدد هشت که درصورت زیاده کردن جذر بر نصف عدد اشیاء برآمده است اگر آنرا مربع گردانند ۶۴ گردد ومع هفده هشتاد ویک شود وتسع این ۹ مساوي مجموع ۸ وثمن آن که واحد است میشود وعدد $\frac{2}{8}$ که درصورت ثاني حاصل شده مربع آن $\frac{4}{64}$ ومع هفده $\frac{21}{64}$ میشود وتسع این $\frac{2}{64}$ است واین مساوي مجموع $\frac{2}{8}$ وثمن آنست *

صح

فائده باید دانست که درین مسئلهٔ ثانیه اگر عدد از مربع نصف عدد اشیاء اکثر باشد سؤال باطل خواهد بود و اگر عدد مساوي مربع نصف عدد اشیاء باشد درینصورت نصف عدد اشیاء همان شيء مجهول است *

فائده نیز درین مسئله صاحب عیون الحساب میفرماید که هرگاه جذر باقي بر نصف عدد اشیاء زیاده میکنند و یا از نصف عدد اشیاء نقصان میکنند هریک از مجتمع و باقي شيء مجهول است معنی آنست که هریک از مجتمع و باقي عددی است که هرگاه بر مربع آن عدد معین مذکور را که در مقابله واقع است بیفزایند حاصل الجمع اضعاف مجتمع خواه باقي مذکورین که مربع شده است بعدة عدد اشیاء میشود و نه آنکه هریک ازان دو عدد مقدار شيء مجهول تواند شد زیرا که ممکن است که بسبب خصوصیتیکه در آن سؤال معتبر باشد احد العددین بلکه عددین صلاحیت جواب نداشته باشد چنانکه در استخراج مسائل اشاره بآن خواهم نمود مثلا هرگاه بست شيء معادل هفتاد و دو عدد و نصف مال باشد بعد تکمیل چهل شيء معادل یکصد و چهل و چهار و یک مال خواهد شد پس بموجب قاعده عدد را از مربع نصف عدد اشیاء که چهارصد است ساقط کردم دو صد و پنجاه و شش باقیماند و جذر این را که شانزده است بر نصف عدد اشیاء افزودم سي و شش شد و اگر از نصف عدد اشیاء که بست است بکاستم چهار باقیماند پس سي و شش و چهار هردو مقدار شيء مجهول است زیرا که مربع اول یک هزار و دو صد و نود و شش است و هرگاه یکصد و چهل چهار بر آن افزودم یک هزار و چهارصد و چهل شد و این چهل اضعاف سي و شش است علی هذا القیاس مربع ثاني اعني چهار که شانزده است وقتیکه یکصد و چهل و چهار بر آن بیفزایم یکصد و شصت میشود و آن نیز چهل اضعاف چهار است تم بیانه * باید دانست که آنچه صاحب عیون الحساب میگوید که بسبب خصوصیتیکه در سؤال سائل معتبر است هردو قابل جواب نباشند محل تأمل است زیرا که استخراج سؤالات چند که ما بعدش بیان نموده هیچ سؤال باین نهج بنظر نرسیده *

مسئلهٔ ثالثه که اموال معادل اشیاء و اعداد باشند طریق استخراج مجهول چنانست که بعد رد و تکمیل مربع نصف عدد اشیاء بر عدد بیفزایند و جذر مجموع گرفته بر نصف عدد اشیاء اضافه نمایند که شيء مجهول حاصل شود و این مسئله در حقیقت عکس مسئلهٔ اولی است و برهانش این است که گویا شيء قسمت شده است دو قسم که یک قسم عدد اشیاء است و قسم دویم عددی است که هرگاه

در شيء ضرب كرده شود عدد معلوم حاصل شود اعني مربع قسم آخر و مسطح آن في القسم الاول اعني مربع آن و مسطح آن در ضعف نصف قسم اول پس وقتيكه مربع نصف قسم اول اعني مربع نصف عدد اشياء برآن افزوده شود جذر آن مجموع قسم آخر و نصف عدد اشياء باشد و هرگاه برآن نصف عدد اشياء بيفزايند شيء حاصل شود * مثال كدام عدد است كه چون نقصان كنند آنرا از مربع او و زياده سازند باقي را بر مربع او ده شود * جواب عدد را شيء فرض كردم و بحسب السؤال تصرف نمودم از مربع او كه يک مال است شيء نقصان كردم يک مال الا شيء باقيماند باز اين باقي را بر مربع شيء كه مال است افزودم حاصل جمع دو مال الا شيء معادل ده گرديد كامل نمودم دو مال معادل ده و شيء شد بسوى مال واحد رد نمودم يک مال معادل پنج عدد و نصف شيء گرديد پس بطريق استخراج مربع نصف عدد اشياء كه يک شانزدهم باشد بر عدد كه پنج است افزودم پنج صحيح و يک شانزدهم گرديد جذر آن كه دو صحيح و يک ربع است بر نصف عدد اشياء اعني يک ربع افزودم دو صحيح و يک نصف شد و آن مقدار شيء مجهول است و صاحب عيون الحساب طريق استخراج مجهولات در مقترنات ثلثه بنظم آورده هكذا * نظم

* در مقترنات جبر بعد از رد و تكميل * تا ره بجواب آري اين نكته نما اصغا *
* نصف عدد اشياء در هر سه مربع كن * در اول و در ثالث آنرا بعدد افزا *
* كم كن تو عدد از وي در مسئلهٔ ثاني * وز مجتمع و باقي كن جذر روان پيدا *
* در اول و در ثالث تا شيء بدست آري * زان جذر فگن و افزا نصف عدد اشيا *
* وافزاى بگاه آن جذر زان نصف كه شد مذكور * تا هر دو جواب آيد از مسئلهٔ وسطى *

فائده در مقترنات ثلثه هرگاه عدد جنسى كه معادل جنسين باشد مساوي عدد دين جنسين مذكورين شود پس مقدار شيء واحد خواهد بود و احتياج رد و تكميل نيست و در مسئلهٔ ثانيه مقترنات در صورت مذكوره اگر عدد را بر عدد اموال قسمت كنند نيز مقدار شيء برآيد مثلا ده شيء معادل هشت عدد و دو مال است هشت را برد و قسمت نمودم چهار خارج گرديد پس چهار و واحد هر دو صلاحيت جواب دارند *

مطلب يازدهم در طريق استخراج معادلات غير متناهي على الوجه العام

مقدمه بدانكه بعد عمل معادله بين الجنسين خواهد شد يا اكثر از ين و در قسم اول احد الجنسين

معادلین عدد باشد یا عدد اشیاء وغیره اگر احد الجنسین عدد باشد پس جنس ثانی اگر شیء بود
عدد معادل را بر عدد اشیاء قسمت سازند چنانکه گذشت واگر جنس ثانی سیوای شیء مضلع دیگر
بود رجوع بمضلع مفرد نموده استخراج ضلع اول آن نمایند چنانکه در مسئلهٔ ثالثهٔ مفردات ستهٔ
جبریه رجوع بمال واحد کرده استخراج جذر مینمایند واگر احد الجنسین المعادلین عدد نباشد
پس طرفین معادله را بر شیء مرة بعد آخری قسمت کنند تا در احد الطرفین عدد واقع شود پس بقاعدهٔ
مرقومة الصدر استخراج مجهول نمایند وبرای قسمت طریق سهل این است که عدد منزل جنس
اصغر را از عدد منزل جنس اعظم ساقط کنند که عدد منزل مضلع طرف جنس اعظم خواهد بود
وبطرف جنس اصغر صرف عدد مضلع مذکور خواهد افتاد مثلاً هشت کعب معادل دو مال کعب
است چون عدد منزل کعب سه است وعدد منزل مال کعب پنج هرگاه سه را از پنج ساقط کردم
دو باقیماند وآن عدد منزل مال است پس هشت عدد معادل دو مال شد وقسم دویم اعنی معادله
بین الاجناس دو نوع است نوع اول آنکه در احد الطرفین معادله عدد واقع شود وآن نیز دو صنف است
صنف اول آنکه عدد صرف معادل جنسین خواه اجناس باشد ودویم آنکه عدد مع جنسی یا اجناس
معادل جنسی یا اجناس شود ونوع دویم آنکه جنسی یا اجناس غیر الاعداد معادل جنس یا اجناس غیر
الاعداد گردد وصور هر دو نوع غیر متناهی است پس در صنف اول نوع اول استخراج مجهولات بقاعدهٔ
استخراج ضلع اول مضلعات زائده نمایند ودر صنف دویم نوع اول اجناس که شامل عدد باشند آنها را
ساقط نموده از طرف دیگر مستثنی سازند که صرف اعداد معادل اجناس زائده یا ناقصه افتد پس
استخراج مجهولات بقاعدهٔ استخراج ضلع اول مضلعات زائده وناقصه کنند الّا در صورتیکه جنس
اعظم ناقص واقع شود بقاعدهٔ مذکوره استخراج محال است وبرای استخراج آن قاعده که در مطلب
هشتم همین باب مذکور شد کافیست ودر نوع دویم باید که عدد منزل جنس اصغر را که در احد الطرفین
معادلین واقع باشد از عدد منزل جمیع اجناس ساقط باید کرد که باقی عدد منزل هر اجناس مع اعداد
ما قبل آن وعدد جنس اصغر در معادله باقی خواهد ماند وصور معادله رجوع به صنفی از اصناف
نوع اول خواهد کرد ونیز باید دانست که براهین طریق استخراج معادلات جمیع انواع معادله
بین الجنسین که قسم اول است در بیان ذیل طریق استخراج مجهولات بمسائل ستهٔ جبریه گذشت
ونیز حقیقت طریق استخراج مجهولات در صنفین نوع اول قسم دویم اعنی عدد صرف معادل

جنسین یا اجناس باشد و یا عدد مع جنسی یا اجناس معادل جنسی یا اجناس بود از مطلب دوازدهم باب اول مفصل معلوم کنند وحقیقت طریق استخراج مجهولات در نوع دویم که رجوع بصنفین نوع اول میکند احتیاج تکرار ندارد اما حقیقت طریق استخراج مجهولات بوجه عام که در مطلب هشتم باب هذا مذکور شد این است که اعداد را در مضلع عدد مضلع اعظم که بیک مرتبه از ان مضلع اعظم کم باشد ضرب میکنند تا حاصل ضرب مساوي مسطح اعظم العدد شود برای آنکه کعب مسطح المکعبین مساوي مسطح الکعبین است مثلا پنجاه وچهار عدد مساوي دو کعب است هرگاه پنجاه وچهار را در چهار که مجذور دو است ضرب کردم گویا کعب مجهول در هشت که کعب دو است ضرب یافته وهمچنین اگر دو کعب ویک شيء معادل پنجاه وهفت باشد پس هرگاه پنجاه وهفت را در چهار حسب مرقوم الصدر ضرب کردم گویا شيء هم در چهار ضرب یافته ودرینجا شيء زائد است لهذا شيء را در عدد کعب ضرب کردم تا در جدول که بصف مال بسبب نظیر نوشتن خواهد شد ودر ضلع اول خارجه که فی الحقیقة مسطح شيء في ۲) است ضرب یافته ساقط خواهد شد گویا شيء در چهار ضرب یافته ساقط خواهد گردید وهمچنین است حال جمیع مضلعات اصغر دیگر زائده باشند خواه ناقصه حالا امثلهٔ جمیع بترتیب مذکور به پنج بیان مفصل بیان میکنم و باید دانست که امثلهٔ قسم اول اعني هرگاه اعداد معادل اشیاء باشند ظاهر است احتیاج بیان ندارد *

بیان اول در مثال قسم دویم اعني اعداد که معادل جنسی غیر الاشیاء بود : سؤال شخصی به مبلغ معلوم جنسی خرید کرد آنرا بانتفاع في روپیه از مقدار زر اصل بواحد کم فروخت وباز از مجموع جنس دیگر خرید کرد و بانتفاع في روپیه بمقدار مربع زر اصل بواحد کم فروخت ونزد او مجموع اصل وهردو انتفاع این ۲۴۰۱ روپیه حاصل شد پس زر اصل چقدر بود : جواب زر اصل را شيء فرض کردم پس انتفاع اول في روپیه شيء الا واحد گردید ودرینصورت بحسب السؤال انتفاع مال الا شيء شد وهرگاه آنرا با اصل جمع کردم مجموع مال شد پس همان مال مقدار قیمت جنس ثاني گردید وچون بحسب سؤال مقدار انتفاع ثاني في روپیه بقدر مربع زر اصل واحد کم است درینصورت انتفاع ثاني مال مال الا مال شد وهرگاه آنرا با مال که زر اصل ثاني است جمع کردم مجموع مال مال معادل ۲۴۰۱ شده استخراج ضلع مال مال نمودم هفت مقدار زر اصل برآمد *

بیان دوم درمثال قسم سیوم اعني جنسی غیرالاعداد معادل جنسی شود ؛ سؤال شخصی به مبلغی جنسی خرید کرد و آنرا با نتفاعی فروخت که مجموع زر اصل وانتفاع بقدر مربع زر اصل گردید وباز جنسی دیگر از مجموع زر اصل وانتفاع خرید نموده باز آنرا بشرح انتفاع اول فروخت هشت روپیه یافت پس مقدار زر اصل چه بود ؛ جواب مجهول را شيء فرض کردم پس مجموع زر اصل وانتفاع اول بحسب السؤال مال شد واربعهٔ متناسبه کردم بدین صورت $\frac{\text{شي}|\text{مال}}{\text{مال}|\ ۸}$ چون مسطح الطرفین مساوي مسطح الوسطین میباشد پس ۸ شيء معادل مالمال شد وهرگاه طرفین معادله را برشيء قسمت نمودم ۸ معادل کعب شده پس باستخراج ضلع کعب ۸ زر اصل دو برآمد *

بیان سیوم درمثال قسم چهارم اعني عدد صرف معادل جنسین یا اجناس بود ؛ سؤال کدام عدد است که هرگاه بر مالکعب او دوصد وسیزده مالمال را بیفزایند مجموع ۲۰۱۴۳۹۶۶۱۸۲۴ شود ؛ جواب چون اینجا عدد معادل یک مالکعب ودوصد وسیزده مالمال است پس ضلع اول مالکعب زائد برآوردم خارج دوصد وپنجاه وشش گردید وچون این مثال درمطلب دوازدهم باب اول درطریق استخراج مضلعات زائده مذکور است لهذا جدول آن درینجا ثبت نیفتاد ونیز چون درمطلب مذکور مثال معادله عدد باجناس هم مذکور است پس اگر بیان منظور باشد بآن رجوع کنند *

بیان چهارم درمثال قسم پنجم اعني اعداد مع جنسی یا اجناس معادل جنسی یا اجناس شود وآن نیز بدو صورت است اول آنکه عدد یا جنس اصغر باشد ودویم آنکه عدد یا جنس اعظم باشد پس جنس اعظم ناقص واقع خواهد شد واین مشکل ترین انواع معادله بچندا مثله مفصل واضح خواهد گردید مثال صورت اول کدام عدد است که هرگاه از مالکعب او پانصد وشصت وچهار مالمال او ساقط کنند باقي ۸۱۶۱۴۸ ۵۳۰۹۲۰۶۴ ماند ؛ جواب هرگاه مجهول را شيء فرض کرده جبر ومقابله نمودم مالکعب معادل پانصد وشصت وچهار مال مال واعداد مذکوره افتاد وهرگاه بطریق استخراج آن که بالا مذکور شد مال مال را ساقط کردم مالکعب الاّ پانصد وشصت وچهار مال مال معادل عدد مذکور شد پس استخراج ضلع اول مالکعب ناقص نمودم هفتصد وسي وهشت مقدار مجهول برآمد واین مثال هم درمطلب دوازدهم باب اول مذکور است لهذا جدول آن درینجا گذاشته شد ؛ مثال صورت ثاني کدام عدد است که هرگاه مربع آنرا درسي وپنج ضرب کرده از حاصل ضعف کعب آن ساقط کنم باقي یکهزار وپانصد وهشتاد وچهار گردد ؛ جواب مجهول را شيء فرض کردم

ومربع آن مال شد وهرگاه آنرا درسي وپنج ضرب کردم از روی جبر ومقابله سي وپنج مال معادل دو کعب و کهزار وپانصد وشصت وچهار گردید وچون درین معادله عدد شامل جنس اعظم است هرگاه جنس اعظم را مستثنی کردم سي وپنج مال الاّ دو کعب معادل عدد مذکور شد پس بطریق استخراج ضلع اول بوجه عام که درمطلب هشتم باب هذا مذکور است عدد راکه زائد است درچهار زائد که مجذور عدد کعب است ضرب نمودم شش هزار وسه صد وسي وشش زائد گردید چراکه عدد کعب ناقص بود ومجذور ناقص زائد میشود وسي وپنج راکه زائد وعدد مال است بحال خود گذاشتم چراکه مضروب فیه برای آن کدام مضلع عدد جنس اعظم نبود وبعد از ان جدول بطریق استخراج کعب ثبت نمودم وسي وپنج زائد راکه عدد مال است درصف ضلع بلحاظ مراتب نقل ثبت نمودم چراکه درکعب نظیر مال شيء است چنانکه درمطلب دوازدهم باب اول ذکر یافته وبر اعداد نشان زائد نهادم وفوق جدول علامت کعب نهاده طلب عددی ناقص نمودم که هرگاه آنرا درصف ضلع نوشته وبا اعداد مرقومهٔ صف ضلع جمع نموده ودر آن عدد ضرب کرده ودرصف مال نوشته باز در آن عدد ضرب نمایم از اعداد محاذي او ساقط تواند شد عدد دو را یافتم وآنرا فوق علامت اخیره بعلامت ناقص نوشته ودرصف ضلع محاذي آن بهمان علامت ثبت نمودم یانزده زائد شد وآنرا درفوقاني ضرب نموده سي عدد ناقص راکه حاصل ضرب شد درصف مال نوشتم وباز آنرا در فوقاني ضرب نموده شصت زائد راکه حاصل ضرب شد از محاذي علامت اخیره ساقط نمودم وباقی تحت خط عرضي نگاشتم وباز فوقاني که دو ناقص است برتحتاني افزوده جمع کردم پنج ناقص درصف ضلع شد وآنرا درفوقاني ضرب کرده ده زائد که حاصل ضرب است درصف مال نوشته جمع کرده بست ناقص رایک مرتبه بطرف یمین نقل نمودم وبازفوقاني را برتحتاني افزوده بست وپنج ناقص را دو مرتبه بطرف یمین نقل ساخته باز طلب عدد دیگر بصفت مذکوره نمودم عدد چهار را یافتم آنرا بالای علامت ثاني ومحاذي آن درصف ضلع نوشته جمع نمودم بست ونه ناقص شد وآنرا درفوقاني ضرب کرده یکصد وشانزده زائد را درصف مال نوشتم وجمع نمودم هشتاد وچهار ناقص شد وآنرا باز درفوقاني ضرب کردم سه صد وسي وشش زائد گردید از اعداد محاذي آن ساقط نمودم هیچ باقي نماند وبست وچهار مقدار ضلع کعب برآمد وآنرا بردو که عدد کعب است قسمت نمودم خارج دوازده مقدار مجهول مطلوب است وهذه جدوله (شکل ۱۸۷)

ایضاً مثال دیگر صورت ثاني : سؤال کدام عدد است که هرگاه کعب آنرا در یکصد و پنجاه و مال آنرا در یکصد ضرب کنند واز مجموع حاصل ضرب دو مال مال وچهار مثل آن عدد ساقط کنند باقي ۱۹۶۲۳۶۰ ماند : جواب هرگاه مجهول را شيء فرض کردم پس بعد جبر و مقابله یکصد و پنجاه کعب و یک صد مال معادل دو مال مال وچهار شيء وعدد مذکور گردیده چون عدد شامل جنس اعظم است لهذا مال مال و شيء را مستثنی کردم پس یکصد و پنجاه کعب و صد مال الا دو مال مال و چهار شيء معادل عدد مذکور گردیده پس بطریق قاعدهٔ استخراج بوجه عام عدد مذکور را در کعب عدد مال مال که هشت ناقص است ضرب نمودم حاصل ۱۵۶۹۸۸۸۰ ناقص شد چرا که عدد مال مال ناقص است وکعب ناقص هم ناقص میشود باز عدد شيء را در مجذور عدد مال مال که چهار زائد است ضرب کردم شانزده ناقص برآمد و عدد مال را در عدد مال مال ضرب کردم دو صد ناقص گردید و عدد کعب را بحال خود گذاشتم زیرا که مضروب فیه برای او نبود وبرای استخراج ضلع اول مال مال جدول کشیده اعداد را در خلال جدول نوشتم و اعداد کعب را که یکصد و پنجاه زائد بود در صف ضلع که نظیر اوست بلحاظ مراتب نقل نوشتم و اعداد مال را که دو صد ناقص است در صف مال که نظیر اوست نوشتم و اعداد شيء را که شانزده ناقص بود در صف کعب نهادم وطلب کردم اکثر عددی را از آحاد ناقص عدد پنج را یافتم آنرا فوق جدول بالای علامت اخیره بنشان ناقص نهادم و پائین آن در صف ضلع نوشته جمع کردم یکصد زائد شد وآنرا در فوقاني ضرب کردم و در صف مال نوشته جمع کردم پنج هزار و دو صد ناقص گردید باز آنرا در فوقاني ضرب کرده در صف کعب نوشته جمع نمودم ۲۵۹۹۸۴ زائد گردید آنرا در فوقاني ضرب کرده حاصل را که ۱۲۹۹۹۲ ناقص است از اعداد محاذي ساقط نمودم وباقي را تحت خط عرضي نوشتم وباز فوقاني را بر تحتاني افزوده در صف ضلع جمع کردم پنجاه زائد شد آنرا در فوقاني ضرب کردم و در صف مال نوشته جمع کردم هفت هزار و هفتصد ناقص شد آنرا در فوقاني ضرب کرده در صف کعب نوشته وجمع نموده ۶۴۴۹۸۴ زائد را یک مرتبه بطرف یمین نقل کردم وباز فوقاني را بر تحتاني افزوده در صف ضلع جمع کردم صفر گردید وهرگاه آنرا در فوقاني ضرب کرده و در صف مال نوشته جمع نمودم هفت هزار و هفتصد ناقص را دو مرتبه بطرف یمین نقل ساختم وباز فوقاني را بر تحتاني افزوده پنجاه ناقص را سه مرتبه بطرف یمین در صف ضلع نقل ساختم وطلب

جدول ۱۵۷

صفحه ۳۷۵

			۴	۲ قص
صف ال	۱	۳	۳	۶
			۰	۶
	۶	۳	۳	۸ ۳
	۶	۳	۳	۸ ۳
	۴	۸ قص		
	۶	۱	۱ ۸	
		۰	۲ قص	
	۰		۰	۱ ۸
			۰	۳ قص
صف ضلع	۹	۲ قص		
	۴	قص		
	۵	۲ قص		
			۰	۲ قص
			۵ قص	
			۰	۲ قص
			۵	۱ ۸
			۰	۲ قص
			۵	۳ ۸

جدول ۱۵۸ صفحه ۳۷۷

	۴ قص			۵ قص					
صف عدد	۰	۸	۸	۸	۹	۶	۵	۱ قص	
	۰	۰	۲	۹	۹	۹	۲	۱ قص	
	۰	۸	۶	۹	۹	۹	۲ قص		
	۰	۸	۶	۹	۹	۶	۲ قص		
صف کسب	۰	۲	۹	۴	۷	۸ ۶			
	۶	۳	۹	۹	۸ ۲				
	۴	۸	۹	۴	۴	۸ ۶			
			۰	۰	۵	۸	۸ ۳		
		۴	۸	۹	۹	۵	۸ ۲		
		۰	۰	۰	۰	۶	۸ ۲		
		۶	۱ قص						
صف مال	۴	۸	۴	۸ قص					
	۶	۱	۸ ۲						
	۰	۰	۷	۷ قص					
			۰	۰	۰	۰			
			۰	۰	۷	۷ قص			
					۵	۲ قص			
			۰	۰	۲	۵ قص			
			۰	۰	۰	۵ قص			
			۰	۰	۱ قص				
صف شیء	۴	۵ قص							
	۴ قص								
	۰	۵ قص							
					۵ قص				
				۰	۰				
					۵ قص				
				۰	۵ ۸				
					۵ قص				
				۰	۰	۸ ۱			
				۰	۵ قص	۸ ۱			

عددی دیگر برای علامت ثانی نموده چهار ناقص یافتم و آنرا فوق علامت ثانی و در صف ضلع محاذی آن نوشته بدستور مذکور ضرب و جمع در هر صف نمودم پس در صف مال ۷۴۸۴ ناقص شد و در صف کعب ۶۷۴۹۲۰ زائد گردید و هرگاه آنرا در فوقانی ضرب کرده حاصل را که ۲۶۹۹۶۸۰ ناقص است از اعداد محاذی ساقط نمودم هیچ باقی نماند و پنجاه و چهار مقدار ضلع اول برآمد بر عدد مال مال که دو است قسمت نمودم خارج بست و هفت مقدار شیٔ مجهول است صورة العمل هکـــــــــذا (شکل ۱۵۸)

بیان پنجم در مثال قسم ششم اعنی جنسی یا اجناس غیر الاعداد معادل جنسی یا اجناس غیر الاعداد شود ؛ سؤال جماعتی که عدد آنها مجذور بود در باغی رفتند و هرکسی میوهٔ سیب از باغ بقدر مکعب خود آورد اعنی شخص اول یک سیب و شخص دویم هشت سیب و شخص سیوم بست و هفت سیب و هکذا بعد ازان همه سیبها را جمع نمودند و باهم مساوی تقسیم کردند حصهٔ هریکی بقدر مال الکعب و دو کعب و یک شیٔ از نسبت جذر جماعت گردید ؛ جواب چون اینجا از سؤال سائل جمع مکعبات متوالیه ضرور است لهذا بطریق جمع مکعبات متوالیه واحد بر مال که عدد جماعت است افزوده در نصف آن ضرب کردم حاصل نصف مال مال و نصف مال جمع اعداد متوالیه گردید و هرگاه مجذور آن گرفتم ربع مال کعب کعب و نصف کعب کعب و ربع مال مال جمع مکعبات متوالیه که مقدار مجموع سیب ها است گردید و هرگاه آنرا بحسب سؤال بر مال که عدد جماعت است قسمت کردم خارج یک ربع کعب کعب و نصف مال مال و ربع مال شد و آن بمقتضای سؤال مساوی و معادل یک مال کعب و دو کعب و یک شیٔ است پس هرگاه این معادله را کامل کردم یک کعب کعب و دو مال مال و یک مال مساوی و معادل چهار مال الکعب و هشت کعب و چهار شیٔ گردید چون درینجا معادلهٔ اجناس غیر الاعداد با اجناس غیر الاعداد است و جنس اصغر شیٔ واقع شده لهذا جمیع اجناس را بر شیٔ قسمت نمودم خارج یک مال الکعب و دو کعب و یک شیٔ مساوی و معادل چهار مال مال و هشت مال و چهار عدد شد پس الحال عدد مع الاجناس در معادله افتاد و هرگاه اجناس شامل عدد را مستثنی کردم یک مال کعب و دو کعب و یک شیٔ الّا چهار مال مال او هشت مال معادل چهار شد پس بطریق استخراج ضلع اول علی وجه العام چهار ضلع اول خارج شد و مجذور آن که شانزده است عدد جماعت گردید

و هو المطلوب صورة العمل هکـــــــ

جدول ۱۵۹

صفحه ۳۷۸

صف عدد	۴ ن ۴ ن
صف مال	۱ ن ۰ ۱ ن
صف کعب	۰ ۸ ن ۸ قص
صف مال	۲ ن ۰ ۲ ن
صف ضلع	۰ ۲ ن ۴ قص

جدول ۱۶۰ صفحه ۳۷۹

	۵	۰	۰	۱	۷	۶	۶	۵	۰	۲ ن
صف عدد					۲	۰	۹	۹	۹	
				۱	۴	۶	۶	۶	۰	۱ ن
					۴	۶	۳	۲	۷	
				۱	۳	۸	۲	۴	۳ ن	
				۸	۶	۶	۸	۱	۳ ن	
				۳	۶	۱	۴	۲ ن		
	۵	۲	۶	۲	۶	۱	۴	۲ ن		
	۵	۷	۳							
صف مال	۵	۲	۵	۲	۳	۸	۴ ن			
	۵	۲	۰	۹	۱					
			۵	۳	۱	۸	۴ ن			
				۱	۱	۶	۲			
				۴	۲	۵	۵	۴ ن		
				۲	۶	۵	۲			
				۲	۶	۹	۲	۴ ن		
						۸	۷	۶		
					۲	۸	۱	۶	۳ ن	
						۸	۳	۶		
					۲	۰	۸	۹	۲ ن	
						۲ ن	۰	۹	۹	۱ ن
صف ضلع	۸	۰	۸	۳	۸					
				۷						
				۳	۷	۳ ن				
				۷						
				۶	۶	۳ ن				
				۷						
				۹	۵	۳ ن				
						۹	۳	۳ ن		
						۹	۱	۳ ن		
						۹	۹	۳ ن		
								۹	۹	۱ ن
								۹	۹ ن	۱ ن
								۰	۰	۱ ن
								۱ قص		

ششصد و هفتاد و هشت را در صف مال افزودم و جمع کردم چهل و دو هزار و نهصد و شصت و دو را یک مرتبه بطرف یمین نقل ساختم و باز فوقاني را بر تحتاني افزوده سه صد و پنجاه و نه را دو مرتبه در صف ضلع بطرف یمین نقل کردم و باز طلب عدد دیگر براي علامت ثالثه نمودم هفت را یافتم آنرا بالای علامت ثالثه محاذي آن در صف ضلع نوشته جمع کردم سه صد و شصت و شش شد آنرا در فوقاني ضرب کرده دو هزار و پانصد و شصت و دو را در صف مال افزوده جمع نمودم چهل و پنج هزار و پانصد و بست و چهار گردید آنرا در فوقاني ضرب نموده سه لک و هجده هزار و ششصد و شصت و هشت را از اعداد محاذي ساقط نمودم باقي را که بست و چهار هزار و یکصد و شصت و سه ماند تحت خط عرضي نگاشتم و چون اعداد صحاح ضلع کعب خارج شده و باقي کسر ماند لهذا برای اقرب التقریبي آن سه صفر بلحاظ اینکه بعده عدد منزل کعب است در یمین باقي مذکور افزوده سه خانه جدول دیگر رسم نمودم و بر خانهٔ اخیر دیگر علامت کعب نهادم و فوقاني بدستور بر تحتاني افزوده در صف ضلع جمع کردم سه صد و هفتاد و سه گردید آنرا در فوقاني ضرب کرده دو هزار و ششصد و یازده را در صف مال افزوده و جمع ساخته چهل و هشت هزار و یک صد و سي و پنج را یک مرتبه بطرف یمین نقل ساختم و باز فوقاني را بر تحتاني افزوده سه صد و هشتاد را در صف ضلع دو مرتبه بطرف یمین نقل نمودم و عدد دیگر برای علامت رابعه که عدد کسر است طلب کردم پنج را یافتم و آنرا بالای علامت و محاذي آن در صف ضلع نوشتم سه هزار و هشتصد و پنج شد آنرا در فوقاني ضرب نموده نوزده هزار و بست و پنج در صف مال افزوده جمع نمودم ۴۸۳۲۵۲۵ شد آنرا در فوقاني ضرب کرده ۲۴۱۶۲۶۲۵) از اعداد محاذي ساقط نمودم باقي را که سه صد و هفتاد و پنج ماند تحت خط عرضي نهادم و چون این اعداد بلحاظ مراتب اعداد صف مال بسیار قلیل است لهذا آنرا گذاشتم هر چند که اگر خواهند ازین زیاده نیز اقرب التقریبي بدستور مذکور استخراج نمایند میتواند شد لیکن چون اینجا مقصود بیان مثال است لهذا بهمین قدر اکتفا نموده شد پس خارج یکصد و بست و هفت صحیح که اعداد فوق هر سه علامت اعداد صحیح است و پنج را که فوق علامت کسری است برده که بلحاظ سه صفر ضلع کعب است منسوب ساختم پنج عشر مقدار تقریبي برآمد و آن یک نصف است صورة العمل و الجدول هکذا (شکل ۱۶۰)

فائده در مطلب هشتم باب هذا مذکور شده که اگر در استخراج ضلع اول مضلعات زائده وناقصه که در مطلب دوازدهم باب اول مذکور است لحاظ ضرب وتفریق وجمع زائد وناقص کنند جمیع اشکال که در استخراج ضلع اول مضلعات زائده وناقصه در بعض صور واقع میشود رفع خواهد شد چنانچه در مثالی که در مطلب دوازدهم باب اول مذکور است برای استخراج ضلع اول آن بقاعدهٔ علی وجه العام که در مطلب هشتم باب هذا بیان نموده شد عمل کردم مثال مال مال مال الا ۲۶۴۱ کعب معادل ۸۵۱۶۹۷۸۴۱۵۰۰ بود چون در ینجا مقصود استخراج ضلع مال مال مفرد ناقص است لهذا بعد رسم جدول برای استخراج ضلع مال مال بدستور اعداد را درخلال جدول نوشتم وآحاد ۲۶۴۱ کعب ناقص را در صف ضلع اعني شيء که نظیر اوست در خانهٔ دهم بلحاظ اینکه سه سه خانه سه مرتبه نقل خواهد شد ثبت کردم بعده برای علامت اخیره طلب عددی نمودم دو را یافتم آنرا فوق علامت ثبت نموده محاذي آن در صف ضلع افزوده بلحاظ زائد وناقص بعد خط عرضي جمع نمودم حاصل جمع را که ۶۴۱ ناقص شد در فوقاني ضرب کرده وحاصل ضرب را که ۱۲۸۲ ناقص است در صف مال مرقوم ساخته باز فوقاني را در آن ضرب کرده در صف کعب که ۲۵۶۴ ناقص شد نوشتم باز فوقاني را در آن ضرب نموده حاصل ضرب را که ۵۱۲۸ ناقص است از اعداد صف عدد تفریق نموده بعد خط عرضي ۵۹۷۹ زائد را نوشتم چرا که تفریق ناقص از زائد جمع زائد میشود وباز فوقاني را بر تحتاني افزوده جمع ساختم وحاصل جمع را که ۱۳۵۹ زائد است در فوقاني ضرب ساخته ۲۷۱۸ زائد در صف مال نوشته وجمع نمودم ۱۴۳۶ زائد را در فوقاني ضرب کردم ۲۸۷۲ زائد در صف کعب نوشتم وجمع کردم ۳۰۸ زائد حاصل جمع را یک خانه بطرف یمین نقل کرده نوشتم وباز فوقاني را بر تحتاني افزوده وجمع نموده ۳۳۵۹ زائد را در فوقاني ضرب نموده حاصل را که ۶۷۱۸ شد در صف مال نوشته وجمع نموده ۸۱۵۴ را دو خانه بطرف یمین نقل کردم وباز فوقاني بر تحتاني افزوده جمع ساخته ۵۳۵۹ را در صف ضلع سه مرتبه بطرف یمین نقل کردم باز برای علامت ثانیه طلب عددی نمودم شش را یافتم بدستور بر تحتاني محاذي یک دیگر افزوده وبدستور در هر صف ضرب وجمع کردم پس در صف ضلع ۵۹۵۹ ودر صف مال ۱۱۷۲۹۴ ودر صف کعب ۷۳۴۵۶۴ ودر صف عدد ۴۴۰۷۳۸۴ شد وآنرا از اعداد محاذي ساقط نموده باقي را که ۱۵۷۲۳۱۳ ماند تحت خط عرضي نوشتم وباز فوقاني بر تحتاني

جدول ۱۶۱ صفحه ۳۸۱

	۵°	۵°	۵°	۵°	۵°	۵°	۵°	۵°	۵°	۵°	۵°	۵°	۵°
صف عدد	۰	۰	۵	۱	۴	۸	۷	۹	۶	۱	۵	۸ ۱	۵ قص
	۰	۰	۵	۱	۴	۸	۷ ۴	۹ ۱	۶ ۳	۹ ۶	۷ ۰	۹ ۴	۵ ۱
	۰	۰	۵	۱ ۸	۴ ۴	۸ ۴	۳ ۰	۱ ۲	۳ ۳	۲ ۱	۷ ۷	۵ ۴	۱ ۱
صف کعب	۰ ۰	۰ ۰	۵ ۵	۳ ۳	۹ ۹	۳ ۳	۳ ۳	۹ ۹	۰ ۰	۰ ۰	۱ ۱	۱ ۱	
	۰ ۰	۰ ۰	۰ ۷	۰ ۸	۰ ۷	۰ ۶	۰ ۸	۰ ۹	۰ ۱	۰ ۰	۰ ۲		
	۰	۰	۹ ۸	۵ ۲	۰ ۷	۵ ۱	۹ ۹	۰ ۸	۱ ۰	۰ ۰	۲ ۱		
				۲ ۶	۷ ۵	۶ ۰	۶ ۵	۷ ۱	۹ ۹	۶ ۳	۱ ۸	۱ ۱	
				۶	۵	۸ ۳	۹ ۵	۶ ۴	۴ ۵	۶ ۶	۱ ۶	۱ ۱	
						۸ ۴	۸ ۶	۸ ۵	۹ ۴	۹ ۳	۳ ۳	۹ ۷	
						۴	۶	۶ ۸	۳ ۰	۰ ۳	۷		
							۰	۲ ۴	۷ ۶	۸ ۵	۲ ۲ قص		

J. B. Tassin Lith.

صف مال	۰	۸	۱	۱	۰	۹	۱	۲ ن				
	۰	۲ ۶	۴ ۷	۰ ۰	۴ ۶	۸	۱	۲ ن				
				۲ ۴	۹ ۸	۹ ۰	۳ ۲	۶ ن ۲	۱	۲ ن		
				۲ ۲	۵ ۳	۳ ۷	۳ ۸	۶ ن ۵	۰	۲ ن		
				۳	۱ ۲	۷ ۰	۲ ۶	۶ ن ۹	۹	۱ ن		
							۴ ۸	۵ ۴	۹ ۶	۲ ۶	۴ ن ۵	۱ ن
							۴ ۴	۵ ۹	۳ ۲	۹ ۷	۳ ن ۱	۱ ن
							۴	۵ ۴	۷ ۵	۵ ۱	۳ ن ۸ ن	
										۸ ۶	۱ ۳	۶ ۴	۶ ن ۱ ن
										۸ ۲	۱ ۸	۶ ۲	۲ ن ۱ قص
صف ضلع	۴	۸	۰	۸ ن								
	۵ ۹	۷	۰	۸ ن								
				۹	۸ ۹	۹	۷ ن					
				۹	۸ ۱	۹	۷ ن					
				۹	۸ ۳	۸	۷ ن					
				۹	۸ ۵	۷	۷ ن					
							۹	۵	۶ ۱	۷ ن		
							۹	۵	۶ ۵	۶ ن		
							۹	۵	۶ ۹	۵ ن		
							۹	۵	۶ ۳	۵ ن		
										۹	۵	۳	۲ ن ۳ ن
										۹	۵	۳	۲ ن ۱
										۰ ۱	۰ ۴	۰ ۶ قص	۲ ن
										۰ ۱	۰ ۴	۰ ۶	۲ ن ۲ قص

افزوده بدستور تا صف کعب ضرب وجمع کردم پس درصف ضلع ۹۵۵۶ ودرصف مال ۱۵۶۶۴۸
ودرصف کعب ۱۶۷۴۴۵۲ شد آنرا یک خانه بطرف یمین نقل نمودم و بازفوقاني را برتحتاني
افزوده بدستور تا صف مال ضرب وجمع کردم پس درصف ضلع ۷۱۵۹ ودرصف مال ۱۹۹۶۰۲
شد آنرا دوخانه بطرف یمین نقل کردم وبازفوقاني رابرتحتاني افزوده ۷۷۵۹ راسه مرتبه بطرف یمین
درصف ضلع نقل کردم وبازبرای علامت ثالثه طلب عددی دیگرنمودم هشت رایافتم محاذي
آن برتحتاني افزوده بدستوردرهرصف ضرب وجمع کردم درصف ضلع ۷۸۳۹ ودرصف مال
۲۰۵۸۷۳۲ ودرصف کعب ۱۸۳۹۱۵۰۵۶ ودرصف عدد ۱۴۷۱۳۲۰۴۴۸ شدازاعداد
صف عدد ساقط نموده وباقي راکه ۱۰۰۹۹۳۳۹۳) است بعد خط عرضي نوشتم وبازفوقاني را
برتحتاني افزوده بدستورضرب وجمع کردم ودرصف ضلع ۷۹۱۹ ودرصف مال ۲۱۲۲۰۸۴
ودرصف کعب ۲۰۰۸۹۱۷۲۸ شد آن رایک خانه بطرف یمین نقل کرده نوشتم بازفوقاني را
برتحتاني افزودم وبدستورضرب وجمع کردم ودرصف ضلع ۷۹۹۹ ودرصف مال ۲۱۸۶۰۷۶
آنرا دوخانه بطرف یمین نقل کرده نوشتم وبازفوقاني را برتحتاني افزوده درصف ضلع ۸۰۷۹
نگاشتم و باز طلب عددی برای علامت رابعه کردم پنج رایافتم بدستور برتحتاني افزوده
ضرب وجمع نمودم و درصف ضلع ۸۰۸۴ و درصف مال ۲۱۹۰۱۱۸۰ ودرصف کعب
۲۰۱۹۸۶۷۸۷۰۰ ودرصف عدد ۱۰۰۹۹۳۳۹۳۵۰۰ وبعداسقاط هیچ باقي نماندهذاجدوله (شکل ۱۶۱)

مطلب دوازدهم مشتمل است دربعضی فوائد که صاحب
بیج گنت وغیره مرقوم ساخته ودرآن چند بیان است

بیان اول درطریق استخراج مسائل ثلثه مقترنات بوجه العام که ازبیج گنت این فقیر استنباط
نموده باید دانست که هرگاه بعد ازتصرف درسؤالات اگردراحدی ازجملتین معادلهٔ مربع شيء
واقع شود وشيء هم درآن معادله باشد پس اشیاء ومربع رابیک طرف معادله بیارند بحیثیتیکه مربع اش
مثبت باشد واشیاء خواه مثبت باشند خواه منفي وبطرف آخرهم خواه جنس آخرمثبت باشد
خواه منفي وبعدازان ملاحظه نمایند که جملتین معادله مجذوراندیانه اگرمجذورباشند جذر
هرجمله رامعادله سازند واگرمجذورنباشند پس عددی فرض سازندکه هرگاه درآن عدد جملتین را
ضرب سازند حاصل ضرب مجذورشود وخواه برآن عدد قسمت نمایندکه خارج قسمت مجذور

گردد و خواه آن عدد را بیفزایند خواه بکاهند که حاصل جمع خواه بعد نقصان مجذور باشد خواه در عددی مفروض ضرب سازند و عددی مفروض بیفزایند خواه بکاهند که مجموع مجذور شود و بهر کیف چنان عمل نمایند که جملتین معادله مجذور شوند پس جذر هرد وجمله را باهم معادله سازند و استخراج مجهول نمایند و اگر باحد الطرفین مجذور منطق بود و طرف دیگر منطق نباشد پس جذر آن طرف را خواه بعمل مجذور خواه بعمل مضروب وغیره که بعد ازین بیان کرده خواهد شد حاصل میتوانند کرد و هرگاه طرفین معادله مجذور باشند و قسمت بر عدد چهار ممکن باشد جملتین را بر چهار قسمت کرده رجوع باقل سازند خارج مجذور خواهد بود و طریق سهل درین باب آنست که عدد مربع شيء را در چهار ضرب ساخته جملتین معادله را در حاصل ضرب سازند و مربع عدد شيء بهر جمله بیفزایند که هر جمله مجذور خواهد شد و جذر آن مجموع مسطح ضعف عدد مال فی الشيء و عدد شيء خواهد بود و اگر عدد شيء زوج و عدد مال مجذور باشد پس مربع نصف عدد اشیاء بهرد وجمله بیفزایند که نیز مجموع مجذور خواهد بود ؛ مثال کدام عدد است که چون او را مضاعف کنند و شش مربع آن بر حاصل تضعیف بیفزایند مربع شود ؛ جواب مجهول را شيء فرض کردم و حسب السؤال تصرف نمودم هکذا مجهول شيء و تضعیف آن دو شيء و شش مربع آن ٦ مال پس دو شيء و ٦ مال معادل مربع درهم بالفرض گردید و بموجب قاعدهٔ مرقوم الصدر عدد مال را در چهار ضرب ساختم و در حاصل که ۲۴) است هرد وجمله را ضرب نمودم و مربع عدد اشیاء که چهار است هرد وطرف افزودم ۴۸ شيء و ۱۴۴ مال و ۴ مساوي ۲۴ مربع درهم و ۴ شد برای رجوع باقل بر چهار قسمت نمودم ۱۲ شيء و ۳٦ مال و ۱ معادل ٦ مربع درهم و ۱ شد جذر جملهٔ اول که ٦ شيء و ۱ است معادل جذر مربع ثاني شد و برای استخراج جذر جملهٔ ثاني عمل مجذور نمودم عدد وجذر صغیر فرض کرده مجذور آنرا که چهار است در شش ضرب کردم و واحد افزودم بست و پنج شد و جذرش پنج معادل ٦ شيء و ۱ گردید بعد حذف متداخلین ۴ معادل ٦ شيء پس مقدار شيء $\frac{2}{3}$ برآمد *

بیان دویم در عمل مضروب و آنرا کوتک[1] گویند و آن عبارت است از استخراج عددی صحیح مجهول که هرگاه آنرا در عددی معین ضرب ساخته عددی معین دیگر بر حاصل ضرب افزوده بر عددی معین دیگر قسمت نمایند باقي هیچ نماند و طریقش آنست که عدد مضروب را مقسوم

(۱) در لاهوری مطبوع در صفحه ۱۱۹ بدینگونه است (۱) कुट्टक

وعدد مزید را مضاف نام نهند ومقسوم علیه را همچنان مقسوم علیه قرار دهند پس مقسوم را بر مقسوم علیه قسمت نمایند اگر قسمت پذیرد والاّ صفر بجای خارج قسمت نهند ومقسوم علیه را بر مقسوم قسمت سازند وباز مقسوم خواه باقي مقسوم را بر مقسوم علیه قسمت کنند همچنین تا که واحد باقی ماند وجمیع خوارج قسمت را بترتیب بالای یک دیگر نویسند ومضاف را تحت آن نگارند وتحت مضاف صفر نهند واین را قطار گویند وبعد ازان عدد مضاف در عدد ما فوق خودش ضرب ساخته محاذي آن نویسند وباز حاصل ضرب را در ما فوق مضروب اول اگر عدد باشد ضرب نموده وبر عدد مضاف افزوده فوق حاصل ضرب اول نگارند وباز حاصل ضرب ثاني را در عدد فوق آن ضرب نموده وباحاصل ضرب اول جمع ساخته فوق آن نگارند وهمچنین تا آخر عمل نمایند ودر صورتیکه بجای عدد ما فوق صفر باشد رقم تحتاني حاصل ضرب اخیر را محاذي او ثبت سازند پس حاصل ضرب که محاذي رقم فوقاني باشد آنرا خارج قسمت نامند وحاصل ضرب تحت آنرا مجهول گویند پس اگر عدة مراتب قطار زوج باشد خارج قسمت ومجهول هردو مطلوب باشند واگر عدة مراتب قطار فرد باشد پس خارج را از مقسوم ومجهول را از مقسوم علیه ساقط کنند اگر ممکن باشد والاّ مقسوم را از خارج ومقسوم علیه را از مجهول مرة یا مرات طرح نموده باقي هردو بگیرند وآن هردو باقي از مقسوم ومقسوم علیه یک مرتبه چنانکه مذکور شد ساقط کنند که اعداد باقي مطلوب بود باید دانست که عدد مضاف ضرور است که از مقسوم علیه اقل باشد واگر اعظم بود مقسوم علیه را از وساقط نموده باقي را مضاف قرار دهند وعدد اسقاط را بعد عمل بر خارج بیفزایند واگر عدد مضاف مساوي مقسوم علیه باشد پس مقسوم هم خواه مساوي مقسوم علیه خواه از تضعیفات مقسوم علیه خواهد بود درین هردو صورت جمیع اعداد مجهول میتواند شد احتیاج استخراج نیست وخواه مقسوم ومقسوم علیه متوافقان خواهند بود درینصورت جزء وفق مقسوم علیه مطلوب باشد واگر در میان مقسوم ومقسوم علیه نسبت تداخل باشد ومقسوم اقل از مقسوم علیه بود پس مضاف را از مقسوم علیه ساقط کنند ومقسوم را بر باقي قسمت سازند در صورتیکه باقي اقل از مقسوم باشد والاّ باقي را بر مقسوم قسمت سازند که خارج مجهول مطلوب باشد واگر مضاف صفر باشد درینصورت هم اگر مقسوم ومقسوم علیه متداخلین باشند پس مثل مرقوم الصدر عمل نمایند واگر مقسوم ومقسوم علیه متداخلین نباشند پس مقدار مجهول مساوي مقسوم علیه خواه تضعیفات او خواهد بود

وحاجت باستخراج نخواهد شد وهرگاه مقسوم ومقسوم علیه ومضاف هرسه اعداد متوافقان باشند جزء وفق هریکی گرفته عمل نمایند که تاسهولت واقع شود واگر دوازان متوافق باشند پس جزء وفق متوافقین حاصل نموده عمل نمایند پس اگر مقسوم ومضاف متوافقین اند بعد اتمام عمل خارج را در وفق ضرب کنند واگر مقسوم علیهٔ ومضاف متوافقین اند پس مجهول را در وفق ضرب سازند که مطلوب حاصل شود باید دانست که اگر مقسوم ومقسوم علیه ومضاف منفي باشند اعني مستثنی ورن بود پس از سه حال بیرون نخواهد بود خواه هرسه منفي باشند خواه دو منفي ویکی مثبت وخواه دو مثبت ویکی منفي پس این جمله منحصر در هفت صورت میشود وچون نفي واثبات مقسوم علیه اعتبار ندارد چراکه بسبب آن هیچ تفاوتی در عمل نمیشود الا اینکه خارج هم بلحاظ مقسوم ومقسوم علیه در نفي واثبات مبدل خواهد شد وهمچنین اگر مقسوم ومضاف هرد ومنفي باشند عمل مثل مقسوم منفي بعمل آرند پس اگر صرف مقسوم منفي باشد بعد اتمام عمل بلحاظ ضرب وقسمت مثبت ومنفي در صورتیکه قطار زوج باشند خارج ومجهول که حاصل شده است مطلوب باشد واگر قطار فرد باشند خارج را از مقسوم ومجهول را از مقسوم علیه طرح نمایند که باقي هردو مطلوب بود واگر صرف مضاف منفي باشد پس عدد مضاف را از مقسوم علیه ساقط نموده باقي را مضاف مثبت قرار داده عمل نمایند که مطلوب حاصل شود ونیز اگر مضاف منفي را بحال خود گذاشته مثل مضاف مثبت عمل کنند وبعد اتمام عمل خارج را از مقسوم ومجهول را از مقسوم علیه ساقط کنند اگر ممکن باشد آن هردو باقي مطلوب بود واگر اسقاط ممکن نبود مقسوم را از خارج ومجهول را از مقسوم علیه ساقط نموده با زیادات هردو را بدستور از مقسوم ومقسوم علیه ساقط نمایند که باقیات آخر مطلوب بود *

فائده اگر بخواهند که اعداد حاصلهٔ مجهول وخارج قسمت را رجوع باقل سازند عدد مقسوم را از خارج طرح کنند تاکه باقي اقل از مقسوم ماند وآن خارج مطلوب بود واز مجهول مقسوم علیه بهمان عدة طرح نمایند که باقي مقدار مجهول مطلوب بود واگر بخواهند که اعداد دیگر زائد از حاصله بهم رسانند عدد خارج را بر مقسوم بیفزایند که خارج مطلوب حاصل شود واگر خواهند اعداد دیگر زائد بهم رسانند اعداد کثیر بهم تواند رسید *

فائده هرگاه مجهول مثبت یا منفي حاصل شد واگر بخواهند که آنرا عکس نمایند اعني اگر مجهول مثبت حاصل شد وبخواهند که منفي حاصل شود خواه منفي حاصل شده وبخواهند

که مثبت حاصل سازند پس خارج را از مقسوم و مجهول را از مقسوم علیه یک مرتبه ساقط سازند که باقي هر دو مطلوب بود *

فائده اگر مضاف را واحد فرض کرده مقدار خارج و مجهول حاصل ساخته مجهول را در عدد مضاف ضرب سازند نیز مطلوب حاصل شود *

فائده هرگاه حاصل قطار فقط صفر خواه یک مرتبه داشته باشد درینصورت مجهول مساوي عدد مضاف خواهد بود و خارج مساوي همان حاصل قطار خواهد گردید بعد ازان اگر عدة قطار فرد باشد بضابطهٔ مذکوره عمل نمایند اعني خارج را از مقسوم و مضروب را از خارج طرح کرده بعمل آرند *

طریق دیگر این ضعیف میگوید که اگر در عمل مضروب مقسوم علیه و مضاف را بر مقسوم قسمت سازند اگر خارج قسمت مقسوم علیه صحیح برآید پس ضرورة خارج قسمت مضاف هم صحیح خواهد برآمد درینصورت هر عددی را که خارج قسمت عمل مضروب قرار داده در خارج قسمت مقسوم علیه ضرب سازند و خارج قسمت مضاف را اگر مضاف مثبت باشد ساقط کنند و اگر منفي باشد بیفزایند که مجموع خواه باقي مجهول خواهد بود و اگر خارج قسمت مقسوم علیه مع الکسر باشد پس اگر خارج قسمت مضاف بلا کسر باشد همان مخرج کسر را خارج عمل مضروب قرار دهند و در خارج قسمت مقسوم علیه را ضرب ساخته بموجب مرقوم الصدر عمل نمایند و اگر خارج قسمت مضاف هم مع الکسر باشد پس عددی بهم رسانند که اگر آنرا در کسر خارج قسمت مقسوم علیه ضرب سازند و از حاصل ضرب کسر خارج قسمت مضاف را در صورتیکه مضاف مثبت باشد نقصان کنند و بیفزایند در صورتیکه منفي باشد پس مجموع خواه باقي عدد صحیح واقع شود و هرگاه چنین عدد یافته شود آنرا خارج عمل مضروب قرار داده بدستور مرقوم الصدر عمل نمایند و مجهول مطلوب حاصل سازند و برای تسهیل عمل اگر مقسوم اعظم از مقسوم علیه بود اول مقسوم را بر مقسوم علیه قسمت نموده خارج صحیح را محفوظ دارند و آنچه باقیماند آنرا مقسوم قرار داده بدستور عمل نمایند و بعد از عمل مجهول را در محفوظ ضرب ساخته عدد خارج عمل را بر آن بیفزایند که خارج عمل مضروب گردد و همچنین اگر مضاف اعظم از مقسوم علیه بود مضاف را هم بر مقسوم علیه قسمت نموده خارج را محفوظ دارند و بعد از اتمام عمل بر خارج عمل بیفزایند و نیز اگر خارج را از مجهول حاصل سازند نیز ممکن است باید دانست که اگر مقسوم منفي باشد و مضاف مثبت بود ناقص مفروض شود و اگر ناقص بود

مثبت مفروض گردد و مجهول مثبت وخارج منفي خواهد بود ونيز اگر مجهول راشيء وخارج را سيامک فرض نموده معادله نمايند سهل ميشود وبرهان اين همه قواعد ازان ظاهر ميگردد چنانچه ازين مثال واضح گردد ؛ مثال كدام عدد است كه چون اورا در پنجاه ونه ضرب ساخته دوصد وسي ودو بيفزايند ومجموع را بريک هزار وششصد ونه قسمت كنند باقي هيچ نماند ؛ جواب مجهول را شيء وخارج را سيامک فرض كردم پس $\frac{\text{۵۹ شي و ۲۳۲}}{\text{۱۶۰۹}}$ معادل سيامک شد بحسب السؤال بلكه ۵۹ شيء معادل ۱۶۰۹ سيامک الا ۲۳۲ بلكه شيء معادل $\frac{\text{۲۷}}{\text{۶۶}}$ سيامک الا $\frac{\text{۳}}{\text{۶۶}}$ شد ودرينجا ظاهراست كه اگر در مضروب سيامک كه في الحقيقة خارج قسمت مقسوم عليه على المقسوم است ودرخارج قسمت مضاف كسر نمي بود هر عددي راكه ميخواستند سيامک فرض ميكردند ونيز اگر صرف درخارج قسمت مقسوم عليه كسر مي بود مخرج راسيامک فرض ميكردند چراكه مقصود حصول عدد صحيح است وممكن نيست كه صرف درخارج قسمت مضاف كسر واقع شود مگر در صورتيكه شيء ذو الكسر باشد وآن خلاف مفروض است پس ظاهراست كه درين معادله عددي بهم بايد رسانيد كه اگر آنرا در كسر خارج قسمت مقسوم عليه ضرب سازند واز حاصل كسر خارج قسمت مضاف ساقط كنند باقي صحيح ماند واگرچه بالاستقراء عدد حاصل ميتواند شد ليكن اندک تأمل طلب است لهذا از جملهٔ ثاني صرف كسور را گرفته كه گويا سؤال آخر شد اعني كدام عدد است كه آنرا در شانزده ضرب كرده از حاصل پنجاه وپنج بكاهند وباقي را بر پنجاه ونه قسمت سازند باقي هيچ نماند پس درينجا مجهول راسيامک وخارج رانيلک فرض كرده معادله كردم ۱۶ سيامک الا ۵ مقسوم عليه ۵۹ معادل نيلک شد بلكه ۱۶ سيامک معادل ۵۹ نيلک و ۵ بلكه سيامک معادل $\frac{\text{۳}}{\text{۱۶}}$ نيلک و $\frac{\text{۳}}{\text{۱۶}}$ گرديد وچون درينجا هم مقدار نيلک بتأمل معلوم ميشود لهذا باز كسور جملهٔ ثانيه را رجوع بسؤال آخر كردم اعني كدام عدد است كه چون آنرا در يازده ضرب كرده بر حاصل هفت بيفزايند ومجموع را بر شانزده قسمت كنند هيچ باقي نماند ومجهول را نيلک وخارج را زردک فرض كردم پس ۱۱ نيلک و ۷ مقسوم عليه ۱۶ معادل زردک بلكه ۱۱ نيلک معادل ۱۶ زردک الا ۷ بلكه نيلک معادل $\frac{\text{۱}}{\text{۱۱}}$ زردک الا $\frac{\text{۷}}{\text{۱۱}}$ وهرگاه كسور اين جمله را هم رجوع بسؤال آخر كردم خارج را سفيدک فرض كردم ۵ زردک الا ۷ مقسوم عليه ۱۱ معادل سفيدک بلكه ۵ زردک معادل ۱۱ سفيدک و ۷ شد بلكه زردک معادل $\frac{\text{۲}}{\text{۱}}$ سفيدک و $\frac{\text{۱}}{\text{۵}}$ گرديد چون درينجا نهايت بسهولت مقدار سفيدک معلوم شد كه سه است

چراکه هرگاه آنرا در یک خمس ضرب کرده و برحاصل دوخمس بیفزایند واحد صحیح میشود درینصورت مقدار زردک ۸ برآمد و مقدار نیلک ۱۱ شد و مقدار سیامک ۴۴ و مقدار شیء ۱۱۹۶ برآمد وهو المطلوب ٭ مثال دیگر کدام عدد است که چون او را در دو صد و بست و یک ضرب کنند و برحاصل الضرب شصت و پنج بیفزایند و بر یک صد و نود و پنج قسمت کنند هیچ باقي نماند ٭ جواب بطریق عمل قطار چون مقسوم و مقسوم علیه و مضاف هر سه متوافقان و توافق به سیزده است پس جزء وفق هریکی گرفتم بدینصورت شد مقسوم (۱۷) مقسوم علیه (۱ه) مضاف (ه) مقسوم را بر مقسوم علیه قسمت کردم خارج واحد شد و دو باقیماند پس مقسوم علیه را برد و قسمت کردم خارج هفت گردید و واحد باقیماند پس اعداد خارج را تحت یک دیگر نوشتم و تحت عدد مضاف و تحت آن صفر ثبت نمودم و قطار نام نهادم چنانچه درصورت اولی بعد ازان عدد مضاف را در عدد ما فوقش ضرب نمودم و حاصل را محاذي هفت نوشتم و بعد ازان باز حاصل ضرب را در عدد ما فوق اول ضرب نموده و عدد مضاف برآن افزوده محاذي واحد نگاشتم چنانچه درصورت ثانیه چون عدة مراتب قطار زوج است ۴۰ خارج قسمت و ه ۳ مجهول هر دو مطلوب است بطریق دیگر مضاف را واحد فرض کردم و عمل بدستور نمودم چنانچه درصورت ثالثه هشت خارج و هفت مجهول را در پنج مضاف اصل ضرب نمودم چهل خارج و سي و پنج مجهول مطلوب گردید و جواب بطریقیکه این ضعیف بیان نموده چون درین مثال مقسوم زیاده از مقسوم علیه است لهذا برای تسهیل عمل مقسوم را برمقسوم علیه قسمت کردم و خارج راکه واحد است محفوظ داشتم و باقي راکه (۲۶) است مقسوم قرار دادم و بحسب القاعدة که مذکور کرده ام عمل نمودم $\frac{7}{1}$ خارج مقسوم علیه و $\frac{2}{1}$ خارج مضاف حاصل شد پس درینجا خارج قسمت مقسوم علیه و نیز خارج قسمت مضاف مع کسر واقع شده لهذا بهم رسانیدن عددی که چون آنرا در کسر خارج قسمت مقسوم علیه ضرب سازند و از حاصل الضرب خارج قسمت مضاف ساقط کنند باقي صحیح ماند واحد را یافتم آنرا در خارج قسمت مقسوم علیه ضرب نمودم $\frac{7}{1}$ شد ازان خارج مضاف را ساقط نمودم ه باقیماند و آن مقدار عدد مطلوب است و هرگاه برای حصول مقدار خارج آنرا در محفوظ که واحد بود ضرب کردم و برحاصل که پنج شد واحد که مقدار خارج محفوظ بود افزودم شش گردید و آن مقدار خارج مطلوب است ٭ مثال دویم کدام عدد است که چون در یکصد ضرب کنند و نود بیفزایند و بر شصت و سه

قسمت نمایند هیچ باقی نماند چون درینجا مقسوم ومضاف متوافقین اند ومقسوم علیه غیر متوافق جزء وفق مقسوم ومضاف گرفته نوشتم بدینصورت مقسوم (۱۰) مقسوم علیه (۶۳) مضاف (۹) وعمل نظار کردم چنانچه درصورت رابعه بعد ازان نه راکه عدد مضاف است درسه که عدد فوق است ضرب کردم وحاصل را محاذي همان سه نگاشتم وباز حاصل ضرب را درعدد شش که فوق سه است ضرب کرده ونه که عدد مضاف است برآن افزوده محاذي عدد شش نگاشتم وچونکه فوق آن صفراست صرف رقم تحتاني حاصل ضرب آخر محاذي صفر نوشتم چنانچه در صورت خامسه

صورت اولی	صورت ثانیه	صورت ثالثه	صورت رابعه	صورت خامسه
۱	۱ ۴۰	۱ ۸	۰	۰ ۲۷ خارج
۷	۷ ۳۵	۷ ۷	۶	۶ ۱۷۱ مجهول
۵	۵	۱	۳	۳ ۲۷
۰	۰	۰	۹	۹
				۰

چون درینجا عدة مراتب نظار فرد است ونقصان مجهول از مقسوم علیه ونیز نقصان خارج که ۲۷) است از مقسوم که ۱۰) است ممکن نیست لهذا مقسوم را از خارج ومقسوم علیه را از مجهول نقصان بمرتبین نمودم وباقي هردوکه ۷ و ۴۵) است گرفته هفت راکه باقي خارج بود از مقسوم که ده است وچهل وپنج راکه باقي مجهول است از مقسوم علیه که شصت وسه است نقصان نمودم باقي سه مقدار خارج وهجده مقدار مجهول برآمد وچون توافق درمیان مضاف ومقسوم بود لهذا سه راکه خارج است درده که جزء وفق است ضرب نمودم سي گردید پس هجده مقدار مجهول وسي مقدار خارج شد وهوالمطلوب وجواب بطریق این فقیر چون درینجا مقسوم اعظم از مقسوم علیه است لهذا برای تسهیل عمل مقسوم بر مقسوم علیه قسمت نمودم خارج صحیح که واحد است محفوظ داشتم و۳۷ باقي را مقسوم قرار دادم ونیز مضاف را بر مقسوم علیه قسمت کرده واحد خارج را محفوظ داشتم باقي را که ۲۷) است مضاف نام نهادم پس بحسب القاعدة مقسوم علیه ومضاف را بر مقسوم قسمت کردم وخارج قسمت مقسوم علیه $\frac{1}{26}$ وخارج قسمت مضاف $\frac{27}{26}$ برآمد پس بهم رسانیدن عددی که چون آنرا در کسر خارج قسمت مقسوم علیه ضرب کنند واز حاصل

ضرب خارج قسمت مضاف ساقط کنند باقي صحیح ماند باستقراء خواه بالفرض شيء و سیامک یازده را یافتم وآنرا خارج عمل قرار داده در $\frac{1}{26}$ که خارج قسمت مع مقسوم علیه است ضرب نمودم وازحاصل خارج قسمت مضاف ساقط نمودم ۱۸ باقي مجهول مطلوب است وبرای تعیین مقدار خارج مجهول را در محفوظ مقسوم ضرب ساختم وبرحاصل که ۱۸) است ۱۱ خارج عمل افزودم ۲۹ شد بعده واحد محفوظ مضاف اضافه نمودم ۳ خارج مطلوب است ∴ مثال سیوم کدام عدد است که چون او را در شصت رن ضرب سازند وسه بیفزایند وبر سیزده قسمت کنند باقي هیچ نماند بدینصورت مقسوم رن (۶۰) مقسوم علیه (۱۳) مضاف (۳) وبدستور مذکور قطار گرفتم ومضاف وصفر در تحتش نوشتم حاصل ضربها محاذي هرواحد بطریق مذکور ثبت نمودم چنانچه درصورت اولی چون درینجا عدة مراتب قطار فرد است ونقصان ۶۹ که خارج است از مقسوم که ۶۰) است ونیز نقصان مجهول که ۱۵) است از مقسوم علیه که ۱۳) است ممکن نیست لهذا مقسوم را از خارج ومقسوم علیه را از مجهول طرح کرده باقي هردو که ۹ و ۲) است خارج ومجهول مطلوب است وچونکه مقسوم منفي است احتیاج بعمل دیگر نیست ∴ مثال چهارم مقسوم (۱۸) مقسوم علیه (۱۱) مضاف رن (۱۰) چون درینجا صرف مضاف منفي واقع شده لهذا بموجب بیان صدر از مقسوم علیه ساقط نمودم واحد باقیماند واحد را مضاف قرار داده عمل قطار نمودم چنانچه درصورت ثانیه سه مجهول وپنج خارج برآمد وهوالمطلوب ونیز اگر درین مثال مضاف منفي را بحال خود گذاشته بطور مضاف مثبت عمل نمایم چنانچه درصورت ثالثه

صورت اولی		صورت ثانیه		صورت ثالثه	
۴	۶۹ خارج	۴	۵	۱	۵۰
۱	۱۵ مجهول	۱	۳	۱	۳۰
۱	۹	۱	۲	۱	۲۰
۱	۶	۱	۱	۱	۱۰
۱	۳	۱	۰	۱	۰
۳	۰				

خارج پنجاه ومجهول سي شد چون درینجا طرح خارج از مقسوم ونیز طرح مجهول از مقسوم علیه ممکن نیست لهذا هجده مقسوم را از پنجاه خارج ویازده مقسوم علیه را از سي مجهول مرة بعد اخری ساقط نمودم ۱۴ و ۸ باقیات را از ۱۸ مقسوم و ۱۱ مقسوم علیه بدستور

صح

مذکور طرح کردم سه مجهول وچهار خارج مطلوب برآمد وتفاوت خارج بسبب تفاوت مثبت ومنفي است بحسب زيادت ونقصان *

بيان سيوم در استخراج مضروب جمع که عبارت است از استخراج عدديکه هرگاه آنرا در دو عدد مختلف جدا جدا اضرب کنند وبر عددی معين جدا جدا قسمت نمايند باقي هردو در هر قسمت مختلف شود وطريقش اين است که هردو مضروب فيه را جمع نموده مقسوم فرض کنند وهردو باقي را جمع ساخته مضاف فرض سازند ومقسوم عليه را بحال خود گذاشته بقاعدهٔ عمل مضروب قطار استخراج مجهول وخارج نمايند وبعد ازان اگر قطار زوج است مجهول را از مقسوم عليه وخارج را از مقسوم على العكس قاعدهٔ عمل قطار طرح کنند اگر ممکن بود والا مقسوم عليه را از مجهول ومقسوم را از خارج طرح نموده باقي هردو را از مقسوم ومقسوم عليه طرح سازند وچنانکه برای قطار فرد در عمل مضروب ميکردند عمل نمايند واگر قطار فرد باشد همان عدد حاصل مطلوب بود ∴ مثال کدام عدد است که چون اورا در ده ضرب کرده بر شصت وسه قسمت نمايند چهارده باقيماند واگر در پنج ضرب کرده بر شصت وسه قسمت سازند هفت باقيماند ∴ جواب هردو مضروب فيه را جمع نموده مقسوم قرار دادم وباقيين را جمع نموده مضاف گردانيدم ومقسوم عليه را بحال خود گذاشتم نوشتم بدينصورت مقسوم (۱۵) مقسوم عليه (۶۳) مضاف (۲۱) وچون در مقسوم ومقسوم عليه توافق بالثلث بود جزء وفق هريکی گرفتم هکذا مقسوم (۵) مقسوم عليه (۲۱) مضاف (۷) وعمل قطار نمودم بدينصورت شد

۷	خارج
۲۸	مجهول
۰	
۴	
۷	
۰	

چون عدهٔ مراتب قطار زوج است لهذا مقسوم را از خارج ومقسوم عليه را از مجهول طرح کردم ۲ خارج و۷ مجهول برآمد پس آن هردو را از مقسوم ومقسوم عليه طرح کردم سه خارج وچهارده مجهول مطلوب حاصل شد *

بيان چهارم در عمل ضرب مجذور که محاسبان هند آنرا پرکرت (۲) گويند واين عبارت است از استخراج عدديکه چون مجذور آنرا در عددی معين ضرب کرده بر حاصل عددی معين بيفزايند يا بکاهند مجموع خواه باقي مجذور باشد ودرينجا جذر اخير را جذر کبير نامند عدد اول مطلوب را جذر صغير مطلوب وطريقش چنانست که اگر مضاف اصل که در سؤال سائل است زائد ومجذور باشد عددی را جذر صغير فرض کرده ومجذور آنرا در مضروب فيه که سائل بيان کرده ضرب ساخته بر حاصل ضرب عددی بيفزايند که مجموع مجذور شود وجذر آنرا جذر کبير مفروض نام

(۲) वर्गप्रकृति بدينصورت گنت باقته شد

نام نهند پس اگر عدد مضاف مفروض مجذور باشد آنرا بر مضاف اصل قسمت نموده برجذر خارج جذر صغیر را نیز قسمت سازند که خارج جذر صغیر مطلوب است واگر مضاف مفروض مجذور نباشد جذر صغیر مفروض را در جذر کبیر مفروض ضرب ساخته تضعیف نمایند وحاصل را جذر صغیر عمل تام گذارند ومجذور مضاف مفروض را مضاف عمل قرار دهند پس بموجب قاعدهٔ مرقوم الصدر مضاف عمل را بر مضاف اصل قسمت نموده جذر صغیر عمل را برجذر خارج قسمت سازند که جذر صغیر مطلوب برآید واگر مضاف اصل ناقص ومجذور باشد عددی را جذر صغیر فرض کرده ومجذور آنرا در مضروب فیه بحسب السؤال ضرب ساخته واز حاصل ضرب عددی نقصان سازند که باقي مجذور ماند وآن عدد منقوص را مضاف مفروض ناقص گویند پس اگر آن مضاف مفروض ناقص مجذور بود بموجب قاعدهٔ مرقوم الصدر آنرا بر مضاف اصل قسمت ساخته جذر صغیر مفروض را برجذر خارج قسمت کنند که جذر صغیر مطلوب برآید واگر مضاف مفروض ناقص مجذور نبود عددی دیگر جذر صغیر فرض سازند بحیثیتیکه هرگاه مجذور آنرا در مضروب فیه سائل ضرب ساخته برحاصل مضاف مفروض اول که ناقص بود زائد سازند خواه مسطح آن در مجذوری دیگر نموده بیفزایند که مجموع مجذور شود وجذر آن مجموع را جذر کبیر ثاني وآن مضاف زائد را مضاف زائد ثاني نام نهند وجذر صغیر اول را در جذر کبیر ثاني وجذر صغیر ثاني را در جذر کبیر اول ضرب نموده مجموع هردو حاصلین را جذر صغیر عمل قرار دهند ومسطح هردو مضافین مفروضین را که مجذور وناقص خواهد بود مضاف عمل دانند وبدستور استخراج جذر صغیر مطلوب سازند اعني بر مضاف اصل قسمت نموده برجذر خارج جذر صغیر را قسمت سازند که مطلوب برآید واگر مضاف اصل مجذور نبود عددی جذر صغیر فرض نمایند ومجذور آنرا در مضروب فیه مفروض ضرب ساخته وبرحاصل مضاف اصل را اگر زائد است بیفزایند واگر ناقص است بکاهند پس اگر مجموع خواه باقي مجذور شود فهو المراد والا مضاف اصل را در مجذوری مفروض دیگر ضرب ساخته درصورت زیادت بیفزایند ودرصورت نقصان بکاهند اگر مجموع خواه باقي مجذور شود پس جذر صغیر مفروض را برجذر مجذور مفروض قسمت سازند که مطلوب برآید واگر مجذوری مفروض بهم نرسد جذر صغیر مفروض را در اعداد دیگر مرة بعد اولی ضرب

ساخته و جذر صغیر قرار داده بدستور عمل نمایند تاکه مطلوب برآید لیکن درینصورت حدّت ذهن وفکر سلیم درکارست وبرای تسهیل عمل فوائد چند بیان کرده میشودکه آن فوائد را ملاحظه نموده عمل کنند *

فائدهٔ اول اگر مضروب فیه مجذور باشد مضاف را بر عددی قسمت سازند که خارج قسمت اعظم از مقسوم علیه بود پس مقسوم علیه را یک مرتبه ازخارج نقصان کنند ویک مرتبه برخارج بیفزایند وهردو حاصل را تنصیف سازند پس اعظم جذر کبیر باشد واقل را برجذر مضروب فیه قسمت نمایند که خارج جذر صغیر مطلوب بود *

فائدهٔ دویم اگر مضروب فیه مرکب از مجذورین باشد مثل پنج وسیزده وبست وغیره ومضاف مجذور رن باشد پس مجذورین را بر مضاف جدا جدا قسمت نموده واحد را برجذر خارجین قسمت نمایند که هردو خارجین جذر صغیر مطلوب میتواند شد *

فائدهٔ سیوم ابن نحیف میگوید که اگر مضروب فیه مجذور و مضاف عدد فرد خواه زوج باشد زائد بود خواه ناقص پس از مضاف واحد کم کرده تنصیف سازند پس مضاف منقسم بدو قسم مختلفین خواهد بود پس از مجذور قسم اعظم مضاف را ساقط کنند اگر مضاف زائد باشد درینصورت باقي هم مجذور خواهد بود پس جذر آنرا برجذر مضروف فیه قسمت سازند واگر مضاف ناقص باشد مضاف را برقسم اصغر بیفزایند وجذر مجموع را برجذر مضروب فیه قسمت سازند که خارج بهردو صورت جذر صغیر مطلوب بود *

فائدهٔ چهارم اگر در مضاف کسر باشد ومخرج آن مجذور بود پس آنرا مجنس نموده ومضاف صحیح اعتبار نموده استخراج مجهول سازند وبعد ازان برجذر آن مجذور قسمت سازند واگر مخرج مجذور نبود پس آن مخرج را في نفسه ضرب نموده مجذور ساخته عمل سازند *

فائدهٔ پنجم هرگاه در سؤالیکه مضاف اصل مجذور ذهن باشد وعددی بحسب السؤال بهم رسد وبعد ازان بخواهند که عددی دیگر بهمان صفت بهم رسانند پس ضعف جذر صغیر حاصل را در جذر کبیر حاصل ضرب کرده حاصل الضرب را بر مضاف قسمت سازند که خارج جذر صغیر دیگر مطلوب بود وازان جذر کبیر حاصل نمایند وبهمین طریق اعداد کثیرهٔ بهم تواند رسید *

فائدهٔ ششم اگر مضاف اصل بر کدام مجذور قسمت پذیر باشد آنرا بر آن مجذور قسمت کرده و خارج را مضاف اصل قرار داده جذر صغیر حاصل نمایند و آن جذر صغیر را در جذر مجذور که مقسوم علیه بود ضرب سازند حاصل جذر صغیر مطلوب خواهد بود *

فائدهٔ هفتم اگر مضروب و مضاف هر دو غیر مجذور باشند لیکن بحیثیتیکه مسطح آن هر دو مجذور میتواند شد پس بطریق جبر و مقابلهٔ طرفین معادله فرض کرده جمله را که در آن مضروب فیه و مضاف واقع شود در احدی از مضروب فیه خواه مضاف ضرب ساخته و طرف آخر را هم در همان عدد ضرب نموده عدد حاصل ضرب مضاف را بطرف آخر بطور جبر و مقابله نقل سازند و در جملهٔ آخر عمل مجذور نمایند که درینصورت طرفیکه مضروب فیه واقع شود مجذور خواهد ماند و مضاف نیز مجذور خواهد شد و بعد از عمل جذر مجذور حاصل را بر جذر اعداد طرف اولی قسمت نمایند که خارج جذر صغیر مطلوب خواهد بود *

بیان امثله بترتیب قواعد مذکورهٔ عمل مجذور : سؤال کدام عدد است که اگر مجذور آنرا در پنج ضرب سازم و بر حاصل شانزده بیفزایم مجذور شود : جواب مثلاً سه را جذر صغیر فرض کردم و مجذور آنرا در پنج ضرب نموده بر حاصل چهار افزودم ۴۹ شد و آن مجذور است چون درینجا مضاف اصل زائد و مجذور است و مضاف مفروض نیز مجذور لهذا بموجب قاعدهٔ مرقوم الصدر ۴ را بر ۱۶ قسمت نمودم خارج $\frac{1}{4}$ شد و بر جذر آن که $\frac{1}{2}$) است ۳ را که جذر صغیر مفروض است قسمت کردم خارج ۶ جذر صغیر مطلوب برآمد و جذر کبیر ۱۴ خواهد بود : سؤال کدام عدد است که چون مجذور او را در سه ضرب کنند و نه بر حاصل ضرب بیفزایند مجذور شود : جواب جذر صغیر مثلاً هفت را فرض کردم و مجذور آنرا در سه ضرب کردم حاصل ۱۴۷ شد و بر آن ۲۲ مضاف مفروض افزودم ۱۶۹ شد و جذر آن ۱۳) است آنرا جذر کبیر نام نهادم چون درینجا مضاف مفروض غیر مجذور است لهذا بموجب قاعدهٔ مرقوم الصدر جذر صغیر مفروض را در جذر کبیر مفروض ضرب ساخته تضعیف نمودم و حاصل را که ۱۸۲) است جذر صغیر عمل نام نهادم و ۴۸۴ را که مجذور مضاف مفروض است مضاف عمل نام نهادم پس مضاف عمل را بر مضاف اصل قسمت نمودم خارج $\frac{53}{9}$ شد بر جذر خارج که $\frac{7}{1}$ است جذر صغیر عمل را قسمت کردم $\frac{24}{11}$ خارج القسمة جذر صغیر مطلوب است : سؤال کدام عدد است که چون مجذور آنرا

درچهار ضرب ساخته و ۳۶ نقصان کنند مجذور باقیماند ∴ جواب ده را جذر صغیر فرض کردم و مجذور آنرا درچهار ضرب کرده ۱۴۴ ازان نقصان کردم والا ۱۴۴ را مضاف مفروض ناقص قرار دادم چون درینجا مضاف مفروض ناقص مجذور واقع شد لهذا بموجب مرقوم الصدر عمل نمودم والا ۱۴۴ را برالا ۳۶ که مضاف اصل است قسمت کردم و برجذر خارج که ۲ شد جذر صغیر را که ده است قسمت کردم خارج ۵ جذر صغیر مطلوب برآمد و اگر درین سؤال مثلا دو را جذر صغیر فرض کردم مجذور آنرا درچهار که مضروب فیه سائل است ضرب ساختم و هفت نقصان نمودم ۳ جذر کبیر اول برآمد پس چون درینجا مضاف مفروض ناقص غیر مجذور است لهذا بموجب قاعدهٔ آن $\frac{1}{2}$ جذر صغیر ثانی فرض کردم و مجذور آنرا در ۴ که مضروب فیه سائل است ضرب ساخته برحاصل هفت را مضاف مفروض ثانی قرار داده افزودم ۱۶ شد جذر آنرا که ۴) است جذر کبیر ثانی نام نهادم بعد ازان جذر صغیر ثانی را در جذر کبیر اول و جذر کبیر ثانی را در جذر صغیر اول ضرب کردم مجموع حاصلین $\frac{12}{2}$ شد آنرا جذر صغیر عمل قرار دادم و مسطح مضافین مفروضین که الا ۴۹) است مضاف عمل نام نهادم پس چون درینجا مضاف عمل مجذور ناقص شد بدستور عمل کردم اعنی الا ۴۹ را برالا ۳۶ که مضاف اصل بود قسمت کردم خارج $\frac{1}{12}$ شد جذر آن گرفتم $\frac{1}{2}$ برآمد جذر صغیر عمل را که $\frac{12}{2}$ است برآن قسمت کردم خارج $\frac{10}{2}$ جذر صغیر مطلوب است ∴ سؤال کدام عدد است که اگر مجذور آنرا در پنج ضرب کرده برحاصل هفتده صحیح وسه ربع بیفزایند مجذور شود ∴ جواب چون در سؤال سائل مضاف مع الکسر است و مخرج کسر چهار بود که بذات خود مجذور است لهذا درچهار ضرب ساختم ۵ مال و ۷۱ صحیح مساوی ۴ مربع سیامک شد پس برای فرض جذر صغیر اول ملاحظه مضاف نمودم که بحیثیتی می باید که اگر آنرا برهفتاد ویک قسمت نمایم خارج مجذور شود لهذا هفتاد ویک را درچهار ضرب ساختم وحاصل را که دوصد وهشتاد وچهار است مضاف ثانی قرار دادم درینصورت جذر صغیر ثانی را ده فرض کردم چراکه هرگاه مربع آنرا که صد است در پنج ضرب کرده برحاصل دوصد وهشتاد وچهار بیفزایم مجموع مجذور میشود پس جذر صغیر ده وجذر کبیر بست وهشت ومضاف دوصد وهشتاد وچهار پس مضاف عمل را برمضاف اصل قسمت نمودم خارج چهار شد وجذر آن دو است جذر صغیر را که ده بود بردو قسمت نمودم خارج پنج شد وآن جذر

صغیر است و مضاف هفتاد و یک و چون مضاف اصل که هفده صحیح و سه ربع است در چهار ضرب یافته بود لهذا پنج را که جذر صغیر است برد و که جذر چهار است قسمت نمودم خارج دو صحیح و یک نصف جذر صغیر مطلوب برآمد ∴ سؤال کدام مجذور است که چون آنرا در پنج ضرب کنند و بست بیفزایند مجذور شود ∴ پس جواب صورت معادله هکذا شد ۵ مال و ۲۰ معادل مربع سیامک چون مضروب فیه و مضاف هر دو غیر مجذور اند لیکن بحیثیتی واقع شده اند که مسطح آن هر دو مربع و مجذور ده میشود لهذا برای تسهیل عمل بموجب بیان فائدهٔ هفتم جملهٔ اولی را در پنج ضرب نمودم ۲۵ مال و ۱۰۰ معادل ۵ مربع سیامک گردید عدد را بطرف آخر نقل کردم هکذا شد ۲۵ مال معادل ۵ مربع سیامک الا ۱۰۰ شد در جملهٔ آخر عمل مجذور کردم ده را مثلا جذر صغیر فرض کردم و مجذور آنرا که ۱۰۰) است در پنج ضرب کردم ۵۰۰ شد و ۱۰۰ که مضاف است از آن ساقط کردم ۴۰۰ مجذور ماند و جذر آنرا که ۲۰) است بر جذر عدد ۲۵ که عدد طرف اولی است قسمت کردم خارج ۴ جذر مطلوب است *

فائده در تبسیط الوان کثیره که معادل یکدیگر شوند باید دانست که هرگاه مجهولات متعدده در سؤال واقع میشوند اهل هند هر یکی از آن را بلونی تعبیر میکنند و هرگاه در سؤال سائل بحسب سؤال تصرف کنند و معادلهٔ الوان بالوان خواه معادله لونی بالوان واقع شود لازم است که در آن معادله یک لون را معادل باقی الوان سازند و اگر در معادلهٔ اولی عدد هم باشد آنرا هم شامل الوان سازند و چون معادلهٔ اولی یقین است که دو جمله خواهد بود و لونیکه معادل او مطلوب است در هر جمله که باشد الوان دیگر را از آن جمله ساقط نموده بر جملهٔ ثانی بیفزایند نفیا و اثباتا یعنی آن الوان مسقطه در جملهٔ اولی اگر منفی باشد در جملهٔ ثانی مثبت خواهد بود و اگر در جملهٔ اولی مثبت خواهد گردید در جملهٔ ثانیه منفی خواهد شد و بعد از آن هر دو جمله معادلهٔ ثانی را بر عدد لون مطلوب قسمت کنند که تا مقدار لون واحد که مجهول است برآید و اگر معادلهٔ لون مطلوب بطریق دیگر هم بالوان ممکن باشد عمل نمایند و از آن هر دو معادله هر دو جملهٔ ثانیه را باهم معادله نموده معادلهٔ ثالثه حاصل کنند و در آن معادلهٔ لون دیگر را بحسب مرقوم الصدر معادل سازند و همچنین تا که لونی از الوان معادل عدد واقع شود پس بطریق استخراج قواعد ستهٔ جبریه اخراج مجهول نمایند و بعد از آن استخراج الوان دیگر کنند که سهل خواهد بود و اگر معادله لونی با عدد نشود پس یک لون یا دو لون را

با اعداد مفروضه بحسب مناسب مقام تعبیر کرده عدد سازند ونیز اگر معادلین لون واحد مطلوب مختلف العدد باشند اعني عدد لون مطلوب مختلف باشد پس هردو معادله را در دو عدد دیگر ضرب کنند بحیثیتیکه اعداد حاصل الضرب هردو معادله مساوي شوند وخواه اعداد هردو معادله را بردو عدد قسمت نمایند بحیثیتیکه خارج هردو مساوي باشد وازان مطلوب بحسب مرقوم الصدر حاصل کنند واگر یک لون معادل لونی مثبت خواه منفي وعدد واقع شود پس آنرا بعمل مضروب استخراج کنند اعني عدد لون مطلوب را مقسوم علیه وعدد لون معادل را مقسوم وعدد را مضاف فرض سازند مثلا ۴ سیامک معادل ٦ نیلک و ۳ باشد پس شش را مقسوم وچهار را مقسوم علیه وسه را مضاف فرض کنند پس بعد عمل مضروب خارج مقدار سیامک ومضروب مقدار نیلک خواهد بود*

فائده اگر لونی معادل لونی باشد درینصورت عدد لون اول مقدار لون ثاني وعدد لون ثاني مقدار عدد لون اول خواهد بود ∴ سؤال کدام عدد است که اگر آنرا برشش قسمت کنم پنج باقیماند واگر برپنج قسمت کنم چهار واگر برچهار قسمت کنم سه واگر برسه قسمت کنم دو باقیماند∴ جواب مجهول را شيء فرض کردم وبحسب السؤال برشش قسمت کردم ومقدار خارج را سیامک نام نهادم پس هرگاه سیامک را در ٦ که مقسوم علیه است ضرب کردم ٦ سیامک و ۵ معادل شيء شد وهمچنین شيء را برپنج قسمت کردم ومقدار خارج را نیلک نام نهادم پس ۵ نیلک و ۴ معادل شيء شد وهمچنین شيء را برچهار قسمت نمودم وخارج را زردک نام کردم پس ۴ زردک و ۳ معادل شيء شد وباز شيء را برسه قسمت کردم وخارج را سبزک نام نهادم پس ۳ سبزک و ۲ معادل شيء شد واین معادله رابعه است چون درهر معادله جملهٔ اولی شيء است پس هردو جملهٔ ثانیه معادلهٔ اولی وثاني وثاني وثالث وثالث ورابع را باهم معادله کردم که آن همه معادله باهم مساوي اند وعدد را مستثنی نموده بطرف آخر افزودم بدینصورت

اولی	٦ سیامک	معادل	۵ نیلک	الا	۱
ثاني	۵ نیلک	معادل	۴ زردک	الا	۱
ثالث	۴ زردک	معادل	۳ سبزک	الا	۱

وظاهر است که هرگاه مقدار زردک معلوم شود مقدار الوان دیگر هم ازان معلوم میتواند شد لهذا برای استخراج آن عمل مضروب کردم ۴ زردک را مقسوم و ۳ سبزک را مقسوم علیه

وواحد را مضاف قرار دادم وعمل کردم بدینصورت مقسوم ۴ مقسوم علیه ۳ مضاف ۱ چون حاصل قطار یک مرتبه دارد ۱ | ۱ وواحد است ومضاف هم واحد پس مقدار خارج ونیز مقدار مضروب واحد برآمد وچون عدة مراتب قطار فرد واقع شد خارج را از مقسوم ومضروب را از مقسوم علیه نقصان کردم مقدار مضروب که زردک است ۲ ومقدار خارج که سبزک است ۳ برآمد وچون در امتحان مطلوب ازین هردو عدد حاصل نشد لهذا بقاعدهٔ عمل مضروب اعداد دیگر پیدا کردم عدد خارج را برمقسوم وعدد مضروب را برمقسوم علیه چند بار افزودم تا که عدد مطلوب حاصل شد پس مقدار مقسوم که زردک است ۱۴ ومقدار مقسوم علیه که سبزک است ۱۹ گردید وهرگاه در معادلهٔ ثانی که ۴ زردک الا ۱ معادل ۵ نیلک است چهار را در چهارده ضرب کردم حاصل پنجاه وشش شد واحد کم کردم پنجاه وپنج باقیماند بر عدد نیلک که پنج است قسمت کردم یازده خارج مقدار نیلک وهمچنین مقدار سیامک نه برآمد ومقدار شیء پنجاه ونه شد وهو المطلوب ∴ مثال دیگر کدام سه عدد اند که اگر اول را در پنج ضرب کنند وحاصل را بر بست قسمت کنند باقی وخارج مساوی باشد واگر عدد دویم آنرا در هفت ضرب کنند وحاصل را بر بست قسمت نمایند نیز خارج وباقی مساوی شود الا اینکه خارج وباقی ثانی یک عدد از خارج وباقی اول زیاده باشد وعدد سیوم است که چون در نه ضرب کنند وحاصل را بر بست قسمت نمایند خارج وباقی مساوی باشد وخارج وباقی سیوم از خارج وباقی ثانی یک عدد زیاده باشد ∴ جواب خوارج وباقیات را بسبب مساوات شیء فرض کردم بدینصورت اول شیء ثانی شیء و ۱ ثالث شیء و ۲ وهرسه اعداد را بالوان تعبیر کردم بدینصورت اول سیامک ثانی نیلک ثالث زردک پس معادلهٔ اولی ۵ سیامک الا شیء مقسوم علی ۲۰ معادل شیء شد وبعد ترفیع ۵ سیامک الا شیء معادل ۲۰ شیء گردید بلکه ۵ سیامک معادل ۲۱ شیء بلکه ۵ سیامک مقسوم علی ۲۱ معادل شیء شد ومعادلهٔ ثانی ۷ نیلک الا شیء والا واحد مقسوم علی ۲۰ معادل شیء الا واحد است بحسب الفرض پس بعد ترفیع ۷ نیلک الا شیء والا واحد معادل ۲۰ شیء و ۲۰ شد بلکه ۷ نیلک معادل ۲۱ شیء و ۲۱ پس ۷ نیلک الا ۲۱ مقسوم علی ۲۱ معادل شیء گردید ومعادلهٔ ثالث ۹ زردک الا شیء والا ۲ مقسوم علی ۲۰ معادل شیء و ۲) است پس بعد ترفیع ۹ زردک الا شیء والا ۲ معادل ۲۰ شیء و ۴۰ شد بلکه ۹ زردک الا ۴۲ مقسوم علی ۲۱ معادل شیء گردید پس معادلهٔ اولی را با ثانی وثانی را با ثالث معادله کردم بدینصورت ۵ سیامک

معادل ۷ نیلک الا ۲۱ معادل ۹ زردک الا ۴۲ شد عمل قطار کردم اعني عدد نیلک را مقسوم وعدد زردک را مقسوم علیه و ۲۱ را عدد مضاف قرار دادم بدینصورت مقسوم ۷ مقسوم علیه ۹ وچون ۲۱ مضاف بود لهذا مقسوم علیه را در دو ضرب کرده از مضاف ساقط نمودم وسه را که باقیماند مضاف قرار دادم ودو را برای خارج محفوظ داشتم وقطار گرفتم بدینصورت

۰	۹ خارج
۱	۱۲ مضروب
۳	۹
۳	۰

چون ۲۱ مضاف از مقسوم علیه زیاده است لهذا آنرا بر ۹ قسمت کرده نوشتم وعدد خارج القسمة که دو است محفوظ داشتم وسه را مضاف قرار دادم چون عدة قطار فرد است لهذا بموجب ضابطهٔ عمل مضروب بعد طرح خارج ومضروب از مقسوم ومقسوم علیه ۶ مقدار مقسوم که نیلک است و ۷ خارج که مقدار زردک است برآمد وچون این هردو عدد را در معادلهٔ اولی امتحان کردم درست نیامد لهذا ۹ و ۷ که عدد مقسوم ومقسوم علیه است بر آن هردو عدد مرة بعد اخری بموجب قاعده افزودم بدینصورت

نیلک	زردک
۶	۷
۹/۱۵	۷/۱۴
۹/۲۴	۷/۲۱
۹/۳۳	۷/۲۸

پس مقدار سیامک ۴۲ برآمد ومقدار نیلک ۳۳ ومقدار شي ۱۰ شد واگر اولا دریافت کنند که بچند مرتبه عدد مقسوم علیه ومقسوم را بر خارج ومضروب باید افزود که مطلوب حاصل شود پس در معادلهٔ اولی وثاني مقدار نیلک بعمل قطار برآرند وهرگاه آنرا در مقسوم علیه ونیز در عدد مقسوم ضرب کرده بر خارج ومضروب بیفزایند آن هردو حاصل مقدار نیلک وزردک خواهد بود مثلا در مثال مذکور بعمل قطار از معادلهٔ اولی وثاني که بدینصورت است ۵ سیامک معادل ۷ نیلک الا ۲۱ مقدار نیلک برآوردم پس عدد نیلک را مقسوم وعدد سیامک را مقسوم علیه و ۲۱ رن را که مضاف است بر مقسوم علیه قسمت نمودم وخارج را که چهار شد محفوظ داشتم وواحد را که باقي ماند مضاف قرار دادم وقطار گرفتم بدینصورت

۱	۳ خارج
۲	۲ مضروب
۱	
۰	

و ۴ محفوظ را بر خارج افزودم هفت شد وچون مضاف رن است لهذا خارج را از مقسوم ومضروب را از مقسوم علیه ساقط نمودم مقدار سیامک صفر ومقدار نیلک سه برآمد وآنرا در نه که عدد مقسوم وهفت که عدد مقسوم علیه است ضرب نمودم وحاصل را بر خارج ومضروب اول افزودم ۳۳ مقدار نیلک و ۲۸ مقدار زردک برآمد وهو المطلوب ∴ مثال دیگر کدام عدد است که چون آنرا بر دو قسمت کنند یکی باقیماند واگر بر سه قسمت کنند دو واگر بر پنج قسمت کنند سه

وحال خارج نیز همچنین باشد اعني اگر خارج اول را بر دو قسمت کنند نیز یکی باقیماند وخارج دویم را اگر بر سه قسمت کنند دو باقیماند وخارج سیوم را اگر بر پنج قسمت کنند سه باقیماند پس مجهول را شيء فرض کردم وخارج اول را دو سیامک وواحد فرض کردم چراکه سائل در سؤال خود گفته است که حال خارج هم عند القسمة مثل حال عدد مجهول است وظاهر است که هرگاه دو سیامک وواحد را بر دو قسمت کنم خارج یک سیامک خواهد بود وواحد باقي خواهد ماند وهمچنین خارج دویم را سه نیلک ودو فرض کردم وخارج سیوم را پنج زردک وسه فرض ساختم درینصورت شيء الا واحد مقسوم علی ۲ معادل دو سیامک وواحد گردید وهرگاه ترفیع کردم شيء معادل چهار سیامک وسه عدد شد وهمچنین شيء الا ۲ مقسوم علی ۳ معادل سه نیلک و ۲ است پس بحسب ترفیع شيء معادل ۹ نیلک و ۸ شد وهمچنین چون شيء الا ۳ مقسوم علی ۵ معادل ۵ زردک وسه عدد است پس بحسب الترفیع شيء معادل ۲۵ زردک و ۱۸ عدد شد وهرگاه معادلهٔ ثاني وثالث شيء را باهم معادله کردم ۹ نیلک معادل ۲۵ زردک و ۱۰ گردید پس بعمل قطار مقدار زردک ونیلک معلوم کردم بدینصورت

مقسوم ۲۵ زردک * مقسوم علیه ۹ نیلک * مضاف ۱۰
۹ ساقط
۱ مضاف
۱ محفوظ برای خارج

۲ | ۱۱ خارج
۱ | ۴ مضروب
۳ | ۳
۱ |
۰ |

چون قطار فرد است لهذا خارج را از مقسوم ومضروب را از مقسوم علیه ساقط نمودم خارج ۱۴ ومضروب ۵ ماند وبعد زیادت محفوظ که واحد است مقدار خارج اعني مقدار نیلک پانزده برآمد ومقدار مضروب اعني مقدار زردک پنج گردید وهرگاه مقدار نیلک را در معادلهٔ اولی وثاني تعبیر بعد کردم مقدار سیامک سی وپنج برآمد ومقدار شيء یکصد وچهل وسه گردید وهو المطلوب ∴ مثال دیگر کدام دو عدد است که اگر اول را بر پنج قسمت کنند یکی باقیماند وچون ثاني را بر شش قسمت کنند دو باقیماند وچون فضل ما بینهما را بر سه قسمت کنند دو باقیماند واگر مجموع هر دو را بر نه قسمت کنند

پنج باقي ماند وچون مسطح آن هردو را بر هفت قسمت کنند شش باقیماند سوای شش وهشت که مطابق سؤال است عددی دیگر پیدا باید نمود ؛ جواب صاحب دستور المحساب در استخراج سؤال هذا طول العمل نموده است وطریق سهل این است که اول در اعداد مقسوم علیها نظر کردم چون در میان نه وسه تداخل بود لهذا نه را گرفتم وآنرا در پنج که مقسوم علیه عدد اول است ضرب ساختم چهل وپنج شد پس عدد اول را چهل وپنج شيء وشش عدد فرض کردم چراکه بحسب سؤال اصل عدد اول شش وعدد ثاني هشت است وضرور است که برآن عددی بیفزایند که از روي قسمت بالکل فنا شود وباز همان نه را در شش که مقسوم علیه عددی ثاني است ضرب کردم پس عدد ثاني پنجاه وچهار شيء وهشت عدد شد وفضل بینهما نه شيء ودو گردید ومجموع هردو نود ونه شيء وچهارده عدد شد چون درین هر چهار اعداد بحسب السؤال عمل کردم عمل درست می آید الا در قسمت مسطح آن هردو عدد بر هفت عمل راست نمیشود چراکه در هردو اعداد مفروضه که اول شش وثاني هشت است عدد اشیاء هردو که یکی پنجاه وچهار ودویم چهل وپنج است بر هفت قسمت پذیر نیست وحالانکه بحسب السؤال ضرور است که بر هفت قسمت پذیرد لهذا ضرورة شيء مساوي هفت گردید درینصورت عدد اول سه صد وبست ویک عدد ودویم سه صد وهشتاد وشش برآمد واگر شيء را از اضعاف هفت هر اعداد که فرض کنند مطلوب حاصل خواهد شد ؛ مثال دیگر کدام عدد است که چون او را در نه ضرب کنند ونیز در هفت ضرب نمایند وحاصلین را برسي قسمت کنند مجموع هردو باقي مع هردو خارج بست وشش باشد ؛ جواب مجهول را شيء فرض کردم ودر شانزده که مجموع نه وهفت است ضرب نمودم حاصل شانزده شيء شد وهرگاه شانزده شيء الا باقي را برسي قسمت نمودم وخارج القسمة را سیامک نام نهادم وآنرا کامل نمودم اعني در ۳۰ ضرب کردم حاصل ۳۰ سیامک معادل ۱۶ شيء الا باقي شد وچون یک سیامک که خارج القسمة است بر طرفین معادله افزودم بحسب السؤال ۱۶ شيء الا ۲۹ سیامک معادل ۲۶ که مجموع باقي وخارج است شد وهرگاه کامل کردم

۱۶ شيء معادل ۲۹ سيامک و ۲۶ شد وبراى دريافت مقدار سيامک عمل مضروب نمودم بدينصورت

مقسوم ۲۹ سيامک * مقسوم عليه ۱۶ شيء * مضاف ۲۶

۱۶ ساقط

۱۰

۱ محفوظ

۱ | ۹۰ خارج
۱ | ۵۰ مضروب
۴ | ۴۰
۱۰
۰

چون عدد قطار فرد است لهذا بموجب ضابطه عمل مضروب مقسوم ومقسوم عليه را از خارج ومضروب طرح نموده باقي هردو را از مقسوم ومقسوم عليه نقصان كردم مقدار خارج بست وهفت ومقدار مضروب ۱۴ برآمد پس عدد مطلوب يعني شيء بست وهفت ومقدار خارج چهارده ومقدار باقي دوازده گرديد ∴ مثال ديگر چهار كس اند كه اول پنج اسپ ودو شتر وهشت استر وهفت گاو ودويم سه اسپ وهفت شتر ودو استر ويک گاو وسيوم شش اسپ وچهار شتر ويک استر ودو گاو وچهارم هشت اسپ ويک شتر وسه استر ويک گاو دارد ومال هريک مساوي است پس قيمت هركدام چه باشد ∴ جواب قيمت اسپ را شيء وقيمت شتر را سيامک وقيمت استر را نيلک وقيمت گاو را زردک فرض نمودم پس معادلهٔ جملهٔ اولى باجملهٔ ثاني ۵ شيء ۲ سيامک ۸ نيلک ۷ زردک معادل ۳ شيء ۷ سيامک ۲ نيلک ۱ زردک شد بحسب السؤال و بعد اسقاط متداخلين ۲ شيء ۶ نيلک ۶ زردک معادل ۵ سيامک گرديد وهرگاه شيء را بطرفى وباقي اجناس را بطرفى ديگر نمودم شيء معادل ۵ سيامک الا ۶ نيلک و الا ۶ زردک مقسوم على ۲ ومعادلهٔ جملهٔ ثاني باثالث ۳ شيء ۷ سيامک ۲ نيلک ۱ زردک معادل ۶ شيء ۴ سيامک ۱ نيلک ۲ زردک شد وبعد اسقاط متداخلين ورجوع بشيء واحد وگردانيدن شيء بطرفى شيء معادل ۳ سيامک ۱ نيلک الا يک زردک مقسوم على ۳ شد ومعادلهٔ جملهٔ ثالث بارابع ۶ شي ۴ سيامک ۱ نيلک ۲ زردک معادل ۸ شيء ۱ سيامک ۳ نيلک ۱ زردک گرديد وبعد اسقاط متداخلين ورجوع بشيء واحد آوردن شيء بطرفى از معادله شيء معادل ۳ سيامک ۱ زردک الا ۲ نيلک مقسوم على ۲ شد وهرگاه خواستم كه جنسى باجنسى معادل شود وباقي اجناس مشتركه ساقط شوند لهذا جملهٔ ثاني معادلهٔ اولى را

باجملهٔ ثاني معادلهٔ ثاني معادل نمودم چراکه باهم مساوي يکديگراند وبعد تسويهٔ کسور وحذف متداخلين ۹ سيامک معادل ۲۰ نيلک ۱۶ زردک شد پس يک سيامک معادل ۲۰ نيلک و ۱۶ زردک مقسوم علی ۹ شد وهمچنين ثانيا براي دريافت مقدار سيامک جملهٔ ثاني معادلهٔ ثاني را معادل جملهٔ ثاني معادلهٔ ثالث گردانيدم وبعد تسويهٔ کسور وحذف متداخلين ۳ سيامک معادل ۸ نيلک الا ۵ زردک شد پس يک سيامک معادل ۸ نيلک الا ۵ زردک مقسوم علی ۳ گرديد پس جملهٔ که اولا يک سيامک معادل آن شده است معادلهٔ جملهٔ هذا که سيامک ثانيا معادل آن شد باهم معادل گردانيدم وبعد تسويهٔ کسور واسقاط متداخلين ۹۳ زردک معادل ۱۲ نيلک گرديد پس بموجب قاعده که بصدر مذکور شده اعني اگر لوني معادل لوني واقع شود عدد لون اول مقدار لون ثاني وعدد لون ثاني مقدار لون اول است مقدار زردک اعني قيمت گاو ۱۲ ومقدار نيلک اعني قيمت استر ۹۳ برآمد واز روی معادله های صدر مقدار سيامک ۲۲۸ ومقدار شيء ۵۵۲ گرديد واگر رجوع باقل کنند ازانجاکه در اعداد هرچهار جنس توافق بالثلث است هرچهار را برسه قسمت کنند مطلوب حاصل شود ٭ مثال ديگر سه شخص تجارت پيشه بودند که اول شش درهم ودويم هشت درم وسيوم صد درم داشت هرسه برگ تانبول بيک قيمت خريدند ونيز بيک قيمت فروختند واز هرواحد برگی چند باقيماند پس هربرگ را به پنج درم فروختند ومال هرسه برابر گرديد پس بچه قيمت اول خريدند وبچه قيمت فروختند وچند برگ از هريک باقيماند که بعد از فروختن مال همه برابر شده ٭ جواب خريد عدد برگ في درهم را شيء وعدد برگ فروخت في درهم را عددی معين فرض کردم مثلا يکصد وده چراکه عدد فروخت زائد از يکصد که مقدار مال سيوم است می باید پس عدد خريد برگ شخص اول شش شيء شد وهرگاه آنرا بريک صد وده که عدد فروخت است قسمت کردم وخارج را که مقدار درهم فروخت اول است سيامک نام نهادم پس معادله بدينصورت شد ۶ شيء الا باقي مقسوم علی ۱۱۰ معادل سيامک پس ۶ شيء الا باقي معادل ۱۱۰ سيامک بلکه ۶ شيء الا ۱۱۰ سيامک معادل باقي بلکه ۳۰ شيء الا ۵۵۰ سيامک معادل ۵ باقي شد وهرگاه برآن يک سيامک افزوده شود ۳۰ شيء الا ۵۴۹ سيامک مقدار مال اول باشد وهمچنين معادلهٔ شخص دويم بدينصورت ۸ شيء الا باقي مقسوم علی ۱۱۰ معادل نيلک پس ۸ شيء الا باقي معادل ۱۱۰ نيلک بلکه ۸ شيء الا باقي معادل ۱۱۰ نيلک بلکه ۸ شيء الا ۱۱۰ نيلک معادل باقي بلکه ۴۰ شيء الا ۵۵۰ نيلک

معادل ۵ باقي وبرآن یک نیلک افزوده شد ۴۰ شيء الا ۴۹ ۵ نیلک معادل مال دویم بلکه معادل ۳۰ شيء الا ۴۹ ۵ سیامک شد وصورت معادلهٔ شخص سیوم بدینصورت ۱۰۰ شيء الا باقي مقسوم علی ۱۱۰ معادل زردک وهمچنین ۱۰۰ شيء الا باقي معادل ۱۱۰ زردک بلکه ۴۰۰ شيء الا ۴۹ ۵ زردک مقدار مال سیوم معادل ۳۰ شيء الا ۴۹ ۵ سیامک مال اول معادل ۴۰ شيء الا ۴۹ ۵ نیلک مال دویم گردید وهرگاه اول وثاني را معادله کردم بعد اسقاط متداخلین وردّ وتکمیل سیامک معادل ۴۹ ۵ نیلک الا ۱۰ شيء مقسوم علی ۴۹ ۵ گردید وهمچنین معادلهٔ اول وثالث بدینصورت شد سیامک معادل ۴۹ ۵ زردک الا ۴۷۰ شيء پس جملتین اُخریین را معادله کردم ۴۹ ۵ نیلک الا ۱۰ شيء معادل ۴۹ ۵ زردک الا ۴۷۰ شيء گردید وبعد اسقاط متداخلین وتکمیل وردّ ۴۶۰ شيء معادل ۴۹ ۵ زردک الا ۴۹ ۵ نیلک شد وهرگاه عمل مضروب نمودم مقسوم (۶۰) مقسوم علیه (۴۹ ۵) مضاف (۰) درینصورت ۴۹ ۵ که مقسوم علیه است مقدار مضروب اعني شيء برآمد پس مقدار سیامک ۲۹ ومقدار باقي ۱۰۴ ومقدار مال اول ۴۹ ۵ ومقدار نیلک ۳۹ ومقدار باقي ۱۰۲ ومقدار مال ثاني ۴۹ ۵ ومقدار زردک ۴۹۹ ومقدار باقي ۱۰ ومال ثالث ۴۹ ۵ شد وبطور صاحب دستور الحساب ۶ شيء الا باقي مقسوم علی ۱۱۰ معادل سیامک پس ۶ شيء الا باقي معادل ۱۱۰ سیامک بلکه ۶ شيء الا ۱۱۰ سیامک معادل باقي پس بحسب الضرب در پنج ۳۰ شيء الا ۵۰ ۵ سیامک معادل ۵ باقي شد وهرگاه برآن یک سیامک افزودم ۳۰ شيء الا ۴۹ ۵ مقدار مال اول شد وبا زبرای مال دویم تعیین قیمت باربعهٔ متناسبه نمودم بدینطور که هرگاه در ۶ شيء یک سیامک باشد پس در هشت شيء چه خواهد بود بقاعدهٔ اربعهٔ متناسبه عمل نمودم یک سیامک ویک ثلث سیامک برآمد ومعادلهٔ آن بدینصورت گردید ۸ شيء الا باقي مقسوم علی ۱۱۰ معادل $1\frac{1}{3}$ سیامک معادل ۴ سیامک پس ۸ شيء الا باقي معادل ۴۴۰ سیامک مقسوم علی ۳ نیلک بلکه ۸ شيء الا ۴۴۰ سیامک مقسوم علی ۳ معادل باقي وهرگاه آنرا بحسب السؤال در پنج ضرب کردم ۴۰ شيء الا ۲۲۰۰ سیامک مقسوم علی ۳ معادل ۵ باقي وهرگاه قدر فروخت اول را برآن افزودم ۴۰ شيء الا ۲۱۹۶ سیامک مقسوم علی ۳ معادل مال دویم بلکه مساوي ۳۰ شيء الا ۴۹ ۵ سیامک مال اول وهمچنین قیمت فروخت سیوم را باربعهٔ متناسبه حاصل ساختم ۶ شيء / ۱ سیامک | ۱۰۰ شيء ۰ ۵ سیامک مقسوم علی ۳ برآمد پس ۱۰۰

شيء الّا باقي مقسوم علی ۱۱۰ معادل ۵۰ سیامک مقسوم علی ۳ بلکه ۱۰۰ شيء الا باقي معادل ۵۰۰ سیامک مقسوم علی ۳ بلکه ۱۰۰ شيء الا ۵۰۰ سیامک مقسوم علی ۳ معادل باقي وهرگاه بحسب سؤال در پنج ضرب نمودم ۵۰۰ شيء الا ۲۷۵۰۰ سیامک مقسوم علی ۳ معادل ۵ باقي وهرگاه قدر فروخت برآن افزودم ۵۰۰ شيء الا ۲۷۴۵۰ سیامک مقسوم علی ۳ مال سیوم گردید وهرگاه مال اول را بامال ثاني معادله کردم ۳۰ شيء الا ۴۹۵ سیامک معادل ۴۰ شيء الا ۲۱۹۶ سیامک مقسوم علی ۴ و بالجبر و المقابلة ۳۰ شيء مقسوم علی ۳ معادل ۴۹۵ سیامک مقسوم علی ۳ شد پس مقدار شيء ۴۹۵ ومقدار سیامک ۳۰ برآمد وآن از روي امتحان درست نیست *

فائده در اسؤله و اجوبه سؤال کدام عدد است که هرگاه مربع آنرا در شش ضرب کنند وبر حاصل مضاعف آن عدد بیفزایند مجموع مجذور شود ∴ جواب مجهول را شيء فرض کردم ومجذور اخیر را مربع سیامک پس ۶ مال ودو شيء معادل مربع سیامک شد وچون این معادله را در شش ضرب ساختم ۳۶ مال ودوازده شيء معادل ۶ مربع سیامک شد وچون جملهٔ اولی بحیثیتي واقع است که اگر واحد برآن بیفزایم مجذوری میشود که جذر آن ۶ شيء وواحد باشد پس واحد برآن افزودم وبموافقت او بر جملهٔ ثاني هم واحد افزودم درینصورت ۶ مربع سیامک وواحد دهن معادل مجذور که جملهٔ اول است گردید عمل مجذور کردم بدینطریق که جذر صغیر را دو فرض کردم و مربع آنرا در شش ضرب ساخته بر حاصل واحد افزودم بست و پنج گردید وجذر آن پنج پس مقدار سیامک ۲ ومقدار جذر کبیر اعني ۶ شيء وواحد پنج برآمد پس مقدار شيء دو ثلث گردید واگر خواهم که مقدار شيء صحیح بهم رسانم دو را که جذر صغیر بود ضعف نموده در پنج که جذر کبیر است ضرب ساختم حاصل بست شد وآن جذر صغیر ومقدار سیامک است پس جذر کبیر ۴۹ معادل ۶ شيء وواحد شد ومقدار شيء هشت صحیح برآمد ∴ سؤال کدام دو عدد اند که هرگاه مربع مجموع آنها ومکعب مجموع آنها را جمع سازند مساوي ضعف مجموع مکعب آن هر دو عدد باشد ∴ جواب عدد اصغر را شيء الا سیامک وعدد اعظم را شيء و سیامک فرض نمودم تا که مجموع هر دو ۲ شيء گردد پس مربع مجموع چهار مال ومکعب مجموع ۸ کعب شد وچون مجذور اصغر یک مال الا مسطح ۲ شيء في سیامک ومربع سیامک است پس مکعب اصغر یک مکعب شيء ومسطح ۳ شيء في مربع سیامک الا ۳ مال في سیامک والا مکعب سیامک شد

ومکعب اعظم یک مکعب شيء و مسطح ۳ شيء في مربع سیامک و مسطح ۳ مال في سیامک ومکعب سیامک گردید و چون آن هرد وعدد را جمع نمودم دو مکعب شيء و مسطح ۶ شيء في مربع سیامک گردید وضعف آن ۴ مکعب شيء و مسطح ۱۲ شيء في مربع سیامک معادل ۴ مال شيء و ۸ مکعب شيء گردید و بعد اسقاط متداخلین مسطح ۱۲ شيء في مربع سیامک معادل ۴ مال شيء و ۴ مکعب شيء شد وهرگاه هرد وجمله را برشيء قسمت نمودم ۱۲ مربع سیامک معادل ۴ مال و ۴ شيء شد وچون جملهٔ ثاني بحیثیتي واقع شده که اگر برآن واحد بیفزایم مجذور میشود و جذر آن ۲ شيء وواحد خواهد بود لهذا واحد بهرد و جمله افزودم پس جملهٔ اول ۱۲ مربع سیامک وواحد مساوي مجذور گردید عمل مجذور نمودم وجذر صغیر دو فرض کردم ومجذور آنراکه چهار است در دوازده ضرب ساختم و برحاصل واحد افزودم چهل ونه شد که مجذور است وجذر آن هفت مقدار جذر کبیر ومعادل ۲ شيء وواحد گردید پس مقدار شيء ۳ برآمد ومقدار سیامک ۲ درینصورت عدد اصغر واحد وعدد اعظم پنج گردید وهو المطلوب واگر خواهم عددی دیگر پیدا سازم پس ضعف دو را که جذر صغیر است در هفت که جذر کبیر بود ضرب ساخته برمضاف که واحد بود قسمت نمودم خارج ۲۸ جذر صغیر گردید ودرینصورت جذر کبیر ۹۷ شد پس مقدار شيء ۴۸ برآمد و عدد اصغر ۲۰ وعدد اعظم ۷۶ گردید ؛ سؤال کدام عدد است که چون مالمال آنرا در پنج ضرب ساخته از حاصل یکصد نقصان سازند باقي مجذور ماند ؛ جواب چون سؤال متضمن مال مال است لهذا مجذور آخر را مسطح مال في مربع سیامک فرض کردم چراکه مسطح المجذورین مجذور می باشد درینصورت ۵ مال مال الا ۱۰۰ مال معادل مال في مربع سیامک شد وهرگاه هرد وجمله را برمال قسمت نمودم ۵ مال الا ۱۰۰ معادل مربع سیامک گردید پس عمل ضرب مجذور کردم وجذر صغیر اول ۲ فرض کردم و مجذور آنراکه چهار است در پنج ضرب ساخته پنج مضاف کردم بست وپنج شد وجذر آن که پنج است جذر کبیر اول گردید وباز جذر صغیر ثاني را ۳ فرض کردم ومجذور آنرا در پنج ضرب ساخته بست نقصان کردم نیز بست وپنج باقیماند وجذر آن هم که پنج است جذر کبیر ثاني شد درینصورت بموجب قاعدهٔ عمل مجذور بست وپنج جذر صغیر مطلوب ومقدار سیامک پنجاه وپنج پس مجهول بست وپنج است وجذر مجذور آخر یکهزار وسه صد وهفتاد وپنج برآمد باید دانست که اگر پنج را جذر صغیر فرض

کنم و مجذور آنرا در پنج ضرب کرده از حاصل عدد مدد نقصان کنم باقي بست و پنج ماند و آن هم
مجذور است پس مقدار مجهول و مقدار سیامک نیز پنج باشد و جذر مجذور آخر بست و پنج
شود ٭ سؤال کدام دو عدد اند که تفاضل آنها مجذور است و مجموع مجذور آن هر دو مساوي
مکعب تفاضل است ٭ جواب عدد اعظم را شيء و قدر تفاضل را مربع سیامک فرض کردم پس اصغر
شيء الا مربع سیامک شد و چون مجذور اعظم مال شيء است و مجذور اصغر مال شيء و یک
مال مال سیامک الا مسطح ۲ شيء في مربع سیامک است درینصورت دو مال شيء و یک مال مال
سیامک الا ۲ مسطح شيء في مربع سیامک مساوي کعب کعب سیامک گردید بحسب السؤال
زیرا که تفاضل مجذور بود و کعب آن کعب کعب است و هرگاه این معادله را تضعیف نمودم ۴
مال شيء و ۲ مال مال سیامک الا ۴ مسطح شيء في مربع سیامک معادل ۲ کعب کعب سیامک شد
چون ظاهر است که اگر از جملهٔ اولی یک مال مال سیامک ساقط نموده شود باقي مجذور میماند که جذر
آن ۲ شيء الا مربع سیامک خواهد بود لهذا یک مال مال سیامک را از جملهٔ اولی کاستم پس
جملهٔ ثاني ۲ کعب کعب سیامک الا یک مال مال سیامک ماند که مساوي باقي جملهٔ اول
و مجذور است درینصورت جملهٔ اولی را که مجذور منطق است مسطح مال مال سیامک في مربع
نیلک فرض نمودم و جملهٔ ثاني را که ۲ کعب کعب سیامک الا یک مال مال سیامک بود نیز مسطح
دو مال مال سیامک في مربع سیامک الا یک مال مال سیامک تعبیر ساختم و هر دو جمله را بر مال مال
سیامک قسمت نمودم پس مربع نیلک معادل ۲ مربع سیامک الا واحد شد عمل مجذور نمودم
پنج جذر صغیر و مقدار سیامک و هفت مقدار جذر کبیر و نیلک گردید درینصورت ۲ شي الا ۲۵
معادل ۱۷۵ شد پس مقدار شيء اعني عدد اعظم یکصد و مقدار اصغر هفتاد و پنج و مقدار تفاضل
بست و پنج برآمد و هو المطلوب ٭ مثال دیگر شخصی بمحتاجی روز اول سه روپیه و بعد از آن دو دو
روپیه هر روز زائد دادن شروع کرد و آن محتاج روزی زر عطا را شمار کرده از محاسبی پرسید آنچه
از عطا تا امروز نزد من است اگر این کریم همین طریق عطا کند دیگر در چند روز سه چند خواهد شد ٭
جواب عددی ایام عطاء گذشته را شيء و عدد ایام را که در آن سه مثل حسب السؤال خواهد شد
سیامک فرض کردم و بقاعدهٔ جمع اعداد متوالیه که بتزاید اثنین اثنین باشد عمل نمودم چون
مقرر است که در تزاید اثنین اثنین اگر در خانهٔ اول عدد دو باشد پس در خانهٔ اخیر مسطح عدد خانه

در عدد تزاید میباشد در بصورت عدد خانهٔ اخیر ۲ شي شد و هرگاه آنرا با عدد خانهٔ اول که هم دو است جمع نموده در نصف عدد خانه که نصف شيء است ضرب ساختم یک مال و یک شيء گردید و آن جمع اعداد متوالیه بتزاید اثنین اثنین است بشرطیکه در خانهٔ اول دو باشد چون از سؤال سائل روز اول عدد سه ظاهر است پس یک شيء بر آن افزودم مجموع عطاء گذشته یک مال و ۲ شيء شد و همچنین مجموع عطاء اخیر مطلوبه یک مربع سیامک و ۲ سیامک باشد و آن سه مثل عطاء گذشته بحسب السؤال والفرض است پس ۳ مال و ۶ شيء معادل یک مربع سیامک و ۲ سیامک گردید و هرگاه این معادله را در سه ضرب کردم ۹ مال و ۱۸ شيء معادل ۳ مربع سیامک و ۶ سیامک گردید و چون جملهٔ اول بحیثیتی واقع شد که اگر عدد نه بر آن بیفزایم مجذور شود که جذر آن ۳ شيء و ۳ باشد لهذا جملهٔ اولی را تعبیر بمربع نیلک الا نه نمودم و معادله کردم بدینصورت مربع نیلک الا ۹ معادل ۳ مربع سیامک و ۶ سیامک و بعد از ان این معادله را هم در سه ضرب ساختم ۳ مربع نیلک الا ۲۷ معادل ۹ مربع سیامک و ۱۸ سیامک شد حالا جملهٔ ثاني بحیثیتي واقع شد که اگر عدد نه بیفزایم مجذور شود پس بهر دو جمله عدد نه افزوده جملهٔ ثاني را مربع زردک قرار دادم پس ۳ مربع نیلک الا ۱۸ معادل مربع زردک گردید عمل مجذور کردم چون مضاف بر نه که مجذور است قسمت می پذیرد لهذا آنرا قسمت کرده الا دو را مضاف اصل قرار دادم پس سه جذر صغیر برآمد آنرا در جذر نه که هم سه است ضرب ساختم نه جذر صغیر مطلوب و مقدار نیلک شد و درینصورت پانزده جذر کبیر و مقدار زردک گردید و چون زردک معادل ۳ سیامک و ۳) است پس مقدار سیامک چهار برآمد و مقدار نیلک معادل ۳ شيء و ۳ بود پس مقدار شيء دو برآمد و معلوم شد که ایام عطاء گذشته دو روز است و ایام کل که در آن سه مثل گذشته شود چهار روز است پس اگر گوییم دو روز دیگر هم بمحتاج بهمان طریق عطا کند سه مثل نزد او مجتمع خواهد شد ؛ مثال دیگر کدام دو عدد اند که چون مربع اعظم را در هفت و مربع اصغر را در هشت ضرب سازند مجموع مجذور شود و نیز اگر بر تفاضل حاصلین واحد بیفزایند مجموع مجذور شود ؛ جواب اصغر را شيء فرض کردم و برای عدد اعظم غور کردم که با اصغر چه نسبت خواهد بود چون از قاعدهٔ عمل مجذور ظاهر است که هرگاه مضاف را در مجذوری ضرب سازند و جذر صغیر را در جذر آن مجذور ضرب کنند حاصل جذر صغیر مطلوب می باشد که مضاف آن مسطح مضاف فی المجذور بود

وچون از سوال معلوم شد که مجموع هفت مربع اعظم وهشت مربع اصغر مجذور می باشد
گویا هشت مربع اصغر مضاف است وبر مربع اصغر قسمت پذیر است لهذا هفت را مضروب فیه
وهشت را مضاف فرض نموده استخراج جذر صغیر نمودم جذر صغیر دو برآمد آنرا در اصغر
ضرب ساختم ۲ شیء مقدار اعظم شد پس مسطح مربع اعظم در هفت ۲۸ مال ومسطح مربع اصغر
در هشت ۸ مال گردید ومجموع ۳۶ مال معادل مجذور است که جذر آن ۶ شیء باشد وچون
تفاضل بین مسطحین ۲۰ مال است وبحسب السؤال هرگاه بر آن بیفزایم مجذور شود پس ۲۰
مال را معادل مجذور باشد بار عمل مجذور کردم دو جذر صغیر که مقدار شیء است برآمد پس عدد
اعظم چهار وعدد اصغر دو باشد ۞ سؤال کدام دو عدد اند که مجموع آنها مجذور میشود ونیز
مجموع مجذور اعظم ومکعب اصغر مجذور باشد ۞ جواب اعظم را شیء واصغر را سیامک
فرض کردم پس یک مربع شیء ویک مکعب سیامک معادل مجذور گردید وچون مضروب فیه
واحد وبذات خود مجذور است ومضاف مکعب سیامک واقع شده لهذا مکعب سیامک را
بر سیامک قسمت کردم خارج مربع سیامک گردید واز آن یک سیامک که مقسوم علیه بود نقصان
کرده باقی را که مربع سیامک الا سیامک ماند تنصیف نمودم وبر جذر مضروب فیه که هم واحد بود
قسمت کردم خارج نصف مربع سیامک الا نصف سیامک مقدار جذر صغیر که شیء است برآمد
وچون مجموع عددین بحسب سؤال مجذور است پس نصف مربع سیامک الا نصف سیامک را
با یک سیامک جمع نمودم مجموع نصف مربع سیامک ونصف سیامک معادل مجذور شد وآنرا
مجذور مربع نیلک فرض کردم پس مربع سیامک وسیامک معادل ۲ مربع نیلک شد وهرگاه
این معادله را در چهار ضرب کرده واحد بهر دو طرف افزودم ۴ مربع سیامک و۴ سیامک و۱
معادل ۸ مربع نیلک و۱ گردید چون جملهٔ اولی مجذور منطق است مربع زردک فرض کردم
پس ۸ مربع نیلک و۱ معادل مربع زردک شد عمل مجذور نمودم چون درینجا ممکن است
که جذر صغیر را واحد فرض کنم لکن درینصورت حصول مطلوب نمیشود زیرا که واحد بنفس خود
هم مجذور است وهم جذر ومقدار شیء نصف مربع سیامک الا نصف سیامک برآورده شده است
درینصورت هرگاه مقدار سیامک هم واحد برآید مقدار شیء صفر گردد وآن خلاف مفروض است
لهذا عدد شش را جذر صغیر فرض کردم چون موافق مطلوب بود پس مقدار جذر کبیر هفده گردید

وآن معادل ۲ سیامک و واحد شد چراکه ۴ مربع سیامک و ۴ سیامک و ۱ معادل ۸ مربع نیلک و ۱ بود ودرینصورت مقدار سیامک که عدد اصغر است هشت برآمد ومقدار شیء که عدد اعظم است ۲۸ گردید وهمچنین اگر در عمل مجذور سوای عدد شش عددی دیگر فرض کرده عمل نمائیم اعداد دیگر مقدار اعظم واصغر خواهد برآمد ؛ سوال کدام دو عدد اند که چون مربع هر دو را با مسطح هر دو جمع سازند مجذور شود واگر جذر حاصل جمع را در مجموع عددین ضرب ساخته واحد بیفزایند نیز مجذور است ؛ جواب اعظم را شیء واصغر را شیء الا سیامک فرض کردم پس مربع هر دو را با مسطح هر دو جمع نمودم ۳ مربع شیء ویک مربع سیامک الا ۳ شیء في سیامک معادل مربع نیلک بحسب السؤال شد پس هر دو طرف معادله را بحسب قاعده در دوازده ضرب کردم ۳۶ مربع شیء و ۱۲ مربع سیامک الا ۳۶ شیء في سیامک معادل ۱۲ مربع نیلک شد چون جملهٔ اولی بحیثیتي واقع شد که اگر سه مربع سیامک ازان ساقط کنند باقي مجذور میماند که جذر آن ۶ شیء الا ۳ سیامک بود لهذا آنرا ساقط کردم پس جملهٔ ثاني ۱۲ مربع نیلک الا ۳ مربع سیامک معادل مجذور که عبارت از جملهٔ اولی باشد گردید وعمل مجذور نمودم اول مضاف را که الا سه مربع سیامک بود بر مربع سیامک قسمت نموده صرف الا سه را مضاف فرض نمودم وجذر صغیر هفت فرض کردم ومربع آنرا در دوازده ضرب نمودم پانصد وهشتاد وهشت گردید وهرگاه دوازده ساقط نمودم پانصد وهفتاد وشش ماند که مجذور است چون دوازده که مضاف است صلاحیت آن دارد که اگر بر مضاف اصل قسمت کنند خارج مجذور برآید لهذا آنرا بر سه قسمت نمودم بر جذر خارج که دو است هفت را که جذر صغیر مفروض بود قسمت نمودم سه صحیح ویک نصف برآمد پس سه صحیح ویک نصف سیامک جذر صغیر مطلوب برآمد ودوازده سیامک جذر کبیر که مساوي جذر جملهٔ اولی است گردید درینصورت ۶ شیء الا ۳ سیامک معادل ۱۲ سیامک شد بلکه ۶ شیء معادل ۱۵ سیامک گردید پس سیامک معادل $\frac{2}{5}$ شیء شد وازین جهت مقدار اصغر $\frac{3}{5}$ شیء گردید وهرگاه از سر نو معادله کردم اعني مربع اعظم ومربع اصغر را با مسطح هر دو جمع نمودم $\frac{49}{25}$ مربع شیء معادل مجذور شد وهرگاه جذر انرا که هفت خمس شیء است در مجموع عددین ضرب ساخته واحد بر آن افزودم ۱۵ مربع شیء و ۱ معادل مجذور گردید بحسب السؤال باز عمل مجذور کردم وپنج جذر صغیر فرض کردم پس مضاف مفروض هشت وجذر کبیر هم هشت برآمد چون مضاف اصل واحد

وبذات خود مجذور بود لهذا اضعف جذر صغیر مفروض را در جذر کبیر ضرب نموده بر مضاف
مفروض قسمت نمودم خارج ده مقدار جذر صغیر مطلوب که مساوي شيء است برآمد پس عدد
اعظم ده وعدد اصغر شش شد وهو المطلوب وبطریق دیگر اگر اعظم را شيء واصغر را سیامک فرض کنم
پس مربع شيء ومربع سیامک ومسطح شيء في سیامک معادل مربع نیلک شد بحسب السؤال واین
معادله را درسي وشش ضرب نمودم ۳۶ مربع شيء و۳۶ مربع سیامک و۳۶ شيء في سیامک معادل ۳۶
مربع نیلک گردید چون جملهٔ اولی بحیثیتی واقع شده که اگر ۲۷ مربع سیامک ازان ساقط کنند باقي
مجذور میماند که جذر آن ۶ شيء و۳ سیامک باشد لهذا آنرا ساقط نمودم پس جملهٔ ثاني ۳۶ مربع نیلک
الا ۲۷ مربع سیامک معادل مجذور اعني جملهٔ اول شد وچون درینجا مضروب فیه مجذور است
ومضاف مسطح في المجذور لهذا مضاف را بر مربع سیامک قسمت کرده خارج را که الا ۲۷ ماند
بر الا واحد قسمت نمودم خارج بست وهفت مثبت شد ازان الا واحد ساقط نمودم بست وهشت
گردید ونصف آنرا که چهارده است بر جذر مضروب فیه که شش است قسمت نمودم خارج $\frac{2}{3}$
شد پس $\frac{2}{3}$ سیامک جذر صغیر مطلوب شد ودرینصورت ۱۳ سیامک جذر کبیر که مساوي جذر جملهٔ
اولی است پس ۶ شيء و۳ سیامک معادل ۱۳ سیامک شد بلکه ۶ شيء معادل ۱۰ سیامک بلکه سیامک
اعني اصغر معادل $\frac{5}{3}$ شيء شد پس رجوع بطریق اول نمود ٭ سوال دیگر کدام دو عدد اند که چون
یک عدد را با مسطح هر دو جمع سازند ومجموع را تنصیف سازند مکعب باشد واگر مجذور هر دو را
جمع نمایند نیز مجذور شود واگر بر مجموع هر دو عدد ۲ بیفزایند نیز مجذور شود واگر بر تفاضل
آن هر دو عدد ۲ بیفزایند نیز مجذور شود واگر بر تفاضل مجذورین آن هر دو عدد ۸ بیفزایند
مجذور باشد واگر پنج ضلع را که چهار جذر ویک ضلع مکعب است جمع نمایند نیز مجذور شود ٭
جواب اعظم را مربع شيء الا واحد واصغر را دو شيء فرض کردم وچون مسطح هر دو ۲ کعب الا ۲
شيء است وهرگاه بر آن اصغر را افزودم مجموع دو کعب شد ونصف آن یک کعب وضلع آن شيء
باشد وچون مجذور اعظم مال مال وواحد الا ۲ مال است ومجذور اصغر ۴ مال ومجموع مجذورین
مال مال وواحد ودو مال شد وآن هم مجذور است که جذر آن یک مال وواحد باشد وهرگاه هر دو عدد را
جمع نموده بر مجموع ۲ افزودم یک مال و۲ شيء و۱ گردید واین هم مجذور است که جذر آن
شيء و۱ باشد وهرگاه بر تفاضل آن هر دو عدد ۲ بیفزایم یک مال وواحد الا ۲ شيء میشود وآن هم

مجذور است وجذر آن شيء الا ۱ وچون بر تفاضل مجذورين آن هردو ۸ بيفزاييم مال مال و ۹ الا ۶ مال ميشود وآن هم مجذور است كه جذر آن يک مال الا ۳ باشد وهرگاه هر پنج ضلع را كه خارج شده اند جمع نمودم ۲ مال و ۳ شيء الا ۲ معادل مجذور شد بحسب السؤال ودر شجاحذر جملهٔ اولى يافته نمى شود لهذا جبر نمودم ۲ مال و ۳ شيء معادل مربع سيامک و ۲ گرديد واين معادله را در هشت ضرب كرده بر حاصل عدد نه بهرد وجمله افزودم ۱۶ مال و ۲۴ شيء و ۹ معادل ۸ مربع سيامک و ۲۵ شد چون حالا جملهٔ اولى مجذور است كه جذر آن ۴ شيء و ۳ باشد لهذا در جملهٔ ثاني عمل مجذور نمودم پنج جذر صغير مقدار سيامک و ۱۵ مقدار جذر كبير كه مساوي جذر جملهٔ اولى است برآمد پس ۴ شيء و ۳ معادل ۱۵ شد ودرينصورت مقدار شيء ۳ ومقدار عدد اعظم ۸ ومقدار اصغر ۶ برآمد واگر جذر صغير ۶ مفروض كنم پس جذر كبير ۱۷ ومضاف عمل ۱ شود وچون مضاف عمل مجذور است آنرا بر مضاف اصل كه ۲۵) است قسمت نمودم جذر خارج $\frac{1}{5}$ گرديد پس شش را بر يک خمس قسمت نمودم جذر صغير مطلوب ۳۰ شد وجذر كبير ۸۵ ودرينصورت ۴ شيء و ۳ معادل ۸۵ شد بلكه شيء معادل $\frac{20}{1}$ بلكه عدد اعظم $\frac{419}{4}$ وعدد اصغر $\frac{41}{4}$ شد ∴ سؤال كدام دو عدد اند كه اگر بر مجموع آنها خواه بر تفاضل آنها سه بيفزايند مجذور شود واگر از مجموع مجذورين آن هردو چهار كم سازند نيز مجذور شود واگر بر تفاضل مجذورين دوازده بيفزايند مجذور گردد واگر بر نصف مسطح العددين المذكورين عدد اصغر را بيفزايند مكعب گردد واگر بر مجموع ضلعهاى دو بيفزايند مجذور شود ∴ جواب مقدار تفاضل را يک مال الا ۲ شيء والا ۲ فرض كردم چراكه هرگاه بحسب السؤال سه بر آن بيفزاييم مجذور ميشود وجذر آن شيء الا واحد است وعدد اصغر را دو شيء فرض كردم پس عدد اعظم يک مال الا دو شد وهرگاه بر مجموع عددين كه يک مال ودو شيء الا دو ميشود سه افزودم يک مال ودو شيء و ۱ گرديد وآن مجذور است كه جذر آن شيء و ۱ باشد وچون مجذور اعظم يک مالمال و ۴ الا ۴ مال است ومجذور اصغر ۴ مال ومجموع هردو يک مالمال و ۴ ميشود وهرگاه از آن چهار ساقط كردم باقي يک مال مال ميماند وآن هم بذات خود مجذور است كه جذر آن يک مال باشد وچون تفاضل مجذورين يک مالمال و ۴ الا ۸ مال است وهرگاه دوازده بر آن افزودم يک مالمال وشانزده الا ۸ مال شد وآن هم مجذور است كه جذر آن يک مال الا ۴ باشد وچون مسطح العددين دو كعب الا ۴ شيء است ونصف آن يک كعب الا ۲ شيء وهرگاه اصغر را

برآن بیفزایم یک کعب میشود که ضلع کعب آن شیء باشد وهرگاه مجموع ضلعهای مرقوم نمودم بدینصورت

ضلع تفاضل	شیء	لا ۱
ضلع مجموع عددین	شیء	و ۱
ضلع مجموع مجذورین	مال	
ضلع تفاضل مجذورین	مال	الا ۴
ضلع مکعب	شیء	

مجموع ۳ شیء ودو مال الا ۴ گردید وهرگاه برآن دو افزودم دو مال و ۳ شیء الا ۲ معادل مجذور شد بحسب السؤال وچون این اصم است لهذا مجذور را مربع سیامک فرض کرده معادله نمودم ۲ مال و ۳ شیء معادل مربع سیامک و ۲ گردید وهرگاه این معادله را در هشت ضرب کرده عدد نه بهرد وطرف افزودم ۱۶ مال و ۲۴ شیء و ۹ معادل ۸ مربع سیامک و ۲۵ گردید چون جملهٔ اولی مجذور است لهذا در جملهٔ ثانی عمل مجذور نمودم وپنج را جذر صغیر فرض کردم پس جذر کبیر ۵ ۱ ومعادل ۴ شیء و ۳ که جذر جملهٔ اولی است گردید پس مقدار شیء سه برآمد ودرینصورت عدد اعظم هفت وعدد اصغر شش گردید واگر ۱۷۵ را جذر صغیر فرض ندایم پس جذر کبیر ۵ ۴۹ باشد ومقدار شیء ۱۲۳ وازان عدد اعظم واصغر را حاصل سازند وهمچنین اگر اعداد دیگر جذر صغیر فرض کنم اعداد کثیره حاصل تواند شد ∴ سؤال کدام عدد است که اگر آنرا در سه ضرب کنند وواحد بیفزایند مجذور شود ونیز اگر در پنج ضرب سازند وواحد بیفزایند مجذور شود ∴ جواب مجهول را شیء فرض کردم پس ۳ شیء و ۱ معادل مربع سیامک شد درینصورت شیء معادل مربع سیامک الا ۱ مقسوم علی ۳ گردید وهرگاه آنرا در پنج ضرب کرده بحسب السؤال واحد بیفزایم نیز مجذور نیلک میشود درینصورت ۵ مربع سیامک الا ۵ مقسوم علی ۳ و واحد معادل مربع نیلک است بلکه ۵ مربع سیامک الا ۲ معادل ۳ مربع نیلک بلکه ۵ مربع سیامک معادل ۳ مربع نیلک و ۲ شد وهرگاه این معادله را در پنج ضرب ساختم ۲۵ مربع سیامک معادل ۱۵ مربع نیلک و ۱۰ شد چون جملهٔ اولی مجذور است که جذر آن ۵ سیامک باشد لهذا در جملهٔ ثانی عمل مجذور نمودم ونه را جذر صغیر فرض کردم پس جذر کبیر ۳۵ معادل جذر جملهٔ اولی گردید بدین طریق ۳۵ معادل ۵ سیامک بلکه ۷ معادل سیامک درینصورت ۴۹ معادل ۳ شیء و ۱ بلکه ۴۸ معادل ۳ شیء بلکه شیء معادل ۱۶ شد ∴ سؤال کدام عدد است که چون در سه ضرب کنند ویکی بیفزایند مکعب شود وچون مجذور ضلع آن مکعب را در سه ضرب کنند ویکی بیفزایند مجذور شود ∴

جواب آن عدد را شيء فرض كردم پس بحسب السؤال ۳ شيء و ۱ معادل مكعب سيامك شد وهرگاه ضلع سيامك را چهار فرض كردم پس مكعب آن كه ۶۴ است معادل ۳ شيء و ۱ واقع شد وهرگاه واحد از عدد كاستم ۶۳ باقي معادل ۳ شيء ماند بر عدد اشياء قسمت كردم خارج ۲۱ عدد مطلوب است ٭ سؤال ديگر كدام دو عدد اند كه تفاضل مجذورين آنها را در دو ضرب كنند وسه بيفزايند مجذور شود ٭ جواب تفاضل مجذورين را نصف مال الا $\frac{1}{2}$ فرض كردم چراكه هرگاه اين را تضعيف كنم يک مال الا ۳ ميشود وهرگاه بر آن سه بيفزايم يک مال گردد كه بذات خود مجذور است وعدد اصغر را شيء فرض كردم پس مربع آن مال شد وهرگاه بر آن نصف مال الا $\frac{1}{2}$ افزودم مجموع يک ونيم مال الا $\frac{1}{2}$ معادل مربع عدد اعظم شد چراكه تفاضل مجذورين بر مربع اصغر افزوده ام چون جملهٔ اولى منطق نيست لهذا براى تكميل تضعيف نمودم ۳ مال الا ۳ معادل ۲ مجذور اعظم گرديد وباز اين معادله را در سه ضرب كردم ۹ مال الا ۹ معادل ۶ مجذور اعظم شد بلكه ۹ مال معادل ۶ مجذور اعظم و ۹ شد چون جملهٔ اولى مجذور منطق است لهذا در جملهٔ ثاني عمل مجذور كردم پس اول چهار را جذر صغير فرض كردم پس چهار مضاف و ۱۰ جذر كبير حاصل گرديد بموجب قاعدهٔ عمل مجذور ضعف جذر صغير را در جذر كبير ضرب كردم پس ۸۰ جذر صغير عمل شد ومسطح مضافين مفروضين كه مربع مضاف مفروض ۱۶ است مضاف عمل قرار داده بر مضاف اصل قسمت نمودم خارج $\frac{16}{9}$ شد بر جذر آن كه ۴ است جذر صغير عمل را قسمت نمودم خارج شصت گرديد وآن جذر صغير مطلوب است ومقدار عدد اعظم پس عدد اصغر چهل ونه باشد ٭ سؤال ديگر مجذور يست بالفرض مربع شيء معلوم ومي‌خواهم كه آنرا منقسم بمربعين آخرين نمايم مثل مربع سيامك ومربع نيلك پس مقدار سيامك ونيلك چه باشد ٭ جواب يک مربع معلوم فرض كردم كه مجموع مربعين معلومين باشد مثل مربع زردک كه بالفرض مجموع مربع سفيدک ومربع سبزک است پس گوييم نسبت مربع شيء كه معلوم است بطرف مربع سيامك كه احد القسمين از مجهول است مثل نسبت مربع زردک كه بالفرض معلوم است بطرف مربع سفيدک كه نيز بالفرض معلوم است خواهد بود پس مسطح مربع شيء في مربع سفيدک را بر مربع زردک قسمت كردم خارج مربع سيامك برآمد وهمچنين اگر مسطح مربع شيء في مربع سبزک را بر مربع زردک قسمت كنم خارج مربع نيلك خواهد بود وهمچنين اگر سؤال

متضمن مربعات کثیره باشد عمل میتوان کرد ٭ سؤال دیگر قال صاحب عیون الحساب نُریدان نقسم عدداً غیر مجذور یکون مرکبا من مجذورین بمجذورین غیرهما قال الفاضل مولانا شرفي نضربه في ۵ ۲ ونقسم الحاصل بمجذورین ثم نقسم کلا منهما علی ۵ ۲ لیخرج المطلوب اقول تقسیم الحاصل بمربعین یحتاج الی هذه القاعدة فیدور فقط این ضعیف میگوید که فی الحقیقة قاعدهٔ که مولانا شرفي بیان کرده مستلزم دور وناقص است لکن صاحب عیون الحساب هم باوجود اعتراض کدام قاعدهٔ دیگر برای استخراج آن بیان نساخته ازین معلوم میشود که ایشان هم از استخراج آن عاجز مانده اند وحالانکه هرگاه جذر قسم اعظم مجهول را اشیاء الاّ جذر قسم اعظم معلوم فرض کنند وجذر قسم اصغر مجهول را اشیاء الاّ جذر اصغر معلوم تعبیر نمایند بحیثیتیکه عدد اشیاء جذر حصهٔ اعظم مجهول اعظم از عدد اشیاء جذر حصهٔ اصغر باشد ومعادله نموده استخراج مطلوب نمایند که بغایت سهولت خواهد برآید مثلاً ۱۲ را که مرکب از نه وواحد که هردو مجذور اند است منقسم بمجذورین غیرهما نمائیم پس جذر حصهٔ اعظم را ۲ شيء الا ۳ وجذر حصهٔ اصغر را شي الا ۱ فرض کردم پس مربع اعظم ۴ مال و ۹ عدد الا ۱۲ شيء ومربع اصغر یک مال وواحد الا ۲ شيء گردید درینصورت مجموع آن هردو ۵ مال و ۱۰ الا ۱۴ شيء معادل ۱۰ شد بحسب السؤال بلکه ۵ مال معادل ۱۴ شيء شد بحسب تبدیل مستثنی واسقاط متداخلین بلکه ۵ شيء معادل ۱۴ گردید ودرینصورت مقدار شيء $\frac{۲}{۵}$ برآمد پس جذر مربع اعظم $\frac{۲}{۵}$ وجذر مربع اصغر $\frac{۱}{۵}$ برآید وهو المطلوب واگر جذر حصهٔ اعظم را ۴ شيء الا ۳ وجذر حصهٔ اصغر را (۲ شيء الا ۱ خواه باعداد دیگر تعبیر کنم نیز مطلوب حاصل میشود ٭ سؤال دیگر في عیون الحساب نُریدان نجد عددین لو انقصنا مجموعهما من کل واحد من مربعیهما بقي مجذور قال الفاضل الشرفي نطلب مربعا اذا القي منه جذره یبقی نصف ما یحصل من زیادة جذره علیه ونزید علی کل الحاصلین ربع درهم ونأخذ جذریهما لحصل المطلوب کالتسعة فانک اذا زدت علیه جذره حصل ۱۲ واذا نقصت منه جذره بقي ۶ فاذا زدنا علی کل منهما ربعا حصل $\frac{۱۲}{۴}$ و $\frac{۶}{۴}$ وجذراهما $\frac{۳}{۲}$ و $\frac{۲}{۲}$) اقول لا یوجد مربع بهذه الصفة غیر التسعة ولا یوجد غیر الثلثة عدد یکون ما نقص منه بواحد نصف ما یزید علیه بواحد فقط ٭ باید دانست که از کلام مولانا شرفي معلوم می شود که آن جناب اعداد مجهول را اول معلوم کرده این قاعده مقرر نموده اند چرا که هرگاه بموجب قاعده سوای عدد نه مربعی دیگر یافته نمی شود

پس این قاعده را قاعده نمیتوان گفت ونیز معلوم میشود که عددین مجهولین هم بدانست مولانا صرف $\frac{3}{1}$ و $\frac{2}{1}$ اند لا غیرهما و از بیان صاحب عیون الحساب که با وجود اعتراض استخراج اعداد دیگر بطریق دیگر نکردند معلوم میشود که ایشان هم عاجز بوده اند لهذا این ضعیف طریق دیگر آنرا بیان میکند که اصغر آن عددین را شیء و اعظم را شیء و ا فرض کردم پس مربع اعظم مال و ۲ شیء و ا) است وهرگاه ازان مجموع عددین را که ۲ شیء و ا میشود ساقط کنم باقی مال میماند وآن بذات خود مجذور است و چون مربع اصغر مال است وهرگاه ازان ۲ شیء و واحد را که مجموع العددین است ساقط کنم می باید که مجذور باقیماند بحسب السؤال پس معادله کردم یک مال الا ۲ شیء و الا واحد معادل مربع سیامک شد چون جملهٔ اولی مجذور نیست لهذا عدد دو بهر دو طرف افزودم پس یک مال و الا ۲ شیء و ا معادل مربع سیامک و ۲ شد و جملهٔ اولی مجذور گردید پس طلب کردم عددی را که بر مربع آن دو بیفزایم مجذور شود بقاعدهٔ عمل مجذور واحد را از دو ساقط نموده باقی را تنصیف نمودم $\frac{1}{2}$ مقدار سیامک گردید وهرگاه بر مربع آن دو افزودم $\frac{2}{4}$ شد وجذر آن $\frac{1}{2}$ (است وآن معادل جذر جملهٔ اولی که شیء الا ۱) است گردید پس مقدار شیء که اصغر است $\frac{2}{1}$ ومقدار اعظم $\frac{3}{1}$ شد وهو المطلوب واگر بقاعدهٔ عمل مجذور $\frac{3}{2}$ را جذر صغیر فرض کرده وبر مربع آن که $\frac{12}{4}$ (است هشت بیفزایند $\frac{20}{4}$ میشود پس جذر کبیر $\frac{4}{2}$ ومضاف عمل ۸ شد چون مضاف بحیثیتی واقع شده که اگر آنرا بر مضاف اصل که دو است قسمت کنم خارج مجذور میشود که جذر آن دو است لهذا جذر صغیر را که $\frac{3}{2}$ بود برد وقسمت نمودم خارج $\frac{1}{4}$ جذر صغیر و مقدار سیامک برآمد پس جذر کبیر $\frac{2}{4}$ معادل شیء الا ا شد پس مقدار شیء که اصغر است $\frac{3}{4}$ ومقدار اعظم $\frac{4}{4}$ گردید همچنین اگر $\frac{15}{2}$ را جذر صغیر فرض کنم وبر مربع آن ۳۲ بیفزایم پس جذر صغیر مفروض $\frac{15}{2}$ وجذر کبیر مفروض $\frac{16}{2}$ ومضاف عمل ۳۲ گردید وهرگاه مضاف عمل را بر مضاف اصل قسمت کردم ۱۶ خارج شد وآن مربع است پس بر جذر آن جذر صغیر مفروض وجذر کبیر مفروض را قسمت کردم پس $\frac{3}{4}$ مقدار جذر صغیر اعنی سیامک و $\frac{4}{4}$ جذر کبیر معادل شیء الا واحد گردید پس مقدار شیء که عدد اصغر است $\frac{5}{4}$ وعدد اعظم $\frac{6}{4}$ شد وهمچنین اعداد غیر متناهی بهم میتوان رسید ٭ سؤال دیگر کدام عدد است که مجموع مربع ومکعب آن مربع می شود ونیز کدام عدد است که فضل بین المکعب والمربع

آن بقدر مربع عددی باشد ؛ جواب چون این هردو سؤال علیحده علیحده اند لهذا برای استخراج اول مجهول را مال الا واحد فرض کردم و مربع و مکعب آن حاصل نمایم مطلوب برمی آید و برای سؤال ثانی مجهول را مال و واحد فرض سازم و مربع و مکعب حاصل گردانم مطلوب حاصل میشود درینصورت معلوم شد که از هر مربع که واحد ساقط کنم باقی مقدار مجهول سؤال اول است و اگر واحد برآن بیفزایند مقدار مجهول سؤال ثانی است ؛ سؤال دیگر کدام دو عدد اند که مجموع مکعب آنها مجذور باشد ؛ جواب عدد اصغر را مال و اعظم را (۲ مال فرض کردم پس مکعب اصغر یک کعب کعب و مکعب اعظم ۸ کعب کعب شد و مجموع آن هر دو ۹ کعب کعب که مجذور است گردید و جذر آن ۳ کعب است پس هر مجذور و ضعف آن صلاحیت جواب دارند ؛ سؤال دیگر کدام دو عدد اند که تفاضل بین المکعبین آنها مجذور باشد قال صاحب عیون الحساب نضرب مجذورا تارة فی الثمانیة وتارة فی التسعة ومکعب الحاصلین فیفضل الاول علی الثانی بمربع مضروب ثلثة عشر فی مکعب جذر ذلک المجذور باید دانست که ازین بیان معلوم میشود که عمل بالاستقراء شده است چراکه آن هر دو عدد هشت و هفت اند و از ضرب هر مجذور در آن اعداد بموجب بیان صدر اعداد کثیره حاصل میتوانند شد لکن بطریق جبر و مقابله استخراج کردن آن شاید نزد صاحب عیون الحساب دشوار بوده است و این ضعیف میگوید که اصغر را شیء و اعظم را شیء و واحد فرض کنم پس کعب اصغر یک کعب و کعب اعظم یک کعب و ۳ مال و ۳ شیء و واحد میشود و تفاضل بینهما سه مال و سه شیء و واحد است آنرا معادل مربع سیامک فرض کردم بحسب السوال درینصورت یک مال و یک شیء و ½ معادل ثلث مربع سیامک گردید بلکه یک مال و یک شیء معادل ثلث مربع سیامک الا یک ثلث شد بلکه یک مال و یک شیء و ⅓ معادل ثلث مربع سیامک الا ⅓ شد بحسب زیادت مربع نصف عدد اشیاء چون جذر جملهٔ اولی شیء و ⅓) است آنرا معادل مربع نیلک فرض کردم پس مربع نیلک مساوی یک ثلث مربع سیامک الا ⅓ شد بلکه ۱۲ مربع نیلک و ۱ معادل ۴ مربع سیامک شد چون جملهٔ ثانی مجذور است پس بقاعدهٔ عمل مجذور مقدار نیلک برآوردم دو برآمد درینصورت مقدار مربع سیامک ⅓ شد و چون نیلک معادل شیء و ⅓) است پس مقدار شیء ⅓ گردید و آن عدد اصغر است و مقدار عدد اعظم ⅔ برآمد و اگر بخواهند اعداد کثیره بعمل مجذور بهم تواند رسید و نیز

اگر اصغر را شيء و اعظم را شيء و ۲ وغيره بهر عدديكه خواهند تعبير كنند وبهمين طريق استخراج نمايند اعداد كثير بهم ميرسد ∴ سؤال ديگر قال صاحب عيون الحساب مسئلة دقيقة اخترعتها ثلثة مجذورات جذر الاول في الثاني ۱۸ وجذر الثالث في الاول ۱۶ وجذر الثاني في الثالث ۴۸ بايد دانست كه هرچند اين سؤال چندان دقيق نيست لاكن صاحب عيون الحساب آنرا بدقت برآورده لهذا دقيق نوشته است واين نحيف ميگويد كه مجذور اول را مال ومجذور ثاني را مربع سيامك ومجذور ثالث را مربع نيلك فرض كردم ودرينصورت شيء في مربع سيامك معادل ۱۸ شد بحسب السؤال پس شيء معادل ۱۸ مقسوم علي مربع سيامك بلكه مال معادل ۳۲۴ مقسوم علي مالمال سيامك گرديد درينصورت نيلك في مال اعني ۳۲۴ نيلك مقسوم علي مالمال سيامك معادل ۱۶ شد بحسب السؤال بلكه ۳۲۴ نيلك معادل ۱۶ مال مال سيامك شد بلكه نيلك معادل ۱۶ مال مال سيامك مقسوم علي ۳۲۴ گرديد پس مربع نيلك معادل ۲۵۶ مالكعب كعب سيامك مقسوم علي ۱۰۴۹۷۶ شد وچون سيامك في مربع نيلك معادل ۴۸) است بحسب السؤال پس ۲۵۶ كعب كعب كعب سيامك مقسوم علي ۱۰۴۹۷۶ معادل ۴۸ گرديد بلكه ۲۵۶ كعب كعب كعب سيامك معادل ۵۰۳۸۸۴۸ شد بلكه كعب كعب كعب سيامك معادل ۱۹۶۸۳ شد وهرگاه كعب اين عدد برآوردم ۲۷ برآمد كه كعب آن سه ومعادل سيامك است پس مربع سيامك معادل نه شد پس شيء معادل ۱۸ مقسوم علي مربع سيامك معادل ۲ گرديد ومال معادل ۴ شد پس نيلك معادل ۱۶ مقسوم علي مال معادل ۴ گشت ∴ سؤال ديگر از عيون الحساب پنج شتران پُربار اند چون بار شتر اول سنگين بود لهذا بار هريك شتر را غير شتر اول تضعيف كرده از بار شتر اول كم كردند درينصورت بر شتر دويم بار سنگين شد لهذا هرچهار شتر باقي را تضعيف كرده از شتر دويم كم كردند پس بار شتر سيومي سنگين شد براى آنهم باز هرچهار باقي را تضعيف نمودند پس بار چهارمين سنگين شد باز هرچهار ديگر تضعيف نمودند پس پنجمي سنگين شد باز هرچهار را تضعيف ساختند پس بار هر پنج شتر مساوي گرديد پس مقدار بار شتران كه اول بود ومقدار مساوات چه باشد ∴ جواب اگرچه صاحب عيون الحساب براى استخراج اين سؤال قاعدهٔ علحده مقرر كرده وبيان آنرا طويل ساخته است لاكن بدانست فقير بد وطريق استخراج آن سهل است طريق اول عدد

مساوات را شيء فرض كردم وعمل بالعكس نموده بدينصورت نوشتم

اول	دويم	سيوم	چهارم	پنجم
شيء	شيء	شيء	شيء	شيء
۱/۲ شيء	۱/۲ شيء	۱/۲ شيء	۱/۲ شيء	۶/۲ شيء
۱/۴ شيء	۱/۴ شيء	۱/۴ شيء	۱۱/۴ شيء	۶/۴ شيء
۱/۸ شيء	۱/۸ شيء	۲۱/۸ شيء	۱۱/۸ شيء	۶/۸ شيء
۱/۱۶ شيء	۴۱/۱۶ شيء	۲۱/۱۶ شيء	۱۱/۱۶ شيء	۶/۱۶ شيء
۸۱/۳۲ شيء	۴۱/۳۲ شيء	۲۱/۳۲ شيء	۱۱/۳۲ شيء	۶/۳۲ شيء

چون بحسب السؤال تضعيفات چهار شتران نموده از اثقل كم كرده اند لهذا برعكس آن هرچهار را تنصيف ساخته مجموع را اول بر پنجمي افزودم وباز تنصيفات چهار شتر نموده بر چهارمي افزودم وهمچنين تا اول عمل نمودم پس سي ودو مقدار شيء برآمد ومقدار بار شتر اول ۸۱ وبار دويم ۴۱ وبار سيوم ۲۱ وبار چهارم ۱۱ وبار پنجم ۶ گرديد وبطريق ديگر بار شتر اول را مجموع شيء وسيامك ونيلك وزردك وسفيدك فرض كردم وبار دويم را سيامك وبار سيوم را نيلك وبار چهارم را زردك وبار پنجم را سفيدك فرض نمودم وچون ظاهر است كه بار هر شتر كه بسبب سنگيني ضعيف ديگران كم كرده ميشود از هريكي باقي مساوي باقي ديگر ميماند چراكه با بحسب

تضعیفات متساویات در آخر مساوي میگردد لهذا آنرا نوشتم بدینصورت

	اول	دوم	سیوم	چهارم	پنجم
	شيء وسیامك ونیلك وزردك وسفیدك	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
تضعیف هرچهار واسقاط از اول	شيء	۲ سیامك	۲ نیلك	۲ زردك	۲ سفیدك
تضعیف هرچهار واسقاط از ثانی	۲ شيء	۲ سیامك بد ۲ شيء قص ۲ نیلك قص ۲ زردك قص ۲ سفیدك قص	۴ نیلك	۴ زردك	۴ سفیدك
تضعیف هرچهار واسقاط از ثالث	۴ شيء	۴ شيء	۴ نیلك بد ۴ شيء قص ۴ زردك قص ۴ سفیدك قص	۸ زردك	۸ سفیدك
تضعیف هرچهار واسقاط از رابع	۸ شيء	۸ شيء	۸ شيء	۸ زردك بد ۱۲ شيء قص ۸ سفیدك قص	۱۶ سفیدك
تضعیف هرچهار واسقاط از خامس	۱۶ شيء	۱۶ شيء	۱۶ شيء	۱۶ شيء	۱۶ سفیدك بد ۳۲ شيء قص

چون $\overline{16}$ سفیدك بد $\overline{32}$ شيء قص معادل $\overline{16}$ شيء بد است پس $\overline{16}$ سفیدك معادل $\overline{48}$ شيء بلکه سفیدك معادل $\overline{3}$ شيء شد وچون $\overline{8}$ زردك بد $\overline{12}$ شيء قص $\overline{8}$ سفیدك قص معادل $\overline{8}$ شيء بود وهرگاه مقدار سفیدك را بدل از شيء کردم $\overline{8}$ زردك معادل $\overline{42}$ شيء شد پس زردك معادل $\frac{1}{2}$ ۵ شيء شد وچون $\overline{4}$ نیلك بد $\overline{4}$ شيء قص $\overline{4}$ زردك قص $\overline{4}$ سفیدك قص معادل $\overline{4}$ شيء بد است

وهرگاه مقدار زردک وسفیدک از شيء بدل کردم ۴ نیلک معادل ۴۲ شيء شد بلکه نیلک معادل ½ ۱۰ شيء گردید وهمچنین چون ۲ سیامک بدشيء نص ۲ نیلک نص ۲ زردک نص ۲ سفیدک نص معادل ۲ شيء بود پس سیامک معادل ۴۱ شيء شد بلکه سیامک معادل ½ ۲۰ شيء گردید پس مقدار اول ½ ۴۰ شيء ومقدار ثاني ½ ۲۰ شيء مقدار ثالث ½ ۱۰ شي مقدار رابع ½ ۵ شيء ومقدار خامس ۳ شيء گردید وعدد مساوات ۱۶ شيء پس هرعدد را که بخواهم شيء فرض کنم مطلوب حاصل میشود ؛

سؤال دیگر بچه طور صور ترتیبات بین الامور متعدده معلوم شود مثلا اعداد امور متعدده از واحد تا نه معلوم اند ومیخواهم که صور ترکیب ثنائي وثلاثي ورباعي وخماسي وغیره ازان بدانم بدینطریق

ترکیب ثنائی

۱	۱
۲	۲

وغیره مفرد متکرره

۲	۱
۳	۲
۳	۱

وغیره ثنائی متکرره

ترکیب ثلاثی

۱	۱	۱
۲	۲	۲

وغیره مفرد متکرره

۲	۱	۱
۲	۲	۱

وغیره ثنائی متکرره

۳	۲	۱

وغیره ثلاثي متکرره

ترکیب رباعي

وغیره مفرد متکرره	۱	۱	۱	۱
وغیره ثنائي متکرره	۲	۱	۱	۱
وغیره ثلاثي متکرره	۳	۲	۱	۱
وغیره رباعي متکرره	۴	۳	۲	۱

جواب باید دانست که چون در ترکیب ثنائي گویا دو خانه است که در آن همه اعداد واقع میشوند وعدد دو عدد منزل مال است پس صور حاصل ترکیب مربع اعداد معلومه خواهد بود چنانکه اگر عدد معلوم را شيء فرض کنم پس شيء في شيء حاصل ترکیب ثنائي است وهمچنین در ترکیب ثلاثي چون عدد سه عدد منزل کعب است پس صور حاصل ترکیب کعب اعداد معلومه است اعني شيء في شيء في شيء وهکذا بعد ذلک ؛ اگر بخواهند که صور ترکیبات باعتبار تکرار وغیر تکرار بدانند پس باید دانست که صور غیر متکرره حاصل ضرب مضروبات متوالیه است نزولا از عدد اخیر بعدة خانه هاي مطلوبه مثلا در مثال مذکور صور غیر متکرره در ترکیب ثنائي حاصل ضرب ۹ في ۸ وحاصل ترکیب ثلاثي غیر متکرره ۹ في ۸ في ۷ وحاصل ترکیب رباعي غیر متکرره ۹ في ۸ في ۷ في ۶ وعلی هذا القیاس وترکیبات متکرره باقسام میباشد مفرد متکرره وثنائي

شـــــــــــــــــکل ۱۶۲

صور مفرد متکرره ∴ شيء في

صور ثنائی غیرمتکرره ∴ شيء فی

وهمچنین در

اول * مفرد متکرره ∴ شيء في ا في ا ----م

ثنائی متکرره ∴ شيء في شيء الا ا في ا

مساوی شيء في

دوم * ثنائی متکرره ∴ شيء في شيء الا ا في ۲ ---م

ثلاثی غیرمتکرره ∴ شيء في شيء الا ا في شيء الا ۲

مساوی شيء

خلاصه حاصل تر

مفرد متکرره ∴ شيء في ا

ثنائی متکرره ∴ شيء في

ثلاثی غیرمتکرره ∴ شيء في

ودرتر

اول * مفرد متکرره ∴ شيء في ا في ا في ا ---م

ثنائی متکرره ∴ شيء فی شیء الا ا فی ا فی ا

مساوی شيء فی

دوم * ثنائی متکرره ∴ شيء فی شيء الا ا فی ۲ فی ا ---م

ثلاثی متکرره ∴ شيء فی شيء الا ا في شيء الا ۲ فی ا

مساوی شيء فی

سوم * ثنائی متکرره ∴ شيء في شيء الا ا فی ۲ فی ۲ ----م

ثلاثی متکرره ∴ شيء في شيء الا ا فی شيء الا ۲ فی ۲

مساوی

چهارم * ثلاثی متکرره ∴ شيء فی شيء الا ا فی شيء الا ۲ فی ۳ -----م

رباعی غیرمتکرره ∴ شيء في شيء الا ا في شيء الا ۲ في شيء الا ۳

مساوی

خلاصه حاصل

مفرد متکرره ∴ شيء فی ا

ثنائي متکرره ∴ شيء في شيء

ثلاثی متکرره ∴ شيء فی شی

رباعي غیرمتکرره ∴ شيء فی

متکرره وثلاثي متکرره وغیرآن پس درترکیب ثنائي صرف مفرد متکرره وثنائي غیرمتکرره واقع خواهد شد ودرترکیب ثلاثي مفرد متکرره وثنائي متکرره وثلاثي غیرمتکرره واقع خواهد گردید وهکذا درترکیب رباعي وغیره پس درهرترکیبات ازابتدای ترکیب مفرد بغایت ترکیب که بواحد ازان ترکیب مطلوب کم باشد متکرره واقع میتواند شد وصرف یک ترکیب آخرکه درهرخانهٔ اعداد مختلفه واقع شوند غیرمتکرره خواهد بود چون درترکیب ثنائي صورمفرد متکرره وصورثنائي غیرمتکرره خواهد شد درینصـــورت (شکل ۱۶۲)

پس اگر بخواهند که صورترکیبات متکرره بالتفصیل مفرد متکرره وثنائي متکرره وثلاثي متکرره وغیرآن بدانند طریقش این است که حاصل ترکیبات غیرمتکرره را درمضروب فیه که بموجب بیان ذیل بهم خواهد رسید بالتفصیل ضرب سازند وطریق بهم رسانیدن مضروب فیه های آنها این است که اول اعداد ازواحد بقدرعدة خانه های مطلوبه که بواحد ازان کم باشد بنویسند وبرای مفرد متکرره مضروب فیه عدد واحد بنویسند وبرای ثنائي متکرره اگرخانه های مطلوبه سه است پس مجموع اعداد متوالي تادوکه سه است مضروب فیه حاصل ترکیب ثنائي غیرمتکرره خواهد بود واگرخانه های مطلوبه چهار باشد پس مضروب فیه سه خانه را دردوضرب کرده واحد بیفزایند که همان مضروب فیه خواهد بود واگرخانهٔ مطلوبه پنج باشد پس مضروب فیه چهارخانه راضعف نموده واحد بیفزایند وهکذا بعدذلک وبرای ترکیب ثلاثي متکرره اگرخانه های مطلوبه چهار باشد جمع اعداد متوالي تاسه بگیرند ومضروب فیه قرار دهند واگرخانه های مطلوبه پنج باشد مضروب چهارخانه رادرسه ضرب نموده مضروب فیه ثنائي چهارخانه را بران بیفزایند که مجموع مضروب فیه پنج خانه خواهد بود وهکذا بعدذلک وبرای ترکیب رباعي متکرره اگرخانه های مطلوبه پنج باشد مجموع اعداد تاچهار بگیرند که مضروب فیه خواهد بود واگرخانه های مطلوبه شش بود مضروب فیه پنج خانه رادرچهار ضرب نموده برحاصل مضروب فیه ثلاثي پنج خانه بیفزایند وهکذا بعدذلک مثلاً خواهم که صورمترتبهٔ عدد نه تاخانهٔ هفتم

بالتفصيل بدانم نوشتم بدينصورت

۱	۲	۳	۴	۵	۶
مضروب فيه مفرد متكرره		مساوي		۱	
مضروب فيه ثنائي		۱ و ۲ مساوي		۳	مضروب فيه سه خانه
		۱ و ۳ في ۲ مساوي		۷	مضروب فيه چهار خانه
		۱ و ۷ في ۲ مساوي		۱۵	مضروب فيه پنج خانه
		۱ و ۱۵ في ۲ مساوي		۳۱	مضروب فيه شش خانه
		۱ و ۳۱ في ۲ مساوي		۶۳	مضروب فيه هفت خانه
مضروب فيه ثلاثي		۳ و ۳ مساوي		۶	مضروب فيه چهار خانه
		۷ و ۶ في ۳ مساوي		۲۵	مضروب فيه پنج خانه
		۱۵ و ۲۵ في ۳ مساوي		۹۰	مضروب فيه شش خانه
		۳۱ و ۹۰ في ۳ مساوي		۳۰۱	مضروب فيه هفت خانه
مضروب فيه رباعي		۶ و ۴ مساوي		۱۰	مضروب فيه پنج خانه
		۲۵ و ۱۰ في ۴ مساوي		۶۵	مضروب فيه شش خانه
		۹۰ و ۶۵ في ۴ مساوي		۳۵۰	مضروب فيه هفت خانه
مضروب فيه خماسي		۱۰ و ۵ مساوي		۱۵	مضروب فيه شش خانه
		۶۵ و ۱۵ في ۵ مساوي		۱۴۰	مضروب فيه هفت خانه
مضروب فيه سداسي		۱۵ و ۶ مساوي		۲۱	مضروب فيه هفت خانه

بايد دانست كه صاحب عيون الحساب هر چند طريق استخراج صور مترتبهٔ ثنائي وثلاثي ورباعي وغيره كه مال وكعب ومال المال وغيره ميشود بيان نموده ونيز طريق استخراج صور متكرره بيان ساخته لاكن كدام قاعدهٔ كلي براى استخراج صور متكرهٔ ثنائي وثلاثي ورباعي وغيره مذكور نكرده بلكه از امثلهٔ مندرجهٔ كتاب مذكور صاف معلوم ميشود كه قاعدهٔ مرقومة الصدر بجناب ايشان معلوم نشده بود وفي الحقيقة در هيچ كتب بنظر فقير نيامده تحقيق آنرا استنباط نموده است

پس درینصورت در مثال مذکور حاصل ترکیب ثنائي و ثلاثي و رباعي و خماسي و سداسي و سباعي بالتفصیل بموجب ذیل خواهد شد

۹ فی ۱ مساوي ۹
۹ في ۸ مساوي ۷۲
۸۱ مساوي حاصل ترکیب ثنائی

۹ في ۱ مساوي ۹
۹ في ۸ في ۳ مساوی ۲۱۶
۹ في ۸ فی ۷ مساوي ۵۰۴
۷۲۹ مساوي حاصل ترکیب ثلاثی

۹ فی ۱ مساوی ۹
۹ في ۸ فی ۷ مساوي ۵۰۴
۹ في ۸ في ۷ في ۶ مساوي ۳۰۲۴
۹ في ۸ فی ۷ فی ۶ مساوي ۳۰۲۴
۶۵۶۱ مساوی حاصل ترکیب رباعي

۹ فی ۱ مساوي ۹
۹ فی ۸ فی ۱۵ مساوي ۴۰۸۰
۹ فی ۸ فی ۷ فی ۲۵ مساوي ۱۲۶۰۰
۹ في ۸ فی ۷ فی ۶ فی ۱۰ مساوی ۳۰۲۴۰
۹ فی ۸ فی ۷ فی ۶ فی ۵ مساوي ۱۵۱۲۰
۵۹۰۴۹ مساوی حاصل ترکیب خماسی

۹ فی ۱ مساوي ۹
۹ فی ۸ فی ۳۱ مساوی ۲۲۳۲
۹ فی ۸ فی ۷ فی ۹۰ مساوي ۴۵۳۶۰
۹ فی ۸ فی ۷ فی ۶ فی ۶۵ مساوي ۱۹۶۵۶۰
۹ فی ۸ فی ۷ فی ۶ فی ۵ فی ۱۵ مساوی ۲۲۶۸۰۰
۹ فی ۸ فی ۷ فی ۶ فی ۵ فی ۴ مساوی ۶۰۴۸۰
۵۳۱۴۴۱ مساوي حاصل ترکیب سداسی

۹ فی ۱ مساوي ۹
۹ فی ۸ فی ۶۳ مساوي ۴۵۳۶
۹ فی ۸ فی ۷ فی ۳۰۱ مساوي ۴۵۱۷۰۴
۹ فی ۸ فی ۷ فی ۶ فی ۳۵۰ مساوي ۱۰۵۸۴۰۰
۹ فی ۸ فی ۷ فی ۶ فی ۵ فی ۱۴۰ مساوي ۲۱۱۶۸۰۰
۹ فی ۸ فی ۷ فی ۶ فی ۵ فی ۴ فی ۲۱ مساوی ۱۲۷۰۰۸۰
۹ فی ۸ فی ۷ فی ۶ فی ۵ فی ۴ فی ۳ مساوی ۱۸۱۴۴۰
۴۷۸۲۹۶۹ مساوي حاصل ترکیب سباعی

گفتار دویم در جبر و مقابله بطوریکه نزد حکماء فرنگ رواج دارد

واین فقیر با وجودیکه از زبان انگریزي مطلق آشنا نیست صرف بوساطت کتاب لغات انگریزي که درآن معني فارسي مرقوم بود کتاب (الجبرا) تصنیف (مسترجان باني کستل) را که در سنه ۱۸۰۵ عیسوي بمقام (ولوبیچ) شهرلندن پاي تخت انگلستان درمدرسهٔ فوج بادشاهي بعبارت دقیق انگریزي مرقوم شده بود ترجمه نموده واکثرجا چون بیان انگریزي از بیان فارسي مختلف میشود لهذا برای تصریح بعبارت صاف ارقام مطالب نمودم و برای امتحان درستي ترجمه درملاحظهٔ حضور صاحب عالیجاه خداوند نعمت (مسترهنري دگایس) بهادر دام اقباله درآورده مورد تحسین گردید الحمدلله علی نعمائه وبالله التوفیق ودرآن نیز مقدمه وچند مطالب است *

مقدمه دربیان تعریف جبر ومقابله واصطلاحات وعلامات آن بدانکه اهل فرنگ فن جبر ومقابله را (الجبرا) گویند واین لفظ مأخوذ از عربي است چراکه الف ولام برآن داخل است وآن فنّي است که اعداد بحروف مفروضه تعبیر میکنند * (لایک) مقادیریکه بحروف متماثله مرقوم شوند مثل م̄ ومربع م̄ وغیرآن * (انلایک) مقادیر مرقومه بحروف غیر متماثله مثل م̄ و ک̄ وغیرآن * (کنون) مقادیر معلوم القدر را گویند * (انون) مقادیر مجهول * (سیمپل) مقادیر مفرد اعني یک حرف باشد مثل م̄ خواه مربع م̄ * (کمپوند) مقادیر مرکبه از چند حروف مثل م̄ ومربع م̄ * (پوزي تیو) مقدار مثبت اعني زائد ومستثنی منه * (نیگیتیو) مقدار منفي اعني ناقص ومستثنی * (لایک سین) بدانکه (سین) بمعني نشان است ولایک متماثل را گویند اعني جمله که همه مقادیر آن مثبت باشند یا همه منفي بوند وچون رسم تحریر مقادیر مثبته خواه منفي بنشان مثبت که بدینصورت است + وبنشان منفي که بدینصورت − لهذا اگر جمیع مقادیر مثبته باشند خواه منفي آنرا (لایک سین) میگویند مثل م̄ + مربع م̄ + ک̄ خواه − م̄ − مربع م̄ − ک̄ * (ان لایک سین) مقادیریکه مثبت ومنفي هردو باشند اعني نشان آنها متماثل نباشد مثل + م̄ − مربع ک̄ * (کوینیسنت) عدد ماقبل حروف مثل ۴ م̄ خواه ۴ مربع م̄ * (بنومیل) مقدار مرکب از دو حرف خواه آن هردو مثبت باشند خواه منفي خواه مختلف مثل + م̄ + ک̄ خواه + م̄ − ک̄ خواه − م̄ − ک̄ * (ترنومیل) مقادیر مرکب از سه حروف بشرح صدر مثل + م̄ + مربع م̄ + ک̄ خواه + م̄ + مربع م̄ − ک̄ خواه − م̄ − مربع م̄ − ک̄ * (کوادیرنومیل) مقادیر مرکب

ازچهارحروف بشرح صدر * (ریزي دیل) مرکب ازدوحرف که یکی مثبت باشد ودیگرمنفي مثل + مر ـ ک * (پوور) مضلع راگویند مثل مال وکعب وغیرآن * (انتدکس) بمعني فهرست است[۲] و دراصطلاح عدد منزل راگویند مثل دوکه عدد منزل مال است وسه که عدد منزل کعب است وباید دانست که برای مضلعات هرحرف عدد منزل فوق آن حرف مینویسند مثل مربع مر بدینصورت مر وما لمال مر بدینصورت مر * (سرد) مضلع اصم راگویند * (ریشنل) مقداریکه دران نشان ضلع نباشد ونشان ضلع آن بدینصورت است [❁ (رِسْ پَروکَل) درلغت بمعني مقدار مقلوب است[۳] و مراد ازان عددی مقسوم بردیگری ونشان آن بدینصورت است ÷ خواه بطورکسور مقسوم را فوق ومقسوم علیه راتحت آن بعد خط عرضي نویسند مثل مر مقسوم علی ک رابدینصورت نویسند مر ÷ ک خواه $\frac{\text{مر}}{\text{ک}}$ ❁ بیان تفصیل نشانها * (+) نشان مثبت وجمع است وباید دانست که هرگاه مثبت درابتداواقع میشود بلانشان هم دلالت برمثبت میکند * (ـ) نشان مستثنی وتفریق * (×) نشان ضرب * (÷) نشان قسمت است * (: :: :) نشان اربعهٔ متناسبه است چنانکه اگرگویند نسبت مر بطرف ک مثل نسبت ب بطرف ح است بدینصورت نویسند مر : ک :: ب : ح * [نشان جذراست که آنرا (سکویرروت) گویند (سکویر) بمعني مجذورو (روت) بمعني ضلع است[۴] * ۳ [نشان ضلع کعب که آنرا کعب (روت) گویند[۵] وهمچنین برای ضلع هرمضلع برنشان مذکورعدد منزل آن مضلع مینویسند ونیزگاهی برای نشان ضلع واحدرا مقسوم برعدد منزل مینویسند مثلاً اگرخواهند که جذر مر بنویسند بدینصورت [مر خواه

---

(۲) درلغت بمعني انگشت شهادت است یعني چیزي که بوسیلهٔ آن بسوی چیزی اشاره کرده شود ودراصطلاح بمعني فهرست است که بوسیلهٔ آن بسوي ابواب وفنون وغیره اشاره میرود * (۳) درلغت بمعني مشارکت است ودراصطلاح بمعني عددی را برعدد دیگر قسمت کرده بعدهٔ همان عدد دیگر را برعدد اول قسمت کنند * (۴) (سکویر) بمعني مربع (روت) بمعني جذرواصل * (۵) درانگریزي (کیوب روت) است *

$م^{\frac{1}{2}}$ وکعب بدینصورت $م^{\frac{1}{3}}$ خواه بدینصورت $م^{\frac{1}{3}}$ ومضروب بدینصورت م × ب و(م + ب) × س خواه بلانشان هرد وحرف رایکجا نویسند مثل مب اعني مسطح م في ب و (م+ب)س اعني مسطح مجموع م وب في س وباید دانست که هردو خط منحرف نشان جمله است وگاهی بعوض علامت درمیان مضروب ومضروب فیه نقطه مرقوم میسازند بدینصورت م.ب وهرگاه میخواهند که برای مقداری مضلعی غیرمعلوم المنزل سازند بران نشان ح خواه م میگذارند چنانکه $ح^{ب}$ خواه $ب^{ب}$ وهرگاه ضلع اول آن مطلوب شود بدینصورت نویسند $ح^{\frac{1}{ب}}$ خواه $ب^{\frac{1}{ب}}$ * (=) نشان مساوي ومعادل *

مطلب اول درجمع که آنرا (اَدِیشَنْ) گویند

وآن بر دو نوع است یکی جمع مقادیر متماثله وآن دو صنف است صنف اول متماثله درحروف ونشان وصنف دویم متماثله درنشان ومختلف درحروف ونوع دویم غیرمتماثله درنشان وآن نیز دو صنف است یکی متماثله درحروف ومختلف درنشان ودویم مختلف درحروف ونشان پس درصنف اول اعداد ماقبل حروف راجمع کرده نشان بماقبل آن بدهند

امثلة الصنف الاول من النوع الاول

+ م − ٦ ب ک	+ ۵ $ک^{۲}$ + ۵ ک ے	+ ٧ م ک − ۴ ے
+ ٧ م − ٣ ب ک	+ ٣ $ک^{۲}$ + ٢ ک ے	+ ٨ م ک − ٣ ے
+ ٨ م − ٢ ب ک	+ $ک^{۲}$ + ٣ ک ے	+ ٦ م ک − ٢ ے
+ ١٠ م − ٧ ب ک	+ ٧ $ک^{۲}$ + ٨ ک ے	+ ۴ م ک − ٣ ے
+ ٢ م − ب ک	+ $ک^{۲}$ + ک ے	+ ٢ م ک − ٢ ے
+ م − ۵ ب ک	+ ١٧ $ک^{۲}$ + ١٩ ک ے	+ ٢٧ م ک − ١۴ ے
+ ٣٣ م − ٢۴ ب ک		

ودرصنف دویم اعداد هریک حروف متماثله جدا جدا مع نشان جمع کنند *

ودرصنف اول نوع دویم باید که مستثنی را از مستثنی منه ساقط نموده جمع نمایند *

ودر صنف دویم نوع دویم نیز همچنین باید که مستثنی هر حروف متماثله ساقط کنند و باقي را جمع نمایند*

مثال صنف دویم	مثال صنف اول	مثال صنف ثاني
نوع اول	نوع ثاني	نوع ثاني
+ ۵ م	− ۳ م	+ ۵ ک ے
+ ۴ ک	+ ۷ م	+ ۴ م ک
+ ۶ م	+ ۸ م	− ۱ ک ے
+ ۷ ب	− م	− ۴ م ک
+ ۱۱ م + ۴ ک + ۷ ب	− ۲ م	+ ۴ ک ے
	+ ۹ م	

مطلب دویم در تفریق که آن را (سُوبْتَرَاکْشَنْ) گویند

وآن نیز مثل جمع دو نوع و هر نوع دو صنف است وقاعدهٔ آن این است که نشان منقوص را که نشان مستثنی است تبدیل نموده جمع سازند

	مثال صنف اول	مثال صنف دویم	مثال صنف اول	مثال صنف دویم
	نوع اول	نوع اول	نوع دویم	نوع دویم
منقوص منه	۵ م² − ۲ ب	۴ م	۵ م	+ ۴ م
منقوص	۲ م² − ۵ ب	۳ ک	− ۳ م	− ۳ ک
	۳ م² + ۳ ب	۴ م − ۳ ک	+ ۸ م	۴ م + ۳ ک

مطلب سیوم در ضرب وآنرا (مُلْتِیپْلِکِشَنْ) گویند

وطریقش چنان است که مضروب ومضروب فیه را محاذي یکدیگر نوشته اعداد را در اعداد وحروف را در حروف ضرب نموده حاصل ضرب را بطور ضرب نایم تحت خط عرضي نوشته جمع سازند وباید دانست که هرگاه حرفی را در مثل خودش ضرب کنند حاصل مجذور آن حرف خواهد بود پس بالای آن عدد دو که نشان عدد منزل مال است مینویسند وهمچنین اگر آن حرف را در مجذور آن حرف ضرب سازند حاصل کعب میشود چنانچه در مطلب چهارم بیان ضرب در صفحه ۳۴۶ گذشت وچون ضرب مفرد در مفرد سهل است چنانکه م را در م ضرب

کنند حاصل مربع م میشود بدینصورت م² خواه م م واگر م را در ک ضرب سازند حاصل م ب نویسند لهذا امثلهٔ ضرب مرکبات نوشته میشود

مثال اول

مضروب ک + ے

مضروب فیه ک + ے

ک² + ک ے

+ ک ے + ے²

حاصل الضرب ک² + ۲ ک ے + ے²

مثال دوم

۵ ک + ۴ ے

۳ ک − ۲ ے

۱۵ ک² + ۱۲ ک ے

− ۱۰ ک ے − ۸ ے²

۱۵ ک² + ۲ ک ے − ۸ ے²

مثال سیوم

ک² + ک ے − ے²

ک − ے

ک³ + ک² ے − ے² ک

− ک² ے − ے² ک + ے³

ک³ − ۲ ے² ک + ے³

فائده بدانکه اگر مثبت را در مثبت و منفي را در منفي ضرب سازند حاصل ضرب مثبت میشود واگر مضروبین مختلفین که یکی مثبت و دیگری منفي بود حاصل منفي خواهد بود چنانکه (+ م) × (+ ب) = + م ب و (− م) × (− ب) = + م ب و (− م) × (+ ب) خواه (+ ب) × (− م) = − م ب ونیز چون م − م = ۰ پس (م − م) × − ب = ۰ خواهد بود *

مطلب چهارم در قسمت وآنرا (ڈیویشن) گویند

وآن نیز دو نوع است یکی آنکه مقسوم اجناس قلیل باشد ودویم آنکه اجناس کثیره باشد وبرای طریق قسمت اول تمهیدی بیان میکنم که چون خارج قسمت حرفی برنفس خود اعني

قسمت شيء علی شيء خواه قسمت مال علی مال وهکذا مساوي واحد میشود

بدینصورت $\frac{م}{م} = ۱$ وهمچنین $\frac{۸ ب ک}{۲ ب} = ۴ ک$ وهمچنین $\frac{م ب ک}{م ک ء} = \frac{ب}{ء}$ پس گویم

$۱۲ ک ے \div ۶ ک^۲$ اعني دوازده مضروب في ک ے مقسوم علی ۶ مضروب في مربع

ک مساوي ۲ ے مقسوم علی ک است بدینصورت $\frac{۱۲ ک ے}{۶ ک^۲} = \frac{۲ ے}{ک}$ زیراکه

مربع ک درحقیقت ک مضروب في ک است ونیزمجموع مسطح م في ب ومربع ب

مقسوم علی ۲ ب مساوي مجموع م و ب مقسوم علی دواست زیراکه ۲ ب عبارت است

ازمسطح ۲ في ب ومربع ب مسطح م في ب است ومربع ب مسطح ب في ب وچون مضروب

ومضروب فیه درمقسوم ومقسوم علیه متحداست لهذا آنرا ازمقسوم ومقسوم علیه ساقط کردم باقي

م و ب مقسوم علی دوماند بدینصورت $\frac{م ب + ب^۲}{۲ ب} = \frac{م + ب}{۲}$ * درینصورت قسمت

نوع اول سهل است چنانچه ازامثله واضح شود مثـــــــــــــــــــــــــــــال

مقسوم	مقسوم علیه	خارج
$۱۸ ک^۲$	$\div ۹ ک$	$= ۲ ک$
$۱۰ ک^۲ ے^۲$	$\div -۵ ک^۲ ے$	$= -۲ ے$
$-۹ م ک^۲ ے^۲$	$\div ۹ ک^۲ ے$	$= -م ے$
$-۸ ک^۲$	$\div -۲ ک$	$= ۴ ک$
$۱۰ م ب + ۱۵ م ک$	$\div ۵ م$	$= ۲ ب + ۳ ک$

فائده باید دانست که درقسمت اگرحروف مقسوم علیه داخل مقسوم خواهند بود قسمت

ممکن است والّامقسوم رابرمقسوم علیه منسوب خواهند کرد مثلاً $م ب + ب^۲$ رابر ۲ ب قسمت

کنند قسمت ممکن است واگرم ک + $ک^۲$ را بر ۲ ب قسمت سازند قسمت ممکن نیست

پس آنرا منسوب کرده بدینصورت خواهند نوشت $\frac{م ک + ک^۲}{۲ ب}$ زیراکه قسمت عکس

ضرب است پس اگر حروف مقسوم علیه احدی از مضروبین حروف مقسوم باشد خارج حرف آخر خواهد بود چنانکه مب + ب۲ درحقیقت م × ب + ب × ب است پس هرگاه آنرا بر ب قسمت سازند خارج م + ب شود پس برای حصول خارج قسمت درمقسوم نظر باید کرد که مقسوم علیه درکدام حرف ضرب یافته است ونیز چون حاصل ضرب مثبت در مثبت ومنفي درمنفي مثبت است وحاصل ضرب مختلفین منفي پس خارج قسمت را بلحاظ مقسوم ومقسوم علیه حاصل سازند وبرای قسمت نوع دویم باید که مقسوم را جائی بنویسند ومقسوم علیه رابطرف یمین مقسوم بعد خط منحرف [)] فاصل برنگارند وخارج القسمة رابطرف یسار بعد خط منحرف [(] فاصل نهند وحروف خارج القسمة را چنانکه درقسمت اعداد اعظم الآحاد طلب میکنند بهم رسانند که هرگاه آنرا درمقسوم علیه ضرب کرده از حروف مقسوم ساقط کنند تواند شد وحاصلات مرقوم را تحت مقسوم نوشته ساقط نمایند چنانکه دراعمال قسمت اعداد معمول است وباقي را تحت خط عرضي نوشته بازطلب حرف دیگر نمایند وهمچنین عمل تمام کنند مثلاً خواستم که ک۲ + ۲ ک ے + ے۲ را بر ک + ے قسمت کنم نوشتم بدین صورت

خارج	مقسوم	مقسوم علیه
ک + ے	) ک۲ + ۲ ک ے + ے۲ (	ک + ے
	ک۲ + ک ے	
	ک ے + ے۲	
	ک ے + ے۲	

مثال دیگر

خارج	مقسوم	مقسوم علیه
م۲ + ۴ م ک + ک۲	) م۳ + ۵ م۲ ک + ۵ م ک۲ + ک۳ (	م + ک
	م۳ + م۲ ک	
	۴ م۲ ک + ۵ م ک۲	
	۴ م۲ ک + ۴ م ک۲	
	م ک۲ + ک۳	
	م ک۲ + ک۳	

مثـــــال دیگر

مقسوم علیه — مقسوم — خارج

م − ۳) م^۳ − ۹ م^۲ + ۲۷ م − ۲۷ (م^۲ − ۶ م + ۹

م^۳ − ۳ م^۲

− ۶ م^۲ + ۲۷ م

− ۶ م^۲ + ۱۸ م

۹ م − ۲۷

۹ م − ۲۷

مثـــــال دیگر

مقسوم علیه — مقسوم — خارج

ب − ے) ب^۴ − ے^۴ (ب^۳ + ب^۲ ے + ب ے^۲ + ے^۳

ب^۴ − ے ب^۳

+ ب^۳ ے − ے^۴

+ ب^۳ ے − ب^۲ ے^۲

+ ب^۲ ے^۲ − ے^۴

+ ب^۲ ے^۲ − ب ے^۳

+ ب ے^۳ − ے^۴

+ ب ے^۳ − ے^۴

مطلب پنجم در کسور و آنرا (فراکشن) گویند و در آن چند مسئله است

مسئلهٔ اولی در تجنیس و آن صحیح را کسر ساختن است طریقش آنکه حرف صحیح را در حروف مخرج کسر ضرب سازند و حاصل را اگر بآن صحیح کسر هم بوده باشد با صورت کسر جمع نموده بر مخرج منسوب سازند کما هو طریق تجنیس کسور الاعداد مثلاً خواهم $\frac{۳}{۵}$ را

مجنس کنم $\frac{۳ \times ۷ + ۵}{۷} = \frac{۲۱ + ۵}{۷} = \frac{۲۶}{۷}$ وهمچنین $م - \frac{ب}{ک} = \frac{م \times ک - ب}{ک} = \frac{مک - ب}{ک}$

وهمچنین $ک + \frac{ک^۲}{م} = \frac{ک \times م + ک^۲}{م} = \frac{کم + ک^۲}{م}$ وهمچنین $ک - \frac{م^۲ - ک^۲}{ک} =$

$\frac{ک^۲ - م^۲ + ک^۲}{ک} = \frac{۲ک^۲ - م^۲}{ک}$ زیرا که مستثنی دویم مثبت میشود *

مسئلهٔ ثانیه در ترفیع وآن کسور را صحیح ساختن است طریقش چنان است که صورت کسر را برمخرج قسمت سازند که خارج صحیح خواهد بود وازروي قسمت اگر چیزی باقیماند آنرا برمخرج منسوب سازند که آن کسر باقي است چنانچه در کسور اعداد میکنند مثـــــال

ترفیع $\frac{۱۷}{۵} = ۱۷ \div ۵ = \frac{۳}{۵}$ وترفیع $\frac{مک + م^۲}{ک} = (مک + م^۲) \div ک = م + \frac{م^۲}{ک}$ وهمچنین

ترفیع $\frac{مب - م^۲}{ب} = (مب - م^۲) \div ب = م - \frac{م^۲}{ب}$ وترفیع $\frac{مے + ۲ے^۲}{م + ے} = ے + \frac{ے^۲}{م + ے}$

وترفیع $\frac{۲ک^۲ ے}{۲ک} = ک ے$ وترفیع $\frac{م^۲ - ک^۲}{م - ک} = م + ک$ *

مسئلهٔ ثالثه در استخراج مخرج مشترک کسور وطریقش آنست که صورت هریک کسر را فرداً فرداً در همه مخارج سوای مخرج خاص آن کسر ضرب سازند تاکه صورت نو برای کسر حاصل شود وهمه مخارج را در یک دیگر ضرب سازند که مخرج مشترک حاصل شود مثلاً $\frac{مے}{ب} + \frac{ب}{ک}$ از یک

مخرج بگیریم پس م را در ک ضرب کردم وب را در ب حاصل مک وب^۲ شد واین صورت کسر گردید وب را در ک ضرب کردم حاصل بک شد وآن مخرج مشترک است پس صور

کسور را برمخرج مشترک منسوب ساختم مطلوب بدینصورت برآمد $\frac{مک + ب^۲}{بک}$

وهمچنین اگر $\frac{م}{ب}$ و $\frac{ك}{ء}$ را ازیک مخرج بگیرم $\frac{م ك ء}{ب ك ء}$ و $\frac{ب^{٢} ء}{ب ك ء}$ و $\frac{ك^{٢} ب}{ب ك ء}$

واگر $\frac{٣ ك}{٢ م} \times \frac{٢ ب}{٣ س}$ را اعني مسطح هردو را ازیک مخرج بگیرم پس اگر مضروبین را جدا جدا بنویسم

بدینصورت شود $\frac{٩ س ك}{٦ م س} \times \frac{٤ م ب}{٦ م س}$ واگر حاصل الضرب را یک جا بنویسم $\frac{٦ ك ب}{٦ م س}$ شود *

مسئلهٔ رابعه در استخراج وفق بین الصورة و المخرج وطریقش این است اعظم را بر اقلّ قسمت نمایند اگر مرتبهٔ اولی از روی قسمت هیچ باقي نماند همان وفق صورت ومخرج خواهد بود واگر در قسمت اول چیزی باقیماند مقسوم علیه اول را بران باقي قسمت کنند وهمچنین مرّات بعمل آرند تا آنکه در قسمت هیچ باقي نه افتد پس آن مقسوم علیه اخیر وفق مشترک خواهد بود واگر بهیچ نوع قسمت صحیح نشود پس حرف ثالث تجویز باید کرد که عادّ مقسوم ومقسوم علیه شود که آن وفق مشترک خواهد بود مثلاً خواستم که برای $\frac{س ك + ك^{٢}}{س م^{٢} + م^{٢} ك}$ وفق مشترک پیدا کنم اول مقسوم را بر مقسوم علیه قسمت نمودم قسمت نه پذیرفت لهذا مقسوم علیه دیگر پیدا کردم که آن $س + ك$ است ومقسوم علیه اول ومقسوم را ساقط میکند پس همان وفق مشترک گردید وهمچنین برای $\frac{ك^{٣} - ب^{٢} ك}{ك^{٢} + ٢ ب ك + ب^{٢}}$ وفق مشترک طلب کردم اول مقسوم را بر مقسوم علیه قسمت نمودم قسمت نه پذیرفت وعلی العکس هم اعني مقسوم علیه را بر مقسوم قسمت نمودم نیز قسمت ممکن نبود لهذا هردو را جدا جدا بر $ك + ب$ که عدد ثالث است قسمت ساختم هردو را فنا نمود پس دانستم که آن وفق مشترک است * تنبیه باید دانست که حتی الامکان وفق اعظم المقدار بهم رسانند که تا غلط نشود * فائده حروف ونشان که در مقدار مقسوم ومقسوم علیه مشترک باشد ضرورة عادّ آنها خواهد شد پس بهتر است که از انها وفق مشترک ترکیب یابد *

مسئلهٔ خامسه در رجوع کسر اعظم بطرف کسر اقل وطریقش آن است که اول وفق مشترک بطوریکه در مسئلهٔ رابعه گفته شد بهم رسانند وبعد از ان صورت کسر را بران مقدار وفق مشترک

قسمت نموده خارج را صورت کسر قرار دهند و مخرج را بروفق مشترک قسمت نموده خارج را مخرج متعین سازند که حاصل النسبة آن مقدار رجوع باقل خواهد بود مثلا خواستم که $\frac{\text{س ک}^2 + \text{ک}^3}{\text{س م}^2 + \text{م}^3 \text{ ک}}$ را رجوع باقل کنم چون س + ک مقدار وفق مشترک است وهرگاه مقسوم را بروفق مذکور قسمت نمودم خارج ک برآمد وهرگاه مقسوم علیه را بروفق مذکور قسمت ساختم خارج م برآمد پس ک را بر م² منسوب ساختم بدینصورت رجوع باقل شد $\frac{\text{ک}}{\text{م}^2}$ وهمچنین $\frac{\text{ک}^3 - \text{ب}^2 \text{ ک}}{\text{ک}^2 + 2 \text{ ب ک} + \text{ب}^2}$ را رجوع باقل نمودم چون ک + ب مقدار وفق مشترک است پس از روي قسمت مقسوم بروفق خارج ک² − ک ب گردید واز روي قسمت مقسوم علیه بروفق خارج ک + ب شد پس خارج مقسوم را بر خارج مقسوم علیه منسوب ساختم رجوع باقل شد بدینصورت $\frac{\text{ک}^2 - \text{ک ب}}{\text{ک} + \text{ب}}$ وصورت قسمت مقسوم ومقسوم علیه بروفق مشترک برای توضیح نوشته میشود *

مقسوم علیه که وفق مشترک است ک + ب) ک³ − ب² ک (ک² − ک ب — خارج — مقسوم

ک³ + ک² ب

− ک² ب − ب² ک

− ک² ب − ب² ک

مقسوم که در حقیقت مقسوم علیه اصلي است

مقسوم علیه که وفق مشترک است ک + ب) ک² + ۲ ب ک + ب² (ک + ب — خارج

ک² + ا ب ک

ا ب ک + ب²

ا ب ک + ب²

وهمچنین $\frac{\text{ک}^2 - 1}{\text{ک ے} + \text{ے}}$ را رجوع باقل کردم وفق مشترک ک + ۱ است پس مقسوم ومقسوم علیه را بروفق مشترک قسمت کردم رجوع باقل بدینصورت شد $\frac{\text{ک} - 1}{\text{ے}}$ وهمچنین

$\frac{\text{ک}^{4}-\text{ب}^{4}}{\text{ک}^{3}+\text{ب}\,\text{ک}^{2}}$ را رجوع باقل کردم وفق مشترک $\text{ک}^{2}+\text{ب}^{2}$ است پس رجوع باقل شد بدینصورت

$\frac{\text{ک}^{2}-\text{ب}^{2}}{\text{ک}^{3}}$ وهمچنین $\frac{\text{۵ م}^{5}+\text{۱۰ م}^{4}\text{ب}+\text{۵ م}^{3}\text{ب}^{2}}{\text{م}^{3}\text{ب}+\text{۲ م}^{2}\text{ب}^{2}+\text{۲ م ب}^{3}+\text{ب}^{4}}$ را رجوع باقل کردم چون وفق

مشترک م + ب است رجوع باقل شد بدینصورت $\frac{\text{۵ م}^{4}+\text{۵ م}^{3}\text{ب}}{\text{م}^{3}\text{ب}+\text{م}^{2}\text{ب}^{2}+\text{ب}^{3}}$

مسئلهٔ سادسه در جمع کسور وطریقش آن است که اول همه کسور را از مخرج مشترک بموجب مسئلهٔ ثالثه حاصل کنند بعد ازان صور جمیع کسور را جمع کرده بر مخرج مشترک منسوب سازند

مثلاً خواستم که $\frac{\text{ک}}{\text{۲}}+\frac{\text{ک}}{\text{۳}}$ را جمع کنم پس بدینصورت نوشتم

ک × ۳ = ۳ ک صورت اولی

ک × ۲ = ۲ ک صورت ثانیه

۲ × ۳ = ۶ مخرج

پس حاصل جمع $\frac{\text{۳ک}}{\text{۶}}+\frac{\text{۲ک}}{\text{۶}}=\frac{\text{۵ک}}{\text{۶}}$ وهمچنین اگر $\frac{\text{م}}{\text{ب}}+\frac{\text{س}}{\text{ع}}+\frac{\text{س}}{\text{ف}}$ را جمع کنم نوشتم

بدینصورت * م × ع × ف = م ع ف

س × ب × ف = س ب ف

س × ب × ع = س ب ع

ب × ع × ف = ب ع ف *

پس حاصل جمع بدینصورت شد $\frac{\text{م ع ف}}{\text{ب ع ف}}+\frac{\text{س ب ف}}{\text{ب ع ف}}+\frac{\text{س ب ع}}{\text{ب ع ف}}=\frac{\text{م ع ف}+\text{س ب ف}+\text{س ب ع}}{\text{ب ع ف}}$

وهمچنین اگر $\text{م}-\frac{\text{۳ک}^{2}}{\text{ب}}+\text{ب}+\frac{\text{۲ م ک}}{\text{س}}$ را جمع کنم پس صورت کسر نوشتم بدینصورت

۳ ک² × س = ۳ س ک²

۲ م ک × ب = ۲ م ب ک

ب × س = ب س

وحاصل جمع $\text{م}-\frac{\text{۳ س ک}^{2}}{\text{ب س}}+\text{ب}+\frac{\text{۲ م ب ک}}{\text{ب س}}=\text{م}+\text{ب}+\frac{\text{۲ م ب ک}-\text{۳ س ک}^{2}}{\text{ب س}}$ **

مثال دیگر * $\frac{ک}{۲}+\frac{ک}{۳}+\frac{ک}{۴}$ را جمع کردم نوشتم بدینصورت

$$ک \times ۳ \times ۴ = ۱۲ ک$$
$$ک \times ۲ \times ۴ = ۸ ک$$
$$ک \times ۲ \times ۳ = ۶ ک$$
$$۲ \times ۳ \times ۴ = ۲۴$$

پس حاصل جمع $\frac{۱۲ ک}{۲۴}+\frac{۸ ک}{۲۴}+\frac{۶ ک}{۲۴}=\frac{۲۶ ک}{۲۴}=ک+\frac{ک}{۱۲}$ ∴

مسئلهٔ سابعه در تفریق کسر از کسر دیگر باید که کسور منقوص و منقوص منه را از یک مخرج بگیرند چنانکه در جمع مذکور شد بعد ازان صورت منقوص را از صورت منقوص منه ساقط کرده باقي را بر مخرج مشترک منسوب سازند و اگر از منقوص و منقوص منه صحیح هم باشد دران هم مثلی که در تفریق صحیح مذکور شد بعمل آرند مثلا $\frac{ک}{۳}$ منقوص منه و $\frac{۲ ک}{۱۱}$ منقوص

چون $ک \times ۱۱ = ۱۱ ک$
$۲ ک \times ۳ = ۶ ک$
$۳ \times ۱۱ = ۳۳$

* پس حاصل تفریق شد $\frac{۱۱ ک}{۳۳}-\frac{۶ ک}{۳۳}=\frac{۵ ک}{۳۳}$ ∴

مثال دیگر * $\frac{ک-م}{۳ب}$ منقوص منه ∴ $\frac{۲م-۴ک}{۵ س}$ منقوص

چون $(ک-م) \times ۵ س = ۵ س ک - ۵ م س$
$(۲م-۴ک) \times ۳ب = ۶ م ب - ۱۲ ب ک$
$۳ب \times ۵ س = ۱۵ ب س$

پس حاصل تفریق $\frac{۵ س ک - ۵ م س}{۱۵ ب س} - \frac{۶ م ب - ۱۲ ب ک}{۱۵ ب س}$

$$= \frac{۵ س ک - ۵ م س - ۶ م ب + ۱۲ ب ک}{۱۵ ب س}$$ ∴

مسئلهٔ ثامنه در ضرب کسور و طریقش آنست که صورت کسور را در صورت کسر ضرب سازند و مخرج را در مخرج بطور ضرب کسور اعداد تا صورت کسر نو و مخرج نو حاصل شود و آن حاصل ضرب است * فائده هرگاه کسور مضروبین بر کدام مقداری قلیل اعني وفق مشترک

قسمت می تواند شد مضروبین را بران قسمت کرده ورجوع باقل ساخته ضرب خواهند کرد *
فائده هرگاه کسری در کسر دیگر که ضرب کرده شود وحروف صورت یکی در مخرج دیگری داخل باشد
پس حروف متداخله را ساقط کرده باقي را باهم ضرب نمایند که همان حاصل ضرب مجموع است *
فائده هرگاه کسر را در صحیح ضرب کنند پس صورت کسر را در صحیح ضرب کرده بر مخرج منسوب
سازند * فائده هرگاه کسری ضرب کرده شود در مقداریکه دران مقدار حروف مضروب ومخرج
آن باشد پس حاصل ضرب را برهمان حروف مشترک قسمت نموده رجوع باقل خواهند نمود *

مثال $\frac{\text{ک}}{۶} \times \frac{۲\text{ک}}{۹}$ چون $\frac{۲\text{ک} \times \text{ک}}{۹ \times ۶} = \frac{۲\text{ک}^{۲}}{۵۴}$ است وآن از روي رجوع باقل
$\frac{\text{ک}^{۲}}{۲۷}$ شد وهوالمطلوب ❁ مثال دیگر * $\frac{\text{ک}}{۲} \times \frac{۴\text{ک}}{۵} \times \frac{۱۰\text{ک}}{۲۱}$ چون $\frac{۲ \times ۵ \times ۲۱}{۴\text{ک} \times ۱۰\text{ک}}$
$= \frac{۴۰\text{ک}^{۳}}{۲۱۰}$ وآن $\frac{۴\text{ک}^{۳}}{۲۱}$ ❁ مثال دیگر * $\frac{۳\text{ک}}{۲} \times \frac{۳\text{م}}{\text{ب}} = \frac{۹\text{م}\text{ک}}{۲\text{ب}}$ ❁ مثال دیگر *
$\frac{\text{ک}}{\text{م}} \times \frac{\text{ک}+\text{م}}{\text{م}+\text{س}} = \frac{\text{ک}^{۲}+\text{م}\text{ک}}{\text{م}^{۲}+\text{م}\text{س}}$ ❁ مثال دیگر * $\frac{۲\text{ک}}{۵} \times \frac{۳\text{ک}^{۳}}{۲\text{م}} = \frac{۶\text{ک}^{۴}}{۱۰\text{م}} = \frac{۳\text{ک}^{۴}}{۵\text{م}}$ ❁
مثال دیگر * $\frac{۲\text{ک}}{\text{م}} \times \frac{۳\text{م}\text{ب}}{\text{س}} \times \frac{۳\text{م}\text{س}}{۲\text{ب}} = ۹\text{م}\text{ک}$ چرا که ۲ که احد المضروبین صورت
کسر اول و م ب که احد المضروبین صورت کسر ثاني است و س که احد المضروبین صورت کسر
ثالث است داخل مخارج بود آنرا ساقط کردم باقي ک × ۳ × ۳م ماند حاصل ضرب آن ۹ م ک
است ❁ مثال دیگر * $(\text{ب} + \frac{\text{ب}\text{ک}}{\text{م}}) \times \frac{\text{م}}{\text{ک}} = \frac{\text{ب}\text{م}}{\text{ک}} + \frac{\text{ب}\text{ک}\text{م}}{\text{م}\text{ک}} = \frac{\text{ب}\text{م}+\text{ب}\text{ک}}{\text{ک}}$ ❁
مثال دیگر * $\frac{\text{ک}^{۳}-\text{ب}^{۲}}{\text{ب}\text{س}} \times \frac{\text{ک}^{۲}+\text{ب}^{۲}}{\text{ب}+\text{س}} = \frac{\text{ک}^{۵}+\text{ک}^{۳}\text{ب}^{۲}-\text{ب}^{۲}\text{ک}^{۲}-\text{ب}^{۴}}{\text{ب}^{۲}\text{س}+\text{ب}\text{س}^{۲}}$ ❁ مثال دیگر *
$\frac{\text{ک}+۱}{\text{م}} \times \frac{\text{ک}-۱}{\text{م}+\text{ب}} = \frac{\text{ک}^{۲}-۱}{\text{م}^{۲}+\text{م}\text{ب}}$ *

مسئلهٔ تاسعه در قسمت کسور وطریقش آنست که مخرج کسر مقسوم علیه را در صورت کسر
مقسوم وصورت کسر مقسوم علیه را در مخرج کسر مقسوم ضرب نمایند خواه مقسوم را بحال
خود داشته ومقسوم علیه را قلب کنند اعني مخرج را فوق وصورت کسر را تحت نویسند وهردو

مقسوم ومقسوم علیه رابطور ضرب کسور ضرب نمایند که حاصل اول صورت کسر وحاصل ثانی مخرج کسر خارج قسمت مطلوب است * فائده اگر مقسوم کسور متعدده باشند باید که از یک مخرج نموده وجمع کرده قسمت نمایند وهمچنین اگر مقسوم علیه کسور متعدده باشند عمل نمایند * فائدهٔ دوم اگر کسر را بر مقدار صحیح قسمت کنند پس صورت کسر را بر صحیح قسمت سازند اگر ممکن باشد والاّ مخرج را دران صحیح ضرب نموده صورت کسر را بر حاصل منسوب سازند * فائدهٔ سیوم اگر صورت کسر مقسوم ومقسوم علیه خواه هردو مخرج آنها بر مقدار ثالث که وفق مشترک باشد قسمت پذیرد پس آنها را بر وفق قسمت نموده بر خارج عمل قسمت هذا بقاعدهٔ مرقومة الصدر نمایند * مثال اگر خواهم که $\frac{\text{ک}}{۳}$ را بر $\frac{۲\text{ک}}{۹}$ قسمت کنم پس مقسوم را بحال خود داشته مقسوم علیه را قلب نموده ضرب کردم حاصل ضرب مطلوب گردید بدینصورت $\frac{\text{ک}}{۳} \times \frac{۹}{۲\text{ک}} = \frac{۹\text{ک}}{۶\text{ک}} = \frac{۳}{۲} = ۱ + \frac{۱}{۲}$ وهو المطلوب ❁ مثال دیگر * $\frac{۲\text{م}}{\text{ب}}$ را بر $\frac{۴\text{س}}{\text{ع}}$ قسمت کنم بطریق صدر عمل نمودم $\frac{۲\text{م}}{\text{ب}} \times \frac{\text{ع}}{۴\text{س}} = \frac{۲\text{م ع}}{۴\text{ب س}} = \frac{\text{م ع}}{۲\text{ب س}}$ وآن مطلوب است ❁ مثال دیگر * $\frac{\text{ک} + \text{م}}{۲\text{ک} - ۲\text{ب}}$ را بر $\frac{\text{ک} + \text{ب}}{۵\text{ک} + \text{م}}$ قسمت کنم پس مقسوم علیه را قلب کرده ضرب نمودم $\frac{\text{ک} + \text{م}}{۲\text{ک} - ۲\text{ب}} \times \frac{۵\text{ک} + \text{م}}{\text{ک} + \text{ب}} = \frac{۵\text{ک}^۲ + ۶\text{م ک} + \text{م}^۲}{۲\text{ک}^۲ - ۲\text{ب}}$ ❁

مثال دیگر * اگر $\frac{۲\text{ک}^۲}{\text{م}^۳ + \text{ک}^۳}$ را بر $\frac{\text{ک}}{\text{ک} + \text{م}}$ قسمت کنم بطریق مرقوم الصدر عمل نمودم خارج قسمت $\frac{۲\text{ک}^۳ + ۲\text{ک}^۲\text{م}}{\text{م}^۳\text{ک} + \text{ک}}$ وبقاعدهٔ رجوع باطل $= \frac{۲\text{ک}}{\text{ک}^۲ - \text{م ک} + \text{م}^۲}$ شد وهو المطلوب ❁

مثال دیگر * $\frac{۴\text{ک}^۲}{۷}$ را بر ۵ک قسمت کنم پس صورت کسر مقسوم را بر حال خود گذاشته مخرج را در مقسوم علیه ضرب نموده مخرج قرار دادم بدینصورت $\frac{۴\text{ک}^۲}{۷ \times ۵\text{ک}} = \frac{۴\text{ک}^۲}{۳۵\text{ک}} = \frac{۴\text{ک}}{۳۵}$ وهو المطلوب ❁

مثال دیگر * $\frac{\text{ک}^۴ - \text{ب}^۴}{\text{ک}^۲ - ۲\text{ب ک} + \text{ب}^۲}$ را بر $\frac{\text{ک}^۲ + \text{ب ک}}{\text{ک} - \text{ب}}$ قسمت کنم پس بقاعدهٔ مذکوره

مقسوم علیه را مقلوب کرده ضرب ساختم حاصل $\frac{\text{ک}^5 - \text{ب}^4\text{ک} - \text{ک}^4\text{ب} + \text{ب}^5}{\text{ک}^4 - \text{ب}\,\text{ک}^3 - \text{ب}^2\,\text{ک}^2 + \text{ب}^3\,\text{ک}}$ شد

چون درصورت ومخرج وفق مشترک حاصل کردم $\text{ک}^3 - \text{ک}\,\text{ب}^2 - \text{ک}^2\,\text{ب} + \text{ب}^3$ برآمد

پس صورت ومخرج هردو را بران قسمت کرده خارج صورت را برخارج مخرج منسوب

ساختم بدینصورت شد $\frac{\text{ک}^2 + \text{ب}^2}{\text{ک}}$ وآن مساوي $\text{ک} + \frac{\text{ب}^2}{\text{ک}}$ *

مطلب ششم درساختن مضلعات که آنرا (انولیوشن) مقدار موجود مثل مال وکعب ومالمال وغیره گویند *

قاعده مقدار مطلوب مضلع را درذات خودش بعدة عدد منزل مضلع مطلوب واحدکم مرة بعد اخری ضرب سازند یا عدد منزل آن مقدار را درعدد منزل مضلع مطلوب ضرب ساخته حاصل را بالاي همان مقدار برای علامت ونشان مرقوم سازند که آن علامت دالّ برمضلع مطلوب باشد وباید دانست که هرگاه جذر مثبت باشد جمیع مضلعات آن هم مثبت خواهد بود وهرگاه جذر منفي باشد جمیع مضلعات آن که درمنازل زوج اند مثبت خواهند بود ومضلعات منازل فرد منفي ودرمضلعات نزولي هرمقدار مضلعات صعودي مخرج آن مخرج واقع میشوند ومضلعات صورت کسر درصورت مضلع مطلوب می افتند عني مضلعات صورت کسر منسوب برمضلعات مخرج میشوند مثلا مضلع کعب $\text{م}^3 = \frac{8}{27}$ *

قاعدهٔ دیگر اگر عدد منزل را بحروف ن یا م تعبیر کرده باشند وبخواهند که مضلعی دیگر ازان بسازند پس ن را درعدد منزل مطلوب ضرب کرده حاصل را فوق حرف معلوم بنویسند مثلا اگر بخواهند که کعب م بسازند پس ن را درسه که عدد منزل کعب است ضرب کرده فوق م نویسند بدینصورت $\text{م}^{3\text{ن}}$

مثال اول *	مثال دویم *
م ضلع اول	م^2 ضلع اول
م^2 = مجذور	م^4 = مجذور
م^3 = کعب	م^6 = کعب
م^4 = مالمال	م^8 = مالمال
م^5 = مالکعب **	م^{10} = مالکعب **

مثال سیوم *

$-۳\,م$ ضلع اول

$+۹\,م^{۲}$ = مجذور

$-۲۷\,م^{۳}$ = کعب

$+۸۱\,م^{۴}$ = مالمال

$-۲۴۳\,م^{۵}$ = مالکعب ❀

مثال چهارم *

$-۲\,م\,ک^{۲}$ ضلع اول

$+۴\,م^{۲}\,ک^{۴}$ = مجذور

$-۸\,م^{۳}\,ک^{۶}$ = کعب

$+۱٦\,م^{۴}\,ک^{۸}$ = مال مال

$-۳۲\,م^{۵}\,ک^{۱۰}$ = مالکعب ❀

مثال پنجم *

$\frac{ک}{م}$ ضلع اول

$\frac{ک^{۲}}{م^{۲}}$ = مجذور

$\frac{ک^{۳}}{م^{۳}}$ = کعب

$\frac{ک^{۴}}{م^{۴}}$ = مالمال ❀

مثال ششم *

$\frac{-۲\,م\,ک^{۲}}{۳\,ب}$ ضلع اول

$\frac{+۴\,م^{۲}\,ک^{۴}}{۹\,ب^{۲}}$ = مجذور

$\frac{-۸\,م^{۳}\,ک^{۶}}{۲۷\,ب^{۳}}$ = کعب

$\frac{+۱٦\,م^{۴}\,ک}{۸۱\,ب^{۴}}$ = مالمال ❀

مثال هفتم *

$ک + م$ = جذر اعني ضلع اول

$$\begin{array}{l} ک + م \\ \hline ک^{۲} + ک\,م \\ + ک\,م + م^{۲} \\ \hline ک^{۲} + ۲\,ک\,م + م^{۲} \text{ = مجذور} \\ ک + م \\ \hline ک^{۳} + ۲\,ک^{۲}\,م + ۱\,ک\,م^{۲} \\ + ۱\,ک^{۲}\,م + ۲\,ک\,م^{۲} + م^{۳} \\ \hline ک^{۳} + ۳\,ک^{۲}\,م + ۳\,ک\,م^{۲} + م^{۳} \text{ = کعب ❀} \end{array}$$

* سؤال حاصل کعب $۲\,م^{۲}$ ∴ جواب $۸\,م^{۶}$ *

* سؤال حاصل مالمال $۲\,م\,ک$ ∴ جواب $۱٦\,م^{۵}\,ک^{۴}$ *

* سؤال حاصل کعب $-۸\,ک^{۲}\,ے^{۳}$ ∴ جواب $-۵۱۲\,ک^{۶}\,ے^{۹}$ *

* سؤال حاصل مالمال $\frac{۲\,م^{۲}\,ک}{۳\,ب^{۲}}$ ∴ جواب $\frac{۱٦\,م^{۵}\,ک^{۴}}{۸۱\,ب^{۵}}$ *

قاعده (سِرآیزَکْ نیوٹَنْ) نامی قاعده برای ساختن مضلعات مقادیر که مرکب از دو حرف باشند مثبت بوند خواه منفي خواه مختلف از اصول منازل مقرر ساخته میگوید که اول نام مضلعات ماقبل مضلع مطلوب برای هردو حرف علی عکس ترتیب نوشته باهم ضرب سازند وطریقش این است که اول عدد منزل مضلع مطلوب را نوشته وواحد ازان کم کرده

باقي را در يمين او بنگارند و باز از ان واحد كم كرده در يمين او بنهند و همچنين تا صفر برسند و تحت آن باز عدد منزل مضلع مطلوب را نوشته و واحد از ان كم كرده در يسار نويسند و باز از ان واحد كم كرده در يسار آن بنگارند و همچنين باز تا بصفر برسند كه آن اعداد منازل مضروبين هر دو حرف اند پس آنها را باعتبار همان منزل باهم ضرب سازند و بعد از ان اعداد اصول منزل پيدا كنند و طريقش آن است كه اول واحد و عدد منزل مطلوب نوشته بعد از ان عدد منزل مضلع مطلوب را در عدد منزل ماقبلش ضرب نموده برد و قسمت كنند و حاصل را در عدد منزل كه ماقبل آن است ضرب ساخته بر سه قسمت سازند و همچنين تا آخر برسند پس اين حاصلات را كه اعداد اصول منازل اند ماقبل مضروبات سابق بگذارند كه مطلوب برآيد و بايد دانست كه اگر نشان هر دو حروف مثبت است پس همه حروفهاى آن مضلع مثبت خواهند بود و اگر نشان هر دو منفي باشد پس اگر مضلع مطلوب بمنزل فرد است همه حروف در مضلع مذكور منفي خواهند بود و اگر مضلع مطلوب در منزل زوج است همه حروف مثبت خواهند افتاد و اگر مختلف اند پس همه حروف كه در مرتبهٔ فرد اند مثبت خواهند بود و حروف مرتبهٔ زوج منفي چنانكه از امثله مفصل مفهوم خواهد شد * مثال اول خواستم كه مالكعب م + ك بسازم چون مالكعب منزل پنجم است لهذا عدد منزل را براى هر دو حرف بقاعدهٔ مرقومة الصدر على عكس ترتيب نوشتم بدينصورت

۰	۱	۲	۳	۴	۵
۵	۴	۳	۲	۱	۰

بعد از ان اين اعداد هر دو سطر را اعداد منازل هر دو حرف فرض كرده و نوشته باهم ضرب ساختم بدينصورت

م^۵ + م^۴ + م^۳ + م^۲ + م^۱ + ۰ مضروب

۰ + ك^۱ + ك^۲ + ك^۳ + ك^۴ + ك^۵ مضروب فيه

م^۵ + م^۴ ك + م^۳ ك^۲ + م^۲ ك^۳ + م ك^۴ + ك^۵ حاصل

بعد از ان اعداد اصول منازل آن بهم رسانيدم بدينصورت شد $\frac{۱ \times ۵}{۱}$ و $\frac{۵ \times ۴}{۲}$ و $\frac{۱۰ \times ۳}{۳}$ و $\frac{۱۰ \times ۲}{۴}$ و $\frac{۵ \times ۱}{۵}$ اعني ۱ و ۵ و ۱۰ و ۱۰ و ۵ و ۱ پس اين اعداد ماقبل مضروبات سابق نوشتم بدينصورت شد م^۵ + ۵ م^۴ ك + ۱۰ م^۳ ك^۲ + ۱۰ م^۲ ك^۳ + ۵ م ك^۴ + ك^۵ و اين مضلع مطلوب است *

مثال دويم خواستم كه كعب كعب ك − م بدانم چون كعب كعب منزل ششم است لهذا منازل را بدينصورت نوشتم

۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰

پس مضلعات حرفين بهمان ترتيب مذكور نوشته باهم ضرب

ساختم بدینصورت $ک^{۶} + ک^{۵} + ک^{۴} + ک^{۳} + ک^{۲} + ک^{۱} + ۰$ مضروب

$۰ - م^{۱} + م^{۲} - م^{۳} + م^{۴} - م^{۵} + م^{۶}$ مضروب فیه

$ک^{۶} - ک^{۵} م + ک^{۴} م^{۲} - ک^{۳} م^{۳} + ک^{۲} م^{۴} - ک م^{۵} + م^{۶}$ حاصل ضرب

بعد از ان اعداد اصول منازل را حاصل کردم بدینصورت شد $\frac{۱ \times ۶}{۱}$ و $\frac{۶}{۲}$ $\frac{۲۰ \times ۳}{۲} \frac{۱۵}{۲}$

۶×۱ اعني ۱ و ۶ و ۱۵ و ۲۰ و ۱۵ و ۶ و ۱ این اعداد اصول منازل شد آن را

بترتیب نوشتم پس $ک^{۶} - ۶ ک^{۵} م + ۱۵ ک^{۴} م^{۲} - ۲۰ ک^{۳} م^{۳} + ۱۵ ک$

فائده باید دانست که مجموع اعداد اصول منازل هر مضلعات مساوي

تا بهمان منزل مثلا مجموع اعداد اصول منازل کعب مساوي کعب دو است

اصول منازل مال مال مساوي مالمال دو است وهکذا چرا که اصول منازل با

وتفصیل این در باب اول در بیان مضلعات گذشت مثلا ۱ + ۱ که اصول منزل

که نیز ضلع اول است و ۱ + ۲ + ۱ که اعداد اصول منزل مجذور است = ۴ مجذور

و ۱ + ۳ + ۳ + ۱ که اعداد اصول منزل کعب است = ۸ کعب دو است وهکذا *

فائده چون از روی قاعدهٔ مرقومة الصدر معلوم شد که مضروبین هر دو حروف

المضلع یکی صعودي ودیگری نزولي متناظر می باشد ونیز اعداد اصول منزل مسطح عدد

مضلع اعظم في عدد منزل مضلع ماقبل خود مقسوم علی ۲ و ۳ و ۴ علی سبیل الترتیب

درینصورت ممکن است که بیک مرتبه مضلع مطلوب حاصل نمایند مثلا اگر عدد منزل را

فرض کنم پس نویسم بدینصورت $(م + ب)^{ن} = م^{ن} + ن \times م^{ن-۱} \times ب + \frac{ن \times ن-۱}{۲} \times م^{ن-۲} \times ب^{۲} +$

$ن \times \frac{ن-۱}{۲} \times \frac{ن-۲}{۳} \times م^{ن-۳} \times ب^{۳}$ وغیره ∴ مثال دیگر * $(م - ب)^{ن} = م^{ن} - ن \times م^{ن-۱} \times ب +$

$ن \times \frac{ن-۱}{۲} \times م^{ن-۲} \times ب^{۲} - ن \times \frac{ن-۱}{۲} \times \frac{ن-۲}{۳} \times م^{ن-۳} \times ب^{۳}$ وغیره *

مطلب هفتم در استخراج ضلع اول مضلعات علی وجه العام که آن را (ایول یوشن)

گویند وآن عکس قاعدهٔ ساختن مضلعات است واستخراج ضلع اول وترکیب معلوم کردن ضلع

مجذور وضلع کعب وغیره مقادیر معلومه است مفرد باشند یا مرکب ودران چند بیان است *

بیان اول در بهم رسانیدن ضلع اول مقادیر مفرده وطریقش آن است ۹ ک — ۶۴ برارم نوشتم حروف مفرده باعتبار همان منزل بهم رسانند تا که ماقبل ضلع اول مضلع حروف ک۲ + ۲ ک — ۴ ازان حروف یا حرف بر عدد منزل مضلع مطلوب قسمت کرده حرف یا حروف که سابق خارج شده اند ماقبل این حرف یا حروف مستخرجه برنگارند که ضلع اول

فائده ضلع اول مضلع مثبت که بمنزل زوج باشد مثبت ومنفي هرد ومیتواند مجذور برای + م۲ مثبت م ومنفي م هرد ومیتواند شد بدینصورت (+ م) × (+ ونیز (— م) × (— م) = + م۲ وهر مضلع که در منزل فرد واقع شود ضلع اول او مساو آن مضلع خواهد بود اعني اگر آن مضلع مثبت است ضلع اول آن هم مثبت خواهد بضلع واگر منفي است منفي خواهد برآمد زیرا که ضلع کعب + م۳ مثبت م است وضلع کعب — ۰ منفي م است بدینصورت (+ م) × (+ م) × (+ م) = + م۳ و (— م) × (— م) × (— م) = — م۳ وضلع اول مضلع منفي که در منزل زوج باشد ممتنع است چرا که ضلع اول آن نه مثبت میتواند شد ونه منفي *

فائدهٔ دیگر ضلع اول مسطح المضلعین مساوي مسطح ضلعین مضرو بین می باشد *

فائده ضلع اول مضلع کسر ضلع اول صورت کسر منسوب علي ضلع اول مخرج است *

مثال اول خواستم که جذر ۹ ک۲ بدانم پس نوشتم بدینصورت [۹ ک۲ = ۳ ک۲ = ۳ ک ۲/۲ وهو المطلوب *

مثال دیگر خواستم که ضلع کعب ۸ ک۳ بدانم نوشتم بدینصورت [۸ ک۳ = ۲ = ۲ ک ۳/۳ * مثال دیگر خواستم که ضلع مجذور ۳ ک۲ ے۲ / ۴ م۲ بدانم نوشتم بدینصورت [۳ ک۲ ے۲ / ۴ م۲ = ک ے × [۳ / ۲ م * مثال دیگر اگر ضلع کعب ۱۶ ک۴ ے۳ / ۲۷ م۳ بدانم نوشتم بدینصورت [۱۶ ک۴ ے۳ / ۲۷ م۳ = ۲ ک ے × [۲ ک / ۳ م زیرا که

چون درینجا مقصود ضلع کعب است لهذا اول صورت کسر را باعتبار مضرو بین فرض کردم که احد المضرو بین کعب باشد بدینصورت شد ۸ × ۲ ک × ک۳ ے۳ وبعد ازان ضلع کعب هریکی از مضرو بین که ممکن بود برآوردم ضلع کعب هر کدام که ممکن نبود بالای آن نشان ضلع کعب

ساختم بدینصورت $\frac{\text{ک}^{6} + \text{م}^{6}}{\text{ک}^{6}}$ هند وحرف دویم را که مقسوم مفروض است بران قسمت کنند
اول نوشته برای مجموع مضلع مطلوب الضلع درست کرده از ارقام
چنانکه پیشتر کرده بودند وهمچنین تاکه مجموع تمام شود مثلا اگر خواهند
بعدازان اعداد اصول ج کنند اول برای رقم اول ضلع کعب استخراج کرده وکعب آنرا ساقط نموده
۶×۱ اعني او ۶ وزرقم اول باشد تحت خط عرضي نویسند وباز ضلع خارج را مجذور نموده
ساخته که درحقیقت سه مجذور بود مقسوم علیه قرار دهند ورقم دویم از ارقام مضلع
بترتیب نوشته ضلع را بران قسمت سازند وخارج را با خارج اول جمع کرده کعب مجموع بسازند وآنرا
فائده مضلع مطلوب الضلع بلالحاظ تفریق سابق باز تفریق کنند وباقي را مع دوحرف دیگرکه
تابهما ا وزآن باشد تحت خط عرضي نوشته بدستور برای خارج ثالث عمل نمایند وهکذا
اص عمل تمام شود *

فائده ازین قاعده عموما در مضلعات اعظم هیچ دشواري در استخراج ضلع اول نمیشود
بلکه گاه گاه بآساني ضلع اول مرکبات خارج میشوند * مثال خواستم که ضلع اول این حروف
که مجذور است برآرم $\text{م}^{4} - 2\text{م}^{3}\text{ک} + 3\text{م}^{2}\text{ک}^{2} - 2\text{م}\text{ک}^{3} + \text{ک}^{4}$ نوشتم بدینصورت

$$\text{م}^{4} - 2\text{م}^{3}\text{ک} + 3\text{م}^{2}\text{ک}^{2} - 2\text{م}\text{ک}^{3} + \text{ک}^{4} \quad (\text{م}^{2} - \text{م}\text{ک} + \text{ک}^{2}$$

$$\text{م}^{4}$$

$$\overline{2\text{م}^{2}) - 2\text{م}^{3}\text{ک} + 3\text{م}^{2}\text{ک}^{2}}$$

$$\overline{\text{م}^{4} - 2\text{م}^{3}\text{ک} + \text{م}^{2}\text{ک}^{2}}$$

$$\overline{2\text{م}^{2}) + 2\text{م}^{2}\text{ک}^{2}}$$

$$\text{م}^{4} - 2\text{م}^{3}\text{ک} + 3\text{م}^{2}\text{ک}^{2} - 2\text{م}\text{ک}^{3} + \text{ک}^{4} \text{ ⁂}$$

والخارج اي $\text{م}^{2} - \text{م}\text{ک} + \text{ک}^{2}$ هو ضلع مجذور مطلوب ⁂

مثال دیگر خواستم که ضلع کعب ک^۶ + ۶ ک^۵ − ۴۰ ک^۳ + ۹۶ ک − ۶۴ برارم نوشتم بدینصورت ❁ ک^۶ + ۶ ک^۵ − ۴۰ ک^۳ + ۹۶ ک − ۶۴ (ک^۲ + ۲ ک − ۴

ک^۶

ک^۴) + ۶ ک^۵

ک^۶ + ۶ ک^۵ + ۱۲ ک^۴ + ۸ ک^۳

ک^۴) − ۱۲ ک^۴

ک^۶ + ۶ ک^۵ − ۴۰ ک^۳ + ۹۶ ک − ۶۴ *

فائده طریق دیگر برای استخراج ضلع اول مضلعات مرکبه این است که حروفهای مضلع مطلوب الضلع را ملاحظه کرده حرف های چند بحسب مناسب مقصود ازان استنباط نموده باهم بنشان مثبت خواه منفي ضلع اول قرار دهند و برای آن مضلع مطلوب الضلع درست سازند اگر مطابق افتد فهوا لمطلوب والاّ نشانهای مثبت ومنفي را باهم تبدیل ساخته ضلع اول بامتحان حاصل سازند *

فائده این نحیف مترجم میگوید که ازقاعدهٔ مرقومة الصدر معلوم میشود که در کتب اهل فرنگ ترکیب استخراج ضلع اول مضلعات بوجه عام بطوریکه درمطلب دهم باب اول که برای استخراج صلع اول مضلعات عددی مرقوم شده نیست چراکه اگر بهمان طریق درینجا هم از روی جدول وتعیین صفوف برای مضلعات سابقه استخراج ضلع اول نمایند بسیار سهل میشود وچون ظاهر است که قواعدیکه درینجا بصدر مذکور گردیده منحصر بر مضلعات منطقه است لهذا رعایت یک امر در جدول ضرور است اعني در ارقام مضلع مطلوب الضلع نظر باید کرد که جمیع مضلعات سابقه بترتیب مرقوم شوند واگر کدام یکی ازمضلعات سابقه دران موجود نباشد پس برای آن یک خانه خالي بگذارند ودران صفر نهند ومراد ازمضلعات سابقه مضلعات حرف اول است که در مضلعات حرف دویم یا سیوم ضرب یافته مرقوم شوند چنانچه ازمثال مفصل مفهوم شود مثلاً خواستم که ضلع کعب ک^۶ + ۶ ک^۵ − ۴۰ ک^۳ + ۹۶ ک − ۶۴ بدانم چون در ارقام مذکوره مال مال ک ومال ک مرقوم نیست لهذا در جدول دو خانه زائد کشیدم ودر مقام ما لمال که بعد از مالکعب است صفر نهادم وهمچنین در مقام مال که بعد از کعب است

صفر نوشتم وصفوف ضلع ومال درمیان جدول منفصل کرده بطوریکه ضلع کعب برای اعداد خارج میکردم درینجا نیز خارج نمودم وصورت آن عمل هکـــــــذا (شکل ۱۶۳)

مثال دیگر خواستم که ضلع مالمال این ۱۶ م^۳ − ۹۶ م^۳ ک + ۲۱۶ م^۲ ک^۲ − ۲۱۶ ک^۳ + ۸۱ ک^۴ بدانم پس بطریق مذکور جدول کشیده استخراج کردم صورت العمل هکذا (شکل ۱۶۴)

مطلب هشتم دربیان اصم الجذر وآنرا (سرد) گویند

بدانکه اصم الجذر مقداری است که ضلع اول او صحیح نباشد وضلع اول آنرا هرگاه ضرور شود ازعلامت کسور عدد منزل یا ازوسیلهٔ نشان ضلعیکه بدینصورت ([ ) است تعبیر میکنند اعني ضلع مجذور عدد دو وبدینصورت ۲ ½ خواه [۲ وضلع کعب مجذور ۳ بدینصورت ۳ ⅔ خواه بدینصورت [۹^۳ پس همه جا صورت کسر عدد اصول مضلع مع مخرج مضاف علامت ضلع میشود اعني درحقیقت این نشان موضوع برای ضلع اول است وچون ضلع اول یک مضلع مفرد مطلوب باشد حرف واحد را برعدد منزل آن مضلع منسوب میسازند واگر ضلع اول مضلع مضاف بر مضلع آخر مطلوب بود عدد مضاف الیه را منسوب برعدد منزل آن مضلع که مضاف است میکنند چنانکه از امثله واضح است مثلاً ضلع مال بدینصورت ½ وضلع کعب ⅓ وضلع کعب مجذور بدینصورت ⅔ وضلع مجذور کعب ⅔ وضلع مجذور مال مال ⅔ وضلع مال مال مجذور ⅔ وهکذا ودرین مطلب چند مسئله است *

مسئلهٔ اولی درنوشتن مقداریکه بلا نشان جذری باشد مثل ضلع اصم الجذر وطریقش آن است که مضلع آن مقدار حاصل کنند ودریمین آن علامت ضلعی گذارند مثلاً خواستم که سه را ضلع مجذور بسازم چون ۳ × ۳ = ۳^۲ = ۹ پس بالای آن نشان جذر نهادم بدینصورت شد [۹ خواه ۹ ½ وهوالمطلوب ∴ مثال دویم خواستم که ۲ ک^۲ را ضلع کعب بسازم چون ۲ ک^۲ × ۲ ک^۲ × ۲ ک^۲ = (۲ ک^۲)^۳ = ۸ ک^۶ پس دریمین آن نشان ضلعي نهادم بدینصورت شد [۸ ک^۶ خواه (۸ ک^۶)^⅓ وهوالمطلوب ∴ مثال سیوم خواستم که ½ ک ے را ضلع مجذور بسازم چون ½ ک ے × ½ ک ے = ¼ ک^۲ ے^۲ پس نشان جذر دریمین آن نهادم بدینصورت شد [¼ ک^۲ ے^۲ *

مسئلهٔ دویم درطریق فرود آوردن مقادیر مختلفة المنازل تحت نشان ضلع یک مضلع دیگر

	ک^{2}			$+2\text{ک}$		-4
صف اول	ک^{6} ک^{6}	$+6\text{ک}^{5}$	0	-40ک^{3}	0	$+96\text{ک}$ -64
		$+6\text{ک}^{5}$ $+6\text{ک}^{5}$	0 $+12\text{ک}^{4}$	-40ک^{3} $+8\text{ک}^{3}$		
			-12ک^{4} -12ک^{4}	-48ک^{3} -48ک^{3}	0 0	$+96\text{ک}$ -64 $+96\text{ک}$ -16
			ک^{4} 3ک^{4}	ک $+12\text{ک}^{3}$	ک 0	ک -24ک $+16$
			3ک^{4}	$+12\text{ک}^{3}$ $+12\text{ک}^{3}$	-12ک^{2} $+12\text{ک}^{2}$	-24ک $+16$
		3ک^{4}	$+6\text{ک}^{3}$ $+6\text{ک}^{3}$	$+8\text{ک}^{2}$ $+4\text{ک}^{2}$		
	2ک^{4} $+\text{ک}^{4}$					
صف ضلع	ک^{2} 2ک^{2}		$+3\text{ک}^{2}$ $+3\text{ک}^{2}$	$+2\text{ک}$ $+4\text{ک}$ $+2\text{ک}$ $+2\text{ک}$	$+2\text{ک}^{2}$	$+6\text{ک}$ -4
	ک^{2} ک^{2}					

				۲ م
				- ۳ ک
۱۶ م⁴	- ۹۶ م³ ک	+ ۲۱۶ م² ک²	- ۲۱۶ م ک³	+ ۸۱ ک⁴
۱۶ م⁴	- ۹۶ م³ ک	+ ۲۱۶ م² ک²	- ۲۱۶ م ک³	+ ۸۱ ک⁴
	+ ۳۲ م³	- ۷۲ م² ک	+ ۷۲ م ک²	- ۲۷ م ک³
+ ۲۴ م³				
+ ۸ م³				
		+ ۲۴ م²	- ۲۴ م ک	+ ۹ ک²
+ ۱۲ م²				
+ ۱۲ م²				
+ ۸ م²				
+ ۴ م²				
			۸ م	- ۳ ک
+ ۲ م				
+ ۶ م				
+ ۲ م				
+ ۴ م				
+ ۲ م				
+ ۲ م				

صف کعب

صف مال

صف ضلع

معین مشترک بحیثیتیکه همه اضلاع درهردو صورت جدا جدا مساوی القدر باشند چنانکه ضلع مال مال ۲ ۵ ۶ وضلع کعب کعب ۶۴ را تحت نشان ضلع مال بنویسم اعني همان مقدار ضلع مال مال ۲ ۵ ۶ را که چهار است تعبیر بجذر کنم وهمان ضلع کعب کعب ۶۴ را که دو است تعبیر بجذر نمایم وگویم جذر الجذر ۲ ۵ ۶ وجذر الکعب ۶۴ طریقش آن است که اعداد منزلهای مقادیر را بر عدد منزل مشترک معین جدا جدا قسمت نمایند که خارج القسمة یا عدد منزل نو جدا جدا برای آن مقادیر شود پس بالای آن عدد منزل مضلع معین مشترک را بنویسند که حاصل ترکیب مساوي مقادیر مطلوب است وباید دانست که عدد منزل معین مشترک درساختن این مقادیر از یک مخرج مشترک اصل واقع میشود * مثال اول خواستم که ۱۵ $\frac{1}{4}$ و ۹ $\frac{1}{6}$ را تحت عدد منزل $\frac{1}{2}$ بیارم بحیثیتیکه مقدار آنها مساوي سابق باشد پس قسمت کنم عدد منزل هردو مقادیر را بدینصورت *

$\frac{1}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \times \frac{2}{1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ خارج قسمت عدد منزل مقدار اول

$\frac{1}{6} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \times \frac{2}{1} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ خارج قسمت عدد منزل مقدار ثاني

پس آنرا بالای مقادیر مذکوره جدا جدا نوشته بالای آن عدد منزل مشترک را نوشتم بدینصورت $(\frac{4}{15})^{\frac{1}{2}}$ و $(\frac{3}{9})^{\frac{1}{2}}$ مقدار مطلوب است * مثال دویم خواستم که م^{2} + $\text{ک}^{\frac{1}{4}}$ را تحت منزل $\frac{1}{2}$ بیارم پس قسمت کردم عدد منزل هردو مقادیر را بدینصورت شد *

$2 \div \frac{1}{3} = \frac{3}{1} \times 2 = \frac{6}{1} = 6$ خارج قسمت مقدار اول

$\frac{1}{4} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{4} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{4}$ خارج قسمت مقدار ثاني

پس آنرا بالای مقادیر مذکوره جدا جدا نوشته بالای آن عدد منزل مشترک را نوشتم بدینصورت شد $(\text{م}^{6})^{\frac{1}{3}}$ و $(\text{ک}^{\frac{3}{4}})^{\frac{1}{3}}$ * مثال سیوم خواستم که $3^{\frac{1}{2}}$ و $2^{\frac{1}{3}}$ از عدد منزل مشترک $\frac{1}{6}$ بسازم بدستور مذکور قسمت کردم *

$\frac{1}{2} \div \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \times \frac{6}{1} = \frac{6}{2} = 3$ * $\frac{1}{3} \div \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \times \frac{6}{1} = \frac{6}{3} = 2$

منسوب کردم بدینصورت شد $(3^{3})^{\frac{1}{6}} + (2^{2})^{\frac{1}{6}} = (27)^{\frac{1}{6}} + (4)^{\frac{1}{6}}$ * مثال چهارم خواستم

قیمج

که $م^{\frac{1}{2}} + ب^{\frac{1}{4}}$ را از عدد منزل مشترک $\frac{1}{8}$ بسازم بعد اتمام عمل بدستور مذکور بدینصورت شد *

$$۲ = \frac{8}{4} = \frac{8}{1} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8} \div \frac{1}{4} \quad * \quad ۴ = \frac{8}{2} = \frac{8}{1} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \div \frac{1}{2}$$

حاصل بدینصورت شد $(م^{۴})^{\frac{1}{8}} + (ب^{۲})^{\frac{1}{8}}$ *

مسئلهٔ سیوم در فرود آوردن اصم الجذر بطرف حروف اقل اعني رجوع باقل نمودن طریقش آن است که در آن اصم الجذر مضلع اعظم طلب کنند که مضروب آن در مساوي آن اصم الجذر باشد پس ضلع آن مضلع را ماقبل آن عدد مضروب فید نوشته درمیان آن هردو نشان ضعلی که بالای آن اصم الجذر بود ثبت نمایند ودر صورتیکه آن اصم الجذر مشتمل بر مضلع صحیح نباشد پس دیگر حروف که اقل از ان ممکن نبود تجویز نمایند بحیثیتیکه مضروب آنها در عددی مساوي آن اصم الجذر بود چنانکه از امثال بخوبي فهم شود انشاء الله تعالی ❀ مثال اول خواستم که $\sqrt{۴۸}$ را رجوع باقل نمایم چون $\sqrt{۴۸} = \sqrt{(۳ \times ۱۶)} = \sqrt{۱۶} \times \sqrt{۳} = ۴ \times \sqrt{۳}$ وهو المطلوب ❀ مثال دویم خواستم $\sqrt[۳]{۱۰۸}$ را رجوع باقل کنم چون $\sqrt[۳]{۱۰۸} = \sqrt[۳]{(۴ \times ۲۷)} = \sqrt[۳]{۲۷} \times \sqrt[۳]{۴} = ۳ \times \sqrt[۳]{۴}$ وهو المطلوب ❀ مثال سیوم $\sqrt{۱۲۵}$ را رجوع باقل کنم چون $\sqrt{۱۲۵} = \sqrt{(۵ \times ۲۵)} = \sqrt{۲۵} \times \sqrt{۵} = ۵ \times \sqrt{۵} = ۵\sqrt{۵}$ وهو المطلوب ❀ مثال چهارم $\sqrt{\frac{۵۴}{۱۴۷}}$ را رجوع باقل کنم چون $\sqrt{\frac{۵۴}{۱۴۷}} = \sqrt{\frac{۱۸}{۴۹}} = \sqrt{\frac{۳ \times ۱۸}{۳ \times ۴۹}} = \frac{\sqrt{۲ \times ۹}}{\sqrt{۴۹}} = \sqrt{\frac{(۲ \times ۹)}{۴۹}} \times \sqrt{\frac{۳}{۷}} = ۲\sqrt{\frac{۳}{۷}}$ وهو المطلوب ❀ مثال پنجم $\sqrt[۳]{۲۴۳}$ را رجوع باقل کنم چون $\sqrt[۳]{۲۴۳} = \sqrt[۳]{(۲۷ \times ۹)} = \sqrt[۳]{۲۷} \times \sqrt[۳]{۹} = ۳ \times \sqrt[۳]{۹}$ وهو المطلوب ❀ مثال ششم $\sqrt[۳]{\frac{۱۶}{۸۱}}$ را رجوع باقل کنم چون $\sqrt[۳]{\frac{۱۶}{۸۱}} = \sqrt[۳]{\frac{۱۴۴}{۷۲۹}} = \sqrt[۳]{\left(۱۸ \times \frac{۸}{۷۲۹}\right)} = \sqrt[۳]{۱۸} \times \sqrt[۳]{\frac{۲}{۹}} = \sqrt[۳]{۱۸}\sqrt[۳]{\frac{۲}{۹}}$ ❀ مثال هفتم $\sqrt{۹۸ م ک}$ را رجوع باقل کنم چون $\sqrt{۹۸ م ک} = \sqrt{(۴۹ م^{۲} \times ۲ ک)} = ۷ م \times \sqrt{۲ ک} = ۷ م \sqrt{۲ ک}$ وهو المطلوب ❀ مثال هشتم $\sqrt{(ک^{۳} - م^{۲} ک)}$ را رجوع باقل کنم چون $\sqrt{(ک^{۳} - م^{۲} ک)} = \sqrt{ک^{۲} \times (ک - م^{۲})} = ک \times \sqrt{(ک - م^{۲})} = ک \sqrt{(ک - م^{۲})}$

وهو المطلوب ❁ مثال نهم $\sqrt[3]{\text{م}^3\text{ک} + 3\text{م}^3\text{ک}^2}$ هرچند جواب این درکتاب انگریزي مرقوم نبود لیکن این ضعیف میگوید که چون $\sqrt[3]{\text{م}^3\text{ک} + 3\text{م}^3\text{ک}^2} = \sqrt[3]{\text{م}^3 \times (\text{ک} + 3\text{ک}^2)} = \text{م} \times \sqrt[3]{(3\text{ک}^2 + \text{ک})} = \text{م}\sqrt[3]{(3\text{ک}^2 + \text{ک})}$ وهو المطلوب *

مسئلهٔ چهارم درجمع مقادیر اصم الجذر وطریقش آنست که اول این همه مقادیر را ازیک منزل مشترک بهم رسانند بموجب مسئلهٔ دویم وبعد ازان همه کسور را ازهمان مخرج مشترک درست کنند ورجوع باقل نمایند بموجب مسئلهٔ سیوم پس اگر در همه مقادیر کسور صحیحه ازیک مخرج برایند آنهارا درهمه حصه مقدارهای غیرنشان جذري جمع کرده بانشان ضرب مینویسند که مجموع مطلوب خواهد بود واگر آن کسور درهمه مقدارها مساوي اصل که مخرج مشترک است واقع نشود بعینه جمع خواهد شد بانشانهای مثبت ومنفي ❁ مثال اول خواستم که $\sqrt{27} + \sqrt{48}$ راجمع کنم چون $\sqrt{27} = \sqrt{(9 \times 3)} = 3 \times \sqrt{3}$ ونیز $\sqrt{48} = \sqrt{16} \times \sqrt{3} = 4 \times \sqrt{3}$ پس مجموع $\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = (3 + 4) \times \sqrt{3} = 7\sqrt{3}$ وهو المطلوب ❁ مثال دویم خواستم که $\sqrt[3]{500} + \sqrt[3]{108}$ را جمع کنم چون $\sqrt[3]{500} = \sqrt[3]{(125 \times 4)} = 5\sqrt[3]{4}$ ونیز $\sqrt[3]{108} = \sqrt[3]{(27 \times 4)} = 3\sqrt[3]{4}$ درینصورت $5\sqrt[3]{4} + 3\sqrt[3]{4} = (5 + 3) \times \sqrt[3]{4} = 8\sqrt[3]{4}$ وهو المطلوب ❁ مثال سیوم $\sqrt{72} + \sqrt{128}$ را جمع کنم چون $\sqrt{72} = \sqrt{(36 \times 2)} = 6\sqrt{2}$ ونیز $\sqrt{128} = \sqrt{(64 \times 2)} = 8\sqrt{2}$ پس مجموع هردو $14\sqrt{2}$ مطلوب است ❁ مثال چهارم $\sqrt{27} + \sqrt{147}$ را جمع کنم چون $\sqrt{27} = \sqrt{(9 \times 3)} = 3\sqrt{3}$ ونیز $\sqrt{147} = \sqrt{49 \times 3} = 7\sqrt{3}$ پس مجموع هردو $10\sqrt{3}$ مطلوب است ❁ مثال پنجم $\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{27}{50}}$ راجمع کنم چون مخرج مشترک 150) است پس کسور آن هردو گرفتم $\sqrt{\frac{100}{150}} + \sqrt{\frac{81}{150}}$ شد پس $\sqrt{\frac{100}{150}} = \sqrt{\frac{100}{25}} \times \frac{1}{6}) = \frac{10}{5}\sqrt{\frac{1}{6}}$ ونیز $\sqrt{\frac{81}{150}} = \sqrt{\frac{81}{25}} \times \frac{1}{6} = \frac{9}{5}\sqrt{\frac{1}{6}} = \frac{9}{30}\sqrt{6}$ پس مجموع هردو $\frac{19}{30}\sqrt{6}$ مطلوب است ❁ مثال ششم $\sqrt[3]{40} + \sqrt[3]{135}$ راجمع کنم چون $\sqrt[3]{40} = \sqrt[3]{(8 \times 5)} = 2\sqrt[3]{5}$ ونیز $\sqrt[3]{135} = \sqrt[3]{27 \times 5} =$

۳ ج ۵ پس مجموع هردو ۵ ج ۳ مطلوب است ❁ مثال هفتم ۳ ج ۱/۴ + ۵ ج ۳ ۱/۳۲ راجمع کنم چون ۳ ج ۱/۴ در مخرج ۵ ج ۲ ۱/۳۲ داخل بود لهذا اول ۵ ج ۳ ۱/۳۲ را رجوع باول نمودم بدینصورت ۵ ج ۳ ۱/۳۲ = ۵ ج ۳ ۱/۸ × ۱/۴ = ۵ ج ۳ ۱/۲ × ۱/۴ = ۵/۲ × ج ۳ ۱/۴ * وهرگاه آنرا با ۳ ج ۳ ۱/۴ جمع کردم ۱۱/۲ ج ۳ ۱/۴ شد پس مخرجین را باهم ضرب کرده ترفیع نمودم ۱۱/۸ ج ۳ ۱۶ مطلوب برآمد ❁ مثال هشتم ۲ ج مر ب ۲ + ۳ ج ۶۴ ب ک ۴ را جمع کنم چون ۲ ج مر ب ۲ = ۲ مر ب ❁ ونیز ۳ ج ۶۴ ب ک ۴ = ۳ × ۸ ج ب ک ۴ = ۲۴ ک ۲ ج ب پس هردو را جمع نمودم ۲ مر ب + ۲۴ ک ۲ ج ب مطلوب شد ❁ مثال نهم ۹ ج ۲۴۳ + ۱۰ ج ۳۶۳ را جمع کنم چون ۹ ج ۲۴۳ = ۹ ج (۸۱ × ۳) = ۹ × ۹ ج ۳ = ۸۱ ج ۳ ❁ ونیز ۱۰ ج ۳۶۳ = ۱۰ ج (۱۲۱ × ۳) = ۱۰ × ۱۱ ج ۳ = ۱۱۰ ج ۳ و مجموع هردو ۱۹۱ ج ۳ و آن مطلوب است ❁ مثال دهم ۲۷ مر ۴ ک + ۳ مر ک را جمع کنم چون ۲۷ مر ک = ۹ مر ۴ × ۳ ک = ۳ مر ۲ ج ۳ ک ❁ ونیز ۳ مر ک = (مر × ۳ ک) = م ج ۳ ک پس مجموع هردو (۳ مر ۲ + م) ج ۳ ک وهو المطلوب ❁ مثال یازدهم خواستم که ۴۰۰ ج ۶ + ۱۲۰۰۰ ۵ را جمع کنم چون مختلف المنازل بودند لهذا هردو را از منزل مال گرفتم چراکه هردو منزل زوج است پس بموجب مسئلهٔ ثانیه هرگاه هردو را بر منزل مال قسمت کردم (۴۰۰ ۱/۲) ۱/۲ + (۱۲۰۰۰ ۵ ۱/۳) ۱/۲ برآمد چون کسور آن هردو صحیح بود اعنی جذر ۴۰۰ گرفتم ۲۰ شد وضلع کعب ۱۲۰۰۰ ۵ گرفتم هشتاد برآمد پس ۲۰ + ۸۰ را جمع کردم ۲۰ = (۴ × ۵) = ۲ ج ۵ و ۸۰ = (۱۶ × ۵) = ۴ ج ۵ پس مجموع مساوي ۶ ج ۵ است وهو المطلوب وباید دانست که این مثال در اصل کتاب نبود *

مسئلهٔ پنجم در تفریق اصم الجذر از یک دیگر وطریقش آنست که منقوص ومنقوص منه را از یک مخرج مساوی القدر درست کنند پس منقوص را از منقوص منه ساقط نمایند واگر در منقوص ومنقوص منه اصم الجذر مشترک نبود آنرا بوسیلهٔ نشان منفي تفریق سازند ❁ مثال اول خواستم که از عدد (۴۴۸) این عدد ۱۱۲ را ساقط کنم چون ۴۴۸ = (۶۴ × ۷) = ۸ ج ۷ ❁ ونیز ۱۱۲ = (۱۶ × ۷) =

۴ [۷ پس درینصورت ۸ [۷ − ۴ [۷ = (۸ − ۴) [۷ = ۴ [۷ وهوالمطلوب ❁ مثال دویم از
عدد ۳ [۱۹۲ عدد ۳ [۲۴ را ساقط کنم چون ۳ [۱۹۲ = ۳ [۶۴ × ۳ = ۴ ۳ [۳ ونیز ۳ [۲۴ = ۳ [۸ × ۳ = ۲ ۳ [۳
درینصورت ۴ ۳ [۳ − ۲ ۳ [۳ = ۲ ۳ [۳ وهوالمطلوب ❁ مثال سیوم از عدد ۲ [۵۰ عدد [۱۸ را ساقط کنم چون
۲ [۵۰ = ۲ [۲ × ۲۵ = ۱۰ [۲ ونیز [۱۸ = [۹ × ۲ = ۳ [۲ درینصورت ۱۰ [۲ − ۳ [۲ =
۷ [۲ وهوالمطلوب ❁ مثال چهارم از عدد ۳ [۳۲۰ عدد [۴۰ را ساقط کنم چون ۳ [۳۲۰ = ۳ [۶۴ × ۵
= ۴ ۳ [۵ ونیز ۳ [۴۰ = ۳ [(۸ × ۵) = ۲ ۳ [۵ درینصورت ۴ ۳ [۵ − ۲ ۳ [۵ = ۲ ۳ [۵ وهوالمطلوب ❁ مثال پنجم
از عدد ۴ [$\frac{3}{5}$ عدد ۳ [$\frac{5}{27}$ را ساقط کنم چون ۴ [$\frac{3}{5}$ = ۴ [$\frac{81}{135}$ = ۴ [$\frac{81}{9\times15}$ = $\frac{12}{15}$ [۱۵ ونیز ۳ [$\frac{5}{27}$ = ۳ [$\frac{25}{9\times15}$
= $\frac{5}{15}$ [۱۵ درینصورت $\frac{12}{15}$ [۱۵ − $\frac{5}{15}$ [۱۵ = $\frac{7}{15}$ [۱۵ وهوالمطلوب ❁ مثال ششم از عدد ۳ [$\frac{2}{3}$ عدد ۳ [$\frac{9}{32}$ را
ساقط کنم چون ۳ [$\frac{2}{3}$ = ۳ [$\frac{64}{96}$ = ۳ [$\frac{64}{8\times12}$ = ۲ × ۳ [$\frac{1}{12}$ ونیز ۳ [$\frac{9}{32}$ = ۳ [$\frac{27}{96}$ = ۳ [$\frac{27}{8\times12}$ = $\frac{1}{2}$ ۱ × ۳ [$\frac{1}{12}$ پس حاصل
تفریق (۲ − $\frac{1}{2}$ ۱) × ۳ [$\frac{1}{12}$ = $\frac{1}{2}$ × ۳ [$\frac{1}{12}$ است وهوالمطلوب ❁ مثال هفتم از عدد [۸۰ م^۴ ک
عدد [۲۰ م^۲ ک^۲ را ساقط کنم چون [۸۰ م^۴ ک = [۱۶ م^۴ × ۵ ک = ۴ م^۴ [۵ ک ونیز
[۲۰ م^۲ ک^۲ = [(۴ م^۲ ک^۲ × ۵ ک) = ۲ م ک [۵ ک درینصورت حاصل تفریق
(۴ م^۲ − ۲ م ک) [۵ ک وهوالمطلوب ❁ مثال هشتم از عدد ۸ ۳ [م^۳ ب عدد ۳ [م^۶ ب
را ساقط کنم چون ۸ ۳ [م^۳ ب = ۸ م^۳ × ۳ [ب ونیز ۳ [م^۶ ب = م^۲ × ۳ [ب درینصورت حاصل تفریق
(۸ م − م^۲) ۳ [ب وهوالمطلوب *

مسئلهٔ ششم در ضرب مقادیر اصم الجذر بایک دیگر * اول مقادیر اصم الجذر را از منزل مشترک معین بموجب مسئلهٔ ثانیه حاصل سازند بعد ازان آنها را با هم ضرب کنند واعداد ماقبل آنها را اگر باشد نیز با هم ضرب کنند پس حاصل ضرب اعداد را ماقبل حاصل ضرب اصم الجذرها بنویسند ورجوع باقل بموجب مسئلهٔ ثالثه کنند که مطلوب حاصل شود * مثال اول خواستم

که ۳ [۸ را در ۲ [۶ ضرب کنم اول عدد را در عدد واصم الجذر را در اصم الجذر ضرب ساختم
۶ [۴۸ شد پس رجوع باقل نمودم بدینصورت ۶ [۴۸ = ۶ [۱۶ × ۳ = ۶ × ۴ [۳ = ۲۴ [۳ وهو المطلوب ❁
مثال دویم خواستم که ۴ [۲/۳ را در ۳ [۳/۴ ضرب سازم چون ۱/۲ × ۳/۴ [۲/۳ × ۳ [۸/۶ × ۳/۸ = ۳ [۱۰/۱۸ ×
۳/۸ = ۳ [۱۵/۲۷ × ۳/۸ = ۱۵ × ۱/۲۷ [۳ = ۱۵ [۳/۲۴ × ۳ [۱/۳ = ۱۵ [۱/۸ = ۱۵ وهو المطلوب ❁ مثال سیوم
خواستم که ۵ [۸ را در ۳ [۵ ضرب کنم چون ۵ × ۳ × ۸ [۵ × ۱۵ = ۴۰ [۵ = ۱۵ [۴ × ۱۰
= ۳۰ [۱۰ وهو المطلوب ❁ مثال چهارم خواستم که ۱/۲ [۳ [۶ را در ۲/۳ [۳ ۱۸ ضرب کنم چون ۱/۲ ×
۲/۳ × ۳ [۶ × ۳ [۱۸ × ۲/۶ = ۱۰۸ [۲/۶ = ۲۷ × ۴ [۲/۶ × ۳ × ۳ [۴ = ۱ × ۳ [۴ = ۳ [۴ وهو المطلوب ❁
مثال پنجم خواستم که ۲/۳ [۱/۸ را در ۳/۴ [۷/۱۰ ضرب کنم چون ۲/۳ × ۳/۴ [۱/۸ × ۷/۱۰ = ۶/۱۲ [۷/۱۰ ×
۱/۲ = ۷/۸۰ [۱/۲ = ۳۵/۴۰۰ [۱/۲ = ۳۵ × ۱/۴۰۰ × ۱/۲ = ۳۵ [۱/۴۰ = ۳۵ وهو المطلوب ❁ مثال ششم خواستم
که ۳ [۱۸ را در ۵ [۴ ضرب کنم چون ۵ × ۳ [۱۸ × ۳ [۴ = ۵ [۷۲ = ۵ × ۸ [۹ = ۵ × ۲ × ۳ [۱۰ =
۳ [۹ وهو المطلوب ❁ مثال هفتم خواستم که م ۳/۴ را در م ۲/۳ ضرب کنم اعنی ضلع کعب م را در ضلع
کعب مجذور م ضرب کنم چون درینجا ۳ [م × ۳ [م ۲ = ۳ [م ۲ = م وهو المطلوب ❁ مثال هشتم
خواستم که ۳ [ک + ے را در ۳ [ک + ے ضرب کنم چون اینجا منازل مختلف است لهذا
هر دو را از ۶ [حاصل ساختم پس ۶ [ک + ے = ۶ [(ک + ے) ۳ ∴ ونیز ۶ [ک + ے =
۶ [(ک + ے) ۲ درینصورت حاصل ضرب ۶ [(ک + ے) ۲ × ۶ [(ک + ے) ۲ =
۶ [(ک + ے) ۵ وهو المطلوب ❁ مثال نهم خواستم که ک + ۶ [ے را در ک − ۶ [ے ضرب
کنم چون ک × ک = ک ۲ ∴ ونیز (ک × − ۶ [ے + ک × ۶ [ے = ۰ و ۶ [ے ×
− ۶ [ے = − ے درینصورت حاصل ضرب ک ۲ − ے شد وهو المطلوب ❁ مثال دهم خواستم
که (م + ۶ [ب) ۱/۲ را در (م − ۶ [ب) ۱/۲ ضرب کنم پس بقاعدهٔ مذکوره عمل نمودم ۶ [م ۲ − ب
برآمد وهو المطلوب *

مسئلهٔ هفتم در قسمت مقادیر اصم الجذر بریکدیگر و طریقش آنست که مقسوم ومقسوم علیه را از منزل مشترک گرفته اعداد ماقبل مقسوم را بر اعداد ماقبل مقسوم علیه قسمت کنند واصم الجذر مقسوم را بر اصم الجذر مقسوم علیه قسمت نمایند ورجوع باقل سازند چنانچه بالا گذشت ❁ مثال اول خواستم که ۸ [۱۰۸ را بر ۲ [۶ قسمت کنم پس ۸ را بر ۲ و ۱۰۸ را بر ۶ قسمت نمودم خارج ۴ [۱۸ شد آنرا رجوع باقل ساختم چون ۴ [۱۸ = ۴ [۹ × ۲ = ۴ × ۳ [۲ = ۱۲ [۲ وهوالمطلوب ❁ مثال دویم خواستم که ۸ ³[۵۱۲ را بر ۴ ³[۲ قسمت کنم چون (۸ ÷ ۴) × ³[۵۱۲ ÷ ۲ = ۲ ³[۲۵۶ = ۲ ³[(۶۴ × ۴) = ۲ × ۴ × ³[۴ = ۸ ³[۴ وهوالمطلوب ❁ مثال سیوم خواستم که ۴ ³[۱۰۰۰ را بر ۲ ³[۴ قسمت کنم چون (۴ ÷ ۲) × ³[۱۰۰۰ ÷ ۴ = ۲ ³[۲۵۰ = ۲ ³[۱۲۵ × ۲ = ۱۰ ³[۲ وهوالمطلوب ❁ مثال چهارم خواستم که $\frac{3}{4}$ [$\frac{1}{135}$ را بر $\frac{2}{3}$ [$\frac{1}{5}$ قسمت کنم چون $\frac{3}{4} \div \frac{2}{3} \times$ [$\frac{1}{135} \div \frac{1}{5}$ = $\frac{9}{8}$ [$\frac{5}{135}$ = $\frac{9}{8}$ [$\frac{1}{27}$ = $\frac{9}{8}$ [$\frac{3}{81}$ = $\frac{9}{8} \times \frac{1}{81}$ [۳ = $\frac{9}{8} \times \frac{1}{9}$ [۳ = $\frac{1}{8}$ [۳ وهوالمطلوب ❁ مثال پنجم خواستم که ۶ [۱۰ را بر ۳ [۵ قسمت کنم پس شش را بر سه و ده را بر پنج قسمت کردم خارج ۲ [۲ شد وهوالمطلوب ❁ مثال ششم خواستم که $\frac{5}{7}$ ³[$\frac{2}{3}$ را بر $\frac{2}{5}$ ³[$\frac{3}{4}$ قسمت کنم چون $\left(\frac{2}{3} \div \frac{5}{7}\right)$ ³[$\frac{3}{4} \div \frac{2}{3}$ = $\frac{5}{14}$ ³[$\frac{25}{9}$ = $\frac{5}{14} \times \frac{25}{9}$ ³[$\frac{125}{27}$ = $\frac{5}{14} \times \frac{125}{27}$ ³[$\frac{625}{378}$ = ³[۳ × $\frac{2}{3} \times \frac{625}{14}$ = ³[۳ × $\frac{625}{21}$ ³[۳ وهوالمطلوب ❁ مثال هفتم خواستم که $\frac{2}{5}$ ³[م را بر $\frac{3}{4}$ ³[م قسمت کنم چون $\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{8}{15}$ و ³[م و ³[م هردو را از منزل مشترک ⁶[م گرفتم پس ⁶[م = ⁶[م³ و ³[م = ⁶[م² درینصورت ⁶[م³ ÷ ⁶[م² = ⁶[م پس خارج قسمت $\frac{8}{15}$ ⁶[م شد هوالمطلوب *

مسئلهٔ هشتم در ساختن مضلعات مقادیر اصم الجذر * وطریقش آنست که عدد منزل آن اصم الجذر را در عدد منزل مضلع مطلوب ضرب کنند وحاصل را با مضلعهٔ اعداد ماقبل آن اصم الجذر وصل سازند که حاصل مطلوب شود ❁ مثال اول خواستم که مجذور $\frac{2}{3}$ ³[م بسازم

چون درگاه ضلع کعب را که $\frac{1}{3}$ است در ۲ که عدد منزل مجذور است ضرب ساختم $\frac{2}{3}$ گردید ومجذور $\frac{2}{3}$ که عدد ماقبل است $\frac{4}{9}$ شد درینصورت مجذور $\sqrt[3]{\text{م}} = \text{م}^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\text{م}^2}$ پس $\frac{34}{9}\sqrt[3]{\text{م}^2}$ حاصل ضرب مطلوب است ❁ مثال دویم خواستم که مکعب $\frac{5}{7}\sqrt[3]{7}$ بسازم چون $\left(\frac{5}{7}\right)^3 = \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} = \frac{125}{343}$ ∴ ونیز $\left(\sqrt[3]{7}\right)^3 = (7)^{\frac{1}{3} \times 3} = (7)^1 = \sqrt[3]{7}$ درینصورت $\frac{125}{343}\sqrt[3]{343}$ حاصل ضرب مطلوب است ❁ مثال سیوم خواستم که مجذور $\sqrt[3]{3}$ بسازم پس بموجب قاعدهٔ مذکوره عمل نمودم $\sqrt[3]{9}$ برآمد *

مسئلهٔ نهم در استخراج ضلع اول مفاد بر اصم الجذر * طریقش آن است که عدد منزل اصم الجذر را بر عدد منزل ضلع مطلوب قسمت کنند وخارج را عدد منزل قرار داده باضلع اول اعداد ماقبل وصل کنند ❁ مثال اول خواستم که ضلع مجذور $\sqrt[3]{9}$ بدانم چون $\sqrt[3]{9} = 3$ ونیز $\left(3^{\frac{1}{3}}\right)^3 = 3^{\frac{1}{3} \div 3} = 3^{\frac{1}{9}}$ ازین سبب $\sqrt[3]{9 \times \sqrt[3]{3}} = 3\sqrt[3]{3}$ وهو المطلوب ❁ مثال دویم خواستم که ضلع کعب $\frac{1}{8}\sqrt[3]{2}$ بدانم چون $\left(\sqrt[3]{2}\right)^3 = 2$ ونیز $\left(\frac{1}{8}\sqrt[3]{2}\right)^3 = \frac{1}{8}\sqrt[3]{2}^{\frac{1}{3} \div 3} = 2^{\frac{1}{9}}$ درینصورت $\frac{1}{2} \times \sqrt[3]{2}$ حاصل مطلوب شد ❁ مثال سیوم خواستم که ضلع مجذور $\sqrt[3]{10}$ بدانم چون $\sqrt[3]{10} = \sqrt[3]{(10)^2} = 10 \times 10 \times \sqrt[3]{10}$ وهو المطلوب ❁ مثال چهارم خواستم که ضلع کعب $\frac{8}{27} \times \text{م}^{\frac{2}{3}}$ بدانم $\frac{2}{3}\sqrt[3]{\text{م}}$ مطلوب است ❁ مثال پنجم خواستم که ضلع مال مال مال 3ک^2 بدانم چون $\sqrt[4]{3 \times \text{ک}^2} = \sqrt[4]{3 \times \text{ک}^2}$ ای $3^{\frac{1}{4}} \times \text{ک}^{\frac{1}{2}}$ وهو المطلوب ❁ مثال ششم خواستم که ضلع مجذور $\text{ک}^2 - 4\text{ک}\sqrt[2]{\text{م}} + 4\text{م}$ بدانم پس بقاعدهٔ استخراج جذر $\text{ک} - 2\sqrt[2]{\text{م}}$ برآمد وهو المطلوب *

فائده برای استخراج ضلع مجذور مقدار مرکب از دو حرف که آن را (بنومبل و ریزیدیال) گویند اصولی مقرر کرده اند * مثلاً خواستم که $\sqrt[2]{\text{م} - \text{ب}}$ خواه $\sqrt[2]{\text{م} - \text{ب}}$ بدانم پس اول $\sqrt[2]{\text{م} - \text{ب}}$ را $= \text{ء}$ فرض کنند وباز $\sqrt[2]{\text{م} + \text{ب}}$ را $= \sqrt[2]{\frac{\text{م} + \text{ء}}{2}} + \sqrt[2]{\frac{\text{م} - \text{ء}}{2}}$ فرض نمایند ونیز $\sqrt[2]{\text{م} - \text{ب}}$ را $= \sqrt[2]{\frac{\text{م} + \text{ء}}{2}} - \sqrt[2]{\frac{\text{م} - \text{ء}}{2}}$ فرض سازند که همان مطلوب خواهد بود * چنانکه ضلع مجذور $8 + 2\sqrt[2]{7}$ استخراج کنم چون $\sqrt[2]{8^2 - (2\sqrt[2]{7})^2} = \sqrt[2]{64 - 28} = \sqrt[2]{36} = 6$ درینصورت

۸+۲ $\sqrt{۷}$ = $\sqrt{\frac{۶+۸}{۲}}$ + $\sqrt{\frac{۶-۸}{۲}}$ = $\sqrt{۷}$ + $\sqrt{۱}$ = ۱ + $\sqrt{۷}$ وهوالمطلوب وهمچنین ضلع مجذور ۳ − $\sqrt{۸}$

اگر استخراج کنم چون $\sqrt{۹-۸}$ = $\sqrt{۱}$ = ۱ درینصورت $\sqrt{۳-۸}$ = $\sqrt{\frac{۳+۱}{۲}}$ − $\sqrt{\frac{۳-۱}{۲}}$ =

$\sqrt{۲}$ − ۱ وهوالمطلوب * وبرای استخراج ضلع کعب مقدار مرکب مذکور کدام قاعدهٔ کلیه متعین نمی تواند شد *

مطلب نهم دربیان سلسلهٔ غیرمتناهي قسمت وجذر وغیره وآن را (انفنت سیرس) میگویند اعني قسمت کردن ارقام معلّم را که خارج قسمت آنها منتهي نشود خواه استخراج ضلع اول مضلع اصم نمایند که منتهي برقمی نگردد بلکه تاهرجا که عمل نمایند می تواند شد وبسبب استخراج حرف اول خارج قسمت خواه ضلع دیگرهمه حروف الی غیرالنهایة بهم می تواند رسید ودران چند مسئله است *

مسئلهٔ اول * درفرودآوردن مقادیرذ وکسر درسلسلهٔ غیرمتناهي وطریقش آن است که صورت کسر را برمخرج قسمت کنند بطوریکه درمطلب چهارم مذکورشده وخارج قسمت استخراج نمایند تاهرقدرکه استخراج توانند کرد که آن سلسله مطلوب است مثلاً خواستم که $\frac{م}{م-ک}$ رادرسلسلهٔ غیرمتناهي بیارم پس صورت کسر را مقسوم ومخرج رامقسوم علیه مقررکرده عمل نمودم بدینصورت

قیه

مقسوم علیه $(\text{م} - \text{ک})$ مقسوم $\frac{\text{م ک}}{}$ $(\text{ک} + \frac{\text{ک}^{۲}}{\text{م}} + \frac{\text{ک}^{۳}}{\text{م}^{۲}} + \frac{\text{ک}^{۴}}{\text{م}^{۳}} + \frac{\text{ک}^{۵}}{\text{م}^{۴}}$ وغیرها خارج قسمت

$$\frac{\text{م ک} - \text{ک}^{۲}}{+\text{ک}^{۲}}$$

$$\frac{+\text{ک}^{۲} - \frac{\text{ک}^{۳}}{\text{م}}}{+\frac{\text{ک}^{۳}}{\text{م}}}$$

$$\frac{+\frac{\text{ک}^{۳}}{\text{م}} - \frac{\text{ک}^{۴}}{\text{م}^{۲}}}{+\frac{\text{ک}^{۴}}{\text{م}^{۲}}}$$

$$\frac{+\frac{\text{ک}^{۴}}{\text{م}^{۲}} - \frac{\text{ک}^{۵}}{\text{م}^{۳}}}{+\frac{\text{ک}^{۵}}{\text{م}^{۳}}}$$

$$\frac{+\frac{\text{ک}^{۵}}{\text{م}^{۳}} - \frac{\text{ک}^{۶}}{\text{م}^{۴}}}{+\frac{\text{ک}^{۶}}{\text{م}^{۴}}}$$

وهکذا الی غیر النهایة

مثال دیگر خواستم که $\frac{\text{م}}{(\text{م} + \text{ک})^{۲}}$ را در سلسلهٔ غیر متناهی بیارم چون درینجا مقسوم علیه مربع مجموع م + ک) است لهذا م + ک^{۲} + ۲ م ک) را مقسوم علیه قرار دادم و بدستور عمل کردم

مقسوم علیه $\left(\text{م}^2 + \text{ک}^2 + 2\,\text{م}\,\text{ک} \right)$ مقسوم $\text{م}^2 \left(1 - \frac{2\,\text{ک}}{\text{م}} + \frac{3\,\text{ک}^2}{\text{م}^2} - \frac{4\,\text{ک}^3}{\text{م}^3} \right.$ وغیره خارج قسمت

$$\begin{array}{l}
\text{م}^2 + \text{ک}^2 + 2\,\text{م}\,\text{ک} \\
\hline
-\text{ک}^2 - 2\,\text{م}\,\text{ک} \\
-4\,\text{ک}^2 - 2\,\text{م}\,\text{ک} - \frac{2\,\text{ک}^3}{\text{م}} \\
\hline
+3\,\text{ک}^2 * + \frac{2\,\text{ک}^3}{\text{م}} \\
+3\,\text{ک}^2 * + \frac{6\,\text{ک}^3}{\text{م}} + \frac{3\,\text{ک}^4}{\text{م}^2} \\
\hline
* \quad * - \frac{4\,\text{ک}^3}{\text{م}} - \frac{3\,\text{ک}^4}{\text{م}^2} \\
\hline
\frac{4\,\text{ک}^3}{\text{م}} - \frac{8\,\text{ک}^4}{\text{م}^2} - \frac{4\,\text{ک}^5}{\text{م}^3} \\
\hline
+\frac{8\,\text{ک}^4}{\text{م}^2} + \frac{4\,\text{ک}^5}{\text{م}^3} \text{ وغیره}
\end{array}$$

مسئلهٔ دوم در فرود آوردن اصم الجذر مرکب در سلسلهٔ غیر متناهي وطریقش آنست که ضلع اول حرف اول استخراج نمایند بطریقیکه در مطلب هفتم گفته شد ودیگر حروف بهمان دستور استخراج کنند تا هر مرتبه که ضرور و ممکن باشد که آن سلسله مطلوبه است * مثال خواستم که ضلع مجذور $\text{م}^2 + \text{ک}^2$ را در سلسلهٔ غیر متناهي استخراج کنم پس بقاعدهٔ مطلب هفتم عمل نمودم *

بدینصورت

$$\frac{\text{م}^2 + \text{ک}^2 \left(\text{م} + \frac{\text{ک}^2}{2\text{م}} - \frac{\text{ک}^4}{8\text{م}^3} + \frac{\text{ک}^6}{16\text{م}^5} - \frac{\text{ک}^8}{128\text{م}^7} \right.}{\text{م}^2}$$ وغیره وهو الخارج المطلوب

$$\frac{\text{ک}^2 \left(2\text{م} + \frac{\text{ک}^2}{2\text{م}} \right.}{+ \text{ک}^2 + \frac{\text{ک}^4}{4\text{م}^2}}$$

$$\frac{\text{ک}^4}{4\text{م}^2} - \left(2\text{م} + \frac{\text{ک}^2}{\text{م}} - \frac{\text{ک}^4}{8\text{م}^3} \right.$$

$$\frac{\text{ک}^4}{4\text{م}^2} - \frac{\text{ک}^6}{8\text{م}^4} + \frac{\text{ک}^8}{64\text{م}^6}$$

$$\frac{\text{ک}^8}{64\text{م}^6} - \frac{\text{ک}^6}{8\text{م}^4} + \left(2\text{م} + \frac{\text{ک}^2}{\text{م}} - \frac{\text{ک}^4}{4\text{م}^3} + \frac{\text{ک}^6}{16\text{م}^5} \right.$$

$$\frac{\text{ک}^6}{8\text{م}^4} - \frac{\text{ک}^8}{16\text{م}^6}$$ وغیره

$$\frac{\text{ک}^8}{64\text{م}^6}$$ وغیره وهکذا الی مالا نهایة له

فایده این طریق در استخراج ضلع مجذور اکثر معمول است ودر ضلع مضلعات دیگر عمل بسیار طول میشود واین ضعیف میگوید که اگر بطریق جدول که برای استخراج ضلع مضلعات در مطلب هفتم این نحیف بیان کرده عمل نمایند غالبکه در استخراج ضلع مضلعات دیگر هم سهولت واقع شود *

مسئلهٔ سیوم در فرود آوردن مقدار اصم الجذر مرکب از دو حرف در سلسلهٔ غیر متناهی بوجه خاص وطریقش آنست که آن هر دو حرف را مبدّل بدو حرف دیگر مع علامات مضلعات آن کنند وعدد منزل ضلع مطلوب را $\frac{\text{م}}{\text{ن}}$ فرض کنند وباز حرف دیگر بانشان مناسب مثبت ومنفی بنویسند *

مثلاً $\sqrt{\text{ک}^2}$ مطلوب الجذر است پس $\text{ن} = \sqrt{\text{ل}}$ وَل $= \frac{\text{ک}^2}{\text{ر}^2}$ فرض کردم وعدد منزل مطلوب را

علی الترتیب ومجموع مربعات آنها ۴۹ ۵) است ∴ جواب عدد اول را) م فرض کردم درینصورت عدد ثاني $\frac{۲م}{۳}$ زیراکه نسبت $\frac{۱}{۲} : \frac{۱}{۳} :: م : \frac{۲م}{۳}$ است ونیز عدد ثالث $\frac{م}{۲}$ گردید زیراکه $\frac{۱}{۳} : \frac{۱}{۴} :: \frac{۲م}{۳} : \frac{م}{۲}$ پس مربع اول $م^۲$ ومربع ثاني $\frac{۴م^۲}{۹}$ ومربع ثالث $\frac{م^۲}{۴}$ گردید ومجموع آن $\frac{۶۱م^۲}{۳۶} = ۴۹ ۵$ شد بحسب السؤال بلکه ۶۱ م = ۱۹۷۶۴ بلکه $م^۲ = \frac{۱۹۷۶۴}{۶۱} = ۳۲۴$ بلکه م = ۱۸ = عدد اول پس ۱۲ = عدد ثاني و ۹ = عدد ثالث خواهد بود وبطریق دیگر اگر از روی مخرج مشترک اعداد کسور نسبت بگیرم ۶ و ۴ و ۳ میشود پس اول را) ۶ م وثاني را) ۴ م وثالث را) ۳ م فرض نمایم درینصورت مربع اول ۳۶ $م^۲$ ومربع ثاني ۱۶ $م^۲$ ومربع ثالث ۹ $م^۲$ می شود ومجموع ۶۱ $م^۲ = ۴۹ ۵$ بلکه $م^۲ = \frac{۴۹ ۵}{۶۱} = ۹$ بلکه م = ۳ وازین سبب اعداد مجهول ۱۸ و ۱۲ و ۹ خارج شد ❁

سؤال سي وهشتم کدام دو عدد اند که مجموع آنها * مثلا ۲۰ ومجموع مکعبین آنها * مثلا ۲۲۴۰ باشد پس استخراج آن علی العموم بچه نوع باشد ∴ جواب عدد مجموع عددین را) ج ومجموع مکعبین را) ب وعدد اعظم را م فرض کردم پس اصغر ج − م شد چراکه ظاهر است که مجموع م وج − م = ج) است ومکعب هردو نمودم مکعب اعظم $م^۳$ ومکعب اصغر $ج^۳ - ۳ج^۲م + ۳ج م^۲ - م^۳$ ومجموع هردو $ج^۳ - ۳ج^۲م + ۳ج م^۲ = ب$ بلکه $۳ج م^۲ - ۳ج^۲م = ب - ج^۳$ بلکه $م^۲ - ج م = \frac{ب}{۳ج} - \frac{ج^۲}{۳}$ بلکه $م - ج م = \frac{ب}{۳ج} - \frac{ج^۲}{۳}$ بلکه $م^۲ - ج م + \frac{ج^۲}{۴} = \frac{ب}{۳ج} + \frac{ج^۲}{۳} - \frac{ج^۲}{۴}$ بلکه $م^۲ - ج م + \frac{ج^۲}{۴} = \frac{ب}{۳ج} + \frac{ج^۲}{۱۲}$ بلکه $م - \frac{ج}{۲} = \sqrt{\frac{ب}{۳ج} + \frac{ج^۲}{۱۲}}$ بلکه $م = \sqrt{\frac{ب}{۳ج} + \frac{ج^۲}{۱۲}} + \frac{ج}{۲}$ بحسب العموم وبحسب العدد المذکور) $م = \sqrt{\frac{۲۲۴۰}{۶۰} - ۳۳\frac{۱}{۳}} + ۱۰ = \sqrt{۳۷\frac{۱}{۳} - ۳۳\frac{۱}{۳}} + ۱۰ = \sqrt{۴} + ۱۰ = ۱۲$ ❁

سؤال سي ونهم عدد ۲۴۰ را می خواهم که دو قسم کنم بشرطیکه نسبت قسم اعظم مقسوم علی الاصغر بطرف اصغر مقسوم علی الاکبر مثل نسبت ۱۴۷ بطرف ۷۵ باشد ∴ جواب قسم اعظم را م فرض کردم پس قسم اصغر ۲۴۰ − م شد ونسبت $\frac{م}{۲۴۰ - م}$ بطرف $\frac{۲۴۰ - م}{م}$

قما

مثل نسبت ١٤٧ بطرف ٧٥) است بحسب السؤال وهرگاه برای تسهیل عمل ٢٤٠ را ص و ١٤٧ را
س و ٧٥ را ح فرض کردم درینصورت $\frac{م}{ص-م}$: $\frac{ص-م}{م}$ :: س : ح است بلکه $\frac{ح م}{ص-م}$ =
س × $\frac{ص-م}{م}$ بحسب مسطح الطرفین ومسطح الوسطین بلکه ح م² = س × (ص − م) بلکه
$\frac{ح م^2}{س}$ = (ص − م) بلکه م $\left[\frac{ح}{س}\right]$ = ص − م بحسب التجذیر وچون $\left[\frac{ح}{س}\right] = \frac{٧٥}{١٤٧}$ = $\frac{٥}{٧}$ پس
$\frac{٥}{٧}$ م = ص − م بلکه ٥ م = ٧ص − ٧ م بلکه ١٢ م = ٧ ص بلکه م = $\frac{٧ ص}{١٢}$ = $\frac{١٦٨٠}{١٢}$ = ١٤٠ ❁
سؤال چهام دو مزدور باجرت في یوم مختلف مشغول کاري شدند وایام شغل اول شش یوم
زیاده از ایام شغل ثاني گردید واول وجه اجرت ٩٦ دینار وثاني ٥٤ دینار یافت لیکن
اگر ثاني بقدر ایام اول واول بقدر ایام ثاني عمل می نمود وجه اجرت هر دو متساوي
میشد پس مقدار ایام عمل هریکي ومقدار یومیهٔ هریکی چه باشد ؛ جواب ایام شغل اول را
م فرض کردم پس ایام شغل ثاني م − ٦ باشد ومقدار یومیهٔ اول $\frac{٩٦}{م}$ ومقدار یومیهٔ ثاني
$\frac{٥٤}{م-٦}$ گردید ولهذا اگر ثاني بقدر ایام اول عمل می نمود $\frac{٥٤}{م-٦}$ × م می یافت واگر
اول بقدر ایام ثاني کار می کرد $\frac{٩٦}{م}$ × (م − ٦) حاصل می نمود وچون این هر دو وجه
بحسب السؤال متساوي اند پس $\frac{٥٤ م}{م-٦}$ = ٩٦ × $\frac{م-٦}{م}$ بلکه ٥٤ م² = ٩٦ × (م − ٦)²
بلکه ٩ م² = ١٦ × (م − ٦)² بلکه ٣ م = ٤ × (م − ٦) بحسب التجذیر بلکه ٣ م = ٤ م − ٢٤
بلکه م = ٢٤ = ایام عمل اول پس $\frac{٩٦}{٢٤}$ = ٤ = یومیهٔ اول ونیز $\frac{٥٤}{٢٤-٦}$ = $\frac{٥٤}{١٨}$ = ٣ =
یومیهٔ ثاني ❁ سؤال چهل ویکم زید وعمرو در وقت معین از موضعین خود ها که مسافت بینهما
٣٢٠ میل بود برای ملاقات یکدیگر روانه شدند وعمرو هر روز هشت میل زیاده از زید قطع
منزل می کرد وعدد ایام که دران ملاقات هر دو واقع شد مساوي نصف عدد امیال قطع
هر روزهٔ زید بود پس آنها در چند روز باهم ملاقات کردند ؛ جواب عدد ایام تلاقي طرفین را
م فرض کردم پس مقدار مسافت هر روزهٔ زید ٢ م شد ومقدار مسافت هر روزهٔ عمرو ٢ م
+ ٨ گردید وچون ٢ م × م = ٢ م² = امیال که زید آنرا قطع کرده وهمچنین (٢ م + ٨) × م

= ۲ مر² + ۸ مر = امیال که عمرو آنرا قطع نمود پس مجموع ۴ مر² + ۸ مر = ۳۲۰ بحسب السؤال
بلکه مر² + ۲ مر = ۸۰ بلکه مر² + ۲ مر + ۱ = ۸۱ بلکه مر + ۱ = ۹ بلکه مر = ۸ = عدد ایام ملاقات
طرفین پس ۱۶ = مقدار قطع مسافت هر روزهٔ زید و ۱۲۸ = امیال مقطوعهٔ زید و ۲۴ = قطع
مسافت هر روزهٔ عمرو و ۱۹۲ = امیال مقطوعهٔ عمرو ❁ سؤال چهل و دوم دو شخص مثل
زید و عمرو بیک وقت معین بجای معین روانه شدند که فاصلهٔ نود میل است و زید یک میل
زیاده از عمرو در یک ساعت قطع راه می نمود و یک ساعت قبل از عمرو بمقام مطلوب رسید پس
هر یک در یک ساعت چه قدر میل قطع کرد ❊ جواب عدد امیال قطع زید که در یک ساعت
می کرد مر فرض کردم پس عدد امیال قطع عمرو فی ساعت واحد مر − ۱ شد و درینصورت
هرگاه نود میل را ه فرض نمودم عدد ساعات قطع زید $\frac{ه}{مر}$ و عدد ساعات عمرو $\frac{ه}{مر - ۱}$ شد
پس $\frac{ه}{مر} + ۱ = \frac{ه}{مر - ۱}$ بحسب السؤال بلکه ه مر + مر² − ه − مر = ه مر بلکه ه مر + مر²
= ه مر + ه + مر بلکه مر² − مر = ه بلکه مر² − مر + $\frac{۱}{۴}$ = ه + $\frac{۱}{۴}$ بلکه مر − $\frac{۱}{۲}$ = $\sqrt{ه + \frac{۱}{۴}}$
بلکه مر = $\sqrt{ه + \frac{۱}{۴}}$ + $\frac{۱}{۲}$ وچون ه عبارت از نود میل است پس $\sqrt{۹۰ + \frac{۱}{۴}}$ = ۹ $\frac{۱}{۲}$ پس
مر = ۹ $\frac{۱}{۲}$ + $\frac{۱}{۲}$ = ۱۰ = عدد امیال قطع زید فی ساعة واحدة و ۹ = عدد امیال قطع عمرو
فی ساعة واحدة ❁ سؤال چهل و سوم کدام دو عدد اند که اگر مجموع آنها را در اکبر ضرب کنند
حاصل مساوی صد امثال اصغر شود و اگر در اصغر ضرب نمایند حاصل مساوی ۶۴ مثال اکبر
گردد ❊ جواب اکبر را مر و اصغر را ک فرض کردم پس (مر + ک) × مر = ۱۰۰ ک
و (مر + ک) × ک = ۶۴ مر بلکه مر² + مر ک = ۱۰۰ ک و ک² + مر ک = ۶۴ مر و هرگاه
معادلهٔ اولی را در ک و معادلهٔ ثانی را در مر ضرب نمودم مر² ک + مر ک² = ۱۰۰ ک²
و مر ک² + مر² ک = ۶۴ مر² و چون جملهٔ اولی در هر دو معادله متساوی است درینصورت
۱۰۰ ک² = ۶۴ مر² بلکه ۱۰ ک = ۸ مر بحسب التجذیر بلکه ۵ ک = ۴ مر پس ک = $\frac{۴ مر}{۵}$
و هرگاه مقدار ک را تبدیل کردم پس $\frac{۱۶}{۲۵}$ مر² + $\frac{۴ مر²}{۵}$ = ۶۴ مر بلکه $\frac{۳۶}{۲۵}$ مر² = ۶۴ مر بلکه
$\frac{۳۶}{۲۵}$ مر = ۶۴ بلکه ۳۶ مر = ۱۶۰۰ بلکه مر = $\frac{۱۶۰۰}{۳۶}$ = $\frac{۴۰۰}{۹}$ = ۴۴ $\frac{۴}{۹}$ پس ک = ۳۵ $\frac{۵}{۹}$ ❁

سؤال چهل وچهارم هرگاه دو عدد بحیثیتی باشند که مسطح احدهما فی الآخر مساوي مربع تفاضل مابینهما بود پس نسبت بین العددین المذکورین چه خواهد بود ∴ جواب هرگاه اصغر را ک فرض کنم ومقدار نسبت را م نسبت ک اعني اصغر بطرف اعظم مثل نسبت واحد بطرف م است بحسب الفرض ودرینصورت ک م مقدار اعظم باشد بحسب اربعهٔ متناسبه و م ک − ک مقدار تفاضل مابینهما گردید پس م ک × ک = (م ک − ک)^{٢} بحسب السؤال بلکه م ک^{٢} = م^{٢} ک^{٢} − ٢ م ک^{٢} + ک^{٢} وهرگاه این معادله را بر ک^{٢} قسمت نمودم پس م = م^{٢} − ٢ م + ١ شد بلکه م^{٢} − ٣ م = − ١ بلکه م^{٢} − ٣ م + $\frac{١}{٤}$ = ٢ $\frac{١}{٤}$ = ١ $\frac{٥}{٤}$ بلکه م − $\frac{١}{٢}$ = ١ = $\sqrt{\frac{٥}{٤}}$ = $\frac{\sqrt{٥}}{٢}$ بلکه م = $\frac{٣ + \sqrt{٥}}{٢}$ وچون $\sqrt{٥}$ = $\frac{٢٣٦}{١٠٠٠}$ ٢ تقریبا درینصورت م = $\frac{٦١٨}{١٠٠٠}$ ٢ تقریبا پس نسبت بین العددین المطلوبین مثل نسبت واحد بطرف $\frac{٢٦١٨}{١٠٠٠}$ خواهد بود ❁ سؤال چهل وپنجم کدام دو عدد اند که مسطح انها ٣٠٠ است واگر بر اصغر ١٠ بیفزایند واز اعظم هشت نقصان کنند پس مسطح آنها هم ٣٠٠ شود ∴ جواب اعظم را م واصغر را ک فرض کردم پس م ک = ٣٠٠ بحسب السؤال ونیز (م − ٨) × (ک + ١٠) = ٣٠٠ بلکه م ک + ١٠ م − ٨ ک − ٨٠ = ٣٠٠ بحسب السؤال درینصورت م ک = م ک + ١٠ م − ٨ ک − ٨٠ بحسب مساوات جملتین آخرین بلکه ٨ ک + ٨٠ = ١٠ م بلکه م = $\frac{٨ ک}{١٠}$ + ٨ ودر معادلهٔ اولی هرگاه مقدار م را تبدیل کردم پس ($\frac{٨ ک}{١٠}$ + ٨) × ک = ٣٠٠ بلکه $\frac{٨ ک^{٢}}{١٠}$ + ٨ ک = ٣٠٠ بلکه ٨ ک^{٢} + ٨٠ ک = ٣٠٠٠ بلکه ک^{٢} + ١٠ ک = $\frac{٣٠٠٠}{٨}$ = ٣٧٥ بلکه ک^{٢} + ١٠ ک + ٢٥ = ٤٠٠ بلکه ک + ٥ = ٢٠ بلکه ک = ١٥ پس م = $\frac{٣٠٠}{١٥}$ = ٢٠ ❁ سؤال چهل وششم کدام دو عدد اند که مجموع آنها ١٠٠ ونسبت تفاضل بینهما بطرف مجموعهما مثل نسبت مسطحهما الی تفاضل مربعیهما باشد ∴ جواب ٥٠ را که نصف عدد معلوم است ص ونصف تفاضل عددین را م فرض کردم درینصورت ص + م = اعظم و ص − م = اصغر پس نسبت ٢ م که مقدار تفاضل است الی ٢ ص مثل نسبت (ص + م) × (ص − م) الی (ص + م)^{٢} − (ص − م)^{٢} است بلکه ٢ م : ٢ ص :: ص^{٢}

بطرف رابع باشد آنرا نسبت مستوي و (دیریکت پراپرشن) گویند مثل ۳ و ۶ و ۵ و ۱۰ و ک و مر ک و ے و مر ے *

فائدهٔ سیوم هرگاه چهار مقادیر بحیثیتی باشند که نسبت اول بطرف ثاني مثل نسبت رابع بطرف ثالث باشد آنرا نسبت ذوطرفین ونسبت مقلوب خوانند ودرانگریزي (ریسپروکل پراپرشن) و(انورس پراپرشن) گویند مثل ۲ و ۶ و ۹ و ۳ و مر و مر روب روب دربنها نسبت مقلوب وذوطرفین است *

فائدهٔ چهارم هرگاه مقادیر متناسبهٔ هندسي متوالیه باشند اعني نسبت اول بطرف دویم مثل نسبت دویم بطرف سیوم ونسبت سیوم بطرف چهارم باشد وهکذا آنرا (جمتري پروگرشن) گویند اعني نسبت هندسي متوالي خوانند مثل ۲ و ۴ و ۸ و ۱۶ و ۳۲ وغیرآن و مر و مر و مر و مر ۲ و مر ۳ و مر ۴ وغیرآن *

فائدهٔ پنجم اگر چهار مقادیر متناسبهٔ هندسي باشند مسطح وسطین مساوي مسطح طرفین می باشد مثل ۲ و ۴ و ۶ و ۱۲ که ۲ × ۱۲ = ۴ × ۶) است وهمچنین مر و مر روب وب ر که مقادیر متناسبه اند مر × ب ر = مر ر × ب) است *

فائدهٔ ششم اگر چهار مقادیر در نسبت هندسي مستویه باشند حاصل ضرب وسطین مقسوم براحد الطرفین مساوي طرف آخر می باشد وهمچنین مسطح مقسوم براحد الوسطین مساوي وسط آخر میشود مثلاً ۳ و ۹ و ۵ و ۱۵ پس مسطح الوسطین اعني ۹ × ۵ مقسوم علی ۳ = ۱۵ که طرف آخر است وهمچنین $\frac{۱۵ \times ۳}{۹}$ = ۵ که وسط آخر است وهکذا ک و مر ک و ے و مر ے

پس $\frac{\text{مر ک} \times \text{ے}}{\text{مر ے}}$ = ک ونیز $\frac{\text{مر ے} \times \text{ک}}{\text{مر ک}}$ = ے *

فائدهٔ هفتم در هر نسبت متوالیهٔ هندسي حاصل ضرب طرفین مساوي حاصل ضرب وسطین که بعد هریکی از آنها از هر دو طرف مساوي باشد میشود مثل ۱ و ۳ و ۹ و ۲۷ و ۸۱ و ۲۴۳ وغیرآن پس ۱ × ۲۴۳ = ۳ × ۸۱ = ۹ × ۲۷ *

فائدهٔ هشتم در هر نسبت متوالیهٔ هندسي مقدار آخر مساوي حاصل ضرب مقدار در مضلع نسبت است که عدد منزل آن بعدهٔ آن مقادیر بر واحد کم باشد میشود مثلاً ۲ و ۶ و ۱۸ و ۵۴ و ۱۶۲

چون درینجا مقدار نسبت سه است ومقدار عدة پنج وهرگاه ازان واحد کم کردم چهار ماند وآن عدد منزل مال مال است پس مسطح ۲ که عدد اول است در مال مال ۳ که عدد نسبت است = ۱۶۲ که عدد اخیر است میشود *

فائدهٔ نهم اگر مجموع مقادیر متوالیه علی نسبت هندسي را بدانم پس مسطح مقدار اخیر را در مقدار نسبت گرفته تفاضل مابین آن ومقدار اول را بر مقدار نسبت بواحد کم قسمت کنم که خارج قسمت مطلوب باشد مثلاً خواستم که مجموع ۲ و ۴ و ۸ وغیر آن تا ۵۱۲ بدانم چون مقدار نسبت دو است پس $\frac{(۲ \times ۵۱۲) - ۲}{۲ - ۱} = \frac{۱۰۲۴ - ۲}{۱} = ۱۰۲۲$ وهو المطلوب وهمچنین اگر مقدار اول مر ومقدار نسبت ر ومقدار آخر (مر^ن) وخواهم که مجموع جمیع مقادیر بدانم درینصورت

$$\frac{(\text{مر}^{\text{ن}} \times \text{ر}) - \text{مر}}{\text{ر} - ۱} = \frac{\text{مر}^{\text{ن}} - \text{مر}}{\text{ر} - ۱} = \frac{(\text{ر}^{\text{ن}} - ۱) \times \text{مر}}{\text{ر} - ۱}$$ وهو المطلوب *

فائدهٔ دهم اگر چهار مقادیر متناسبه باشند آنها از روی تبدیل بموجب تفصیل ذیل در نسبت معتبر خواهند بود *

اول نسبت متساوی مر : ب :: س : ء ..... خواه ۲ : ۶ :: ۵ : ۱۵

دویم قلب النسبة ب : مر :: ء : س ..... خواه ۶ : ۲ :: ۱۵ : ۵

سیوم ابدال النسبة مر : س :: ب : ء ..... خواه ۲ : ۵ :: ۶ : ۱۵

چهارم ترکیب النسبة مر + ب : س :: س + ء : س ... خواه ۲ : ۸ :: ۵ : ۲۰

پنجم نسبت استثنائیه مر : ب − مر :: س : ء − س ... خواه ۲ : ۴ :: ۵ : ۱۰

واین را تفریق النسبة وفضل النسبة نیز گویند

ششم نسبت مخلوط ب + مر : ب − مر :: س + ء : ء − س خواه ۸ : ۴ :: ۲۰ : ۱۰

واین را نسبت مع الترکیب والتفریق نیز خوانند

هفتم نسبت مضروبه رمر : ر ب :: س : ء ..... خواه ۲ × ۳ : ۶ × ۳ :: ۵ : ۱۵

هشتم نسبت منقسمه مر ÷ ر : ب ÷ ر :: س : ء ..... خواه $\frac{۲}{۲} : \frac{۶}{۲}$ :: ۵ : ۱۵

نهم هرگاه چهار مقادیر متناسبه باشند ونسبت اول بطرف چهارم مثل نسبت اول بطرف سیوم باشد پس آن همه چهار مقادیر متساوي خواهند بود چنانکه مر وب وس وء چهار مقادیر متناسبه

باشند ونسبت م : ء :: م : س بود پس هرچهار مقادیر متساوي خواهند بود * سؤال اول مقدار اول نسبت متوالیهٔ هندسي واحد است ومقدار نسبت ۲ وعدهٔ مقادیر پس مجموع مقادیر چه باشد ∴ جواب بموجب فائدهٔ هشتم $۱ \times (۲)^{۹} = ۱ \times ۵۱۲ = ۵۱۲$ واین مقدار آخر است وبموجب فائدهٔ نهم $\frac{۱ - (۲ \times ۵۱۲)}{۱ - ۲} = ۱۰۲۳$ وهوالمطلوب * سؤال دویم عدد اول نسبت هندسي متوالي $\frac{۱}{۲}$ است ومقدار نسبت $\frac{۱}{۳}$ وعدهٔ مقادیر ۵ پس مجموع مقادیر چه باشد ∴ جواب چون بموجب فائدهٔ هشتم $\frac{۱}{۲} \times \left(\frac{۱}{۳}\right)^{۴} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۸۱} = \frac{۱}{۱۶۲}$ واین مقدار عدد اخیر است پس بموجب فایدهٔ نهم $\left[\left(\frac{۱}{۲} - \left(\frac{۱}{۳} \times \frac{۱}{۱۶۲}\right)\right) \div \left(۱ - \frac{۱}{۳}\right)\right] = \left(\frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۴۸۶}\right) \div \frac{۲}{۳} = \frac{۱۲۱}{۲۴۳} \times \frac{۳}{۲} = \frac{۳۶۳}{۴۸۶} = \frac{۱۲۱}{۱۶۲}$ وهوالمطلوب باید دانست که درینجا چون درمقسوم ومقسوم علیه هرد ومستثنی اعظم از مستثنی منه است لهذا درهرد وعلامت مثبت ومنفي رامنقلب ساخته قسمت نمودم تا خارج قسمت مثبت برآمد واین برای تسهیل عمل است والّا بی تبدیل علامت هم مفاد همین میشود * سؤال سیوم مقدار اول مقادیر نسبت متوالیهٔ هندسي واحد است ومقدار نسبت ۳ وعدهٔ مقادیر ۱۲ میخواهم که مجموع آنها بدانم چون بموجب فائدهٔ هشتم $۱ \times (۳)^{۱۱} = ۱۷۷۱۴۷$ واین مقدار آخر است پس بموجب فائدهٔ نهم $\frac{۱ - (۳ \times ۱۷۷۱۴۷)}{۱ - ۳} = \frac{۵۳۱۴۴۰}{۲} = ۲۶۵۷۲۰$ وهوالمطلوب * سؤال چهارم مقدار اول مقادیر نسبت هندسي متوالي واحد است ومقدار نسبت $\frac{۱}{۳}$ وعدهٔ مقادیر ۱۲ پس مجموع آنها چه باشد ∴ جواب چون بموجب فائدهٔ هشتم $۱ \times \left(\frac{۱}{۳}\right)^{۱۱} = \frac{۱}{۱۷۷۱۴۷}$ واین مقدار اخیر پس بموجب فائدهٔ نهم $\left[\left(۱ - \left(\frac{۱}{۳} \times \frac{۱}{۱۷۷۱۴۷}\right)\right) \div \left(۱ - \frac{۱}{۳}\right)\right] = \left(۱ - \frac{۱}{۵۳۱۴۴۱}\right) \div \frac{۲}{۳} = \frac{۵۳۱۴۴۰}{۵۳۱۴۴۱} \times \frac{۳}{۲} = \frac{۱۵۹۴۳۲۰}{۱۰۶۲۸۸۲} = ۱ + \frac{۸۸۵۷۳}{۱۷۷۱۴۷}$ *

مطلب دوازدهم درمعادلات مفرده

بدانکه معادله عبارت است ازانکه دومقدار متساوی القدر ومختلف البیان مقابل وموازن یک دیگر شوند ودرمیان آنها نشان مساوات بدینصورت (=) می نهند وان معادله را (ایکویشن) گویند بمعنی مقابله مثل ۱۲ − ۵ = ۷ ومقابلهٔ مفرد آنست که مشتمل برمقدار یک مجهول باشد

بدون اشتمال مضلعی دران مثل ک − م + ب = س و درینجا مجهول صرف مقدار ک) است واین را (سنپل ایکویشن) گویند (سنپل) بمعنی مفرد است و درین مطلب چند بیان است *

بیان اول در ترکیب معلوم کردن مقدار مجهول مفرد بموجب قواعد مفصلهٔ ذیل واین را (ریدیکشن اف ایکویشن) گویند (ریدکشن) بمعنی تقلیل وتخفیف است *

قاعدهٔ اول هرگاه شامل مجهول دیگر مقادیرهم باشند پس آن مقادیر را ازیک طرف مقابله بطرف دیگر نقل کنند مع تبدیل نشان مثبت ومنفي ونیز مقادیریکه مشتمل بررقم مجهول باشد اگر بطرف دیگر مقابله واقع شوند آن همه را بطرف مجهول همچنان مع تبدیل نشان مثبت ومنفي نقل نمایند مثلا ک + ۳ = ۷ پس اینجا ک = ۷ − ۳ = ۴ ∴ مثال دیگر ک − ۴ + ۶ = ۸) اینجا ک = ۸ + ۴ − ۶ = ۶ ∴ مثال دیگر ک − م + ب = س − ء چون مجهول ک) است پس ک = س − ء + م − ب ∴ مثال دیگر ۴ ک − ۸ = ۳ ک + ۲۰) اینجا ۴ ک − ۳ ک = ۲۰ + ۸ = ک = ۲۸ *

قاعدهٔ دویم اگر رقم مقدار مجهول مضروب درکدام مقدار دیگر باشد آن مقدار مضروب فیه را ساقط کنند وارقام دیگر را که بطرف مقابلهٔ دیگر باشند بررقم مضروب فیه مسقط قسمت کنند مثلا م ک = م ب − م (واینجا ک مجهول است ومضروب فیه م پس م راساقط کرده مقادیر طرف آخر را بر م قسمت نمودم ک = ب − ۱ ماند ∴ مثال دیگر ۲ ک + ۴ = ۱۶) اینجا ک + ۲ = ۸ بلکه ک = ۸ − ۲ = ۶ وهمچنین م ک + ۲ ب م = ۳ س چون اینجا ک مجهول است پس ک = $\frac{۳ س}{م}$ − ۲ ب *

قاعدهٔ سوم اگر رقم مجهول مقسوم برکدام مقدار باشد آن مقدار مقسوم علیه را حذف کنند و دیگر همه حروف مقابله را دران مقسوم علیه ضرب سازند مثلا $\frac{ک}{۲}$ = (۵ + ۸) اینجا ک = ۱۰ + ۱۶ = ۲۶ ∴ مثال دیگر $\frac{ک}{م}$ = ب + س − ء) اینجا ک مجهول است پس ک = م ب + م س − م ء ∴ مثال دیگر $\frac{۲ ک}{۳}$ − ۲ = ۶ + ۴) اینجا ۲ ک − ۶ = ۱۸ + ۱۲ بلکه ک = $\frac{۳۶}{۲}$ = ۱۸ *

قاعدهٔ چهارم * اگر مقدار مجهول تحت نشان اصم الجذر باشد آن نشان را حذف کنند وارقام باقي را بقدر عدد منزل آن اصم الجذر مضلع سازند مثلاً √ک − ۲ = ۶ اینجا √ک = ۶ + ۲ = ۸ پس ک = (۸)^۲ = ۶۴ ❁ مثال دیگر √(۴ک + ۱۶) = ۱۲) اینجا ۴ک + ۱۶ = ۱۴۴ بلکه ۴ک = ۱۴۴ − ۱۶ = ۱۲۸ واگر هردو طرف مقابله را بر ۴ قسمت کنم پس ک = ۳۲ شود ❁ مثال دیگر √((۲ک + ۳)) + ۴ = ۸) اینجا √((۲ک + ۳)) = ۸ − ۴ = ۴ پس ۲ک + ۳ = (۴)^۳ = ۶۴ بلکه ۲ک = ۶۴ − ۳ = ۶۱ بلکه ک = ۳۰½ *

قاعدهٔ پنجم * اگر طرف مقابله که مشتمل بر مقدار مجهول است کدام مضلع کامل باشد پس ضلع اول آن استخراج نمایند وبهمان نسبت ضلع اول طرف آخر خارج کنند مثلاً ک^۲ + ۶ک + ۹ = ۲۵ چون طرف اول که مشتمل برمقدار مجهول است مجذور کامل بود لهذا جذر آن استخراج کردم پس ک + ۳ = √۲۵ = ۵ بلکه ک = ۵ − ۳ = ۲ ❁ مثال دیگر ۳ک^۲ − ۹ = ۲۱ + ۳) اینجا ۳ک^۲ = ۲۱ + ۳ + ۹ = ۳۳ بلکه ک^۲ = ۱۱ بلکه ک = √۱۱ ❁ مثال دیگر ۴ک^۲/۳ + ۱۰ = ۲۰) اینجا ۲ک^۲ + ۳۰ = ۶۰ پس ک^۲ + ۱۵ = ۳۰ بلکه ک^۲ = ۳۰ − ۱۵ = ۱۵ بلکه ک = √۱۵ *

قاعدهٔ ششم * اگر نسبت مقدار مجهول بطرف مقداري دیگر مثل نسبت مقداری آخر بطرف مقداری آخر باشد اینجا بطریق اربعهٔ متناسبه بضرب طرفین و وسطین مساوات حاصل کرده عمل نمایند * مثلاً ۳ک : ۱۶ :: ۵ : ۱۰) اینجا ۳ک × ۱۰ = ۱۶ × ۵ بلکه ۳۰ک = ۸۰ بلکه ک = ۸۰/۳۰ = ۸/۳ = ۲½ ❁ مثال دیگر ۲ک/۳ : م :: ب^۲ : س) اینجا ک مجهول است پس ۲س ک/۳ = مب بلکه ۲س ک = ۳مب بلکه ک = ۳مب/۲س ❁ مثال دیگر ۱۲ − ک : ک/۲ :: ۴ : ۱) اینجا ۱۲ − ک = ۴ک/۲ = ۲ک بلکه ۲ک + ک = ۱۲ بلکه ۳ک = ۱۲ بلکه ک = ۱۲/۳ = ۴ *

قاعدهٔ هفتم * اگر مقادیر متساویه مع نشان متساوی در هر دو طرف مقابله باشند اعنی متداخلین بوند آنهارا از هر دو طرف ساقط کنند وهمچنین اگر مضروب یا مقسوم علیه در همه ارقام مساوی باشد پس آنهارا حذف نمایند * مثلاً ۴ ک + م = ب + م) اینجا ۴ ک = ب بلکه ک = $\frac{ب}{۴}$ ❁ مثال دیگر ۳ م ک + ۵ م ب = ۸ م س) اینجا ۳ ک + ۵ ب = ۸ س بلکه ک = $\frac{۸ س - ۵ ب}{۳}$ ❁ مثال دیگر $\frac{۲ ک}{۳}$ − $\frac{۸}{۳}$ = $\frac{۱۶}{۳}$ − $\frac{۸}{۳}$) اینجا ۲ ک = ۱۶ بلکه ک = ۸ ❁ سؤال ۵ ک − ۱۵ = ۲ ک + ۶ پس مقدار ک بهم باید رسانید که چه باشد ∴ جواب چون ۵ ک − ۲ ک = ۶ + ۱۵ بلکه ۳ ک = ۲۱ بلکه ک = $\frac{۲۱}{۳}$ = ۷ وهو المطلوب ❁ سؤال دویم ۵ م ک − ۳ ب = ۲ ء ک + س پس مقدار ک چه باشد ∴ جواب چون ۵ م ک − ۲ ء ک = س + ۳ ب بلکه (۵ م − ۲ ء) × ک = س + ۳ ب) ازین سبب ک = $\frac{س + ۳ ب}{۵ م - ۲ ء}$ وهو المطلوب ❁ سؤال سیوم ۳ ک^{۲} − ۱۰ ک = ۸ ک + ک^{۲} پس مقدار ک چه باشد ∴ جواب چون اینجا از روی قسمت معادله علی ک * ۳ ک − ۱۰ = ۸ + ک بلکه ۳ ک − ک = ۸ + ۱۰ = ۱۸ بلکه ۲ ک = ۱۸ بلکه ک = ۹ ❁ سؤال چهارم ۶ م ک^{۳} − ۱۲ م ب ک^{۲} = ۳ م ک^{۳} + ۶ م ک^{۲} پس مقدار ک چه باشد ∴ جواب چون اینجا از روی قسمت معادله علی ۳ م ک^{۲} خارج ۲ ک − ۴ ب = ک + ۲ بلکه ۲ ک − ک = ۲ + ۴ ب بلکه ک = ۲ + ۴ ب وهو المطلوب ❁ سؤال پنجم $\frac{ک}{۲}$ − $\frac{ک}{۳}$ + $\frac{ک}{۴}$ = ۱۰ پس مقدار ک چه باشد ∴ جواب چون از روی ضرب مخرج اول ک − $\frac{۲ ک}{۳}$ + $\frac{۲ ک}{۴}$ = ۲۰ واز روی ضرب مخرج دویم ۳ ک − ۲ ک + $\frac{۶ ک}{۴}$ = ۶۰ واز روی ضرب مخرج سیوم ۱۲ ک − ۸ ک + ۶ ک = ۲۴۰ بلکه ۱۰ ک = ۲۴۰ پس ک = ۲۴ وهو المطلوب ❁ سؤال ششم $\frac{ک - ۳}{۲}$ + $\frac{ک}{۳}$ = ۲۰ − $\frac{ک - ۱۹}{۲}$ پس مقدار ک چه باشد ∴ جواب چون اینجا بسبب ضرب مخرج اول ک − ۳ + $\frac{۲ ک}{۳}$ = ۴۰ − ک + ۱۹ واز روی ضرب مخرج دویم ۳ ک − ۹ + ۲ ک = ۱۲۰ − ۳ ک + ۷ ۵ بلکه ۳ ک + ۲ ک + ۳ ک = ۱۲۰ + ۷ ۵ + ۹ بلکه ۸ ک

= ۱۸۶ پس ک = $\frac{۱۸۶}{۸}$ = $\frac{۲۳}{۴}$ وهو المطلوب ❁ سؤال هفتم [$\frac{۲ک}{۳}$ + ۵ = ۷ پس مقدار ک

چه باشد ∴ جواب چون اینجا [$\frac{۲ک}{۳}$ = ۷ − ۵ = ۲ پس از روی تربیع $\frac{۲ک}{۳}$ = $۲^۲$ = ۴

وازروی ضرب مخرج ۲ ک = ۱۲ پس ک = ۶ ❁ سؤال هشتم ک + [$مر^۲ + ک^۲$] = $\frac{۲مر^۲}{مر^۲ + ک^۲}$

پس مقدار ک چه باشد ∴ جواب چون بحسب ضرب مخرج ک [$مر^۲ + ک^۲$] + $مر^۲ + ک^۲$ =

۲ $مر^۲$ بلکه ک [$مر^۲ + ک^۲$] = $مر^۲ - ک^۲$ و بحسب التربیع $ک^۲ \times (مر^۲ + ک^۲) = (مر^۲ - ک^۲)^۲$

= $مر^۴ - ۲ مر^۲ ک^۲ + ک^۴$ بلکه $ک^۲ مر^۲ + ک^۴ = مر^۴ - ۲ مر^۲ ک^۲ + ک^۴$ بلکه $ک^۲ مر^۲ + ۲ مر^۲ ک^۲$ =

$مر^۴$ بلکه ۳ $مر^۲ ک^۲$ = $مر^۴$ و بحسب قسمت معادله علی ۳ $مر^۲$ خارج $ک^۲ = \frac{مر^۲}{۳}$ پس ک =

مر × [$\frac{۱}{۳}$ وهو المطلوب *

بیان دویم * درطریق استخراج مقدار دو مجهول و پیدا کردن مقابلهٔ مفرد مشتمل برهریکی ازان هردو مجهول و دران چند قواعد است *

قاعدهٔ اول * اول یک مجهول درمقدار هریک مقابله که مشتمل برمقدار مجهول ومقدار معلوم باشد بهم رسانند وبعد ازان مساوات آنرا ازروی آن مقابله ها درست کنند که یک معادلهٔ نو مشتمل برمجهول ثاني شود پس مجهول ثاني را بطوریکه دربیان اول گفته شد خارج کنند وبعد ازان مقدار مجهول اول نیز ضرورة معلوم خواهد شد * مثلاً ۲ ک + ۳ ے = ۲۳ و ۵ ک − ۲ ے = ۱۰ پس اگر مقدار ک + ے را معلوم کنم اول مقدار ک) ازروی هردو مقابله برآوردم بموجب مقابلهٔ اول ک = $\frac{۲۳ - ۳ ے}{۲}$ وبموجب مقابلهٔ دویم ک = $\frac{۱۰ + ۲ ے}{۵}$

وازین سبب $\frac{۲۳ - ۳ ے}{۲}$ = $\frac{۱۰ + ۲ ے}{۵}$ بلکه ۲۳ − ۳ ے = $\frac{۲۰ + ۴ ے}{۵}$ بلکه ۱۱۵ −

۱۵ ے = ۲۰ + ۴ ے بلکه ۱۹ ے = ۱۱۵ − ۲۰ = ۹۵ پس ے = $\frac{۹۵}{۱۹}$ = ۵ وچون ک =

$\frac{۲۳ - ۳ ے}{۲}$ بود وهرگاه مقدار ے معلوم شد پس ک = $\frac{۲۳ - ۱۵}{۲}$ = $\frac{۸}{۲}$ = ۴ وهو المطلوب ❁

مثال دویم ک + ے = مر و ک − ے = ب ومقدار ک و ے مجهول است پس

ازروی هرد و مقابله مقدار ک معلوم کردم بموجب مقابلهٔ اول ک = مر − ے وبموجب مقابلهٔ ثاني ک = ب + ے وازین سبب مر − ے = ب + ے بلکه ۲ ے = مر − ب بلکه ے = $\frac{\text{مر} - \text{ب}}{۲}$ وچون ک = مر − ے بود وهرگاه مقدار ے معلوم شد پس ک = مر − $\frac{\text{مر} - \text{ب}}{۲}$ = $\frac{\text{مر} + \text{ب}}{۲}$ وهو المطلوب ❁ مثال سیوم $\frac{۱}{۲}$ ک + $\frac{۱}{۳}$ ے = ۷ و $\frac{۱}{۳}$ ک + $\frac{۱}{۲}$ ے = ۸ ومقدار ک وے مجهول است چون ازروی مقابلهٔ اول ک = ۱۴ − $\frac{۲ \text{ ے}}{۳}$ وبموجب مقابلهٔ ثاني ک = ۲۴ − $\frac{۳ \text{ ے}}{۲}$ وازین سبب ۱۴ − $\frac{۲ \text{ ے}}{۳}$ = ۲۴ − $\frac{۳ \text{ ے}}{۲}$ بلکه ۴۲ − ۲ ے = ۷۲ − $\frac{۹ \text{ ے}}{۲}$ بلکه ۸۴ − ۴ ے = ۱۴۴ − ۹ ے بلکه ۵ ے = ۶۰ بلکه ے = ۱۲ ودرینصورت ک = ۱۴ − $\frac{۲۴}{۳}$ = ۶ وهو المطلوب ❁ مثال چهارم ک + ے = ۵ و ک² − ے² = ء ومقدار ک وے مجهول است چون بموجب مقابلهٔ اول ک = ۵ − ے وبموجب مقابلهٔ دویم ک = [ء + ے²] درینصورت ۵ − ے = [ء + ے²] وبحسب التربیع ۵ + ۲ ے² − ۱۰ ے = ء + ے² بلکه ۲ ۵ = ء + ۱۰ ے بلکه ۲ ۵ − ء = ۱۰ ے پس ے = $\frac{۲ \text{ ۵} - \text{ء}}{۱۰}$ ودرینصورت ک = ۵ − $\frac{۲ \text{ ۵} - \text{ء}}{۱۰}$ بلکه ک = $\frac{۲ \text{ ۵} + \text{ء}}{۱۰}$ وهو المطلوب *

قاعدهٔ دوم * مقدار یک مجهول را از یک مقابله که مشتمل بر مقدار مجهول ثاني باشد حاصل کنند ودر مقابلهٔ دیگر مقدار مجهول اول را بمقدار حاصل بدل سازند که معادله صرف مشتمل بر مقدار مجهول ثاني شود پس مقدار مجهول ثاني را بموجب بیان اول خارج نمایند که مقدار مجهول هم ضرورة خارج خواهد شد * مثال ک + ۲ ے = ۱۷ و ۳ ک − ے = ۲ مقدار ک وے مجهول است چون ازروی مقابلهٔ اول ک = ۱۷ − ۲ ے پس هرگاه مقدار ک را در مقابلهٔ ثاني از حاصل بدل کردم (۱۷ − ۲ ے) × ۳ − ے = ۲ بلکه ۵۱ − ۶ ے − ے = ۲ بلکه ۵۱ − ۷ ے = ۲ بلکه ۷ ے = ۵۱ − ۲ = ۴۹ پس ے = ۷ درینصورت ک = ۱۷ − ۱۴ = ۳ وهو المطلوب ❁ مثال دویم مر : ب :: ک : ے و ک² + ے² = س مقدار ک وے مجهول است چون بحسب اربعهٔ متناسبه مر ے = ب ک پس ک

$= \frac{مر ے}{ب}$ وهرگاه درمعادلهٔ ثاني مقدار ک را ازحاصل بدل کردم $\frac{مر^۲ ے}{ب^۲} + ے^۲ = س$ بلکه $مر^۲ ے^۲ + ب^۲ ے^۲ = ب^۲ س$ بلکه $ے^۲ = \frac{ب^۲ س}{مر^۲ + ب^۲}$ درینصورت بحسب تجذیر $ے = \sqrt{\frac{ب^۲ س}{مر^۲ + ب^۲}}$ وضرورةً $ک = \sqrt{\frac{س مر^۲}{مر^۲ + ب^۲}}$ وهوالمطلوب *

قاعدهٔ سیوم اول مقدارهای یک مقابله رادرکدام عدد حسب مناسب ضرب کنند یابر کدام عدد قسمت نمایند وخواه درهرد ومقابله بهمین طورعمل سازند بحیثیتیکه مقداریک مجهول درهردو معادله مساوي افتد پس ازروی جمع یا تفریق هردومعادله یک معادلهٔ دیگر پیدا خواهد شد که مشتمل برمقداریک مجهول باشد پس آن مجهول رابموجب بیان اول خارج کنند که ضرورةً مجهول دویم نیزخارج خواهد شد ❁ مثال ۳ ک + ۵ ے = ۴۰ و ک + ۲ ے = ۱۴ ومقدار ک و ے مجهول است پس مقابلهٔ دویم را اگردرسه ضرب کردم ۳ ک + ۶ ے = ۴۲ شد وهرگاه ازان مقابلهٔ اولی راتفریق کردم ۶ ے − ۵ ے = ۴۲ − ۴۰ بلکه ے = ۲ گردید وازین سبب ضرورةً ک = ۱۴ − ۴ = ۱۰ وهوالمطلوب ❁ مثال دویم ۵ ک − ۳ ے = ۹ و ۲ ک + ۵ ے = ۱۶ ومقدار ک و ے مجهول است پس اگرمقابلهٔ اولی رادردو ومقابلهٔ دویم رادرپنج ضرب کردم پس ۱۰ ک − ۶ ے = ۱۸ حاصل مقابلهٔ اولی شد و ۱۰ ک + ۲۵ ے = ۸۰ حاصل مقابلهٔ دویم گردید پس حاصل مقابلهٔ اولی را ازحاصل مقابلهٔ دویم ساقط نمودم باقي ۳۱ ے = ۶۲ ماند بلکه ے = ۲ وضرورةً ک = $\frac{۹ + ۶}{۵}$ = ۳ وهوالمطلوب * وبطریق دیگراگرمقابلهٔ اولی را درپنج ومقابلهٔ ثاني رادرسه ضرب کنم پس حاصل مقابلهٔ اولی ۲۵ ک − ۱۵ ے = ۴۵ وحاصل مقابلهٔ ثاني ۶ ک + ۱۵ ے = ۴۸ پس ازروی جمع هردومقابله ۳۱ ک = ۹۳ بلکه ک = ۳ پس ضرورةً ے = $\frac{۱۶ - ۶}{۵}$ = ۲ شد *

بیان سیوم درطریق استخراج مقادیرسه مجهول وبهمرسانیدن سه مقابلهٔ مفرد مشتمل بران *

قاعده هرسه مقادیرمجهول رابه سه حروف تعبیرکنم ومقدارمجهول اول ازهرسه مقابله حاصل سازم که مشتمل برمقادیردو مجهول باقي خواهد بود بعد ازان مقدارمجهول اول راکه ازروی مقابلهٔ اولی حاصل شده است باحاصل مقابلهٔ دویم وسیوم معادل ساخته مقدارمجهول دویم را

قیط

که مشتمل بر مقدار صرف مجهول ثالث باشد از هردو مقابله حاصل کنند وان هردو حاصل ثاني را باهم معادل کنند که یک مقابلهٔ نو مشتمل صرف بر مجهول ثالث خواهد بود پس استخراج مجهول ثالث بموجب بیان اول نمایند که بعد ازان مقادیر مجهول اول ودویم نیز ازان حاصل خواهد شد *

فائده باید دانست که درین ترکیب مقدار مجهول اکثر بسیار زود بهم میرسد وگاهی از انقلاب وضرب وتفریق نیز مقادیر مجهول حاصل میشوند ** مثال ک + ے + ر = ۲۹ و ک + ۲ ے + ۳ ر = ۶۲ و $\frac{1}{2}$ ک + $\frac{1}{3}$ ے + $\frac{1}{4}$ ر = ۱۰ ومقدار ک وے و ر هرسه مجهول است چون بموجب مقابلهٔ اولی ک = ۲۹ − ے − ر وبموجب مقابلهٔ دویم ک = ۶۲ − ۲ ے − ۳ ر وبموجب مقابلهٔ سیوم ک = ۲۰ − $\frac{2ے}{3}$ − $\frac{ر}{2}$ وازین سبب ۲۹ − ے − ر = ۶۲ − ۲ ے − ۳ ر ونیز ۲۹ − ے − ر = ۲۰ − $\frac{2ے}{3}$ − $\frac{ر}{2}$ ودرینصورت از مقابلهٔ اولی بعد اسقاط متداخلات ے = ۳۳ − ۲ ر وازروی مقابلهٔ ثاني بعد اسقاط متداخلات ے = ۲۷ − $\frac{3ر}{2}$ وازین سبب ۳۳ − ۲ ر = ۲۷ − $\frac{3ر}{2}$ بلکه ر = ۱۲ پس ضرورةً ے = ۳۳ − ۲۴ = ۹ و ک = ۲۹ − ۹ − ۱۲ = ۸ وهوالمطلوب ** مثال دویم $\frac{1}{2}$ ک + $\frac{1}{3}$ ے + $\frac{1}{4}$ ر = ۶۲ و $\frac{1}{3}$ ک + $\frac{1}{4}$ ے + $\frac{1}{8}$ ر = ۴۷ و $\frac{1}{4}$ ک + $\frac{1}{8}$ ے + $\frac{1}{6}$ ر = ۳۸ ومقدار ک وے و ر مجهول است چون مقادیر هرسه مقابله را بمخرج مشترک کسور مرفوع نمودم پس ضعف مقابلهٔ اولی مضروب در دوازده که مخرج مشترک است ۱۲ ک + ۸ ے + ۶ ر = ۱۴۸۸ وحاصل ضرب مقابلهٔ ثاني در شصت که مخرج مشترک است ۲۰ ک + ۱۵ ے + ۱۲ ر = ۲۸۲۰ وحاصل ضرب معادلهٔ ثالث دریک صد وبست که ضعف مخرج مشترک است ۳۰ ک + ۲۴ ے + ۲۰ ر = ۴۵۶۰ گردید پس هرگاه مقادیر مقابلهٔ دویم را از ضعف مقابلهٔ اولی ساقط نمودم باقي ۴ ک + ے = ۱۵۶ وسه چند مقابلهٔ سیوم را ازینچ گونه مقابلهٔ دویم ساقط کردم ۱۰ ک + ۳ ے = ۴۲۰ ماند وهرگاه درین معادلتین معادلهٔ ثاني را از سه چند معادلهٔ اولی ساقط نمودم باقي ۲ ک = ۴۸ بلکه ک = ۲۴ وازین سبب چون ے = ۱۵۶ − ۴ ک پس ے = ۶۰ شد ور = ۱۲۰ *

سؤال اول بهمرسان دو عدد بحیثیتیکه مجموع آن هردو ۴۰ وتفاضل آن هردو ۱۶ باشد ∴ جواب اصغر را ک فرض کردم پس اعظم ک + ۱۶ شد درینصورت ک + ک + ۱۶ = ۴۰ بلکه ۲ ک = ۲۴ بلکه ک = ۱۲ وآن عدد اصغراست پس ۱۲ + ۱۶ = ۲۸ وآن عدد اعظم است * سؤال دویم کدام عدد است که ثُلُث از رُبُع او بقدر شانزده زیاده است ∴ جواب مجهول را ک فرض کردم پس $\frac{ا ک}{۳} = \frac{ک}{۳}$ وهمچنین $\frac{ا ک}{۴} = \frac{ک}{۴}$ وازین سبب $\frac{ک}{۳} - \frac{ک}{۴} = ۱۶$ بحسب سؤال پس ک − $\frac{۳}{۴}$ ک = ۴۸ بلکه ۴ ک − ۳ ک = ۱۹۲ بلکه ک = ۱۹۲ * سؤال سیوم قسمت کن یک هزار را بسه حصه بشرطیکه حصهٔ اولی از حصهٔ دویم بقدر هفتاد ودو زیاده باشد وحصهٔ سیوم از حصهٔ اولی بقدر یک صد زیاده باشد ∴ جواب حصهٔ دوم را ک فرض کردم پس ک + ۷۲ = حصهٔ اولی و ک + ۱۷۲ = حصهٔ سیوم درینصورت ک + ک + ۷۲ + ک + ۱۷۲ = ۱۰۰۰ بلکه ۳ ک + ۲۴۴ = ۱۰۰۰ بحسب السؤال بلکه ۳ ک = ۷۵۶ بلکه ک = $\frac{۷۵۶}{۳}$ = ۲۵۲ واین مقدار حصهٔ دویم است پس مقدار حصهٔ اولی ۲۵۲ + ۷۲ = ۳۲۴ ومقدار حصهٔ ثالث ۲۵۲ + ۱۷۲ = ۴۲۴ وهو المطلوب * سؤال چهارم غنیمت یکهزار روپیه درمیان دو شخص تقسیم شده است بحیثیتیکه نسبت حصهٔ انها مثل نسبت هفت بطرف نه است پس مقدار حصهٔ هریک چه باشد ∴ جواب حصهٔ شخص اول را) ک فرض کردم پس حصهٔ ثاني ۱۰۰۰ − ک شد پس ک : ۱۰۰۰ − ک :: ۷ : ۹ بحسب السؤال درینصورت از روی اربعهٔ متناسبه ۹ ک = ۷۰۰۰ − ۷ ک بلکه ۹ ک + ۷ ک = ۷۰۰۰ بلکه ۱۶ ک = ۷۰۰۰ وازین سبب ک = $\frac{۷۰۰۰}{۱۶}$ = $\frac{۴۳۷}{½}$ وآن مقدار حصهٔ اولی است پس مقدار حصهٔ ثاني = $\frac{۵۶۲}{½}$ شد وهو المطلوب * سؤال پنجم فرشی مربع است که قیمت آن في ذرعه دو (شلنگ (۳)) مساوي قیمت مجموع هرچهار ضلع آن في ذرعه پنج (شلنگ) است پس مقدار یک ضلع آن چند ذرعه باشد ∴ جواب ضلع مطلوب را) ک فرض کردم درینصورت ۴ ک = مجموع ذرعه های هرچهار ضلع باشد و $ک^۲$ = مجموع ذرعه های مساحت فرش است پس ۴ ک × ۵ = ۲۰ ک = قیمت فرش از روی هرچهار ضلع و $ک^۲$ ×

---

(۳) (شلنگ) انگریزی ضرب نقرئي مقدار آن برا بر پنجشش آنه است *

۲ = ۲ ک² = قیمت فرش از روي ذرعه‌های مساحت پس ۲ ک² = ۲۰ ک وازین سبب ک² = ۱۰ ک بلکه ک = ۱۰ وآن مقدار ذرعه ضلع مطلوبه است * سؤال ششم مزدوري برای چهل روز اجرت کاري مقرر کرد بدین شرط که في یوم بیست فلوس بگیرد واگر غیر حاضر شود جریمانه غیر حاضري في یوم هشت فلوس بدهد بعد اتمام میعاد یک (پونڈ) ویازده (شلنگ) وهشت فلوس یافت پس چند روز کار کرد وچند روز غیر حاضري بود * جواب چون دوازده فلوس را یک (شلنگ) وبیست (شلنگ) را یک (پونڈ) مقرر است پس عدد روزهای عمل را) ک فرض کردم وعدد روزهای غیر حاضري را ۴۰ − ک پس ک × ۲۰ = ۲۰ ک وآن مقدار اجرت ایام عمل شد و (۴۰ − ک) × ۸ = ۳۲۰ − ۸ ک = مقدار جرمانهٔ غیر حاضري وازین سبب ۲۰ ک − (۳۲۰ − ۸ ک) = (۱ پونڈ + ۱۱ شلنگ + ۸ فلوس) = ۳۸۰ فلوس بحسب السؤال وبدین سبب ۲۰ ک − ۳۲۰ + ۸ ک = ۳۸۰ بلکه ۲۸ ک = ۳۸۰ + ۳۲۰ = ۷۰۰ پس ک = ۷۰۰/۲۸ = ۲۵ = ایام عمل ونیز ۴۰ − ک = ۴۰ − ۲۵ = ۱۵ = ایام غیر حاضري وهو المطلوب * سؤال هفتم کدام کسر است که اگر واحد برصورت کسر افزوده شود آن کسر یک ثلث گردد واگر واحد بر مخرج آن افزوده شود آن کسر یک ربع شود * جواب کسر مجهول را ک/ے فرض کردم درینصورت (ک + ۱)/ے = ۱/۳ و ک/(ے + ۱) = ۱/۴ بحسب سؤال پس از روي ضرب مخرجین ۳ ک + ۳ = ے و ۴ ک = ے + ۱ وبحسب التفریق ۴ ک − ۳ ک − ۳ = ے + ۱ − ے بلکه ک − ۳ = ۱ بلکه ک = ۴ وچون ے = ۳ ک + ۳ بود درینصورت ے = ۱۲ + ۳ = ۱۵ شد پس کسر مطلوب ۴/۱۵ برآمد *

مطلب سیزدهم در معادلات مرکب مربعي وآنرا (کواڈرٹک ایکویشن) گویند

(کواڈر) عبارت از مربع است باید دانست که مقابلهٔ مربعي دو قسم است یکي مقابلهٔ مربعي مفرد دوم مقابلهٔ مربعي مرکب چون ترکیب استخراج مقابلهٔ مربعی مفرد از مطلب دوازدهم ظاهر گردیده که رجوع بمعادلهٔ مفرد میشود لهذا الحال بیان استخراج معادلات مرکب مربعي کرده میشود بدانکه معادلهٔ مرکب مربعي آنست که مشتمل بر مربع وشي باشد وآن منحصر در سه شکل است * شکل اول ک² + م ک = ب * شکل دوم ک² − م ک

= ب * شکل سیوم $ک^۲$ − م ک = − ب * واین بعینه ثلثهٔ مقترنات است وقاعدهٔ استخراج مقدار ک که مجهول است برای این هرسه شکل در ذیل بیان کرده میشود *

قاعدهٔ اولی حرفی راکه بامقدار مجهول دریک طرف مقابله وصل است مبدل باعداد سازند وحرفی راکه درطرف آخر واقع است نیزباعداد بدل کنند چراکه آن هردو ضرورةً اعداد معلوم خواهند بود بعد ازان اگر بامجذور مقدار مجهول کدام عدد ما قبل باشد آنرا حذف کنند وباقي همه اعداد مقابله را بران قسمت کنند ومربع نصف عدد ماقبل مجهول را بهردوطرف مقابله بیفزایند تاطرفی که دران مقدار مجهول واقع است یک مجذور کامل شود پس ضلع مجذور هردوطرف مقابله استخراج کنند که مقدار مجهول بحسب مقصود متعین شود *

فائده چون ضلع مجذور هریک مقدار مثبت ومنفي هردو میتواند شد پس برای ضلع مقابله مربعی دو رقم ظاهر خواهد شد چنانکه ضلع مجذور + $ج^۲$ یکی ازین دوخواهد بود + ج خواه − ج چراکه (+ج) × (+ج) خواه (−ج) × (−ج) هریک = + $ج^۲$ میشود وضلع مجذور − $ج^۲$ خواه [− $ج^۲$ محال است پس ضلع مجذور یک طرف این مقابله همیشه متساوي یامجموع مقدار مجهول ونصف عدد ماقبل اوخواهد بود *

فائدهٔ دویم درهرمقابله که دومقدار مفروض اند یکی مربع مقدار مجهول ودیگر عدد ماقبل مجهول که ضعف نصف خودش باشد وآن مقدار مجهول شيء بود خواه ازمضلعات شيء درینصورت جذرآن مقابله صاف خارج میتواند شد وازان مقدار مجهول که شيء است نیزبخوبي میتواند برآمد * مثلاً $ک^۴$ + م $ک^۲$ = ب خواه $ک^۲$ + م $ک^{۲/۲}$ = ب درینصورت هرگاه مربع نصف م برهردوطرف زیاده کنند وجذر بگیرند $ک^۲$ ونصف م درصورت اول = [ب + $\frac{۱}{۴}$ $م^۲$ خواهد شد وهمچنین درصورت ثاني ک + $\frac{۱}{۲}$ م = [ب + $\frac{۱}{۴}$ $م^۲$ چون مقدار م وب وج معلوم است پس ضرورة ازروی تجذیر رجوع بمقابلهٔ مفرد خواهد نمود *

فائدهٔ سیوم درشکل اول که $ک^۲$ + م ک = ب) است اینجا ک + $\frac{۱}{۲}$ م = [(ب + $\frac{۱}{۴}$ $م^۲$) خواهد بود واین جذر ازدوحال خالي نیست + [ب + $\frac{۱}{۴}$ $م^۲$ خواهد بود یا − [ب + $\frac{۱}{۴}$ $م^۲$ چراکه هرگاه آن هردو مضروب في نفسه شوند حاصل ب + $\frac{۱}{۴}$ $م^۲$ میشود پس برای رفع

این مغالطه نشان غیر معین مثبت و منفي ما قبل نشان جذر بد بنصورت نویسند ± مثل
ک = ± [ب + ¼ م²] − ½ م پس درین شکل ک = ± [(ب + ¼ م) − ½ م² وچون
مقدار اول ک) اعني ک = + [(ب + ¼ م²) − ½ م بسبب مثبت بودن مقدار ک همیشه
مثبت خواهد بود چراکه هرگاه ¼ م² + ب) اعظم از ¼ م² پس ضرورةً ضلع مجذور اعظم اعني
[(ب + ¼ م²) اعظم خواهد بود از جذر اصغر اعني [¼ م² که مساوي ½ م) است پس
بلا شبهه [ب + ¼ م − ½ م همیشه مثبت خواهد بود وقدر دویم ک) اعني ک =
− [(ب + ¼ م²) − ½ م بسبب منفي بودن مقدار ک همیشه منفي خواهد بود چراکه درینجا
هر دو رقم منفي است پس مجموع منفي خواهد بود لهذا هرگاه ک² + م = ب که شکل
اول است مینویسم ک = + [(ب + ¼ م) − ½ م برای مثبت مقدار ک وهمچنین ک
= − [(ب + ¼ م²) − ½ م برای منفي مقدار ک وهمچنین درشکل دویم چون ک = ±
[(ب + ¼ م²) + ½ م پس قدر اول ک) اعني ک = + [(ب + ¼ م²) + ½ م همیشه
مثبت خواهد بود بسبب مثبت بودن هر دو رقم برای مثبت مقدار ک) اعني ک =
− [ب + ¼ م² + ½ م همیشه منفي میشود برای منفي مقدار ک چراکه (ب + ¼ م²) اعظم
از ¼ م² پس [ب + ½ م² نیز اعظم خواهد بود از [¼ م² که مساوي ½ م) است پس ضرورة
− [(ب + ¼ م²) + ½ م همیشه مقدار منفي خواهد بود وازین سبب هرگاه ک² − م ک
= ب که شکل دویم است باشد می نویسم ک = + [ب + ¼ م²) + ½ م برای مثبت
مقدار ک ونیز ک = − [(ب + ¼ م²) + ½ م برای منفي مقدار ک وازین سبب در
هر دو شکل اول ودویم مقدار مجهول هر دو میتواند شد مثبت خواه منفي ودر شکل سیوم
هرگاه ک = ± [(¼ م² − ب) + ½ م) است پس هر دو قدر ک مثبت خواهد بود

چراکه $\frac{1}{4}$ مر^2) اعظم است از ب پس قدر اول ک) اعني ک = + [($\frac{1}{4}$ مر^2 − ب) + $\frac{1}{2}$ مر
مثبت خواهد بود بسبب هرد و ارقام مثبته وقدر دویم ک) اعني ک = − [($\frac{1}{4}$ مر^2 − ب)
+ $\frac{1}{2}$ مر نیز مثبت است بسبب اینکه $\frac{1}{4}$ مر^2) اعظم است از ($\frac{1}{4}$ مر^2 − ب) پس [$\frac{1}{4}$ مر^2 که $\frac{1}{2}$ مر
است اعظم خواهد بود از [($\frac{1}{4}$ مر^2 − ب) پس ضرورة − [($\frac{1}{4}$ مر^2 − ب) + $\frac{1}{2}$ مر همیشه مقدار
مثبت خواهد شد وازین سبب هرگاه ک^2 − مر ک = − ب شود که شکل سیوم است مینویسم ک
= + [($\frac{1}{4}$ مر − ب) + $\frac{1}{2}$ مر و نیز ک = − [($\frac{1}{4}$ مر^2 − ب) + $\frac{1}{2}$ مر برای مثبت مقدار ک
وباید دانست که درین شکل سیوم اگر ب) اعظم باشد از $\frac{1}{4}$ مر^2 پس سؤال صریح غیر ممکن خواهد بود
بسبب اینکه مجذور کدام مقدار مثبت باشد یا منفي هرگز منفي نمی تواند شد و هرگاه ب) اعظم
از $\frac{1}{4}$ مر^2 باشد یک مقدار منفي خواهد بود درینصورت [($\frac{1}{4}$ مر^2 − ب) محال وغیر ممکن خواهد بود ❁
مثال اول ک^2 + ۴ ک = ۱۴۰ ومقدار ک مطلوب است چون بحسب زیادت مجذور
نصف عدد ماقبل ک که چهار است ک^2 + ۴ ک + ۴ = ۱۴۰ + ۴ = ۱۴۴ و بحسب
التجذیر ک + ۲ = ۱۲) ازین سبب ک = ۱۲ − ۲ = ۱۰ ❁ مثال دویم ک − ۶ ک + ۸
= ۸۰ ومقدار ک مطلوب است چون بحسب اسقاط متداخلین ک^2 − ۶ ک = ۸۰ − ۸
= ۷۲ وبحسب زیادت مجذور نصف عدد ماقبل ک که − ۶) است ک^2 − ۶ ک + ۹ =
۷۲ + ۹ = ۸۱ وبحسب التجذیر ک − ۳ = ۹) ازین سبب ک = ۹ + ۳ = ۱۲ ❁ مثال سیوم
۲ ک^2 + ۸ ک − ۲۰ = ۷۰ ومقدار ک مطلوب است چون بحسب جبر ۲ ک^2 + ۸ ک =
۷۰ + ۲۰ = ۹۰ وبحسب قسمت علی دو که عدد ما قبل مجذور است ک^2 + ۴ ک = ۴۵
وبحسب زیادت مجذور نصف عدد ماقبل ک کما ذکر ک^2 + ۴ ک + ۴ = ۴۹ وبحسب التجذیر
ک + ۲ = ۷ پس ک = ۷ − ۲ = ۵ ❁ مثال چهارم ۳ ک^2 − ۳ ک + ۶ = $\frac{5}{2}$ ومقدار ک
مطلوب است اینجا بسبب قسمت علی ۳ که عدد ما قبل مجذور است ک^2 − ک + ۲ =

$\frac{1}{9}$ وبسبب اسقاط متداخلین $ک^2 - ک = \frac{1}{9} - 2$ وبحسب زیادت مربع نصف عدد ماقبل ک خواهد بود $ک^2 - ک + \frac{1}{4} = \frac{1}{9} - 2 + \frac{1}{4} = \frac{1}{36}$ وبحسب التجذیر $ک - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ پس $ک = \frac{2}{3}$ *

بیان سؤالات

سؤال اول * کدام دو عدد اند که تفاضل مابین آنها هشت ومسطح آنها ۲۴۰) است ∴ جواب اصغر را ک فرض کردم پس اعظم (ک + ۸) شد وهرگاه هر دو را باهم ضرب کردم ک × (ک+۸) = ۲۴۰ بحسب السؤال درینصورت $ک^2 + ۸ک = ۲۴۰$ وبحسب زیادت مربع نصف عدد ماقبل ک میشود $ک^2 + ۸ک + ۱۶ = ۲۴۰ + ۱۶ = ۲۵۶$ وبحسب التجذیر ک + ۴ = ۱۶ پس ک = ۱۶ − ۴ = ۱۲ واین مقدار عدد اقل است پس اعظم ۱۲ + ۸ = ۲۰ وهوالمطلوب ❀ سؤال دویم قسمت کنند عدد شصت را بدو حصه بحیثیتیکه مسطح آن در دو ۸۶۴ باشد ∴ جواب حصهٔ اعظم را ک فرض کردم پس اصغر ۶۰ − ک شد درینصورت ک × (۶۰ − ک) = ۶۰ک − $ک^2$ = ۸۶۴ بحسب السؤال پس $ک^2$ − ۶۰ک = −۸۶۴ وبحسب زیادت نصف مربع عدد ماقبل ک کماذکر $ک^2$ − ۶۰ک + ۹۰۰ = −۸۶۴ + ۹۰۰ = ۳۶ وبحسب التجذیر ک − ۳۰ = $\sqrt{۳۶}$ = ۶ پس ک = ۶ + ۳۰ = ۳۶ وآن مقدار حصهٔ اعظم است پس اصغر = ۲۴ وهوالمطلوب ❀ سؤال سیوم * کدام دو عدد اند که مجموع آنها ده است ومجموع مربعین آنها پنجاه وهشت ∴ جواب عدد اعظم را ک فرض کردم ومجموع را که ده معلوم است م فرض نمودم پس اصغر م − ک شد ومجموع مجذورین را که نیز معلوم است ب فرض کردم پس $ک^2 + (م - ک)^2 = 2ک^2 + م^2 - 2مک = ب$ بحسب السؤال بلکه $ک^2 + \frac{م^2}{2} - مک$ = $\frac{ب}{2}$ بحسب قسمت علی دو بلکه $ک^2 - مک = \frac{ب}{2} - \frac{م^2}{2} = \frac{ب - م^2}{2}$ بحسب الجبر درینصورت $ک^2 - مک + \frac{م^2}{4} = \frac{ب - م^2}{2} + \frac{م^2}{4} = \frac{2ب - م^2}{4}$ بحسب زیادت مربع نصف م پس $ک - \frac{م}{2} = \sqrt{\frac{2ب - م^2}{4}}$ بحسب التجذیر پس $ک = \pm\sqrt{\frac{2ب - م^2}{4}} + \frac{م}{2}$ واین عدد اعظم است وچون $م - \left\{\frac{م}{2} \pm \sqrt{\frac{2ب - م^2}{4}}\right\} = \pm\sqrt{\frac{2ب - م^2}{4}} + \frac{م^2}{2}$ = عدد اصغر است

وازین سبب عدد اعظم ۷ وعدد اصغر ۳ برآمد ❁ سؤال چهارم شخصی چادری خرید وبقیمت بست وچهار روپیه آنرا فروخت وجع بحساب في صد مثل اصل خرید حاصل شد پس مقدار اصل قیمت ومقدار نفع چه باشد ❁ جواب اصل قیمت را ک فرض کردم پس مقدار نفع ۲۴ − ک شد درینصورت بحسب اربعهٔ متناسبه که ۱۰۰ : ک :: ک : ۲۴ − ک) است بحسب سؤال پس بحسب مساوات مسطح الطرفین ووسطین ک^{۲} = ۱۰۰ × (۲۴ − ک) = ۲۴۰۰ − ۱۰۰ ک پس ک^{۲} + ۱۰۰ ک = ۲۴۰۰ وبحسب زیادت مربع نصف عدد ماقبل ک میشود ک^{۲} + ۱۰۰ ک + ۲۵۰۰ = ۲۴۰۰ + ۲۵۰۰ = ۴۹۰۰ وبحسب التجذیر ک + ۵۰ = ۷۰ پس ک = ۷۰ − ۵۰ = ۲۰) اصل قیمت چادر پس ۴ = نفع شد ❁ سؤال پنجم شخصی نرگاوان بقیمت هشتاد روپیه خرید کرد بحیثیتیکه اگر چهار رأس زیاده میشد قیمت في نرگاو از قیمت حال یک روپیه کم میشد پس نرگاو چند باشد ❁ جواب عدد نرگاوان را ک فرض کردم پس قیمت في رأس $\frac{۸۰}{ک}$ شد وبحسب زیادت چهار رأس قیمت في رأس $\frac{۸۰}{ک+۴}$ گردید درینصورت $\frac{۸۰}{ک}$ = $\frac{۸۰}{ک+۴}$ + ۱ بحسب السؤال شد بلکه ۸۰ = $\frac{۸۰ ک}{ک+۴}$ + ۱ ک بحسب الضرب بلکه ۸۰ ک + ۳۲۰ = ۸۰ ک + ک^{۲} + ۴ ک بحسب الترفیع بلکه ک^{۲} + ۴ ک = ۳۲۰ بحسب اسقاط متداخلین بلکه ک^{۲} + ۴ ک + ۴ = ۳۲۰ + ۴ = ۳۲۴ بحسب زیادت مربع نصف عدد ماقبل ک بلکه ک + ۲ = ۱۸ بحسب التجذیر بلکه ک = ۱۸ − ۲ = ۱۶ واین عدد نرگاوان مطلوب است ❁ سؤال ششم کدام دو عدد اند که مجموع آنها وحاصل الضرب آنها وتفاضل مجذورین آنها همه مساوي یک دیگر اند ❁ جواب عدد اعظم را ک وعدد اصغر را ے فرض کردم درینصورت ک + ے = ک ے ونیز ک + ے = ک^{۲} − ے^{۲} بحسب السؤال ونیز واحد = $\frac{ک^{۲} - ے^{۲}}{ک + ے}$ = ک − ے که خارج القسمة است بلکه ک = ے + ۱ وازین سبب (ے + ۱) + ے = (ے + ۱) × ے بلکه ۲ ے + ۱ = ے^{۲} + ے پس ے^{۲} − ے = ۱ وبحسب زیادت مربع نصف عدد ماقبل ے

میشود $\text{ے}^2 - \text{ے} + \frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{4}$ وبحسب التجذیر $\text{ے} - \frac{1}{2} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = \frac{8}{4} = \frac{8}{2}$ پس

ضرورةً $\text{ے} = \frac{8}{2} + \frac{1}{2} = \frac{8+1}{2}$ و $\text{ک} = \text{ے} + 1 = \frac{8+3}{2}$ وهرگاه این معادله را تبدیل

بعدد کرده شود باعتبار کسور اعشاریه پس $\text{ک} = \frac{2}{10000}$ و $\text{ے} = \frac{1}{10000}$ وهو المطلوب ❁

سؤال هفتم کدام چهار عدد اند علی نسبت عددی که تفاضل مابینها متساوی است وحاصل

الضرب طرفین ۴۵ وحاصل ضرب وسطین ۷۷ ∴ جواب عدد اول را) ک فرض کردم ومقدار

تفاضل مشترک را) ک درینصورت ک و ک + ے و ک + ۲ ے و ک + ۳ ے مقدار

هر چهار عدد باشد پس مسطح الطرفین ک × (ک + ۳ ے) = $\text{ک}^2 + 3\text{ک ے} = 45$

و (ک + ے) × (ک + ۲ ے) = مسطح الوسطین = $\text{ک}^2 + 3\text{ک ے} + 2\text{ے}^2 = 77$

بحسب السؤال درینصورت $2\text{ے}^2 = 77 - 45 = 32$ بحسب التفریق بلکه $\text{ے}^2 = 16$

بحسب القسمة بلکه ے = ۴ بحسب التجذیر پس $\text{ک}^2 + 3\text{ک ے} = \text{ک}^2 + 12\text{ک} = 45$

بحسب مقابلهٔ مسطح الطرفین بلکه $\text{ک}^2 + 12\text{ک} + 36 = 36 + 45 = 81$ بحسب زیادت

مربع نصف عدد ماقبل ک وبحسب التجذیر ک + ۶ = ۹ پس ک = ۳ درینصورت اعداد

اربعه ۳ و ۷ و ۱۱ و ۱۵ شد وهو المطلوب ❁ سؤال هشتم کدام سه عدد اند علی نسبت متوالیهٔ

هندسی که مجموع آنها ۱۴ ومجموع مجذورهای آنها ۸۴) است ∴ جواب درسه اعداد را

ک و ے و ر فرض کردم چون درسه اعداد متوالیه علی نسبت هندسی مسطح الطرفین

مساوی مربع وسطی باشد درینصورت $\text{ک ر} = \text{ے}^2$ وچون ک + ے + ر = ۱۴ و ک^2

+ ے^2 + ر^2 = ۸۴ بحسب السؤال است پس ک + ر = ۱۴ − ے بحسب مقابلهٔ اولی

و $\text{ک}^2 + 2\text{ک ر} + \text{ر}^2 = 196 - 28\text{ے} + \text{ے}^2$ بحسب التربیع بلکه $\text{ک}^2 + \text{ر}^2 + 2\text{ے}^2 =$

$196 + \text{ے}^2 - 28\text{ے}$ بحسب مساوات ۲ ک ر با ۲ ے^2 درینصورت $\text{ک}^2 + \text{ر}^2 + \text{ے}^2$

$= 196 - 28\text{ے}$ بحسب اسقاط المتداخلین بلکه $196 - 28\text{ے} = 84$ بحسب مساوات

مجموع مجذورات ازین سبب $\text{ے} = \frac{196 - 84}{28} = 4$ پس $\text{ک ر} = \text{ے}^2 = 16$ بلکه ک

$= \frac{16}{\text{ر}}$ بلکه $\text{ک} + \text{ے} + \text{ر} = \frac{16}{\text{ر}} + 4 + \text{ر} = 14$ بلکه $16 + 4\text{ر} + \text{ر}^2 = 14\text{ر}$ بحسب ضرب مخرج

بلکه ر^{۲} − ۱۰ ر = − ۱۶ بلکه ر^{۲} − ۱۰ ر + ۲۵ = ۲۵ − ۱۶ = ۹ بحسب زیادت موبع نصف عدد ما قبل
رپس ر − ۵ = ۳ بحسب التجذیر بلکه ر = ۳ + ۵ = ۸ وضرورةً ک = ۱۴ − ے − ر = ۱۴ −
۴ − ۸ = ۲ پس اعداد ثلثه ۲ و ۴ و ۸ مطلوب است ❁ سؤال نهم کدام دو عدد اند که مجموع
آنها س معلوم است و مسطح آنها ب معلوم و مقصود است دانستن مجموع مجذورین آنها
وکعبین آنها و مال مال آنها پس طریق آن چه باشد ❁ جواب آن هر دو را فرض کردم ک و ے
پس ک + ے = س و ک ے = ب بحسب السؤال بلکه (ک + ے)^{۲} = ک^{۲} + ۲ ک ے
+ ے^{۲} = س^{۲} بحسب التربیع و ک^{۲} + ۲ ک ے + ے^{۲} − ۲ ک ے = س^{۲} − ۲ ب
بلکه ک^{۲} + ے^{۲} = س^{۲} − ۲ ب = مجموع مجذورآن هر دو ونیز (ک^{۲} + ے^{۲}) × (ک + ے)
= (س^{۲} − ۲ ب) × س بحسب الضرب بلکه ک^{۳} + ک ے × (ک + ے) + ے^{۳} = س^{۳}
− ۲ س ب بلکه ک^{۳} + س ب + ے^{۳} = س^{۳} − ۲ س ب بسبب مساوات س ب و ک ے ×
(ک + ے) وازین سبب مجموع ک^{۳} + ے^{۳} = س^{۳} − ۳ س ب = مجموع کعب آن هر دو ونیز
چون (ک^{۳} + ے^{۳}) × (ک + ے) = (س^{۳} − ۳ س ب) × س بحسب الضرب بلکه ک^{۴}
+ ک ے × (ک^{۲} + ے^{۲}) + ے^{۴} = س^{۴} − ۳ س^{۲} ب بلکه ک^{۴} + ب × (س^{۲} − ۲ ب) +
ے^{۴} = س^{۴} − ۳ س^{۲} ب بسبب مساوات ب × (س^{۲} − ۲ ب) یا ک ے × (ک^{۲} + ے^{۲})
پس ضرورةً ک^{۴} + ے^{۴} = س^{۴} − ۳ س^{۲} ب − ب × (س^{۲} − ۲ ب) = س^{۴} − ۴ س^{۲} ب + ۲ ب^{۲} =
مجموع مال مال آنها وهمچنین تا هرجا که خواهند اخراج کنند ❁ سؤال دهم کدام چهار عدد اند
علی نسبت هندسي متوالي که مجموع آنها م معلوم است و مجموع مجذورهای آنها نیز ب
معلوم است و مقصود است استخراج آن اعداد ❁ جواب وسطین را ک و ے فرض کردم
درینصورت طرف اول $\frac{ک^{۲}}{ے}$ وطرف آخر $\frac{ے^{۲}}{ک}$ گردید بحسب خاصهٔ نسبت پس مجموع وسطین را
س فرض کردم و مسطح آنها ء درینصورت مجموع طرفین م − س خواهد بود بحسب السؤال
و مسطح طرفین نیز ء خواهد شد بحسب خاصهٔ اربعهٔ متناسبه وازین سبب ک^{۲} + ے^{۲} = س^{۲} −
۲ ء بموجب سؤال نهم ونیز $\frac{ک^{۴}}{ے^{۲}} + \frac{ے^{۴}}{ک^{۲}}$ = (م − س)^{۲} − ۲ ء ومجموع این هر دو = ک^{۲} + ے^{۲} +

$\frac{ک^۴}{ے^۲} + \frac{ے^۴}{ک^۲} = س^۲ + (م - س)^۲ - ۴ء = ب$ بحسب السؤال وچون $\frac{ک^۲}{ے} + \frac{ے^۲}{ک} = م - س$ بحسب السؤال است پس $ک^۳ + ے^۳ = ے ک \times (م - س) = ء \times (م - س)$ وهرگاه $ک^۳ + ے^۳ = س^۳ - ۳ س ء$ بموجب سؤال نهم است ازین سبب $ء \times (م - س) = س^۳ - ۳ س^۲ ء$ بحسب المساواة بلکه $ء م - ء س + ۳ ء س = ء م + ۲ ء س = س^۳$ بلکه $ء = \frac{س^۳}{م + ۲ س}$ بحسب القسمة بلکه $س^۲ + (م - س)^۲ - ۴ ء = س^۲ + (م - س)^۲ - \frac{۴ س^۳}{م + ۲ س} = ب$ بحسب المساواة بلکه $س^۲ + \frac{ب س}{م}$ $= \frac{م^۲ - ب}{۲}$ پس $س = \left[\frac{م^۲ - ب}{۲} + \frac{ب^۲}{۴ م^۲}\right]^{\frac{۱}{۲}} - \frac{ب}{۲ م}$ بحسب زیادت مربع نصف رقم ماقبل س و بتجذیر الطرفین پس هرگاه مقدار س معلوم شد همه مقدارهای ء و ک و ے بطور سهل متعین خواهند شد *

مطلب چهاردهم * در استخراج معادلات بوجه العام وآنرا (ایکویشن انجنرل) گویند (ایکویشن) بمعنی مقابله است و (انجنرل) بمعنی عام است و دران چند بیان است *

بیان اول در خاصیت وماهیت معادلات که آنرا (تیئوری) گویند بدانکه جمیع معادلات اعظم بسبب ضرب معادلات اصغر دریک دیگر که مشتمل بریک مقدار مجهول باشد حاصل میشوند * مثلاً معادلهٔ مربعی از ضرب دو معادلهٔ مفرد حاصل میشود و معادلهٔ کعبی بسبب ضرب سه معادلهٔ مفرد خواه یک معادله مربعی ویک معادله مفرد حاصل میشود و معادلهٔ مال مالی بسبب ضرب چهار معادلهٔ مفرد خواه دو معادلهٔ مربعی خواه یک معادلهٔ کعبی ویک معادلهٔ مفرد بهم میرسد وهمچنین معادلات دیگر چنانکه مقدار مجهول اگر در معادلات مفرد مساوی م و ب و س و ء باشد * مثل ک = م و ک = ب و ک = س و ک = ء و هرگاه ارقام این معادلات را بیک طرف معادله آورده شود پس ک - م = ۰ و ک - ب = ۰ و ک - س = ۰ و ک - ء = ۰ خواهند شد وحاصل ضرب کدام دو دو از آنها مثل (ک - م) × (ک - ب) = ۰ یک مقابله مربعی خواهد شد یا معادله دو مقداری ونیز حاصل ضرب سه از آنها مثل (ک - م)

×(ک − ب)×(ک − س) = ۰ صورت یک معادله کعبي خواهد شد یا معادله سه مقداري ونیز حاصل الضرب چهار ازانها مثل (ک − م)×(ک − ب)×(ک − س)×(ک − ء) = ۰ صورت یکمعادلهٔ مالمالي خواهد شد یا صورت یکمعادله چهار مقداري و هکذا بعد ذلک پس درینصورت هریک ازان مقادیر معلومات که درمقابلهٔ معادل مفرد مجهول بودند درمعادلهٔ مرکب اعظم حاصل ضرب هریک درمقدار مجهول است یا هریک بامقدار مجهول وصل کرده شده اند * مثلاً اگرهریک مقدار ک که مروب وس وء فرض کرده شده است هرگاه بیکطرف آورده وبرای معادلهٔ مالمالي باهم ضرب کرده شود مثل (ک − م)× (ک − ب)×(ک − س)×(ک − ء) همه ارقام این مقابله معدوم خواهد شد ومجموع مساوي صفر که لاشيء است خواهد بود چراکه درینجا سوای آن هرچهار مقدار که بمقام ک آورده شده اند دیگر نیستند پس حاصل ترکیب معدوم خواهد بود ومساوي معادلهٔ منفي که ازترکیب امثال هریکی ازان هرچهار ضلع اول حاصل است یا ازترکیب هریکی ازان هرچهار مقادیر معلومه پیدا میشود خواهد بود وبعد ازمساواة وترکیب همه امثال مقادیر معلومه که شامل مقدار مجهول خواهد بود منفي خواهد افتاد * مثلاً اگرچهار مقدار مروب وس وء را بعدد تعبیر کنم ۱ و ۲ و ۳ و ۴ پس ضرورةً درمال مالي معادلهٔ ک^۴ − ۱۰ ک^۲ + ۳۵ ک^۲ − ۵۰ ک + ۲۴ = ۰ خواهد بود وبلاشبهه است که اینجا دیگر مقدار ک سوای این هرچهار متعین نمیتواند شد چراکه اگرکدام عدد دیگر درین معادله بجای ک متعین کرده شود هیچ از ارقام معدوم نمیتواند شد واین بسبب آنست که درمعادلهٔ مذکور مقدار ک راکه مختلف است هرعدد که ازاعداد اربعهٔ مذکوره فرض کنم میتواند شد ودرینصورت بسبب حاصل منفي مساواة باصفر است بحسب مناسب این معادله وچون مقادیر مقابله مفرد مثبت ومنفي هردو میتواند شد چنانکه اگرفرض کنم ک = − م وک = ب وک = − س وک = ء اینجا خواهند بود ک + م = ۰ وک − ب = ۰ وک + س = ۰ وک − ء = ۰ وازین سبب درمالمالي معادله (ک + م)×(ک − ب)×(ک + س)×(ک − ء) = ۰ آن همه مقادیر معلومه − م و + ب و − س و + ء ضلعهای آن مقابله خواهند بود پس نشانها وعدد ماقبل این مقابله بموجب نقشهٔ منفصلهٔ ذیل بخوبي مفهوم خواهد شد * مثلاً مقابله

مفرد ک − م و ک − ب وغیران باشد پس همیشه مضروب یکدیگر معادلات اعظم متوالیه خواهد بود بدینصورت ک − م = ۰ مضروب

ک − ب = ۰ مضروب فیه

ک² − م ک − ب ک + ب م = ۰ حاصل الضرب مربعي معادله است وهرگاه این را در ک − س = ۰ ضرب کنم حاصل ک³ − (م + ب + س) ک² + (م ب + م س + ب م) ک − م ب س = ۰ این مرکب کعبي معادله است وهرگاه این را در ک − ع = ۰ ضرب کنم حاصل ک⁴ − (م + ب + س + ع) ک³ + (م ب + م س + م ع + ب س + ب ع + س ع) ک² − (م ب س + م ب ع + م س ع + ب س ع) ک + م ب س ع = ۰) این معادلهٔ مالمالي است درینجا لحاظ باید کرد که عدد ماقبل رقم دویم مساوي مجموع همه مقادیر معلومه است مع تبدیل نشانهای مثبت ومنفي وعدد ماقبل رقم سیوم مساوي مجموع حاصل ضربهای آن همه مقادیر از روي ضرب آن دو دو مقادیر بایک دیگر است وعدد ماقبل رقم چهارم مساوي مجموع حاصل ضرب سه سه مقادیر است ورقم آخر مساوي با حاصل الضرب همه آن مقادیر با یکدیگر است مع نشان مثبت ومنفي بحسب مناسب ونیز لحاظ باید کرد که همه نشانهای مثبت ومنفي جمیع ارقام بترتیب واقع شده اند منفي بعد مثبت ورقم اول همیشه مثبت وبدون عدد ماقبل می باشد وآن مقدار مضلع اعظم مجهول است ورقم دویم مضلع مجهول که تحت مضلع اعظم است مضروب در مجموع مقادیر معلومه مع نشان منفي است ورقم سیوم مضلع تحتاني رقم دویم است مع مجموع حاصل ضرب دو دو مقادیر معلومه وازین سبب مثبت واقع خواهد شد وهمچنین رقم چهارم مضلع تحتاني رقم سیوم میشود مع مجموع حاصل ضربهای سه سه مقادیر معلومه وضرورةً منفي واقع خواهد شد وهمچنین اگر بعد آن دیگر مضلعات تحتاني هم باشند بهمان نسبت واقع میشوند وازین بیان ظاهر است که اگر همه مقادیر معلومه مثبت باشند پس همه نشانهای ارقام مضلع اعظم مثبت ومنفي خواهد بود بالترتیب واگر همه مقادیر معلومه منفي بوند همه ارقام مثبت خواهند بود وازینجا ظاهر شد که هرگاه همه مقادیر مقابلهٔ مفرد ومنفي باشند تبدیل نشان نخواهد شد وبالجمله هرقدر که مقادیر مثبت در هریک مقابله خواهند بود همان قدر نشانها

متبدل ازطرف مثبت بطرف منفي يا ازطرف منفي بطرف مثبت خواهندشد وباقي همه منفي وبدين سبب درمربعي مقابله اگردود ومقاديرمتقابلين مفردين مثبت باشند يايکي منفي بود پس يک نشان مثبت ويک نشان منفي خواهدافتاد چنانکه درين مقابله ک^۲ − (م + ب) ک + مرب = ۰ خواه (ک − م) × (ک − ب) = ۰) اينجا دونشان مختلف است وازين جهت هردومقدارمعلوم مقابلهٔ مفرد مثبت است وهمچنين درين مقابله ک^۲ + (م + ب) ک + مرب = ۰ خواه (ک + م) × (ک + ب) اينجادرنشانها اختلاف نيست لهذاضرورةً هردومقابلهٔ معلومه معادلين مفردين منفي خواهندبود وهمچنين درين مقابله ک^۲ − (م − ب) ک − مرب = ۰ خواه (ک − م) × (ک + ب) چون اينجاهردونشان منفي اند پس ضرورةً يک مقدار معادلهٔ مفرد مثبت خواهدبود ويکي منفي چراکه رقم اول مثبت است وآخرمنفي پس اينجا تبديل نشان رقم دويم ضرورةً ازطرف مثبت بطرف منفي خواهدشد وهمچنين درکعبي مقابله ها همه مقاديرمعلومه معادلات مفرده ممکن است که مثبت باشند يا همه منفي يادوازانها منفي ويکي مثبت يايکي منفي ودومثبت چنانکه درين مقابله (ک − م) × (ک − ب) × (ک − س) = ۰ نشانهاي اين معادله علي الترتيب مثبت ومنفي خواهندبود چراکه عدد منزل کعب سه وفرد است واين ارقام معلومه ضرورةً همه مثبت خواهندبود وهمچنين درين مقابله (ک + م) × (ک + ب) × (ک + س) = ۰ هيچ جا نشان متبدل نخواهدشد بلکه همه نشان مثبت خواهدافتاد وضرورةً ارقام معلومهٔ اين معادله همه منفي خواهندبود وهمچنين درين معادله ک^۳ − (م + ب − س) ک^۲ + (مرب − مرس − بس) ک + مربس = ۰ يا (ک − م) × (ک − ب) × (ک + س) دونشان متبدل اند پس دومقدارمعلوم ازين معادله مثبت اند ويکي منفي درينصورت اگر م + ب) اعظم ازس باشد عدد ماقبل رقم دويم يعني − م − ب + س ضرورةً منفي خواهدبود واگر م + ب) اصغرازس باشد عدد ماقبل رقم سيوم ضرورةً منفي شود پس عدد ماقبل ک يعني مرب − مرس − بس درهمان صورت منفي گردد وهمچنين درين مقابله ک^۳ + (م + ب − س) ک^۲ + (مرب − مرس − بس) ک − مربس = ۰ چون اينجا صرف يک نشان متبدل است ازين سبب يکي از مقاديرمعلومه مثبت است ودیگردومنفي درينصورت اگر م + ب اصغرازس باشد عدد ماقبل

رقم دویم منفي خواهد بود وسوم نیز ضرورةً منفي شود واگر م + ب) اعظم از م باشد رقم دویم مثبت خواهد بود لیکن تبدل در دیگرو نشان بحسب دو مقدار دیگر خواهد شد * واز بیان این ترکیب رقم اخیر این معادلهٔ اعظم که مقسوم مفروض گردد حقیقت آن منکشف می شود و قاعده برای بهم رسانیدن هر مقدار در جمیع اقسام معادله حاصل می شود *

بیان دویم در قواعد و دران چند مسئله است

مسئلهٔ اولی در زیاده کردن یا ناقص کردن مقادیر ضلع یک مقابله معلوم بقدر کدام مقدار معلوم *

قاعدهٔ اولی کدام مقدار نو فرض کنند وآنرا مع مقدار معلوم با نشان مثبت خواه منفي حسب مطلوب وصل کنند و مضلعهای آنرا در همان مقابله بعوض مضلعهای مقدار مجهول درست سازند تا که یک مقابلهٔ نو بهم رسد و باید دانست که هرگاه در یک کعبي مقابلهٔ ضلع مرکب از ضلعین متساویین باشد پس آن مقابله فرود آورده می شود بطرف یک مقدار اصغر و بوسیلهٔ استخراج آن حصول مقدار مجهول آسان تر می شود ❁ مثال اول یک مربعی مقابله است $ک^۲ + ۸ ک + ۱۵ = ۰$ و میخواهم که مقابلهٔ دیگر از مقدارے که مع هفت ناقص معادل مقدار ک باشد درست سازم درینصورت $ک = ے - ۷$ فرض کردم واین را بعوض مقابلهٔ مذکور درست ساختم بدینصورت

$$ک^۲ = ے^۲ - ۱۴ ے + ۴۹$$

$$۸ ک = * + ۸ ے - ۵۶$$

$$۱۵ + * = * + ۱۵$$

$$ے^۲ - ۶ ے + ۸ = ۰$$ واین مقابله مطلوب است

مثال دیگر $ک^۲ - ب ک + ب ک - ر = ۰$ و میخواهم که این معادله را در معادلهٔ مجهول دیگر بیارم که مقدار ک بقدر م زائد باشد پس $ک = ے + م$ فرض کردم بدینصورت

$$\text{ک}^{۳} = \text{ے}^{۳} + ۳\,\text{س}\,\text{ے}^{۲} + ۳\,\text{س}^{۲}\,\text{ے} + \text{س}^{۳}$$

$$-\text{ب}\,\text{ک}^{۲} = -\text{ب}\,\text{ے}^{۲} - ۲\text{ب}\,\text{س}\,\text{ے} - \text{ب}\,\text{س}^{۲}$$

$$+\text{ب}\,\text{ک} = \qquad\qquad + \text{ب}\,\text{ے} + \text{ب}\,\text{س}$$

$$-\text{ر} = \qquad\qquad\qquad -\text{ر}$$

ومجموع این مقادیر = ۰ واین مقابلهٔ نومطلوب است

فائده درمثال اول دومقدار ک درمقابلهٔ مفرد یکی — ۳ دویم — ۵ میتواند شد وهمچنین دومقدار درمقابلهٔ $\text{ے}^{۲}$ — ۶ ے + ۸ = ۰ دو وچهار است وازین سبب تفاضل هفت میشود چنانکه مطلوب است وهمچنین درمعادلهٔ ثانیه که کعبي است رقم اخیرمعادله متبدله مساوي است بامعلومات مقابلهٔ اصل بحسب تفاضل س وازسبب این معلومات اگررقم اخیرکدام معادله معلوم شود مجهول بطورسهل خارج میتواند شد چنانکه ازمثال واضح میشود ❁ مثال $\text{ک}^{۳} + \text{ک}^{۲} - ۱۰\,\text{ک} + ۸ = ۰$ ومیخواهم که مقابلهٔ نودرست کنم بحیثیتیکه ضلع آن مع چهار ناقص برابر ک باشد فرض کردم ک = ے — ۴ پس

$$\text{ک}^{۳} = \text{ے}^{۳} - ۱۲\,\text{ے}^{۲} + ۴۸\,\text{ے} - ۶۴$$

$$+\ \text{ک}^{۲} = \qquad + \text{ے}^{۲} - ۸\,\text{ے} + ۱۶$$

$$-۱۰\,\text{ک} = \qquad\qquad -۱۰\,\text{ے} + ۴۰$$

$$+۸ = \qquad\qquad\qquad +۸$$

$$\text{مجموع} = \text{ے}^{۳} - ۱۱\,\text{ے}^{۲} + ۳۰\,\text{ے} = ۰$$

واین مقابله مطلوب است

وبحسب قسمت علی ے خواهد شد $\text{ے}^{۲}$ — ۱۱ ے + ۳۰ = ۰ بلکه ے = ۶ وضرورةً ک = ۲ ودرین مثال معادلهٔ معلومه بطرف یک معادلهٔ مربعي فرود آمده ورقم اخیرمعدوم شد بسبب اختیارکردن — ۴ درینصورت — ۴ هم یکی ازضلعهای این معادله ومساوي ک ست وچون ضلعهای مثبت هریک مقابله متبدل میشود با مقدار منفي متساوی القدر وضلعهای منفي با مقدار مثبت صرف بسبب تبدیل نشانهای ارقام علی الترتیب شروع از

لفظ دویم چنانکه ضلعهای مقابله $ک^۴ - ک^۳ - ۱۹ ک^۲ + ۴۹ ک - ۳۰ = ۰$) اینجا + ۱ و + ۲ و + ۳ و − ۵) است لیکن بسبب تبدیل نشان صرف دویم و سیوم مقابله $ک^۴ + ک^۳ - ۱۹ ک^۲ - ۴۹ ک - ۳۰ = ۰$ ضلعهای آن میشود − ۱ و − ۲ و − ۳ و + ۵ لهذا همه ضلعهای یک مقابله مثبت باشد خواه منفي متعین میشود بحسب زیادت یا نقصان هریک ازان بقدر مقدار معلوم *

مسئلهٔ دویم در معدوم کردن رقم دویم در هریک مقابله که خواهند وطریقش آنست که عدد ماقبل رقم دویم را بر عدد منزل مضلع اعظم قسمت کنند وخارج را مع تبدیل نشان مثبت یا منفي باکدام مفروض نو وصل کنند ومضلعات بحسب معادلهٔ مطلوبه درست سازند پس رقم دویم معدوم خواهد شد ** مثال $ک^۲ - ۸ ک + ۱۵ = ۰$ میخواهم که معادلهٔ نو پیدا کنم که دران رقم دویم نباشد پس الا هشت را که عدد ماقبل رقم دویم بود برد و که عدد منزل مضلع اعظم است قسمت کردم خارج − ۴ شد آنرا بتبدیل نشان با عدد مفروض دیگر که $ے$ باشد وصل کردم ومضلعات آن ساختم بدینصورت $ک = ے + ۴$ پس

$$ک^۲ = ے^۲ + ۸ ے + ۱۶$$
$$-۸ ک = -۸ ے - ۳۲$$
$$+۱۵ = +۱۵$$
$$\text{مجموع} = ے^۲ - ۱ = ۰$$

ازین مثال ظاهر است که هر معادلهٔ مربعي بدون تکمیل مجذور بسبب معدوم شدن رقم دویم حل میشود چراکه $ے^۲ = ۱$ خواه $ے = \sqrt{۱} = ۱$ پس $ک = ے + ۴ = ۱ + ۴ = ۵$ واین ضلع مطلوب است ومساوي با حاصل معادله مربعي میشود ** مثال دویم $ک^۳ - ۹ ک^۲ + ۲۶ ک - ۳۴ = ۰$ و میخواهم که رقم دویم را در معادلهٔ نو معدوم کنم پس نُه را که عدد ماقبل رقم دویم است بر سه که عدد منزل مضلع اعظم است قسمت کردم خارج − ۳ شد وآنرا تبدیل با مثبت نموده با مفروض آخر که $ے$ باشد وصل کردم $ک = ے + ۳$ گردید درینصورت مضلعات آن بموجب معادلهٔ مذکوره درست ساختم حاصل مطلوب شد بدینصورت

$$\text{ک}^{۳} = \text{ے}^{۳} + ۹\,\text{ے}^{۲} + ۲۷\,\text{ے} + ۲۷$$
$$-۹\,\text{ک}^{۲} = -۹\,\text{ے}^{۲} - ۶۴\,\text{ے} - ۸۱$$
$$+۲۶\,\text{ک} = +۲۶\,\text{ے} + ۷۸$$
$$-۳۴ = -۳۴$$

مجموع = $\text{ے}^{۳} - \text{ے} - ۱۰ = ۰$ وهو المطلوب ❁

مثال سیوم $\text{ک}^{۴} + ۸\,\text{ک}^{۳} - ۶\,\text{ک}^{۲} + ۱۰\,\text{ک} - ۴ = ۰$ پس میخواهم که رقم دویم معادله معدوم کنم پس هشت را که عدد ما قبل رقم دویم است بر ۴ که عدد منزل مضلع اعظم است قسمت نمودم خارج دو مثبت شد آنرا مع تبدیل نشان با ے که مفروض آخر است جمع نمودم ک = ے − ۲ شد مضلعات آنرا جمع کردم مطلوب برآمد بدینصورت

$$+\text{ک}^{۴} = \text{ے}^{۴} - ۸\,\text{ے}^{۳} + ۲۴\,\text{ے}^{۲} - ۳۲\,\text{ے} + ۱۶$$
$$+۸\,\text{ک}^{۳} = +۸\,\text{ے}^{۳} - ۴۸\,\text{ے}^{۲} + ۹۶\,\text{ے} - ۶۴$$
$$-۶\,\text{ک}^{۲} = -۶\,\text{ے}^{۲} - ۲۰\,\text{ے} - ۲۰$$
$$+۱۰\,\text{ک} = +۱۰\,\text{ے} - ۲۰$$
$$-۴ = -۴$$

مجموع = $\text{ے}^{۴} - ۲۹\,\text{ے}^{۲} + ۹۴\,\text{ے} - ۹۲ = ۰$ وهو المطلوب ❁

مثال چهارم $\text{ک}^{۴} - \text{ب}\,\text{ک}^{۳} + \text{ح}\,\text{ک}^{۲} - \text{ر}\,\text{ک} + ۱ = ۰$ پس میخواهم که رقم دویم را در معادلهٔ نو معدوم کنم پس − ب را که عدد ما قبل رقم دویم است بر ۴ که عدد منزل مضلع اعظم است قسمت نمودم خارج $-\frac{\text{ب}}{۴}$ شد و آنرا مع تبدیل نشان با ے که مفروض آخر است جمع کردم ک = ے + $\frac{\text{ب}}{۴}$ شد پس مضلعات آن بحسب معادلهٔ مطلوبه حاصل ساخته بدینصورت

گردید ..... $\text{ک}^{۴} = \text{ے}^{۴} + \text{ب}\,\text{ے}^{۳} + ۳\,\frac{\text{ب}^{۲}\,\text{ے}^{۲}}{۸} + \frac{\text{ب}^{۳}\,\text{ے}}{۱۶} + \frac{\text{ب}^{۴}}{۶۴}$

$-\,\text{ب}\,\text{ک}^{۳} = ۰ \quad -\,\text{ب}\,\text{ے}^{۳} - ۳\,\frac{\text{ب}^{۲}\,\text{ے}^{۲}}{۴} - \frac{۳\,\text{ب}^{۳}\,\text{ے}}{۱۶} - \frac{\text{ب}^{۴}}{۶۴}$

$+\,\text{ح}\,\text{ک}^{۲} = \quad + \text{ح}\,\text{ے}^{۲} + \frac{\text{ب}\,\text{ح}\,\text{ے}}{۲} + \frac{\text{ح}\,\text{ب}^{۲}}{۱۶}$

$-\,\text{ر}\,\text{ک} = \quad - \text{ر}\,\text{ے} - \frac{\text{ر}\,\text{ب}}{۴}$

$+ \quad = \quad ۱ \quad + \quad ۱$

ومجموع آنها مقابله مطلوب است ❊

فائده چون مجموع همه ارقام معلومه درهریک مقابلهٔ مساوي با عدد ماقبل رقم دویم میشود هرگاه رقم دویم معدوم شد پس ضلعهای همه مقابلهٔ مثبت ومنفي هرد ومیتواند شد چراکه مجموع ضلعهای مثبت مساوي مجموع منفي است * مثلا درین کعبي مقابلهٔ $\text{ک}^{۲} - ۷\,\text{ک} = ۶$ درینجاسه ضلع میشوند + ۳ و − ۲ و − ۱ وظاهراست که ۳ = ۲ + ۱ *

مسئلهٔ سیوم دراستخراج ضلعهای معادلات بشرطیکه منطق باشند *

فائده مقسوم علیهای رقم اخیربهم باید رسانید که ازروی قسمت صحیح برکدام کدام رقم قسمت می پذیرد وهریکی ازان مقسوم علیهای را یکی بعد دیگری بعوض مقدار مجهول متعین نموده مضلعات آن بحسب مقابلهٔ مطلوبه درست سازند وچون ارقام مثبت ومنفي معدوم کنندهٔ یک دیگراند لهذا آن مقسوم علیها متبدل بمثبت ومنفي برای هریکی ازضلعهای آن مقابله خواهند شد واگرهیچ یکی ازین مقسوم علیها حسب مطلوب نبود پس ضلعهای آن مقابله اصم خواهند بود مثبت باشند خواه منفي خواه سؤال محال خواهد بود ونیز اگرمقسوم علیهای رقم اخیر کثیر باشند پس آن مقابله را دردیگرمقابله اصغر بطریق زائد ویا ناقص بموجب مسئلهٔ اولی بقدریک مقدارمعلوم وحسب مناسب درست سازند ❊ مثال اول $\text{ک}^{۳} - ۴\,\text{ک}^{۲} - ۷\,\text{ک} + ۱۰ = ۰$ پس ضلع اول که مجهول است چه باشد چون مقسوم علیهای رقم اخیرکه ده است + ۱ و − ۱ و + ۲ و − ۲ و + ۵ و − ۵ و + ۱۰ و − ۱۰) است وهرگاه رقم اخیر هرمقابلهٔ مساوي

باحاصل ضرب همه ضلعهای این مقابله دریک دیگرمی باشد لهذا ضرورةً حاجت بهم رسانیدن مقسوم علیه ها درعدد شد وآنهارا علی التوالي با مقدار ک که مجهول است بدل کرده مضلعات بحسب مقابلهٔ مطلوبه درست ساختم بدینصورت

ک = ۱ درینصورت ۱ − ۴ − ۷ + ۱۰ = ۰

ک = − ۱ درینصورت − ۱ − ۴ + ۷ + ۱۰ = ۱۲

ک = ۲ درینصورت ۸ − ۱۶ − ۱۴ + ۱۰ = − ۱۲

ک = − ۲ درینصورت − ۸ − ۱۶ + ۱۴ + ۱۰ = ۰

ک = ۵ درینصورت ۱۲۵ − ۱۰۰ − ۳۵ + ۱۰ = ۰

ازین سبب + ۱ و − ۲ و + ۵) این سه ضلع فرداً فرداً مقدار ک مجهول مطلوب است ❁ مثال دویم

$ے^۴ - ۴ ے^۳ - ۸ ے + ۳۲ = ۰$ پس مقدار ے چه باشد درینجا معادلهٔ مذکوره رابطرف معادلهٔ دیگر تبدیل کردم تامقسوم علیه ها اصغر وکمتر واقع شوند پس فرض کردم ے = ک + ۱

درینصورت $ے^۴ = ک^۴ + ۴ ک^۳ + ۶ ک^۲ + ۴ ک + ۱$

$- ۴ ے^۳ = * - ۴ ک^۳ - ۱۲ ک^۲ - ۱۲ ک - ۴$

$- ۸ ے = * * * - ۸ ک - ۸$

$+ ۳۲ = * * * * + ۳۲$

$ک^۴ * - ۶ ک^۲ - ۱۶ ک + ۲۱ = ۰$

این مقابله نواست

پس مقسوم علیه‌های رقم اخیرکه ۲۱) است حاصل کردم ۱ و − او + ۳ و − ۳ و + ۷ و − ۷ و − ۲۱ و + ۲۱ شد وهرگاه آنهارا ازمقدار ک بدل کرده معادله درست ساختم بدینصورت شد

۱ − ۶ − ۱۶ + ۲۱ = ۰

۱ − ۶ + ۱۶ + ۲۱ = ۳۲

۸۱ − ۵۴ − ۴۸ + ۲۱ = ۰

۸۱ − ۵۴ + ۴۸ + ۲۱ = ۹۶

چون دیگرهیچ عدد ازمقسوم علیه‌ها حسب مطلوب نبود لهذا بهمین اکتفا کرده شد ودرینصورت

قکد

واحد وسه مقدار ک مجهول برآمد پس ے = ۲ خواه ۴ شد ** مثال سیوم ک^۳ + ۳ مر ک^۲ − ۴ مر^۲ ک − ۱۲ مر^۳ = ۰ پس درینجا مقدار ک مجهول است وچون مقسوم علیه های رقم اخیر که ۱۲ مر^۳) است ۱ و − ۱ و ۲ و − ۲ و ۳ و − ۳ و ۴ و − ۴ و ۶ و − ۶ و ۱۲ و − ۱۲ میشود درینصورت بحسب تبدیل آنها بامقدار ک مضلعات آنها بدینصورت شد

ک = ۱ پس ۱ + ۳ − ۴ − ۱۲ = − ۱۲

ک = − ۱ پس − ۱ + ۳ + ۴ − ۱۲ = − ۶

ک = ۲ پس ۸ + ۱۲ − ۸ − ۱۲ = ۰

ک = − ۲ پس − ۸ + ۱۲ + ۸ − ۱۲ = ۰

ک = ۳ پس ۲۷ + ۲۷ − ۱۲ − ۱۲ = ۳۰

ک = − ۳ پس − ۲۷ + ۲۷ + ۱۲ − ۱۲ = ۰

درینصورت سه ضلع اعني ۲ مر خواه − ۲ مر خواه − ۳ مر = ک مجهول است وهو المطلوب *

مسئلهٔ چهارم درمتعین نمودن ضلعهای مقابله بموجب قاعده (سرایزک نیوتن)[۳] که ازترکیب مقسوم علیه های صحیح مقرر نموده است *

قاعده اول مقدار مجهول را باسه عدد یا زیاده ازان از اعداد متوالیه برنسبت عددي متبدل سازند مثل ۲ و ۱ و ۰ و − ۱ و − ۲ وبعد ازان مقابلات نو بحسب مقابلهٔ مطلوبه از هر واحد ازان اعداد حاصل ساخته حاصل را و مقسوم علیه های حاصل طرف اخیر را درمیان خطهای

---

(۳) حکیمی بود که جمیع حکمای فرنگ او را امام ورئیس خود پنداشته اند حکیم مذکور درسنه ۱۶۱۲ عیسوي مطابق سنه ۱۰۲۱ هجري قدسي پیدا شده درسنه ۱۷۲۶ عیسوي مطابق ۱۱۳۹ هجري وفات یافت *

هذا قول اشرف من اقواله الشریفة

وهو ان کان البعد بین الجسمین محسوسا فهما یتجاذبان بحیث تکون قوة التجاذب وقدر مربع البعد متناسبي التکافي مثلا لیکن مر آ ب ج) اجساما بحیث تکون مر آ ب ج متساویة القدر ویکون بعد ا من مر واحدا خطیا وبعد ب من مر ۲ وبعد ج من مر ۳ فتکون قوة التجاذب بین مر ا واحدا وقوة التجاذب بین مر ب ربعا وقوة التجاذب بین مر ج تسعا وعلی هذا القیاس * وهذه القاعدة عامة لجمیع الاجسام من ایّ قسم کانت ارضیة او سماویة سفلیة او علویة *

مستقیم مقابل ارقام آن اعداد علی الترتیب بنویسند وبعد ازان ازمیان آن مقسوم علیه ها اعدادی راکه علی نسبت متوالیه عددي باشند صعوداً خواه نزولاً وتفاضل مابین آنها بقدر عدد ماقبل مضلع اعظم بود درمیان خط دیگر مقابل یک دیگر بنویسند پس عددی راکه محاذي صفر بهم رسد آنرا برتفاضل مشترک قسمت سازند خواه عددی دیگر مناسب ازهمان ارقام مابین آن بهم رسانند وماقبل خارج قسمت نشان زائد یا ناقص حسب مناسب ثبت نموده مقدار مجهول را ازان تبدیل ساخته ضلع مقابله حاصل سازند وهرجاکه دریک سلسلهٔ متوالیه عددی متعین نشود ضرورة هریک اعداد جداجداکه مقابل صفر واقع شوند ازامتحان برآورده خواهند شد ❁ مثال $ک^۳ - ک^۲ - ۱۰ ک + ۶ = ۰$ پس مقدار ک چه باشد اینجا مقدار ک راباعداد متوالیه عددي ۲ و ۱ و ۰ و — ۱ تعبیر نموده بحسب مقابلهٔ مطلوبه ازهریکی مقابلات نود رست ساختم بدینصورت شد

ک = ۲ پس ۸ — ۴ — ۲۰ + ۶ = — ۱۰

ک = ۱ پس ۱ — ۱ — ۱۰ + ۶ = — ۴

ک = ۰ پس ۰ ۰ ۰ + ۶ = ۶

ک = — ۱ پس — ۱ — ۱ + ۱۰ + ۶ = ۱۴

بعد ازان اعداد متوالیه را مع حاصل طرف اخیر آنها ومقسوم علیه های حاصل آنها واعداد غیرمشترکهٔ آنها مابین خطوط مستقیم نوشتم بدینصورت

سلسلهٔ اعداد	حاصل	مقسوم علیه های حاصل	سلسلهٔ دوم ازمقسوم علیه ها
۲	— ۱۰	۱ و ۲ و ۵ و ۱۰	۵
۱	— ۴	۱ و ۲ و ۴	۴
۰	+ ۶	۱ و ۲ و ۳ و ۶	۳
— ۱	+ ۱۴	۱ و ۲ و ۷ و ۱۴	۲

چون درینجا رقم سه مقابل صفر واقع شده پس آنرا برواحد که تفاضل مشترک است قسمت نمودم نیز خارج سه شد چون ازسه مثبت مطلوب حاصل نمی شود لهذا آنرا منفي نموده آنرا

ازمقدار ک بدل کردم پس − ۲۷ − ۹ + ۳۰ + ۶ = ۰ میشود درینصورت − ۳ ضلع مطلوب است ❁ مثال دویم ۲ ک^{۳} − ۵ ک^{۲} + ۴ ک − ۱۰ = ۰ پس مقدار ک چه باشد ؛ جواب مقدار ک را با اعداد متوالیه ۲ و ۱ و ۰ و − ۱ و − ۲ تعبیر کردم ومقابلات درست ساختم بدینصورت

ک = ۲ پس ۱۶ − ۲۰ + ۸ − ۱۰ = − ۶

ک = ۱ پس ۲ − ۵ + ۴ − ۱۰ = − ۹

ک = ۰ پس ۰ ۰ ۰ − ۱۰ = − ۱۰

ک = − ۱ پس − ۲ − ۵ − ۴ − ۱۰ = − ۲۱

ک = − ۲ پس − ۱۶ − ۲۰ − ۸ − ۱۰ = − ۵۴

اعداد سلسله	اعداد حواصل	مقسوم علیه‌ها	سلسلهٔ دویم از مقسوم علیه‌ها
۲	− ۶	۱ و ۲ و ۳ و ۶	۱
۱	− ۹	۱ و ۳ و ۹	۳
۰	− ۱۰	۱ و ۲ و ۵ و ۱۰	۵
− ۱	− ۲۱	۱ و ۳ و ۷ و ۲۱	۷
− ۲	− ۵۴	۱ و ۲ و ۳ و ۶ و ۹	۹

چون پنج مقابل صفر واقع شده لهذا انرا بر تفاضل مشترک که مساوي عدد ما قبل مضلع اعظم است قسمت نمودم خارج قسمت ½ ۲ گردید و آن مقدار ک مطلوب است ❁ مثال سیوم ک^{۴} + ک^{۳} − ۲۹ ک^{۲} − ۹ ک + ۱۸۰ = ۰ پس مقدار ک چه باشد ؛ جواب مقدار ک را با اعداد متوالیه ۲ و ۱ و ۰ و − ۱ و − ۲ تعبیر کردم ومقابلات درست ساختم بدینصورت

ک = ۲ پس ۱۶ + ۸ − ۱۱۶ − ۱۸ + ۱۸۰ = ۷۰

ک = ۱ پس ۱ + ۱ − ۲۹ − ۹ + ۱۸۰ = ۱۴۴

ک = ۰ پس ۰ ۰ ۰ ۰ + ۱۸۰ = ۱۸۰

ک = − ۱ پس ۱ − ۱ − ۲۹ + ۹ + ۱۸۰ = ۱۶۰

ک = − ۲ پس ۱۶ − ۸ − ۱۱۶ + ۱۸ + ۱۸۰ = ۹۰

سلسلهٔ اعداد	حواصل	مقسوم علیه ها
۱	۷۰	۱ و ۳ و ۵ و ۷ و ۱۰ و ۱۴ وغیره
۲	۱۴۴	۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۶ و ۸ وغیره
۰	۱۸۰	۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ وغیره
۱—	۱۶۰	۱ و ۲ و ۴ و ۵ و ۸ و ۱۰ وغیره
۲—	۹۰	۱ و ۲ و ۳ و ۵ و ۶ و ۹ وغیره

سلسلهٔ دویم مقسوم علیه	سلسلهٔ سیوم مقسوم علیه	سلسلهٔ چهارم مقسوم علیه	سلسلهٔ پنجم مقسوم علیه
۱	۲	۵	۷
۲	۳	۴	۶
۳	۴	۳	۵
۴	۵	۲	۴
۵	۶	۱	۳

چون درینجا چهار سلسله متوالیه از مقسوم علیه‌ها حاصل شده ودر هر چهار سلسله صفر مقابل عدد سه وچهار وپنج واقع شده وچون تفاضل مشترک واحد است لهذا از روی قسمت هم همان اعداد حاصل شدند وچون آنهارا امتحان کردم +۳ و+۴ و—۳ و—۵) این همه اعداد فردا فردا مساوي ک حاصل شدند *

مسئلهٔ پنجم در استخراج ضلع اول معادله کعبي بطریق خاص

قاعده اول رقم دوم معادلهٔ کعبي راکه رقم مال است بموجب مسئلهٔ دوم معدوم سازند پس آن معادلهٔ کعبي بطرف شکل هذا راجع خواهد شد $ک^{۳} \pm مک = \pm ب$ وچون مقدار مرو ب ضرورةً اعداد معلوم خواهند بود پس آنها را مع نشان اصلي آنها در ارقام ذیل بدل سازند که حاصل

$$ضلع\ مطلوب\ شود\ ک = \sqrt[۳]{\left(\frac{۱}{۲}ب + \sqrt{\left(\frac{۱}{۴}ب^{۲} + \frac{۱}{۲۷}م^{۳}\right)}\right)} + \sqrt[۳]{\left(\frac{۱}{۲}ب - \sqrt{\left(\frac{۱}{۴}ب^{۲} + \frac{۱}{۲۷}م^{۳}\right)}\right)}$$

= ضلع مطلوب وباید دانست که این قاعده متفرع است از طریق مفصلهٔ ذیل * مثلاً معادلهٔ

کعبي را رجوع بشکل مذکور نمودم بدینصورت $\text{ک}^3 + \text{م}\,\text{ک} = \text{ب}$ وفرض کردم $\text{ے} + \text{ر} = \text{ک}$ و $3\,\text{ے}\,\text{ر} = -\text{م}$ پس اینجا بسبب تبدیل این مقادیر معادلهٔ مذکوره بدینصورت خواهد شد $\text{ے}^3 + 3\,\text{ے}^2\,\text{ر} + 3\,\text{ے}\,\text{ر}^2 + \text{ر}^3 + \text{م} \times (\text{ے} + \text{ر}) = \text{ے}^3 + \text{ر}^3 + 3\,\text{ے}\,\text{ر} \times (\text{ے} + \text{ر}) + \text{م} \times (\text{ے} + \text{ر}) = \text{ے}^3 + \text{ر}^3 - \text{م} \times (\text{ے} + \text{ر}) + \text{م} \times (\text{ے} + \text{ر}) = \text{ے}^3 + \text{ر}^3 = \text{ب}$ واگر از مجذور معادلهٔ مذکوره چهار کعب معادلهٔ $\text{ے}\,\text{ر} = -\frac{1}{3}\text{م}$ ساقط کنم $\text{ے}^6 - 2\,\text{ے}^3\,\text{ر}^3 + \text{ر}^6 = \text{ب}^2 + \frac{4}{27}\text{م}^3$ بلکه $\text{ے}^3 - \text{ر}^3 = \sqrt{\left(\text{ب}^2 + \frac{4}{27}\text{م}^3\right)}$ خواهد شد وهرگاه این را با معادلهٔ هذا $\text{ے}^3 + \text{ر}^3 = \text{ب}$ جمع کنم پس $2\,\text{ے}^3 = \text{ب} + \sqrt{\left(\text{ب}^2 + \frac{4}{27}\text{م}^3\right)}$ ودرینصورت $2\,\text{ر}^3 = \text{ب} - \sqrt{\left(\text{ب}^2 + \frac{4}{27}\text{م}^3\right)}$ وهرگاه $\text{ے} = \sqrt[3]{\frac{1}{2}\text{ب} + \sqrt{\left(\frac{1}{4}\text{ب}^2 + \frac{1}{27}\text{م}^3\right)}}$ ونیز $\text{ر} = \sqrt[3]{\frac{1}{2}\text{ب} - \sqrt{\left(\frac{1}{4}\text{ب}^2 + \frac{1}{27}\text{م}^3\right)}}$ وچون مقدار م منفي است و $\frac{1}{27}\text{م}^3$ اعظم از $\frac{1}{4}\text{ب}^2$ پس استخراج ضلع مجهول بسبب این قاعده حاصل منفي خواهد شد علی العموم وچون ظاهر است که $\text{ے} + \text{ر} = \text{ک}$ بلکه $= \sqrt[3]{\frac{1}{2}\text{ب} + \sqrt{\left(\frac{1}{4}\text{ب}^2 + \frac{1}{27}\text{م}^3\right)}} + \sqrt[3]{\frac{1}{2}\text{ب} - \sqrt{\left(\frac{1}{4}\text{ب}^2 + \frac{1}{27}\text{م}^3\right)}}$ وهرگاه $\text{ر} = \frac{-\text{م}}{3\,\text{ے}}$ درینصورت

$$\text{ے} + \text{ر} = \text{ے} + \frac{-\text{م}}{3\,\text{ے}} = \text{ک} = \sqrt[3]{\frac{1}{2}\text{ب} + \sqrt{\left(\frac{1}{4}\text{ب}^2 + \frac{1}{27}\text{م}^3\right)}} + \sqrt[3]{\frac{1}{2}\text{ب} + \sqrt{\left(\frac{1}{4}\text{ب}^2 + \frac{1}{27}\text{م}^3\right)}} - \frac{1}{3}\text{م}$$

= ضلع مطلوب حسب قاعدهٔ مذکوره *

فائده این قاعده که برای استخراج معادلهٔ کعبي مذکور شد منسوب بطرف اکثر مشاهیر اهل رياضي فرنگ است که بامتحان مقرر کرده اند واول معلوم نبود که این قاعده عام است لیکن بامتحانات کثیره عمومیة قاعدهٔ هذا بظهور پیوست ** مثال اول $\text{ے}^3 + 3\,\text{ے}^2 + 9\,\text{ے} = 13$ پس مقدار ے چه باشد چون بموجب مسئلهٔ دوم فرض کردم $\text{ے} = \text{ک} - 1$ پس مقابلهٔ مذکوره بدینصورت شد

$$\text{ے}^{۳} = \text{ک}^{۳} - ۳\text{ک}^{۲} + ۳\text{ک} - ۱$$

$$۳\text{ے}^{۲} = * + ۳\text{ک}^{۲} - ۶\text{ک} + ۳$$

$$۹\text{ے} = * \quad * + ۹\text{ک} - ۹$$

$$\text{ک}^{۳} + ۶\text{ک} - ۷ = ۱۳$$

بلکه $\text{ک}^{۳} + ۶\text{ک} = ۲۰$ وهرگاه ۶ را مر و ۲۰ را ب فرض کردم پس بموجب قاعدهٔ مسئلهٔ هذا

$$\text{ک} = \sqrt[۳]{\frac{۱}{۲}\text{ب} + \sqrt{\left(\frac{۱}{۴}\text{ب}^{۲} + \frac{۱}{۲۷}\text{مر}^{۳}\right)}} + \sqrt[۳]{\frac{۱}{۲}\text{ب} - \sqrt{\left(\frac{۱}{۴}\text{ب}^{۲} + \frac{۱}{۲۷}\text{مر}^{۳}\right)}} = \sqrt[۳]{۱۰ + \sqrt{(۱۰۰ + ۸)}}$$

$$+ \sqrt[۳]{۱۰ + \sqrt{(۱۰۰ + ۸)}} = \sqrt[۳]{\left(۱۰ + \frac{۳۹۲۳}{۱۰۰۰۰}\right)} + \sqrt[۳]{\left(۱۰ + \frac{۳۹۲۳}{۱۰۰۰۰}\right)} = \sqrt[۳]{۲۰ + \frac{۳۹۲۳}{۱۰۰۰۰}}$$

$$= ۲\frac{۷۳۲}{۱۰۰۰} + ۲\frac{۷۳۲}{۱۰۰۰} = ۲\frac{۷۳۲}{۱۰۰۰}$$ پس ک = ۲ وضرورةً ے = ۱ = ضلع مطلوب ❁

مثال دویم $\text{ک}^{۳} - ۶\text{ک} = -۹$ پس مقدار ک چه باشد چون درین معادله رقم دوم معدوم است لهذا احتیاج مسئلهٔ ثانی نیفتاد و مر = −۶ و ب = −۹ فرض کردم درینصورت

بموجب قاعدهٔ مسئلهٔ هذا

$$\text{ک} = \sqrt[۳]{\frac{۱}{۲}\text{ب} + \sqrt{\left(\frac{۱}{۴}\text{ب}^{۲} + \frac{۱}{۲۷}\text{مر}^{۳}\right)}} - \sqrt[۳]{\frac{۱}{۲}\text{ب} + \sqrt{\left(\frac{۱}{۴}\text{ب}^{۲} + \frac{۱}{۲۷}\text{مر}^{۳}\right)}}$$

$$= \sqrt[۳]{-\frac{۱}{۲}۴ + \sqrt{\left(\frac{۱}{۴}۲۰ - ۸\right)}} - \sqrt[۳]{-\frac{۱}{۲}۴ + \sqrt{\left(\frac{۱}{۴}۲۰ - ۸\right)}} = \sqrt[۳]{-\frac{۱}{۲}۴ + ۳\frac{۱}{۲}} - \sqrt[۳]{-\frac{۱}{۲}۴ + ۳\frac{۱}{۲}}$$

$$= \sqrt[۳]{-۱} - \sqrt[۳]{-۱} = -۱ - ۲ = -۳$$ پس ک = −۳ = ضلع مطلوب *

تنبیه این فقیر میگوید که درین قاعده احتیاج استخراج جذر وضلع کعب میشود وآن هردو تقریبی برمی آیند ونیز در قسمت $\frac{۱}{۳}$ مر کسر واقع میشود وآن کسر را می گذارند درینصورت در کعب منطق هم ازین سبب تفاوت کثیر خواهد شد پس استخراج کعب اصم ازین قاعده غیر ممکن است زیراکه باوجود اعمال کثیره که خالی از اشکال نیست تفاوت واختلال کثیر راه

خواهد یافت پس بقاعدهٔ که درگفتار اول برای استخراج ضلع معادلات علی وجه العام بیان کرده ام عمل نمایند اسهل وانسب است یا بطریقیکه درمسئلهٔ سیوم مذکور شد استخراج نمایند بهتر است *

مسئلهٔ ششم در استخراج ضلع معادله مالمالي بطریق خاص *

قاعده رقم دوم معادلهٔ مال مالي راکه رقم کعب است بموجب مسئلهٔ دوم معدوم سازند پس آن معادله راجع بشکل هذا خواهد شد $ک^٣ + ب ک^٢ + ر ک + س = ٠$ بعدازان یک معادلهٔ کعبي فرض کنند بدینصورت $ے^٣ + ٢ ب ے^٢ + (ب^٢ - ٤ س) ے - ر^٢ = ٠$ ورقم دوم این معادله رابموجب مسئلهٔ دوم معدوم ساخته مقدار $ے$ بموجب مسئلهٔ پنجم بهم رسانند وبعدازان فرض کنند $ح = [ے$ وز $= -\frac{١}{٢} ب + \frac{١}{٢} ح^٢ - \frac{ر}{٢ح}$ وح $= -\frac{١}{٢} ب + \frac{١}{٢} ح^٢ - \frac{ر}{٢ح}$ بعدازان فرض کنند ومعادلهٔ مربعي بدینصورت $ک^٢ + ح ک + ز = ٠$ و $ک^٢ - ح ک + ح = ٠$ ومسطح آن هردومعادله مساوي معادلهٔ مال مالي مطلوبه خواهد بود وازین سبب چهار ضلع برای معادلهٔ مالمالي بهم خواهد رسید وچون معلوم شد که $ک^٤ + ب ک^٢ + ر ک + س = ٠$ این معادله مساوي است باحاصل ضرب هردومعادلهٔ مربعي اعني $ک^٢ + ح ک + ز = ٠$ و $ک^٢ - ح ک + ح = ٠$ پس حاصل ضرب $ک^٤ + (ز + ح - ح^٢) ک^٢ + (ح ح - ح ز) ک + ز ح = ٠$ شد وهرگاه $ز + ح - ح^٢ = ب$ و $ح ح - ح ز = ر$ و $ز ح = س$ است وچون $ز = -\frac{١}{٢} ب + \frac{١}{٢} ح^٢ + \frac{ر}{٢ح}$ وح $= \frac{١}{٢} ب + \frac{١}{٢} ح^٢ - \frac{ر}{٢ح}$ وس $= ز ح = \frac{١}{٤} ب^٢ - \frac{١}{٤} ب ح^٢ + \frac{١}{٤} ح^٤ - \frac{ر^٢}{٤ح^٢}$ اند بدین سبب $ح^٦ + ٢ ب ح^٤ + (ب^٢ - ٤ س) \times ح^٢ = ر^٢$ بامعادلهٔ کعبي که ازمقدار ح بهم میرسد وآن بعینه معادلهٔ کعبي مفروضه است وچون همه ارقام آن عددي ومعلوم اند وز $= -\frac{١}{٢} ب + \frac{١}{٢} ح^٢ + \frac{ر}{٢ح}$ وح $= -\frac{١}{٢} ب + \frac{١}{٢} ح^٢ - \frac{ر}{٢ح}$ پس مقدار ز و ح نیز معلوم خواهد شد وازان مقدار ضلع مجذورین معادلین $ک^٢ + ح ک + ز = ٠$ و $ک^٢ - ح ک + ح = ٠$ نیز معلوم خواهد شد پس هرچهار ضلع مال مالي معادله هم متعین خواهد گردید * مثال $ء^٤ - ٤ ء^٣ - ٨ ء +$

۳۲ = ۰ پس مقدار ء چه باشد اول برای معدوم کردن رقم دوم ء = ک + ۱ بموجب مسئلهٔ دوم فرض کردم ومضلعات آن درست ساختم بدینصورت شد

$$ء^۴ = ک^۴ + ۴ک^۳ + ۶ک^۲ + ۴ک + ۱$$
$$-۴ء^۳ = -۴ک^۳ - ۱۲ک^۲ - ۱۲ک - ۴$$
$$-۸ء = * \quad * \quad * \quad -۸ک - ۸$$
$$+۳۲ = * \quad * \quad * \quad +۳۲$$
$$* \quad ک^۴ \quad * \quad -۶ک^۲ - ۱۶ک + ۲۱ = ۰$$

پس برای این مقابله یک معادلهٔ کعبی بموجب مسئلهٔ هذا فرض کردم بدینصورت $-۶ = ب$ و $-۱۶ = ر$ و $۲۱ = س$ چون معادله کعبی مفروضه بدینصورت است $ے^۳ + ۲ب ے^۲ + (ب^۲ - ۴س) ے - ر^۲ = ۰$ درینصورت بحسب اعداد مرقوم $ے^۳ - ۱۲ ے^۲ - ۴۸ ے - ۲۵۶ = ۰$ این معادله کعبی مفروضه شد پس بموجب مسئلهٔ دوم برای معدوم کردن رقم دوم این معادله $ے = ص + ۴$ فرض کردم پس مضلعات آن بدینصورت حاصل شد

$$ے^۳ = ص^۳ + ۱۲ص^۲ + ۴۸ص + ۶۴$$
$$-۱۲ ے^۲ = -۱۲ص^۲ - ۹۶ص - ۱۹۲$$
$$-۴۸ ے = * \quad -۴۸ص - ۱۹۲$$
$$-۲۵۶ = * \quad * \quad -۲۵۶$$
$$* \quad ص^۳ \quad -۹۶ص - ۵۷۶ = ۰$$

بلکه $ص^۳ - ۹۶ص = ۵۷۶$ هرگاه $-۹۶ = م$ و $۵۷۶ = ب$ فرض کردم پس بموجب مسئلهٔ پنجم

$$ص = \sqrt[۳]{\tfrac{۱}{۲}ب + \sqrt{\tfrac{۱}{۲۷}م^۳ + \tfrac{۱}{۴}ب^۲}} - \sqrt[۳]{\tfrac{۱}{۲}ب + \sqrt{\tfrac{۱}{۲۷}م^۳ + \tfrac{۱}{۴}ب^۲}} = \sqrt[۳]{۲۸۸ + \sqrt{(۲۸۸)^۲ + (۳۲)^۳}}$$

$-\frac{۱}{۳}م$ $\qquad$ -۳۲

$$-\sqrt[۳]{۲۸۸ + \sqrt{(۲۸۸)^۲ + (-۳۲)^۳}} = \sqrt[۳]{۲۸۸ + \sqrt{۸۲۹۴۴ - ۳۲۷۶۸}} - \sqrt[۳]{۲۸۸ + \sqrt{۸۲۹۴۴ - ۳۲۷۶۸}}$$

-۳۲ $\qquad$ -۳۲

$$= \sqrt[۳]{۲۸۸ + \sqrt{۵۰۱۷۶}} - \sqrt[۳]{۲۸۸ + \sqrt{۵۰۱۷۶}} = \sqrt[۳]{۲۸۸ + ۲۲۴} - \sqrt[۳]{۲۸۸ + ۲۲۴} = \sqrt[۳]{۵۱۲} - \sqrt[۳]{۵۱۲}$$

-۳۲ $\qquad$ -۳۲

$= ۸ - \frac{۳۲}{۸} = ۸ + ۴ = ۱۲$ وازین سبب $\text{ے} = ۳ + ۴ = ۱۶$ پس $\text{ح} = \sqrt{\text{ے}} = ۴$ و $\text{ز} = -\frac{۶}{۲} + \frac{۱۶}{۴}$
$+ \frac{۱۶}{۸} = ۷$ و $\text{ح} = -\frac{۶}{۲} + \frac{۱۶}{۲} - \frac{۱۶}{۸} = ۳$ پس $\text{ح} = ۴$ و $\text{ز} = ۷$ و $\text{ح} = ۳$ وهرگاه دو مقابلهٔ مربعی
مفروضه $\text{ک}^۲ + \text{ح}\,\text{ک} + \text{ز} = ۰$ و $\text{ک}^۲ - \text{ح}\,\text{ک} + \text{ح} = ۰$ درینصورت $\text{ک}^۲ + \text{ح}\,\text{ک} + \text{ز} = \text{ک}^۲ +$
$۴\text{ک} + ۷ = ۰$ و $\text{ک}^۲ - \text{ح}\,\text{ک} + \text{ح} = \text{ک}^۲ - ۴\text{ک} + ۳ = ۰$ پس از روی معادلهٔ اولی $\text{ک} = -۲$
$+ \sqrt{-۳}$ خواه $-۲ - \sqrt{-۳}$ وبموجب معادلهٔ دوم $\text{ک} = ۳$ خواه $\sqrt{۳}$ وازین سبب برای معادله
مالمالي $\text{ک}^۴ - ۶\text{ک}^۲ - ۱۶\text{ک} + ۲۱ = ۰$ چهار ضلع اول بهم رسیدند $\sqrt{۳}$ و $\sqrt{۳}$ و $(-۲ + \sqrt{-۳})$
و $(-۲ - \sqrt{-۳})$ وهرگاه واحد باهریکی ازینها جمع کرده شود بحسب مفروض اعنی $\text{ء} =$
$\text{ک} + ۱$ که سابق فرض شده بود درینصورت $\sqrt{۴}$ و $\sqrt{۲}$ و $(-۱ + \sqrt{-۳})$ و $(-۱ - \sqrt{-۳})$
این هرچهار ضلع های معادله مالمالي مطلوبه $\text{ء}^۴ - ۴\text{ء}^۲ - ۸\text{ء} + ۳۲ = ۰$ حاصل شدند چون
ضلعین آخرین معدوم وغیر ممکن اند لهذا ضلعین اولین اعنی $\sqrt{۴}$ و $\sqrt{۲}$ متعین خواهند شد *

فائده قاعده هذا را منسوب بطرف (دیسکرتیس) نامی میکنند وبعضی منسوب بحکماء بابلي وبعضی منسوب بحکماء ابتالین می نمایند لیکن فی الحقیقة موجد آن (لایرفراري) نامی شخصي است و (دیسکرتیس) سوای آن قاعدهٔ دیگر برای استخراج ضلع معادله مالمالي از دو معادلهٔ مربعي بطریق تفصیل ذیل ایجاد کرده ودرهریک معادله مالمالي یک معادلهٔ نو بسبب تفاضل دو معادله مربعی معین ساخته وقاعده اینست که هرگاه یک معادله مالمالی فرض کنم * مثلا $\text{ک}^۴ + \text{م}\,\text{ک}^۳ + \text{ب}\,\text{ک}^۲ + \text{س}\,\text{ک} + \text{ء} = ۰$ پس دو معادله مربعی فرض کنم
بدینصورت $(\text{ک}^۲ + \frac{۱}{۲}\text{م}\,\text{ک} + \text{ر})^۲ - (\text{ح}\,\text{ک} + \text{س})^۲ = \text{ک}^۴ + \text{م}\,\text{ک}^۳ + \text{ب}\,\text{ک}^۲ + \text{س}\,\text{ک} + \text{ء} = ۰$
ومقدار ر و ح و س را حاصل کنم بدینصورت که $(\text{ک}^۲ + \frac{۱}{۲}\text{م}\,\text{ک} + \text{ر})^۲ - (\text{ح}\,\text{ک} + \text{س})^۲ =$
$\text{ک}^۴ + \text{م}\,\text{ک}^۳ + ۲\text{ر}\,\text{ک}^۲ + \frac{۱}{۴}\text{م}^۲\text{ک}^۲ + \text{ر}\,\text{م}\,\text{ک} + \text{ر}^۲ - \text{ح}^۲\text{ک}^۲ - ۲\text{ح}\,\text{س}\,\text{ک} - \text{س}^۲ = \text{ک}^۴ +$
$\text{م}\,\text{ک}^۳ + \text{ب}\,\text{ک}^۲ + \text{س}\,\text{ک} + \text{ء} = ۰$ ودرینصورت بعد اسقاط متداخلین سه معادله حاصل
میشوند * اول $۲\text{ر} + \frac{۱}{۲}\text{م}^۲ - \text{ح}^۲ = \text{ب}$ * دوم $\text{ر}\,\text{م} - ۲\text{ح}\,\text{س} = \text{س}$ * سوم $\text{ر}^۲ - \text{س}^۲ = \text{ء}$ وازین
هرسه معادله سه معادلهٔ دیگر بهم می رسند * اول $۲\text{ر} + \frac{۱}{۲}\text{م}^۲ - \text{ب} = \text{ح}^۲$ * دوم $\text{ر}\,\text{م} - \text{س} = ۲$
$\text{ح}\,\text{س}$ * سوم $\text{ر}^۲ - \text{ء} = \text{س}^۲$ وهرگاه درین هرسه معادلهٔ اخیره معادلهٔ اول وثالث را باهم ضرب کنم
مساوي ربع مربع معادلهٔ ثاني خواهد بود درینصورت $۲\text{ر}^۳ + (\frac{۱}{۲}\text{م}^۲ - \text{ب}) \times \text{ر}^۲ - ۲\text{ء}\,\text{ر} -$

$(\frac{1}{4}\text{م}^2 - \text{ب}) \times \text{ء} = (\text{ح}^2\ \text{س}^2) \cdot = \frac{1}{4}(\text{ر}^2\text{م}^2 - 2\ \text{ر م س} + \text{س}^2)$ گردید وهرگاه این هردو معادلین متقابلین را بیکطرف آورند وتنصیف سازند پس $\text{ر}^3 - \frac{1}{2}\text{ب ر}^2 + (\frac{1}{4}\text{م س} - \text{ء})\ \text{ر} - \frac{1}{2}(\frac{1}{4}\text{س}^2 + (\text{ء}) \times (\frac{1}{4}\text{م}^2 - \text{ب})) = \cdot$ وهرگاه $\frac{1}{4}\text{م س} - \text{ء} = \text{ط}$ و $\frac{1}{2}\text{س}^2 + \text{ء} \times (\frac{1}{4}\text{م}^2 - \text{ب}) = \text{ل}$ فرض کنم پس معادلهٔ کعبی نوبهم خواهد رسید بدینصورت $\text{ر}^3 - \frac{1}{2}\text{ب ر}^2 + \text{ط ر} - \frac{1}{2}\text{ل} = \cdot$ وبوسیلهٔ این معادله بموجب مسئلهٔ پنجم مقدار ر متعین میتواند شد و هرگاه مقدار ر متعین شد پس مقدار ح وس نیز متعین خواهد شد بدینصورت $\text{ح} = [(2\text{ر} + \frac{1}{4}\text{م}^2 - \text{ب})^{\frac{1}{2}}$ و $\text{س} = \frac{\text{ر م} - \text{س}}{2\text{ح}}$ وهرگاه این هرسه مقدار متعین شدند مقدار ک نیز حاصل خواهد شد چراکه $(\text{ک}^2 + \frac{1}{2}\text{م ک} + \text{ر})^2 - (\text{ح ک} + \text{س})^2$ عموما مساوي با $\text{ک}^4 + \text{م ک}^3 + \text{ب ک}^2 + \text{س ک} + \text{ء} = \cdot$ فرض کرده شده است پس ظاهراست که هرگاه مقدار ک بموجب مقابلهٔ اولی مع مضلعات مساوي صفر که لاشيء است می افتاد ضرورة معادلهٔ ثاني نیزکه مساوي معادلهٔ اولی است مساوي صفر خواهد بود وهرگاه بموجب معادلهٔ مفروضهٔ مربعي که ازحروف ح ور وس درست شده است ومقدار آن هرسه حرف معلوم گردیده پس مقدار ک هم ازروی قاعدهٔ معادلهٔ مربعي استخراج خواهدگردید بدینصورت $\text{ک}^2 + \frac{1}{2}\text{م ک} + \text{ر} = \pm \text{ح ک} \pm \text{س}$ بلکه $\text{ک} = \pm \frac{1}{2}\text{ح} - \frac{1}{4}\text{م} \pm \text{ل}(\frac{1}{4}\text{م} \pm \frac{1}{2}\text{ح}) \pm \text{س} - \text{ر ل} = \pm \frac{1}{2}\text{ح} - \frac{1}{4}\text{م} \pm (\frac{1}{16}\text{م}^2 \pm \frac{1}{4}\text{م ح} + \frac{1}{4}\text{ح}^2 \pm \text{س} - \text{ر})^{\frac{1}{2}}$ وازین همه ضلعهای مختلف معادلهٔ مطلوبه بحسب تبدیل نشانها حاصل خواهد شد وباید دانست که درین قاعده فوایدی چند زیاده از قاعدهٔ سابق است اول اینکه درینجا احتیاج پیدا کردن رقم دوم معادله برای ترتیب استخراج م نمیشود * دوم معادله $\text{ر} = \frac{1}{2}\text{ب ر} + \text{ط ر} - \frac{1}{2}\text{ل} = \cdot$) اینجا ازمقدار ر دیگر شکل مفرد اخذکرده میشود بطور قاعدهٔ سابق * سوم مقدار ر دران مقابله همیشه منطق میشود وهمه ضلعهای معادلهٔ معلومه صرف منطق نمیشوند بلکه بعضی اصم هم می برآیند پس ضلعهای اصم رابضرورت ترک میکنند * مثال $\text{ک}^2 + 12\text{ک} - 17 = \cdot$ پس مقدار ک چه باشد درینجا بسبب مقابلهٔ اعظم اعني $\text{ک}^4 + \text{م ک}^3 + \text{ب ک}^2 + \text{س ک} + \text{ء} = \cdot$ مینویسم $\text{م} = \cdot$ و $\text{ب} = \cdot$ و $\text{س} = 12$ و $\text{ء} = 17$ وازین سبب $\text{ط} = \frac{1}{4}\text{م س} - \text{ء} = 17$ و $\text{ل} = \frac{1}{2}\text{س}^2 + \text{ء} \times (\frac{1}{4}\text{م}^2 - \text{ب}) = 36$ و $\text{ر}^3 - \frac{1}{2}\text{ب ر}^2 + \text{ط ر} - \frac{1}{2}\text{ل} = \text{ر}^3 + 17\text{ر} - 18$

= ۰ ودرینصورت ر = ۱ پس ح = [(۲ ر + ۴ مر − ب)]^½ = [۲ و س = مر − س / ۲ ح = ۱۲− / ۲[۲

= −۳[۲ پس ک = ± ½[۲ ± (½ ± ۳[۲ − ۱)]^½ = ± ½[۲ ± (± ۳[۲ − ½)] *

تنبیه نزد فقیر درین هردو قاعده کمال نقص است چراکه درهردو قاعده برای استخراج ضلع کعب احتیاج مسئلهٔ پنجم میشود و حال مسئلهٔ پنجم سابق مذکور شد ومع هذا درین هردو قاعده نیز اکثر کسور واقع میشود وآنرا میگذارند ازینجهت اختلال کلي ومشقت بسیار متصور میشود *

فائده برای استخراج معادلهٔ مالمالي معادلهٔ چند ترکیب دیگر هم هست که چند اشخاص برآورده اند چنانچه یکی ازان (مسترلوزلر) که درسنه ۱۶۶۴ درملک الیمان ایجاد کرده ونیز بعضی دیگر قواعد برای استخراج معادلات پنج مقداري هم ازمعادلات تحتاني آنها ترکیب داده معین کرده اند لیکن آنهمه قواعد نهایت ضعیف اند وقاعدهٔ عام نیستند که مقصود ازان معلوم تواند شد لهذا درینجا فروگذاشته شد *

مسئلهٔ هفتم دراستخراج ضلعهای تقریبي بوجه عام باید که اول ازروی امتحان ضلع تقریبي حاصل کنند وبعد ازان ضلع تقریبي را بحرف ر تعبیر ساخته تفاضل مابین ضلع تقریبي وضلع تحقیقي را ح فرض کنند ومقدار مجهول را مساوي ر ± ح ثبت نمایند وبحسب معادله مضلعات حاصل سازند وبعد ازان مضلعات ح راحذف کرده باقي را رجوع بمعادلهٔ مفرد نمایند ومقدار ح حاصل کنند ومقدار ح جمع نمایند که ضلع اقرب التقریبي مطلوبه خواهد بود واگر ازان هم اقرب مطلوب باشد بازآن مقدار حاصل را ر تعبیر نموده و ح را مقدار تفاضل فرض کرده باز بدستور عمل نمایند وهمچنین تاهرجاکه خواهند *

فائده این قاعده گاهی برای استخراج ضلعهای معادلات که نهایت مشکل ومحنت طلب بودند دربعض حالات خاص معین شده بود لیکن بسبب امتحان متواتر معلوم شد که مشتمل همه انواع معادلات است هرچند حصول مقدار صحیح تاکدام مرتبه معین نمیگردد ولیکن اقرب التقریبي حاصل میشود بسبب برآوردن ضلع تقریبي ازروی امتحان * مثال ک^۲ − ۹ ک − ۳۱ = ۰ پس مقدار ک چه باشد چون ازروی امتحان ضلع تقریبي مساوي هشت است پس فرض کردم ۸ = ر * ونیز ر + ح = ک پس مضلعات آن ساختم

بدینصورت

$$\text{ک}^2 = \text{ر}^2 + 2\text{ر}\text{ج} + \text{ج}^2$$

$$-\text{ه}\,\text{ک} = -\text{ه}\,\text{ر} - \text{ه}\,\text{ج}$$

$$-31 = * - 31$$

$$\text{ر}^2 + 2\text{ر}\text{ج} - \text{ه}\,\text{ر} + \text{ج}^2 - \text{ه}\,\text{ج} - 31 = 0$$

وهرگاه مربع ج را ساقط نمودم ومقدار ج را یک طرف مقابله آوردم $2\text{ر}\text{ج} - \text{ه}\,\text{ج} = -\text{ر}^2 + \text{ه}\,\text{ر} + 31$ شد هرگاه این معادله را بر $2\text{ر} - \text{ه}$ قسمت کردم $\text{ج} = \frac{31 + \text{ه}\,\text{ر} - \text{ر}^2}{2\text{ر} - \text{ه}}$ گردید پس

$\text{ج} = \frac{31 + 40 - 64}{16 - \text{ه}} = \frac{7}{11} = \frac{6}{10}$ تقریبا گردید پس $\text{ک} = 8\frac{6}{10}$ شد تقریبا واگرد وباره این مقدار ک را $\overline{\text{ر}}$ فرض کردم ومقدار تفاضل را باضلع تحقیقی ج فرض نمایم درینصورت

$\text{ج} = \frac{31 + \text{ه}\,\text{ر} - \text{ر}^2}{2\text{ر} - \text{ه}} = \frac{31 + 43\frac{96}{100} - 73}{17\frac{2}{10} - \text{ه}} = \frac{\frac{4}{100}}{12\frac{2}{10}} = \frac{32}{10000}$ تقریبا پس $\text{ک} = 8\frac{6032}{10000}$ تقریبا واگر

بازاین مقدار را متبدل بحرف $\overline{\text{ر}}$ سازم پس مقدار $\text{ج} = \frac{77808}{1000000}$ خواهد بود پس $\text{ک} = 8\frac{60320778 08}{10000000000}$

وهمچنین تاهرد ومرتبه که خواهند * مثال دوم $\text{ک}^3 + \text{ک}^2 + \text{ک} = 90$ پس مقدار ک چه باشد

چون بحسب امتحان ضلع تقریبی چهاراست لهذا $\text{ر} = 4$ و $\text{ر} + \text{ج} = \text{ک}$ فرض کردم پس

$$\text{ک}^3 = \text{ر}^3 + 3\text{ر}^2\text{ج} + 3\text{ر}\text{ج}^2 + \text{ج}^3$$

$$\text{ک}^2 = \text{ر}^2 + 2\text{ر}\text{ج} + \text{ج}^2$$

$$\text{ک} = \text{ر} + \text{ج}$$

بعد اسقاط مضاعفات ج

$$\text{ر}^3 + 3\text{ر}^2\text{ج} + \text{ر}^2 + 2\text{ر}\text{ج} + \text{ر} + \text{ج} = 90$$

بلکه $3\text{ر}^2\text{ج} + 2\text{ر}\text{ج} + \text{ج} = 90 - \text{ر}^3 - \text{ر}^2 - \text{ر}$ پس $\text{ج} = \frac{90 - \text{ر}^3 - \text{ر}^2 - \text{ر}}{3\text{ر}^2 + 2\text{ر} + 1} = \frac{90 - 64 - 16 - 4}{48 + 8 + 1}$

$= \frac{6}{57} = \frac{1}{10}$ پس $\text{ک} = 4\frac{1}{10}$ تقریبا وهرگاه $4\frac{1}{10}$ را متبدل بحرف ر ساختم پس $\text{ج} = \frac{90 - \text{ر}^3 - \text{ر}^2}{3\text{ر}^2 + 2\text{ر} + 1}$

$= \frac{۹۰ - ۶۸\frac{۶۲۱}{۱۰۰۰} - ۱۶\frac{۸۱}{۱۰۰} - ۴\frac{۱}{۱۰}}{۱ + ۸\frac{۲}{۱۰} + ۵۰\frac{۴۳}{۱۰۰}} = \frac{۲۸۳}{۱۰۰۰۰۰}$ پس $ک = ۴\frac{۱۰۲۸۳}{۱۰۰۰۰۰}$ تقریبا وهو المطلوب *

طریق دیگر معادلهٔ اعظم برای $ج$ فرض کنم بدینصورت $مج + ب ج^۲ + س ج^۳ + ء ج^۴$ وغیره $= ز$) اینجا $ج$ مقدار تفاضل است و $م$ و $ب$ و $س$ و $ء$ وغیره عدد ماقبل $ج$ و مضلعات او است و $ز$ مقدار عدد معلوم که بیکطرف مقابله واقع شده درینصورت اول مقدار $ج$ تقریبی $\frac{مز}{م^۲ + ب ز}$ خواهد بود وهرگاه $س = \frac{ب}{م} - \frac{س}{ب}$ فرض کنم پس $\frac{(م + س ز) \times ز}{م^۲ + (ب + م س) \times ز}$ = دوم مقدار $ج$ تقریبی خواهد برآمد وهرگاه $و = \frac{۲ب}{م} + \frac{م ء}{ب^۲} - \frac{ب س}{م س}$ فرض کنم پس $\frac{مز \times (م + و ز)}{م \times (م^۲ + (ب + م و) \times ز) \times (و - س) \times ز}$ = سوم مقدار تقریبی $ج$ خواهد برآمد *

مثال $ک^۲ + ۲۰ ک = ۱۰۰$ پس مقدار $ک$ چه باشد چون بحسب امتحان عدد چهار ضلع تقریبی است درینصورت $۴ + ج = ک$ فرض کنم

پس $ک^۲ = ۱۶ + ۸ ج + ج^۲$

$۲۰ ک = ۸۰ + ۲۰ ج$

$۹۶ + ۲۸ ج + ج^۲ = ۱۰۰$

بلکه $۲۸ ج + ج^۲ = ۴$ پس بموجب قاعده هذا $م = ۲۸$ و $ب = ۱$ و $س = ۰$ و $ء = ۰$ و $ز = ۴$

ازین سبب $ج = \frac{مز}{م^۲ + ب ز} = \frac{۱۱۲}{۷۸۴} = \frac{۲۸}{۱۹۶} = \frac{۱۴۲۸۶}{۱۰۰۰۰۰}$ واین اول مقدار $ج$ تقریبی است

وهرگاه $س = \frac{ب}{م} - \frac{س}{ب} = \frac{۱}{۲۸}$ پس $ج = \frac{(م + س ز) \times ز}{م^۲ + (ب + م س) \times ز} = \frac{۴ \times (\frac{۱}{۷} + ۲۸)}{۴ \times (۱ + ۱) + ۲۸ \times ۲۸}$

$= \frac{\frac{۱}{۷} + ۲۸}{۲ + \frac{۱}{۴} \times (۲۸)^۲} = \frac{۱۹۷}{۱۳۰۶} = \frac{۱۴۲۱۳۵۶۴}{۱۰۰۰۰۰۰۰۰}$ واین مقدار دوم $ج$ تقریبی است وهرگاه $و = \frac{۲ب}{م} + \frac{م ء - ب س}{ب^۲ - م س}$ درینصورت $ج = \frac{مز \times (م + و ز)}{م \times (م^۲ + (ب + م و) \times ز) + (و - س) \times ز^۲} = \frac{۱}{۱۴}$

$= \frac{۲۸ \times ۴ \times (\frac{۴}{۷} + ۲۸)}{۲۸ \times (۱۲ + ۷۸۴) + \frac{۴}{۷}} = \frac{۲۸ \times (\frac{۴}{۷} + ۲۸)}{۷ \times ۷۹۶ + \frac{۱}{۷}} = \frac{۲۸ \times ۱۹۸}{۴۹ \times ۷۹۶ + ۱} = \frac{۵۵۴۴}{۳۹۰۰۵} = \frac{۱۴۲۱۳۵۶۲۳۹}{۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰}$

پس ک = $\frac{۱۴۲۱۳۵۶۲۳۶}{۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰}$ ۴ و این ضلع تقریبی مطلوبه است باید دانست که در هرجا مخرج ذو اصفار بقدر ضعف عدد اعداد مخرج اول گرفته میشود تا اقرب التقریبی بهم رسد *

فائده باید دانست که این ترکیب برای استخراج ضلع تقریبی مضلعات اصم است وچون مضلعات مقدار ح که در قاعدهٔ اولی گذاشته می شوند درینجا مضلعات آنرا هم گرفته اقرب التقریبی حاصل می سازند لیکن درین طریق که مقادیر اول و ثانی و ثالث که برای ح مقرر کرده شده است از روی امتحان است پس ممکن است که برای دیگر اقرب التقریبی همچنین مقادیر ح بسبب اعداد ماقبل مالمال ح وغیر آن درست کنند لیکن احترازاً عن الاطناب والاشکال که اکثر غلطی وسهو در درست کردن مقادیر متصور می شود بهمین قدر اکتفا کرده شد *

مسئلهٔ هشتم در استخراج ضلع تقریبی مضلع مفرد در عدد قاعده م = عدد یکه ضلع او مطلوب است فرض کنم و ر = ضلع تقریبی که بحسب امتحان بهم رسد و ح = عدد منزل مضلع مطلوب الضلع فرض سازم وبعد ازان و = $\frac{ح ر^۲}{م - ر^۲}$ فرض نمایم پس ضلع مطلوب = ر +

$$\frac{ر \times (۶ و + ح + ۱)}{و \times (۶ و + ۴ ح - ۲)} \text{ تقریبا خواه مجهول} = ر + \frac{ر \times (۲ و + ح)}{و \times (۲ و + ۲ ح - ۱) + \frac{۱}{۶} \times (ح - ۱) \times (۲ ح - ۱)}$$

تقریبا خواهد بود ❁ مثال اول ک^۲ = ۲ پس جذر دو مطلوب است تقریبا چون جذر تقریبی آن بحسب امتحان $۱\frac{۴}{۱۰}$) است لهذا م = ۲ و ر = $۱\frac{۴}{۱۰}$ و ح = ۲ و و = $\frac{۲ \times ۱\frac{۹۶}{۱۰۰}}{۲ - ۱\frac{۹۶}{۱۰۰}}$ = ۹۸

ودرینصورت ک = ر + $\frac{ر \times (۶ و + ح + ۱)}{و \times (۶ و + ۴ ح - ۲)}$ = $۱\frac{۴}{۱۰}$ + $\frac{۱\frac{۴}{۱۰} \times ۸۹۱}{۹۸ \times ۸۹۴}$ + $۱\frac{۴}{۱۰}$ = $\frac{۱۹۷}{۷۰ \times ۱۹۸}$ + $۱\frac{۴}{۱۰}$

= $\frac{۱۹۷}{۱۳۸۶۰}$ + $۱\frac{۴}{۱۰}$ = $۱\frac{۴۱۴۲۱۳۵۶}{۱۰۰۰۰۰۰۰۰}$ = ضلع تقریبی مطلوب است ونیز اگر از روی مساوات دوم عمل نمایم پس ضلع تقریبی مساوی $۱\frac{۴۱۴۲۱۳۵۶۲۳۶}{۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰}$ خواهد بود چراکه ک = ر +

$$\frac{ر \times (۲ و + ح)}{و \times (۲ و + ۲ ح - ۱) + \frac{۱}{۶} \times (ح - ۱) \times (۲ ح - ۱)} + ۱\frac{۴}{۱۰} = \frac{۱۹۸ \times ۱\frac{۴}{۱۰}}{۹۸ \times ۱۹۹ + \frac{۳}{۶}} = ۱\frac{۴۱۴۶۹۲}{۱۱۷۰۱۵۰} =$$

مطلوب اعنی $۱\frac{۴۱۴۲۱۳۵۶۲۳۶}{۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰}$ ❁ مثال دوم ک^۲ = ۸۰۰ پس مقدار ک چه باشد چون بحسب

امتحان حصه ضلع تقریبی ۸ برآمد لهذا مر = ۵۰۰ و ر = ۸ و ح = ۳ و و = $\frac{۳ \times ۵۱۲}{-۱۲}$ = − ۱۲۸

ازین سبب ک = ر + $\frac{ر \times (۶ و + ح + ۱)}{و \times (۶ و + ۴ ح - ۲)}$ = ۸ − $\frac{۶۳}{۱۰۰۰}$ = $\frac{۹۳}{۱۰۰}$ ۷ تقریبا خواه ک = ر +

$\frac{ر \times (۲ و + ح)}{و \times (۲ و + ۲ ح - ۱) + \frac{۱}{۲} \times (ح - ۱) \times (۲ ح - ۱)}$ + ۸ = $\frac{۸ \times -۵۱۲}{-۱۲۸ \times ۵۱۲ + \frac{۱}{۲}}$ + ۸ = $\frac{۱۲۱۴۴}{۱۹۲۷۷۸}$ − + ۸

۸ − $\frac{۶۰۷۲}{۹۶۳۸۹}$ = ۷ $\frac{۹۳۷۰۰۵۲۵۹۹۳۹}{۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰}$ = ضلع تقریبی مطلوبه است *

مسئلهٔ نهم در بهم رسانیدن ضلع تقریبی معادلهٔ (ایکش لونین ئیل) اعنی مضلعیکه عدد منزل او مساوی ضلع اول او باشد *

قاعده اول دو عدد برای ضلع تقریبی بحسب امتحان انچه ممکن باشد بهم رسانند و کسر عدد منزل آنها را که (لوگری تهم) گویند حاصل کنند و طریق حصول آن در مطالب علیحده مذکور شود انشاء الله تعالی و ازان هر دو اعداد دو معادلهٔ دیگر حاصل کنند بدینطریق که مسطح مجهول فی عدد منزل مجهول مساوی عدد منزل اعداد مقابلهٔ مطلوبه فرض کرده بعد ازان هر دو اعداد مفروضه را در کسور اعداد منزل آنها ضرب ساخته با عدد منزل اعداد مقابلهٔ اعداد اولی مساوی سازند و هرچه خطا واقع شود زاید خواه ناقص بران علامت زاید یا ناقص گذارند بعد ازان تفاضل عدد بین مفروضین را در خطاء اصغر ضرب کرده حاصل را بر تفاضل خطائین قسمت سازند اگر خطائین متفقین باشند و بر مجموع آنها قسمت کنند اگر خطائین مختلفین بوند باید دانست که در گرفتن تفاضل مجموع خطائین لحاظ زاید و ناقص نمی کنند و بعد ازان خارج قسمت را با عدد متعلق خطاء اصغر جمع کنند اگر آنعدد بسیار اقل باشد و خواه از عدد اعظم تفریق کنند که حاصل جمع تقریبی خواهد بود و بعد ازان آنرا و ضلع تقریبی اعظم را گرفته باز بدستور عمل نمایند که ضلع اقرب التقریبی حاصل گردد *

فائده این قاعده را (مسنوجان برنیل) در سنه ۱۰۹۷ عیسوی ایجاد کرده است * مثال ک = ۱۰۰ پس مقدار ک چه باشد تقریبا چون عدد منزل ۱۰۰ دو است بحسب منازل طبیعی درینصورت ک فی عدد منزل ک = عدد منزل ۱۰۰ = ۲ خواهد بود و هرگاه بحسب امتحان معلوم میشود که مقدار ک اعظم از سه و اصغر از چهار است لهذا برای مقدار ک

دو عدد فرض کردم یکی ۳ $\frac{۵}{۱۰}$ و م ۳ $\frac{۶}{۱۰}$ درینصورت عدد منزل ک = عدد منزل ۳ $\frac{۵}{۱۰}$ = $\frac{۵۴۴۰۶۸۰}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ پس ک × عدد منزل ک = $\frac{۹۰۴۳۳۸۰}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ ۱ وهرگاه مفروض = دو بود درینصورت خطاء اول ناقص — $\frac{۹۵۷۶۲۰}{۱۰۰۰۰۰۰}$ ونیز ک = عدد منزل ۳ $\frac{۶}{۱۰}$ = $\frac{۵۵۶۳۰۲۵}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ پس ک × عدد منزل ک = $\frac{۲۶۸۹۰}{۱۰۰۰۰۰۰}$ ۲ وچون مساوات مفروضه دواست لهذا خطاء ثاني زائد مساوي $\frac{۲۶۸۹۰}{۱۰۰۰۰۰۰}$ گردید پس عدد اصغر وخطاء اصغر وعدد اعظم وخطاء اعظم را نوشته فضل هر دو عدد و مجموع الخطائین گرفتم بدینصورت

عدد اصغر ۳ $\frac{۵}{۱۰}$ خطاء اعظم — $\frac{۹۵۷۶۲۰}{۱۰۰۰۰۰۰}$

عدد اعظم ۳ $\frac{۶}{۱۰}$ خطاء اصغر + $\frac{۲۶۸۹}{۱۰۰۰۰۰}$

فضل العددین $\frac{۱}{۱۰}$ مجموع الخطائین نسبت خطائین مختلفین — $\frac{۹۸۴۵۱}{۱۰۰۰۰۰۰}$

= $\frac{\frac{۱}{۱۰} \times \frac{۲۶۸۹}{۱۰۰۰۰۰۰}}{\frac{۹۸۴۵۱}{۱۰۰۰۰۰۰}}$ بحسب ضرب فضل العددین في اصغر الخطائین و قسمته علی مجموع الخطائین = $\frac{۲۷۳}{۱۰۰۰۰۰}$ = خارج قسمت مطلوبه بعد ازان خارج را از عدد اعظم تفریق کردم بدینصورت شد عدد اعظم ۳ $\frac{۶۰۰۰۰۰}{۱۰۰۰۰۰}$ خارج قسمت که ساقط کرده شد اعنی — $\frac{۲۷۳}{۱۰۰۰۰۰}$ = ۳ $\frac{۵۹۷۲۷}{۱۰۰۰۰۰}$ = ک تقریبا و نیز هرگاه ک = ۳ $\frac{۵۹۷}{۱۰۰۰}$ بنویسم و مقدار عدد منزل آنرا مساوي $\frac{۵۵۵۹۴۰۴}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ متعین کنم پس ک في عدد منزل ک = $\frac{۹۹۹۷۲۷۶}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ ۱ واین مساوات دیگر شد درینصورت خطاء اصغر بحسب مساوات دو $\frac{۲۸۲۴}{۱۰۰۰۰۰۰}$ وچون هرگاه ک = ۳ $\frac{۶}{۱۰}$ که اول فرض شده بود واز روی آنهم خطاء واقع شده بود + $\frac{۲۶۸۹۰}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ لهذا باز بطریق اول فضل عددین و مجموع خطائین گرفتم بدینصورت شد

عدد اعظم ۳ $\frac{۶۰۰}{۱۰۰۰}$ خطاء اعظم + $\frac{۲۶۸۹۰}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$

عدد اصغر ۳ $\frac{۵۹۷}{۱۰۰۰}$ خطاء اصغر — $\frac{۲۸۲۴}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$

فضل العددین $\frac{۳}{۱۰۰۰}$ مجموع الخطائین $\frac{۲۹۷۱۴}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$

= $\frac{\frac{۳}{۱۰۰۰} \times \frac{۲۸۲۴}{۱۰۰۰۰۰۰۰}}{\frac{۲۹۷۱۴}{۱۰۰۰۰۰۰۰}}$ = $\frac{۲۸۵}{۱۰۰۰۰۰۰}$ = خارج قسمت وهرگاه آنرا با عدد اقل جمع کردم

بدینصورت شد $۳\frac{۵۹۷۰۰۰}{۱۰۰۰۰۰۰}$.

خارج قسمت $\frac{۲۸۵}{۱۰۰۰۰۰۰}$

مجموع $۳\frac{۵۹۷۲۸۵}{۱۰۰۰۰۰۰}$

فائده این نحیف میگوید که از بیان امثله معلوم میشود که اول دانستن عدد منزل طبیعي جمیع اعداد برای این قاعده ضرور است وآنرا (مستر برجس) نامی در کتاب علحده مفصل بیان کرده است ازان معلوم میتواند شد چنانچه حقیقت آن در بیان (لوگري تهم) مذکور خواهد شد انشاء الله تعالی *

بیان سوم در استخراج مسائل که عدد متعدد درجواب آن واقع میتواند شد و مقصود استخراج عدد صحیح بود ودران نیز چند مسائل است *

مسئله اول در استخراج دو مجهول که در یک معادله مع اعداد معلوم واقع شوند بشرطیکه مضلعات آنها دران نباشد *

قاعده اول مقدار یک مجهول ازان معادله در حروف حاصل سازند وآنرا مساوي صحیح بدین نشان نویسند (و) بعد ازان اعداد صحیح راکه دران مساوات واقع شود خواه از روی قسمت براید ساقط کرده باقي راکه ضرورة مشتمل بر مقدار یک مجهول و مساوي صحیح خواهد بود ثبت نمایند وبعد ازان آن باقي راخواه مضروبات آن باقي را در هر عددی که مناسب باشد از مضروب آن مجهول خواه در عددیکه مشتمل آن باقي است وهم مقسوم بران مضروب فیه باشد خواه آنرا در عددی دیگر مناسب ضرب کرده تفریق سازند واز باقي خواه از مضروبات باقي اعداد صحیح راساقط کرده باز بدستور تفریق کنند پس در تفریق آخر آنچه باقیماند ومشتمل بر یک مجهول باشد آنرا مساوي با واحد فرض کنند وترفیع ساخته عدد مجهول استخراج نمایند وهرگاه یک مجهول بهم رسید مجهول ثاني نیز بهم خواهد رسید *

فائده بنای قاعده هذا برین است که مجموع دو عدد صحیح خواه تفاضل بینهما خواه حاصل ضرب آن هر دو در دیگر اعداد صحیح همیشه عدد صحیح واقع میشود ونیز از روی قسمت عدد صحیح بر صحیح خارج عدد صحیح خواه صحیح مع الکسر از مقدار مقسوم علیه حاصل میشود لهذا از خارج قسمت وغیره اعداد صحیح راساقط می کنند چراکه مقصود استخراج صحیح است

وکسورکه باقي مي ماند آنراهم مساوي صحیح اعتبارمی کنند چراکه مجموع صحیح مفروض شده و هرگاه از صحیح صحیح را ساقط کنند باقي هم صحیح می ماند ❁ مثال اول ۱۹ ک = ۱۴ ے − ۱۱ پس مقدار ک وی چه باشد ∴ جواب چون ک = $\frac{۱۴ ے - ۱۱}{۱۹}$ = صحیح ونیز $\frac{۱۹ ے}{۱۹}$ = صحیح وبحسب تفریق $\frac{۱۹ ے}{۱۹} - \frac{۱۴ ے - ۱۱}{۱۹} = \frac{۵ ے + ۱۱}{۱۹}$ = صحیح وهرگاه این را درچهار ضرب کردم پس $\frac{۵ ے + ۱۱}{۱۹} \times ۴ = \frac{۲۰ ے + ۴۴}{۱۹} = \frac{۲۰ ے + ۶}{۱۹}$ + ۲ = صحیح وبعد اسقاط دو که عدد صحیح است $\frac{۲۰ ے + ۶}{۱۹}$ = صحیح و ازین سبب باز بحسب تفریق $\frac{۲۰ ے + ۶}{۱۹} - \frac{۱۹ ے}{۱۹} = \frac{ے + ۶}{۱۹}$ = صحیح درینصورت ے + ۶ = ۱۹ چراکه طرف آخر مقابله را که لفظ صحیح است بواحد تغییرکردم پس ے = ۱۳ ودرینصورت ک = ۹ وهوالمطلوب ❁ مثال دوم ۳ ک = ۸ ے − ۱۶ پس مقدار ک وی چه باشد چون ک = $\frac{۸ ے - ۱۶}{۳}$ = ۲ ے − ۵ + $\frac{۲ ے - ۱}{۳}$ = صحیح وبعد اسقاط اعداد صحیح $\frac{۲ ے - ۱}{۳}$ = صحیح وبحسب الضرب $\frac{۲ ے - ۱}{۳} \times ۲ = \frac{۴ ے - ۲}{۳}$ = صحیح وهرگاه $\frac{۳ ے}{۳}$ = صحیح ازین سبب $\frac{۴ ے - ۲}{۳} - \frac{۳ ے}{۳} = \frac{ے - ۲}{۳}$ = صحیح وهرگاه صحیح را واحد فرض کردم پس ے = ۳ + ۲ = ۵ پس ک = ۸ وهوالمطلوب ❁ مثال سیوم ۹ ک + ۱۳ ے = ۲۰۰۰ پس مقدار ک وی چه باشد چون ک = $\frac{۲۰۰۰ - ۱۳ ے}{۹}$ = ۲۲۲ − ے + $\frac{۲ - ۴ ے}{۹}$ = صحیح وبعد اسقاط اعداد صحیح $\frac{۲ - ۴ ے}{۹}$ = صحیح وبحسب الضرب $\frac{۲ - ۴ ے}{۹} \times ۲ = \frac{۴ - ۸ ے}{۹}$ = صحیح وهرگاه $\frac{۹ ے}{۹}$ = صحیح پس $\frac{۹ ے}{۹} + \frac{۴ - ۸ ے}{۹} = \frac{۴ + ے}{۹}$ = صحیح وهرگاه صحیح را واحد فرض کردم وترفیع نمودم ے = ۹ − ۴ = ۵ پس ک = ۲۱۵ ودرینجا اگرعدد نه را با مقداري مرة بعد اولی جمع کنند وهمچنان عدد سیزده را ازمقدار ک ساقط نمایند پس دیگرمقادیربموجب تفصیل

ذیل حاصل خواهند شد

ک = (۲۱۵)(۲۰۲)(۱۸۹)(۱۷۶)(۱۶۳)(۱۵۰)(۱۳۷)(۱۲۴)(۱۱۱)(۹۸)(۸۵)(۷۲)(۵۹)(۴۶)(۳۳)(۲۰)(۷)

ے = (۵)(۱۴)(۲۳)(۳۲)(۴۱)(۵۰)(۵۹)(۶۸)(۷۷)(۸۶)(۹۵)(۱۰۴)(۱۱۳)(۱۲۲)(۱۳۱)(۱۴۰)(۱۴۹)

مسئله دوم در استخراج مجهول مفرد بعدد صحیح بشرطیکه سائل مجهول را مقسوم بر اعدادی چند بیان کرده وباقیات آنرا که از روی قسمت واقع شده باشد اظهار سازد * مثلاً گوید کدام عدد است که اگر آنرا بر هفتده قسمت کنند باقي هفت ماند واگر بر بست وشش قسمت کنند باقي سیزده افتد وهکذا وطریقش آنست که مجهول را ک فرض کنند وهریک باقیات را ازان جدا جدا تفریق کرده برهریک مقسوم علیه منسوب نمایند که آن همه مساوي اعداد صحیح خواهد بود بعد ازان مقدار اول را که بصورت کسر است مساوي ب فرض سازند ومقدار ک حاصل کنند وآن مقدار را درصورت دوم با ک بدل ساخته مقدار ب بموجب مسئلهٔ اولی از فرض مساوات ر حاصل کرده بازمقدار ک ازان حاصل سازند وآنرا درمقدار سیوم بجای ک نوشته مقدار ر حاصل کنند وبازازان مقدار ک حاصل نمایند پس آنرا درمقدار سیوم بجای ک آورده مساوي س فرض کنند وهمچنین تا هرجا که بخواهند که عدد مطلوب خارج شود واستخراج هریکی ازمقادیر ب و ر و س بموجب مسئله اولی بعمل آرند مثال کدام عدد است که اگر آنرا بر هفده قسمت کنند هفت باقي ماند واگر بر بیست وشش قسمت نمایند سیزده باقیماند پس عدد مجهول را ک فرض کردم درینصورت $\frac{ک-۷}{۱۷}$ و $\frac{ک-۱۳}{۲۶}$ = و وهرگاه $\frac{ک-۷}{۱۷}$ = ب فرض کنم ک = ۱۷ ب + ۷ وهرگاه این مقدار را درصورت دوم بجای ک آوردم $\frac{۱۷ب-۶}{۲۶}$ = و شد وچون $\frac{۲۶ب}{۲۶}$ نیز = و است پس $\frac{۲۶ب}{۲۶} - \frac{۱۷ب-۶}{۲۶} = \frac{۹ب+۶}{۲۶}$ = و بلکه بحسب الضرب $\frac{۹ب+۶}{۲۶} \times ۳ = \frac{۲۷ب+۱۸}{۲۶}$ = ب + $\frac{ب+۱۸}{۱۶}$ = و وبعد حذف عدد صحیح که عبارت از ب است $\frac{ب+۱۸}{۲۶}$ = ر فرض کردم درینصورت ب = ۲۶ ر − ۱۸ وهرگاه ر را = ۱ فرض کردم پس ب = ۸ شد وضرورة ک = ۱۷ × ۸ + ۷ = ۱۴۳ وهو المطلوب ** مثال دوم کدام عدد است که هرگاه

آنرا بریازده قسمت کنند باقي سه ماند واگر برنوزده قسمت نمایند پنج باقیماند واگربربیست ونه قسمت نمایند باقي ده ماند پس مجهول را ک فرض کردم ونوشتم $\frac{ک-۳}{۱۱}$ و $\frac{ک-۵}{۱۹}$ و $\frac{ک-۱۰}{۲۹}$ = و وهرکاه $\frac{ک-۳}{۱۱}$ = ب فرض کردم پس ک = ۱۱ ب + ۳ شد واین مقدار را درصورت دوم با ک بدل ساختم $\frac{۱۱ب-۲}{۱۹}$ شد وبحسب ضرب $\frac{۱۱ب-۲}{۱۹}$ × ۲ = $\frac{۲۲ب-۴}{۱۹}$ = ب + $\frac{۳ب-۴}{۱۹}$ = و وبعد حذف ب که صحیح است $\frac{۳ب-۴}{۱۹}$ = و ماند وبحسب ضرب $\frac{۳ب-۴}{۱۹}$ × ۶ = $\frac{۱۸ب-۲۴}{۱۹}$ = $\frac{۱۸ب-۵}{۱۹}$ − ۱ = و ودرینصورت $\frac{۱۸ب-۵}{۱۹}$ = و وچون $\frac{۱۹ب}{۱۹}$ = و پس $\frac{۱۹ب}{۱۹}$ − $\frac{۱۸ب-۵}{۱۹}$ = $\frac{ب+۵}{۱۹}$ = و وهرکاه این مقدار را = ر فرض کنم پس ب = ۱۹ ر − ۵ گردید و ک = (۱۹ ر − ۵) × ۱۱ + ۳ = ۲۰۹ ر − ۵۲ شد وبحسب تبدیل مقدار هذا درصورت سیوم بجای ک $\frac{۲۰۹ر-۵۲}{۲۹}$ = ۷ ر − ۲ + $\frac{۶ر-۴}{۲۹}$ = و وبحسب حذف مقدار صحیح $\frac{۶ر-۴}{۲۹}$ = و وبحسب ضرب $\frac{۶ر-۴}{۲۹}$ × ۵ = $\frac{۳۰ر-۲۰}{۲۹}$ = ر + $\frac{ر-۲۰}{۲۹}$ = و وبحسب حذف مقدار صحیح $\frac{ر-۲۰}{۲۹}$ = و وهرکاه این مقدار را مساوي س فرض کنم پس ر = ۲۹ س + ۲۰ پس اگر س را = صفر فرض نمایم ر = ۲۰ میشود وضرورة ک = ۲۰۹ × ۲۰ − ۵۲ = ۴۱۲۸ میشود وهو المطلوب *

تنبیه این ضعیف میگوید که درین سؤال س را مساوي صفر فرض کردن خلاف ماتقرر سابق است واگر بموجب مسئله اول س رامساوي واحد فرض کنند نیز مطلوب حاصل میشود لیکن عدد دیگرکه اعظم ازین عدد حاصل است بهم میرسد بدینصورت ر = ۲۹ + ۲۰ = ۴۹ پس ک = ۲۰۹ × ۴۹ − ۵۲ = ۱۰۱۸۹ وهو المطلوب *

بیان چهارم در (دیفنتن) معادله وآن عبارت است از سؤالاتیکه مشتمل بر مجذورات خواه مکعبات وغیره مضلعات اعداد مجهول باشند ودرجواب آن اعداد متعدده واقع میتواند شد واین را (دیفینوس) نامی دراسکندریه مصرقریب صدی سیوم عیسوي ایجاد

کرده است وآن اول کاتب فن جبر ومقابله واز قدما است واین سؤالات بسیار دشوار ودقیق اند که اکثر در کتب جبر ومقابله بسبب دقتی که دارد مذکور نیستند وبرکسی از علمای این فن که بسیار عقیل بودند باوجود جد وجهد ومهارت طریق این منکشف نشده بود (دیفینوس) از غایت تفرس وتیزفهمی آنرا براورده وهرگاه من بکمال تفکر دران مسائل خوض میکنم خود را ناقص می یابم واز تیزفهمی ودانشمندی که درخصوص این مسائل از و بعمل آمده کمال حیرت میشود که چگونه باصول این مسائل بی پرده ودرهرسؤال بعضی جا اسقاط ودر بعضی جا زیادت وبطریق نو بهم رسانیدن معادلهٔ دیگر وتفریق وجمع واستثنای کدام اعداد حسب مناسب مقام هرجا بعمل آورده و (دیفینوس) موجد فن جبر ومقابله نیست بلکه او هم بوضع قدیمی این علم عمل می نمود لیکن فن جبر ومقابله که پیش از وقت (دیفینوس) در عالم رواج داشت بسبب ویرانی خواه فساد نادانی بزبان یا بسبب اشکال عبارت حکمای متقدمین ضایع ومندرس شده بود ودرفارس محاسبین بتلاش بسیار سیزده کتاب درین فن بهم رسانیده تعلیم وتعلم می نمودند لیکن جمیع آن کتب ازین مسائل خالی بود ودرسنه ۱۶۲۱ عیسوی این فن درمندراج هند رواج یافته اکثرکسان اینجا دربعض بعض جا توضیح وتشریح نمودند وباید دانست که ازقاعده وترکیب مفصلهٔ ذیل اگرچه ازروی حضور طبعت وفکر بسیار حل سؤالات میشود لیکن قاعدهٔ عام متعین نمی تواند شد که درهرسؤال کافی باشد لهذا برای استخراج این قسم سؤالات تیزفهمی وذکای متعلم این فن ضرور است *

قاعده برای ضلع مجذور خواه ضلع کعب مطلوبه یک حرف یا زیاده ازان فرض کنند بحیثیتیکه مجهول دیگر از وصل مقدار مجهول اول باعدد معلوم خواه مضلعات آن مفروض شود تاکه درمقابلهٔ مقدار یک مجهول افتد پس مسئله صراحةً رجوع بمسائل گذشته خواهد نمود ولیکن اگرمقدار مجهول مجذور خواه مضلع اعظم بود پس برای ضلع اول حرف نو ضرورة فرض کرده خواهد شد چنانکه بالا مذکور شد ** مثال اول میخواهم که عدد صدرا که مجذور است دو حصه کنم بحیثیتیکه هردو مجذور عددی باشند پس مجهول اول را $ک^۲$ فرض کردم وثانی $۱۰۰ - ک^۲$ گردید چون هردو مجذور مجهول اند لهذا ضلع مجذور اول ک است پس ضلع مجذور ثانی $۲ک - ۱۰$ فرض کردم ازین سبب $۱۰۰ - ک^۲ = (۲ک - ۱۰)^۲$

= ۴ ک^{۲} − ۴۰ ک + ۱۰۰ درینصورت بحسب اسقاط متداخلین وتبدیل طرف مستثنی ۵ ک^{۲} = ۴۰ ک پس ک = ۸ بنا برآن ۲ ک − ۱۰ = ۶ پس ۶۴ و ۳۶ حصهای مطلوب است *

فائده اگر ضلع مجذور دوم را ک − ۱۰ فرض کنم پس ک^{۲} − ۲۰ ک + ۱۰۰ = ۱۰۰ − ک^{۲} میشود درینصورت ک که ضلع مجذور اول است مساوي ده خواهد بود و ک − ۱۰ که ضلع مجذور دوم است مساوي صفر خواهد افتاد ازین جهت ک − ۱۰ برای ضلع دوم مفروض نشد واگر ۳ ک − ۱۰ خواه ۴ ک − ۱۰ خواه دیگر مقدار همچنین مفروض شوند اکثری ازان مناسب واکثری ازان غیر مناسب خواهد بود پس لحاظ این امر برای فرض کردن ضرور است بطریق دیگر علی العموم مقدار صد را = م^{۲} فرض کردم ومقدار یک حصه ک^{۲} ومقدار دوم م^{۲} − ک^{۲} وهرگاه ضلع مجذور دوم را ر ک − م فرض کردم پس م^{۲} − ک^{۲} = ر^{۲} ک^{۲} − ۲ م ر ک + م وبعد اسقاط متداخلین وتبدیل مستثنی ر^{۲} ک^{۲} + ک^{۲} = ۲ م ر ک وهرگاه هردو طرف را بر ک قسمت کرده شود ر^{۲} ک + ک = ۲ م ر خواهد بود وهرگاه این مقابله را بر ر^{۲} + ۱ قسمت کرده شود ک = $\frac{۲ م ر}{ر^{۲}+۱}$ خواهد شد پس ر ک − م = $\frac{۲ م ر^{۲}}{ر^{۲}+۱}$ − م = $\frac{۲ م ر^{۲}}{ر^{۲}+۱}$ − $\frac{م ر^{۲}+م}{ر^{۲}+۱}$ = $\frac{م ر^{۲}-م}{ر^{۲}+۱}$ ازین سبب $\frac{(۲ م ر)^{۲}}{ر^{۲}+۱}$ و $\frac{(م ر^{۲}-م)^{۲}}{ر^{۲}+۱}$ این هردو حصهای مطلوبه اند پس مقدار م ومقدار ر ازهر اعداد یکدگرفته شود خواهد برآمد بطریق دیگر اگر هردو ضلع مجذورین مجهولین را س و ر فرض کنم بحیثیتیکه س اعظم از ر باشد پس ۲ ر س و س^{۲} − ر^{۲} و س^{۲} + ر^{۲} این هر سه را مقدار عمود وضلع ووتر مثلث قایم الزاویه فرض کنم وبحسب شکل عروس مقدار هردو ضلع مجهولین بهم خواهد رسید بدینصورت (۲ ر س)^{۲} + (س^{۲} − ر^{۲})^{۲} = (س^{۲} + ر^{۲})^{۲} بلکه (ر^{۲} + س^{۲})^{۲} − (۲ ر س)^{۲} = (س^{۲} − ر^{۲})^{۲} خواه (س + ر^{۲})^{۲} − (س^{۲} − ر^{۲})^{۲} = (۲ س ر)^{۲} پس مقدار س و ر را بهر عددیکه تعبیر کنند بشرطیکه س اعظم از ر باشد مطلوب خواهد برآمد *

تنبیه نحیف میگوید که این قاعدهٔ آخیره مشعر است براینمعني که هرگاه مجذورین بحیثیتیکه مجموع آنها نیز مجذور باشد خواه تفاضل بینهما مجذور بود بهم رسیدند پس بطریق

اربعهٔ متناسبه حصهٔ هر مجذوری که خواهند می توانند کرد خواه مجذور ثانی که تفاضل مجذور داشته باشد بهم می توانند رسانید * مثلاً در مثال مذکور هرگاه ر + س بدو عدد یکه تعبیر کنند چنانکه س را = ٦ فرض کردم و ر را = ٢ پس (س^٢ − ر^٢)^٢ = ١٠٢٤ + (٢ ر س)^٢ = ٥٧٦ = (س^٢ + ر^٢)^٢ = ١٦٠٠ پس بطریق اربعهٔ متناسبه ١٦٠٠ | ١٠٠ / ٥٧٦ حاصل ضرب وسطین را برطرف معلوم قسمت کردم خارج ٣٦ برآمد وآن یک حصه از صد و مجذور است وهمچنین حصهٔ دوم ٦٤ مجذور است ** مثال دوم می خواهم که عدد معلوم را مثل ١٣ که مجموع دو مجذور اعداد معلوم است مثل ٩ و ٤ بدو حصه دیگر قسمت کنم که آن هر دو مجذور باشند پس برای ضلع مجذور اول که حصهٔ اعظم است ر ک − ٣ فرض کردم و برای ضلع مجذور دوم که اصغر است س ک − ٢ فرض نمودم بحیثیتیکه ر اعظم از س است درینصورت (ر ک − ٣)^٢ + (س ک − ٢)^٢ = ر^٢ ک^٢ − ٦ ر ک + ٩ + س^٢ ک^٢ − ٤ س ک + ٤ = (ر^٢ + س^٢) × ک^٢ − (٦ ر + ٤ س) ک + ١٣ = ١٣ بلکه بعد اسقاط متداخلین وتبدیل مستثنی (ر^٢ + س^٢) ک^٢ = (٦ ر + ٤ س) ک وبحسب القسمة ک^٢ = (٦ ر + ٤ س) ک / (ر^٢ + س^٢) وبحسب القسمة

علی ک خواهد شد ک = (٦ ر + ٤ س) / (ر^٢ + س^٢) پس ر ک − ٣ = (٦ ر^٢ + ٤ ر س) / (ر^٢ + س^٢) − ٣ = (٣ ر^٢ + ٤ ر س − ٣ س^٢) / (ر^٢ + س^٢)

= ضلع مجذور اعظم ونیز س ک − ٢ = (٦ ر س + ٤ س^٢) / (ر^٢ + س^٢) − ٢ = (٦ ر س − ٢ ر^٢ + ٢ س^٢) / (ر^٢ + س^٢) = ضلع

مجذور دوم پس اگر ر = ٢ و س = ١ فرض کرده شود درینصورت (٣ ر^٢ + ٤ ر س − ٣ س^٢) / (ر^٢ + س^٢) =

١٧/٥ = ضلع مجذور اعظم و (٦ ر س − ٢ ر^٢ + ٢ س^٢) / (ر^٢ + س^٢) = ٦/٥ = ضلع مجذور اصغر و مجذور این اعداد

حصهای مطلوب است ونیز اگر م^٢ + ب^٢ = عدد معلوم که منقسم است فرض کرده شود وبطریقیکه مذکور شد استخراج حصهای دیگر نمایند مسئلهٔ عام خواهد شد اعنی هر عدد را بخواهند منقسم فرض کنند بحیثیتیکه آن عدد مجموع عددین مجذورین باشد *

فائده این سؤال (دیفنیوس) استخراج کرده واین را اصول برای استخراج اکثر مسائل دیگرساخته واگرمقدار ر و سه سوای اعداد مفروضهٔ صدر بهرعددین مختلفین که تعبیرکنند مطلوب حاصل میتواندشد * مثلا ۳ مر و ۲ ب خواه ۳+۲ (مر+ب) و۳−۲ (مر−ب) وغیرآن وازان مقدارضلعهای هرد وحصهٔ متعدد متعین میتواندشد وبایددانست که این مسئلهٔ لطیف را (گرسستي) نامی که ازقدماست درکتاب خود بانواع واقسام طرق مبوب ومفصل نموده بیان کرده است وازان برای دیگرحسابها اعانت نموده و (اندرسن) نامی و (انیت) وغیره درفن مثلثات زیاده تفصیل آن کرده و (هرگنیوس) نامی بهمین حروف درجلد آخر کتابی درفن ریاضي بیان نموده است ❁ مثال سیوم دربهم رسانیدن دومجذور بشرطیکه تفاضل بینهما معلوم باشد پس مقدارتفاضل معلوم ء فرض کردم ودوعدد غیرمعین را مر و ب فرض نمودم بحیثیتیکه مر اعظم از ب است و ک ضلع مجذوراصغرفرض کردم و ک+ب ضلع مجذوراعظم فرض نمودم درینصورت (ک+ب)^۲ − ک^۲ = ک^۲ + ۲ب ک + ب^۲ − ک^۲ = ۲ب ک + ب^۲ = ء وهرگاه این معادله را ب قسمت کنم پس ۲ک + ب = مر درینصورت ک = (مر−ب)/۲ = ضلع مجذوراصغر و ک + ب = (مر−ب)/۲ + ب = (مر+ب)/۲ = ضلع مجذوراعظم پس هرگاه تفاضل معلوم اعنی ء مساوي شصت باشد پس ء = ۶۰ = مر × ب = ۳۰ × ۲ فرض خواهم کرد درینصورت مقدار مر = ۳۰ و ب = ۲ خواهد شد پس ک = (مر−ب)/۲ = (۳۰−۲)/۲ = ۱۴ = ضلع مجذوراصغر و ک + ب = (مر+ب)/۲ = (۳۰+۲)/۲ = ۱۶ = ضلع مجذوراعظم درینصورت ۱۹۶ = مجذوراصغر و ۲۵۶ = مجذوراعظم وهمچنین هرتفاضلي معلوم که فرض کنند مضروبین آن حاصل ساخته اعظم را مر واصغررا ب فرض نمایند واستخراج مجهول سازند ❁ مثال چهارم بهم رسانیدن دوعدد بحیثیتیکه اگرهریکی ازآنها با مجذوردیگری جمع کرده شود مجموع مجذورعددی شودپس هرد وعدد مجهول را ک و ے فرض کردم درینصورت ک^۲ + ے = مجذوري است و ے^۲ + ک = مجذوردیگراست وهرگاه ضلع مجذوراول که ک^۲ + ے

است ر − ک فرض کنم درینصورت ک^۲ + ے = ر^۲ − ۲ ر ک + ک^۲ بلکه ے = ر^۲ − ۲ ر ک

بلکه ۲ ر ک = ر^۲ − ے وبحسب القسمة ک = (ر^۲ − ے) / (۲ ر) وهرگاه ضلع مجذور دوم اعنی ے^۲ +

ک را ے + س فرض کنم پس ے^۲ + (ر^۲ − ے) / (۲ ر) = (ے + س)^۲ بلکه ر^۲ − ے = ۴ ر س ے

+ ۲ ر س^۲ خواهد شد پس ضرورة ے = (ر^۲ − ۲ ر س^۲) / (۴ ر س + ۱) وک = (ر^۲ − ے) / (۲ ر) = (۲ ر^۲ س + س^۲) / (۴ ر س + ۱)

وهرگاه ر و س هر عددی را فرض کنم بشرطیکه ر اعظم از ۲ ر س باشد وازان اعداد ضلع

مجذور اعظم واصغر بموجب مرقوم الصدر حاصل کنم مطلوب برآید ٭ مثال پنجم بهم رسانیدن

دو عدد بحیثیتیکه مجموع آنها وتفاضل بینهما هر دو مجذور باشد پس هر دو عدد مطلوب را ک

و ک^۲ − ک فرض کردم چون درینجا مجموع عددین مجذور است پس صرف تفاضل

بینهما که مجذور باشد مطلوب خواهد بود وازین سبب تفاضل بینهما که ک^۲ − ۲ ک است

= یک مجذور شد وهرگاه ضلع این مجذور را ک − ر فرض کنم پس ک^۲ − ۲ ر ک + ر^۲ =

ک^۲ − ۲ ک خواهد بود بلکه ۲ ر ک − ۲ ک = ر^۲ درینصورت ک = (ر^۲) / (۲ ر − ۲) پس

ک^۲ − ک = ((ر^۲) / (۲ ر − ۲))^۲ − (ر^۲) / (۲ ر − ۲) پس عدد اول (ر^۲) / (۲ ر − ۲) وعدد ثاني ((ر^۲) / (۲ ر − ۲))^۲ =

(ر^۲) / (۲ ر − ۲) مطلوب گردید پس مقدار ر بهر عددیکه فرض کنم بشرطیکه اعظم از واحد باشد

واین تحریف میگویدکه اگر اعظم از اثنین باشد مطلوب خواهد برآمد چراکه اگر مقدار اثنین بود پس

(ر^۲) / (۲ ر − ۲) = ۲ خواهد بود و ((ر^۲) / (۲ ر − ۲))^۲ − (ر^۲) / (۲ ر − ۲) = ۴ − ۲ = ۲ خواهد بود پس هر دو عدد متساویین

برآمدند وتفاضل بینهما هیچ نماند فافهم ٭ مثال ششم بهم رسانیدن سه عدد بحیثیتیکه مجموع آنها

ومجموع دو دو از آنها همه مجذور باشند پس اول ۴ ک وثاني را ک^۲ − ۴ ک وثالث را

۲ ک + ۱) فرض کردم چراکه ۴ ک + ک^۲ − ۴ ک = ک^۲ اعني مجموع عدد اول وثاني مساوي

مربع است ونیز ک^۲ − ۴ ک + ۲ ک + ۱) اعني مجموع ثاني وثالث = ک^۲ − ۲ ک + ۱ =

مجذور ونیز ۴ ک + ک^۲ − ۴ ک + ۲ ک + ۱) اعني مجموع هر سه اعداد = ک^۲ +

۲ ک + ۱ = مجذور پس این هرسه صورت بحسب سؤال درست میشود وباقي یک صورت اعنی مجموع اول وثالث که مساوي مجذور نمیشود لهذا آنرا نوشتم بدینصورت ۴ ک + ۲ ک + ۱ = ۶ ک + ۱ = م^۲ بحسب السؤال والفرض پس ک = $\frac{م^۲ - ۱}{۶}$ وضرورة $\frac{۴م^۲ - ۴}{۶}$ و $\left(\frac{م^۲ - ۱}{۶}\right)^۲ - \frac{۴م^۲ - ۴}{۶}$ و $\frac{۲م^۲ - ۲}{۶}$ + ۱ مساوي هرسه اعداد مفروضه اند بلکه $\frac{۲م^۲ - ۲}{۳}$ و $\frac{م^۴ - ۲۶م^۲ + ۲۵}{۳۶}$ و $\frac{م^۲ + ۲}{۳}$ مقدار هرسه اعداد مطلوبه است پس مقدار م را بهر عدد یکه خواهم فرض کنم بحیثیتیکه اعظم از پنج باشد مطلوب خواهد برآمد ❁ مثال هفتم بهم رسان سه مجذور را اعداد صحیح بحیثیتیکه مجموع دو وازان مجذور باشند پس هرسه مجذور را ک^۲ و ے^۲ و ط^۲ فرض کردم درینصورت بحسب السؤال ک^۲ + ے^۲ = مجذوری و ے^۲ + ط^۲ = مجذوری و ک^۲ + ط^۲ = مجذوري وبحسب القسمت $\frac{ک^۲}{ط^۲}$ + ۱ = مجذوری و $\frac{ے^۲}{ط^۲}$ + ۱ = مجذوری و $\frac{ک^۲}{ط^۲}$ + $\frac{ے^۲}{ط^۲}$ = مجذوری چراکه هرگاه مجذوری را بر مجذوری قسمت می کنند خارج قسمت هم مجذور میشود ضرورة هرگاه $\frac{ک}{ط}$ را = $\frac{س^۲ - ۱}{۲س}$ و $\frac{ے}{ط}$ را = $\frac{ر^۲ - ۱}{۲ر}$ فرض کنم درینصورت $\frac{ک^۲}{ط^۲}$ + ۱ = $\frac{س^۴ - ۲س + ۱}{۴س^۲}$ + ۱ = $\frac{س^۴ + ۲س^۲ + ۱}{۴س^۲}$ بحسب التجنیس و $\frac{ے^۲}{ط^۲}$ + ۱ = $\frac{ر^۴ + ۲ر^۲ + ۱}{۴ر^۲}$ وهرگاه این هرد و مجذور اند ازین سبب صرف $\frac{ک^۲}{ط^۲}$ + $\frac{ے^۲}{ط^۲}$ = مجذور باقي میماند وچون $\frac{ک^۲}{ط^۲}$ + $\frac{ے^۲}{ط^۲}$ = $\left(\frac{س^۲ - ۱}{۲س}\right)^۲$ + $\left(\frac{ر^۲ - ۱}{۲ر}\right)^۲$ = $\frac{(س^۲ - ۱)^۲}{۴س^۲}$ + $\frac{(ر^۲ - ۱)^۲}{۴ر^۲}$ = $\frac{۴ر^۲ \times (س^۲ - ۱)^۲ + ۴س^۲ \times (ر^۲ - ۱)^۲}{۴ر^۲ \times ۴س^۲}$ بلکه باعتبار صورت کسر وضلعین مضروب فیه ر^۲ × (س^۲ − ۱)^۲ + س^۲ × (ر^۲ − ۱)^۲ = ر^۲ × (س + ۱)^۲ × (س − ۱)^۲ + س^۲ × (ر + ۱)^۲ × (ر − ۱)^۲ = با مجذور عددی وبسبب فرض کردن ر − ۱ = س + ۱ بلکه ر = س + ۲ خواهد شد (س + ۲)^۲ × (س + ۱)^۲ × (س − ۱)^۲ + س^۲ × (س + ۱)^۲ × (س + ۳)^۲ = مجذور بلکه (س + ۲)^۲ × (س − ۱)^۲ + س^۲ × (س + ۳)^۲

= ۲ س^۴ + ۸ س^۳ + ۶ س^۲ − ۴ س + ۴ = مجذور عددی وهرگاه مقدار جذر آنرا مساوی $\frac{۵}{۴}$ س^۲ − س + ۲ فرض کنم پس ۲ س^۴ + ۸ س^۳ + ۶ س^۲ − ۴ س + ۴ = ($\frac{۵}{۴}$ س^۲ − س + ۲)^۲ = $\frac{۲۵}{۱۶}$ س^۴ − $\frac{۵}{۲}$ س^۳ + ۶ س^۲ − ۴ س + ۴ وبحسب اسقاط متداخلین ۲ س^۴ + ۸ س^۳ = $\frac{۲۵}{۱۶}$ س^۴ − $\frac{۵}{۲}$ س^۳ وبحسب القسمة علی س^۳ میشود ۲ س + ۸ = $\frac{۲۵}{۱۶}$ س − $\frac{۵}{۲}$ بلکه $\frac{۷}{۱۶}$ س = − $\frac{۲۱}{۲}$ پس س = − ۲۴ پس ضرورة ر = − ۲۲ و $\frac{ک}{ط}$ = $\frac{۱ − س^۲}{۲ س}$ = $\frac{۵۷۵}{−۴۸}$ و $\frac{ے}{ط}$ = $\frac{۱ − ر^۲}{۲ ر}$ = $\frac{۴۸۳}{−۴۴}$ پس ک = − $\frac{۵۷۵ ط}{۴۸}$ و ے = − $\frac{۴۸۳ ط}{۴۴}$ وبدین سبب برای جواب اعداد صحیح فرض می کنم ط = ۲۸ ۵ وازین سبب ک = ۱۳۲۵ و ے = ۷۹۶۵ وباید دانست که درینجا چند سؤال دیگر است که صاحب کتاب صرف جواب آن نوشته است وبیان طریق عمل واستخراج آنرا فروگذاشته هرچند اکثری ازان بادنی تامل متخیل میشوند وبعضی ازان تامل طلب است لهذا بالتفصیل طریق استخراج بعضی ازان نوشته میشود وباقی را برای امتحان طبع ناظرین ومتعلمین تبعا لصاحب الکتاب فروگذاشته ام تاهرکس را که توفیق دهد استخراج نماید ❁ سؤال اول بهم رسان عدد ک بحیثیتیکه ک + ۱ و ک − ۱ هردو مجذور اعداد شوند ❁ جواب ک + ۱ = م^۲ فرض کردم پس ک − ۱ = م^۲ − ۲ = مجذور وهرگاه ضلع آنرا) ۲ − م فرض نمودم پس ۴ − ۴ م + م^۲ = م^۲ − ۲ بلکه ۶ = ۴ م پس م = $\frac{۳}{۲}$ ۱ و ۲ − م = $\frac{۱}{۲}$ و ک = $\frac{۵}{۴}$ ۱ ❁ سؤال دوم بهم رسان مقدار ک بحیثیتیکه ک + ۱۲۸ و ک + ۱۹۲ هردو مجذور باشند ❁ جواب ک + ۱۹۲ = م^۲ فرض کردم پس ک + ۱۲۸ = م^۲ − ۶۴ شد وهرگاه جذر آنرا) ۳$\frac{۱}{۲}$ − م فرض کردم درینصورت ۱۰۲۴ − ۶۴ م + م^۲ = م^۲ − ۶۴ بلکه ۱۰۸۸ = ۶۴ م بلکه م = ۱۷ پس ک = م^۲ − ۱۹۲ = ۲۸۹ − ۱۹۲ = ۹۷ ❁ سؤال سوم بهم رسان مقدار ک بحیثیتیکه ک^۲ + ک و ک^۲ − ک هردو مجذور باشند ❁ جواب ک^۲ − ک = م^۲ فرض کردم پس ک^۲ + ک = م^۲ + ۲ ک وهرگاه ضلع آنرا) ۷ م فرض نمودم پس ۴۹ م^۲ = م^۲ + ۲ ک بلکه ۴۸ م^۲ = ۲ ک بلکه ۲۴ م^۲ = ک گردید درینصورت ۵۷۶ م^۲ − ۲۴ م^۲ = ک^۲ − ک = م^۲ شد بلکه ۵۷۶ م^۲ = ۲۵ م^۲ بلکه بحسب تجذیر ۲۴ م^۲ = ۵ م بلکه م^۲ = $\frac{۲۵}{۲۴}$ م بلکه م = $\frac{۵}{۲۴}$ ودرینصورت ک = ۲۴ م^۲ = $\frac{۲۵}{۲۴}$ *

فائده باید دانست که درین سؤال جذر (مر^۲ + ۲۴ ک) را (۷ مر فرض کرده شده است چراکه اگر از مربع هفت واحد ساقط کنند تنصیف صحیح می پذیرد و اگر بر مربع آن واحد بیفزایند مساوي ضعف المجذور آخر میشود پس اگر بهمین صفت اعداد دیگر فرض کنند نیز ممکن است چنانچه اگر ۱۴ مر فرض کنم عدد دیگر بحسب المطلوب خواهد برآمد ❁ سؤال چهارم بهم رسان سه مجذور متساوی التفاضل ❁ جواب مجذور اول واحد فرض کردم و مقدار تفاضل را ک پس ک + ۱ = مجذور ثاني و ۲ ک + ۱ = مجذور ثالث لهذا) ۲ ک + ۱ را = مر^۲ فرض نمودم پس ک + ۱ = مر^۲ − ک = مجذور شد وهرگاه جذر آنرا مر − ۲ فرض کردم پس مر^۲ − ۴ مر + ۴ = مر^۲ − ک بلکه ک + ۴ = ۴ مر بلکه ک = ۴ مر − ۴ بلکه ۲ ک + ۱ = ۸ مر − ۷ = مر^۲ بلکه مر = ۴ + [۱۶ − ۷] = ۴ + ۳ = ۷ پس ک = ۲۴ وازین سبب مجذور اول ۱ ومجذور ثاني ۲۵ ومجذور ثالث ۴۹ ❁ سؤال پنجم بهم رسان مقدار ک و ے بحیثیتیکه ک + ے و ے^۲ + ک و ک^۲ + ے هر سه مجذور باشند ❁ جواب فرض کردم ک = ر / ز^۲ و ے = (سه^۲ − ر) / ز تا مجموع هر دو مجذور باشد بحسب السؤال درینصورت ک^۲ + ے = ز^۲ / ز^۴ + (سه^۲ − ر) / ز = مجذور و ے^۲ + ک = (سه^۴ − ۲ ر سه^۲ + ز^۲) / ز^۴ + ر / ز^۲ = مجذور بحسب السؤال وضلع مجذور اول ۲ ر / ز^۲ فرض کردم پس ۴ ز^۲ / ز^۴ = ز^۲ / ز^۴ + (سه^۲ − ر) / ز^۲ بلکه بعد اسقاط متداخلین ۳ ز^۲ / ز^۴ = (سه^۲ − ر) / ز^۲ وبحسب الترفیع کسر اول ۳ ز^۴ / ز^۴ = سه^۲ − ر بلکه ۳ = سه^۲ − ر بلکه سه^۲ = ر + ۳ وهرگاه جذر مجذور ثاني را (سه^۲ + ر) / ز^۲ فرض نمایم درینصورت (سه^۴ + ۲ ر سه^۲ + ز^۲) / ز^۴ = (سه^۴ − ۲ ر سه^۲ + ز^۲) / ز^۴ + ر / ز^۲ = (سه^۴ − ۲ ر سه^۲ + ز^۲ + ز^۲) / ز^۴ وبلکه سه^۴ + ۲ ر سه^۲ + ز^۲ = سه^۴ − ۲ ر سه^۲ + ز^۲ + ز^۲ وبحسب اسقاط متداخلین ونقل مستثنی ۴ ر سه^۲ = ز^۲ وبحسب القسمة علی ر میشود ۴ سه^۲ = ز^۲ وچون سه^۲ = ر + ۳ بود درینصورت ز^۲ = ۴ ر + ۱۲ بلکه ر = ۴ + ۲ = ۶ پس سه^۲ = ۹ بلکه سه = ۳ لهذا ک = ر / ز^۲ = ۶ / ۳۶ = ۱ / ۶ و ے = (سه^۲ − ر) / ز^۲ = ۹ − ۶ / ۳۶ = ۳ / ۳۶ = ۱ / ۱۲ وهو المطلوب ❁ سؤال ششم بهم رسان سه اعداد علی نسبت عددی بحیثیتیکه مجموع دو دو ازان مجذور باشد ❁

جواب عدد اول ک فرض کردم وقدر تفاضل را ب پس هرسهٔ اعداد ک و ک + ب و ک + ۲ ب شد درینصورت ۲ ک + ب = مجذور و ۲ ک + ۲ ب = مجذور و ۲ ک + ۳ ب = مجذور بحسب السؤال وازینجا ظاهر شدکه هرسه مجذور هم علی نسبت عددی اند وقدر تفاضل نیز ما بینهما مساوي است ونیز قدر تفاضل اقل از مجذور اصغر است لهذا مجذور اول را $م^۲$ ومجذور ثاني را = $(م + س)^۲$ ومجذور ثالث = $(م + ر)^۲$ فرض کردم درینصورت ۲ ک + ب = $م^۲$ و ۲ ک + ۲ ب = $م^۲$ + ب = $م^۲$ + ۲ م س + $س^۲$ بلکه ب = ۲ م س + $س^۲$ ونیز ۲ ک + ۳ ب = $م^۲$ + ۲ ب = $م^۲$ + ۲ م ر + $ر^۲$ بلکه ب = م ر + $\frac{ر^۲}{۲}$ = ۲ م س + $س^۲$ وهرگاه ر = ۲ س − ۲ فرض کرده مقدار ر را تبدیل کردم پس ۲ م س + $س^۲$ = ۲ م س − ۲ م + ۲ $س^۲$ − ۴ س + ۲ گردید وبعد اسقاط متداخلین وتبدیل مستثنی ۲ م = $س^۲$ − ۴ س + ۲ بلکه م = $\frac{س^۲ - ۴س + ۲}{۲}$ وچون ضرور است که $م^۲$ اعظم از ۲ م س + $س^۲$ باشد لهذا مقدار س زاده فرض کردم چراکه در اعداد اقل ازان ممکن نبود که $م^۲$ اعظم از ۲ م س + $س^۲$ بود پس م = ۳۱ و ب = ۷۲۰ گردید درینصورت ۲ ک + ب = $م^۲$ = ۹۶۱ بلکه ک = $\frac{م^۲ - ب}{۲}$ = $\frac{۹۶۱ - ۷۲۰}{۲}$ = $\frac{۲۴۱}{۲}$ = ۱۲۰½ وآن عدد اول است پس عدد ثاني ک + ب = ۸۴۰½ وعدد ثالث ک + ۲ ب = ۱۵۶۰½ وهو المطلوب ودرینصورت $م^۲$ = ۹۶۱ و $(م + س)^۲$ = ۱۶۸۱ و $(م + ر)^۲$ = ۲۴۰۱ واگر س = ۱۲ فرض کنم پس م = ۴۹ و م + س = ۶۱ و م + ر = ۷۱ پس ک = ۵۴۰½ و ک + ب = ۱۸۶۰½ و ک + ۲ ب = ۳۱۸۰½ وهمچنین اگر س = ۱۴ فرض کنم پس م = ۷۱ و م + س = ۸۵ و م + ر = ۹۷ وهکذا هر عددی برای س فرض کنند بشرطیکه زوج باشد مطلوب حاصل خواهد شد وچون صاحب انگریزي درجواب وسؤال هذا صرف هرسه اعداد اول را نوشته است که درینجا بسبب فرض س = ۱۰ حاصل شده لهذا معلوم نیست که او هم بهمین طریق استخراج نموده یا بطریق دیگر جواب بطریق دیگر عدد اول $\frac{م^۲}{۲}$ − ک ومقدار تفاضل ۲ ک وعدد دوم $\frac{م^۲}{۲}$ + ک وعدد سوم $\frac{م^۲}{۲}$ + ۳ ک فرض کردم پس مجموع اولین $م^۲$ ومجموع ثاني وثالث $م^۲$ + ۴ ک ومجموع ثالث واول $م^۲$ + ۲ ک پس جذر فرضی مجموع ثاني وثالث م + ر ومربع آن $م^۲$ + $ر^۲$ + ۲ م × ر = $م^۲$ + ۴ ک بلکه $ر^۲$ + ۲ م ر = ۴ ک بلکه $\frac{ر^۲}{۲}$ + م ر = ۲ ک وجذر مجموع ثالث واول ۲ ر − م

ومربع آن ۴ ر² + م² − ۴ م ر = م² + ۲ ک بلکه ۴ ر² − ۴ م ر = ۲ ک پس ر² + م ر = ۴ ر² −
۴ م ر بلکه ر² + ۲ م ر = ۸ ر² − ۸ م ر بلکه ۱۰ م ر = ۷ ر² بلکه ۱۰ م = ۷ ر پس م = ۷ و
ر = ۱۰ جواب بطریق دیگر عدد اعظم را = ۲ م² + ک²/۲ − ۴ م ک وعدد ثاني = ۲ م² +
ک²/۲ وعدد ثالث = ۲ م² + ک²/۲ + ۴ م ک فرض نمودم وهرگاه اول وثاني راجمع نمایم
مجذور میشود بدینصورت ۴ م² + ک² − ۴ م ک وجذر این = ۲ م − ک وهرگاه ثاني
وثالث راجمع نمایم هم مجذور میشود بدینصورت ۴ م² + ک² + ۴ م ک وجذر این = ۲ م
+ ک و هرگاه عدد اول را با عدد ثالث جمع کنم بدینصورت میشود ۴ م² + ک² واین مجذور
نیست لهذا این را با مربع دیگر معادل کردم بدینصورت ۴ م² + ک² = ط² وبعدازان ک²
را = ۹ فرض کردم وغیرآن هم عدد مجذور فرض می تواند شد پس ۴ م² + ۹ = ط² شد عمل
مجذور نمودم یعنی اول عدد ۲ فرض کردم ومربع آن ۴ وچهار امثال آن گرفتم ۱۶
شد پس ۱۶ + ۹ = ۲۵ واین مجذور است لیکن استخراج عدد اول ازین ممکن نیست لهذا
جذر صغیر را که ۲) است درجذر کبیر که ۵) است ضرب نموده تضعیف نمودم ۲۰ گردید
بعدازان حاصل را برجذر مضاف قسمت کردم خارج ۶ ۲/۳ شد پس م = ۶ ۲/۳ و ک = ۳ پس
م² = ۴۴ ۴/۹ وضعف آن ۸۸ ۸/۹ وهرگاه ک²/۲ را که ۴ ۱/۲) است بران افزودم ۹۳ ۷/۱۸ حاصل
جمع شد و م × ک = ۲۰ و ۴ م ک = ۸۰ وهرگاه ۸۰) را ازحاصل جمع ساقط نمودم باقي ۱۳ ۷/۱۸
ماند واین عدد اول و ۹۳ ۷/۱۸ عدد ثاني و ۱۷۳ ۷/۱۸ عدد ثالث این هرسه اعداد مطلوب است ❁
سؤال هفتم بهم رسان سه مجذور اعداد درنسبت مضروبه اعني مجذور اعظم مسطح مجذورین اصغرین
باشد ؛ جواب ۱۲۲۵ و ۴۹ و ۲۵ ❁ سؤال هشتم بهم رسان سه عدد بحیثیتیکه اگر مجذور هریکی
ازانها با آن دو عدد دیگر جمع کرده شود هرسه مجموع مجذورها شوند ؛ جواب ۸/۳ و ۱۶/۳ و ۱ ❁
سؤال نهم بهم رسان دو عدد علی نسبت ۸ و ۱۵ بشرطیکه مجموع مجذور آنها هم مجذور
عددی شود ؛ جواب ۵۷۶ و ۱۰۸۰ ❁ سؤال دهم بهم رسان چهار عدد بحیثیتیکه اگر یک مجذور
معین (۱۰۰) جمع کرده شود با حاصل ضرب هریکی دو دو ازانها هر مجموع مجذور عددی شود ؛

جواب ۱۲ و ۳۲ و ۸۸ و ۱۶۸ ٭ سؤال یازدهم بهم رسان دو عدد بحیثیتیکه تفاضل بینهما مثل تفاضل بین مجذورهما باشد و مجموع مجذورهر دو مجذور عددی شود ٭ جواب $\frac{۴}{۷}$ و $\frac{۳}{۷}$ ٭ سؤال دوازدهم بهم رسان سه عدد در نسبت هندسي بحیثیتیکه هریکی ازان زیاده کرده شود بریک عدد معلوم (۱۹) مجذور عددی شود ٭ جواب ۸۱ و $\frac{۵}{۴}$ و $\frac{۲۵}{۱۲۹۶}$ ٭ سؤال سیزدهم بهم رسان دو عدد بحیثیتیکه اگر حاصل ضرب آنها جمع کرده شود با مجموع مجذورهای آنها مجذور عددی شود ٭ جواب ۵ و ۳ / ۸ و ۷ / ۱۶ و ۵ وغیره ٭

سؤال چهاردهم قسمت کن یک عدد معین (۱۰) در کدام چهار حصه بحیثیتیکه مجموع هریکی سه ازان مجذور عددی شود ٭ جواب ۱ و ۶ و $\frac{۱۸۶}{۲۸۹}$ و $\frac{۶۸۱}{۲۸۹}$ ٭ سؤال پانزدهم بهم رسان دو عدد بحیثیتیکه مجموع آنها اگر زیاده کرده شود بر تفاضل بینهما خواه بر تفاضل بین مجذورهما یا کم کرده شود آن مجموع خواه باقیها مجذورها شود ٭ جواب $\frac{۴۱}{۵۰}$ و $\frac{۱}{۵۰}$ ٭ سؤال شانزدهم بهم رسان مجذور سه اعداد بحیثیتیکه مجموع آنها مجذور عددی باشد ٭ جواب ۹ و ۱۶ و ۱۴۴ ٭ سؤال هفدهم بهم رسان سه اعداد بحیثیتیکه تفاضل هر دو ازانها مجذور اعداد باشد ٭ جواب ۸۰۹ و ۵۸۴ و ۲۲۴۳ و ۲۳۴۰۹ ٭ سؤال هجدهم سه حصه کن کعب بعضی عدد معلوم (۸) در سه کعب دیگر اعداد ٭ جواب $\frac{۶۴}{۲۷}$ و $\frac{۱۲۵}{۲۷}$ و ۱ ٭ سؤال نوزدهم دو کعب اعداد (۸ و ۱) معلوم و متعین است بهم رسان دو کعب دیگر اعداد که تفاضل بینهما مساوي مجموع کعبهای معلوم باشد ٭ جواب $\frac{۵۱۲}{۳۴۳}$ و $\frac{۴۶۱۴}{۳۴۳}$ ٭ سؤال بیستم بهم رسان سه کعب اعداد بحیثیتیکه اگر از هریکی ازانها یک معلوم (۱) منقوص شود مجموع باقي مجذور یک عدد شود ٭ جواب $\frac{۴۹۱۳}{۳۳۷۵}$ و $\frac{۲۱۹۵۲}{۳۳۷۵}$ و ۸ *

مطلب پانزدهم در (انتربولیشن وسمیشن)

اعنی جمع مقادیر سلسلهٔ متوالیه بدانکه این فن سلسلهٔ متوالیه موقوف علیه اکثر حسابها واز انواع مشکل ترین و دقیق ترین علم حساب است وجمع سلسلهٔ متوالیه در بعضی حسابها مشکل بلکه غیر ممکن میشود لیکن بسبب تعین مقادیر تفاضلات متعین که در سلسلهٔ متوالیهٔ معینه باشد ازان تعیین مقادیر سلسلهٔ متوالیهٔ غیر متعین سهل میشود و همچنین تعیین مجموع غیر متعین هم از

تعین مجموع معین حاصل می گردد وباید دانست که سلسلهٔ متوالیه بر دو نوع است یکی علی نسبت عددی ودوم علی نسبت هندسي واعداد تزاید در هر سلسله مختلف واقع می شود که بعضی ازان علی نسبت عددي خواه نسبت هندسي باشد در بادي النظر جلد مفهوم میشود و بعضی بعد تامل وفکر بسیار از معلوم کردن تفاضلات مابین اعداد سلسله وباز تفاضل تفاضلات وهمچنین بعد ازان دریافت میشود چون سلسلهٔ اعداد علی نظم طبیعي غیر متناهي است لهذا این همه سلسله ها غیر متناهي اند وازینجهت برای جمع کردن سلسله های غیر متناهي قاعدهٔ عام نمیتواند شد مگر برای هریک سلسله عموما از ملاحظهٔ طرفهای سلسله وبعض قرائن قاعده بآساني مفهوم می تواند شد واز برای آن نوع خاص سلسله مقداري متعین کرده می شود ودر اکثر سلسله بلحاظ غیر متناهي مقدار تقریبي بهم رسانیده میشود وبعد ازان بعدهٔ معینه که جمع مطلوب باشد بزیادت یا نقصان مقدار تفاضل معلوم جمع سلسله حاصل میکنند وآن مقدار معین را بلفظ مقدار یا بلفظ مجموع غیر معین تعبیر می کنند چنانکه در سلسلهٔ هندسي متناهي نزولي قاعدهٔ مشهور است که مقدار نسبت را ر فرض کنند وعدد اعظم را ل وعدد اصغر را م پس مجموع سلسله (رل — م) ÷ (ر — ۱) خواهد بود واگر مقدار م را که عدد اصغر است صفر فرض کنم که نهایت اصغر است ازین سبب مجموع مقدار سلسله مساوي رل ÷ (ر — ۱) خواهد بود واین دال است برینکه مجموع سلسلهٔ متوالیهٔ غیر ممکن التعیین همیشه مساوي با خارج قسمت مذکور خواهد بود چراکه عددی غیر ازان مساوي مجموع مقدار آن سلسلهٔ متوالیه نمی تواند شد لهذا بهر صورت ما حصل مجموع را از مقدار) رل ÷ (ر — ۱) بموجب بیان ذیل اندازه می توان کرد ونیز اگر یک سلسلهٔ متوالیه از جمع کدام سلسلهٔ هندسي باشد پس معلوم نمی تواند شد که این سلسله هندسی است یا عددی پس برای رفع خطأ عمل مقدار تفاضلات اعداد سلسلهٔ مذکوره مرة بعد اخری حاصل سازند اگر ظاهر شود که اعداد اول تفاضل در هر مرتبه علی نظم معین خواه بتزاید معین واقع میشود یقینا این سلسله متعلق سلسلهٔ هندسي خواهد بود درینصورت رل ÷ (ر — ۱) برای جمع آن سلسله مناسب خواهد بود خواه سلسلهٔ معین باشد یا غیر معین چنانکه از امثله که در آخر مذکور شوند ازان واضح خواهد بود چراکه در سلسلهٔ نسبت عددي نظمهای تفاضل سمت نزولي دارد ودر هندسي صعودي

قلب

باید دانست که از ل مراد مقدار معین است وآنرا اگر بحروف دیگر هم تعبیر نماینده میتواند شد چنانکه جائی ن تعبیر میکنند وجائی عدد منزل مراد میشود وغیر آن وصاحب کتاب گوید که از خوبی این فن بسیار خوشنودم بسبب معلوم کردن یک مقدار معین که بدل میشود با مقدار تقریبی سلسلهٔ غیر متناهی کسور اعشاریه چنانکه $\frac{2}{3}$ که معین است = $\frac{6666}{10000}$ وغیره = $\frac{6}{10} + \frac{6}{100} + \frac{6}{1000} + \frac{6}{10000}$ وغیره که مجموع غیر متناهی است لیکن سلسلهٔ هندسی تحقیقی و درست است ابتدا از $\frac{6}{10}$ وغیر آن مقدار معین از ده تا لکه وعدد صورت کسر ومخرج معین است وعدهٔ آن غیر متناهی ومع هذا مساوی $\frac{2}{3}$) است خواه ماخوذ ومفروض عدد دیگر باشد عموما *

مسئلهٔ اول در بهم رسانیدن مقدار اقل تفاضل منتظم در بعضی سلسلهٔ معلوم *

قاعده اول مقدار تفاضل دران سلسله حاصل کنند وآنرا تفاضل اول نام نهند وبعد ازان دران تفاضل هم که متوالی خواهد بود تفاضل حاصل کنند واین تفاضل از مقدار تفاضل اول اقل خواهد بود زیرا که تفاضل التفاضل است وبعد ازان تفاضل بین تفاضلات حاصل کنند وهمچنین تا هرجا که ممکن باشد وتفاضل هر مراتب را نظم اول ودوم وغیره نام نهند * مثلا تفاضل قلیل منتظم سلسلهٔ هذا بهم رسانم ۱ و ۴ و ۹ و ۱۶ و ۲۵ و ۳۶ وغیره پس نوشتم بدینصورت

۱	۴	۹	۱۶	۲۵	۳۶ وغیره
۳	۵	۷	۹	۱۱	تفاضل نظم اول
۲	۲	۲	۲	۲	تفاضل نظم دوم
۰	۰	۰			تفاضل نظم سوم

درینصورت اول التفاضل منتظم دو یا صفر است * مثال دیگر بهم رسان تفاضل منتظم در سلسلهٔ هذا) ۱ ۸ ۲۷ ۶۴ ۱۲۵ ۲۱۶ وغیره * جواب بدینصورت

۱	۸	۲۷	۶۴	۱۲۵	۲۱۶ وغیره
۷	۱۹	۳۷	۶۱	۹۱	تفاضل نظم اول
۱۲	۱۸	۲۴	۳۰		تفاضل نظم دوم
۶	۶	۶			تفاضل نظم سوم
۰					تفاضل نظم چهارم

فائده هرگاه عدد اول نظمهای قلیل واقع شود اعنی تفاضلاتیکه بگیرند اعداد اول هرنظم تفاضلات متزائده واقع شوند درینصورت آن سلسلهٔ هندسی خواهد بود پس عدد منزل مضلعات عدد نسبت برای عمل مناسب خواهد بود *

مسئلهٔ دوم دربهم رسانیدن مقدار اول نظم تفاضل سلسلهٔ مر ب سہ ء ے وغیره که معلوم اند *

قاعده عدد عدة نظم متوالیات را ن فرض کنند پس مر − ن ب + ن × $\frac{ن-۱}{۲}$ سہ − ن × $\frac{ن-۱}{۲}$ × $\frac{ن-۲}{۳}$ ء + ن × $\frac{ن-۱}{۲}$ × $\frac{ن-۲}{۳}$ × $\frac{ن-۳}{۴}$ ے وغیره هرگاه ن عدد زوج باشد و) − مر + ن ب − ن × $\frac{ن-۱}{۲}$ سہ + ن × $\frac{ن-۱}{۲}$ × $\frac{ن-۲}{۳}$ ء − ن × $\frac{ن-۱}{۲}$ × $\frac{ن-۲}{۳}$ × $\frac{ن-۳}{۴}$ ے وغیره هرگاه ن عدد فرد باشد ❁ مثال بهم رسان مقدار اول تفاضل نظم سوم سلسلهٔ هذا) ۱ ۵ ۱۵ ۳۵ ۷۰ ∴ جواب فرض کردم مر ب سہ ء ے وغیره = ۱ ۵ ۱۵ ۳۵ ۷۰ وغیره بحسب الترتیب و ن = ۳ بحسب السؤال پس − مر + ن ب ن × $\frac{ن-۱}{۲}$ سہ + ن × $\frac{ن-۱}{۲}$ × $\frac{ن-۲}{۳}$ ء = − مر + ۳ ب − ۳ سہ + ء = − ۱ + ۱۵ − ۴۵ + ۳۵ = ۴ مقدار اول تفاضل نظم سوم سلسلهٔ مذکوره وهو المطلوب * مثلاً اگر بدینصورت نویسم

۱	۵	۱۵	۳۵	۷۰
۴	۱۰	۲۰	۳۵	تفاضل اول
۶	۱۰	۱۵		تفاضل دوم
۴	۵			تفاضل سوم

بدانکه این سلسلهٔ جمع الجمع اعداد متوالیه است ❁ مثال دیگر بهم رسان عدد اول نظم چهارم سلسلهٔ هذا) ۱ ۸ ۲۷ ۶۴ ۱۲۵ وغیره ∴ جواب فرض کردم مر ب سہ ء ے وغیره = ۱ ۸ ۲۷ ۶۴ ۱۲۵ و ن = ۴ بحسب السؤال پس مر − ن ب + ن × $\frac{ن-۱}{۲}$ سہ − ن × $\frac{ن-۱}{۲}$ × $\frac{ن-۲}{۳}$ ء + ن × $\frac{ن-۱}{۲}$ × $\frac{ن-۲}{۳}$ × $\frac{ن-۳}{۴}$ ے = مر − ۴ ب + ۶ سہ − ۴ ء

+ ے = ۱ − ۴۲ + ۱۶۲ − ۲۵۶ + ۱۲۵ = ۰ وازین معلوم شد که مقدار اول نظم چهارم صفر است *

مسئلهٔ سوم دربهم رسانیدن مقدار عدد اخیر سلسلهٔ منتظم بهر عددی که خواهند *

قاعده اعداد سلسله را م و ب و س و ء و ے وغیره فرض کنند و عدد اخیر را که عدد و مطلوب است ح فرض نمایند و اعداد اول نظمهای تفاضل را) ء' ء'' ء''' وهکذا پس م + $\frac{ح-۱}{۱}$ ء' + $\frac{ح-۱}{۱} \times \frac{ح-۲}{۲}$ ء'' + $\frac{ح-۱}{۱} \times \frac{ح-۲}{۲} \times \frac{ح-۳}{۳}$ ء''' + $\frac{ح-۲}{۲} \times \frac{ح-۱}{۱}$ × $\frac{ح-۳}{۳} \times \frac{ح-۴}{۴}$ ء'''' وغیره = عدد عدهٔ ح که مطلوب است ** مثال بهم رسان عدد دوازدهم سلسلهٔ هذا) ۲ ۶ ۱۲ ۲۰ ۳۰ وغیره که مضروبات متوالیه اند ** جواب اول اعداد نظم تفاضل بموجب مسئلهٔ اول براوردم بدینصورت ۲ ۶ ۱۲ ۲۰ ۳۰ وغیره

۴ ۶ ۸ ۱۰

۲ ۲ ۲

۰ ۰

چون عدد اول نظمهای تفاضل ۴ و ۲) است لهذا) ۴ = ء' و ۲ = ء'' و ح = ۱۲ فرض کردم پس بموجب قاعدهٔ مذکور م + $\frac{ح-۱}{۱}$ ء' + $\frac{ح-۱}{۱} \times \frac{ح-۲}{۲}$ ء'' = ۲ + ۱۱ ء' + ۵۵ ء'' = ۲ + ۴۴ + ۱۱۰ = ۱۵۶ = عدد دوازدهم که مطلوب است ** مثال دوم بهم رسان عدد بیستم سلسلهٔ هذا) ۱ ۳ ۶ ۱۰ ۱۵ ۲۱ وغیره که سلسلهٔ جمع اعداد متوالیه است ** جواب چون اعداد اول نظمهای تفاضل ۲ و ۱) است لهذا) ۲ = ء' و ۱ = ء'' و ح = ۲۰ فرض کردم پس بموجب قاعدهٔ مذکور م + $\frac{ح-۱}{۱}$ ء' + $\frac{ح-۱}{۱} \times \frac{ح-۲}{۲}$ ء'' = ۱ + ۱۹ ء' + ۱۷۱ ء'' = ۱ + ۳۸ + ۱۷۱ = ۲۱۰ = مطلوب *

مسئلهٔ چهارم دربهم رسانیدن مجموع سلسله اعنی جمع اعداد متوالیهٔ هر سلسله که باشد بهر عددی که خواهند *

قاعده اعداد اول نظمهای تفاضل را ء' و ء'' و ء''' و ء'''' وغیره بترتیب فرض کنند و عدد عدهٔ را ح و عدد اول سلسله را م پس ح م + ح × $\frac{ح-۱}{۲}$ ء' + ح × $\frac{ح-۱}{۲} \times \frac{ح-۲}{۳}$ ء'

$+ن \times \frac{ن-۱}{۲} \times \frac{ن-۲}{۳} \times \frac{ن-۳}{۴} ء''' + ن \times \frac{ن-۱}{۲} \times \frac{ن-۲}{۳} \times \frac{ن-۳}{۴} \times \frac{ن-۴}{۵} ء''''$

وغیره = مجموع سلسله تا عدة ن مطلوبه ❁ مثال بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا) ۱ ۲ ۳ ۴

که متوالي علی نظم طبیعي است تا عدة ن ❁ جواب چون عدد اول تفاضل واحد خواه صفر

است لهذا) م=۱ و ء'=۱ و ء''= صفر فرض کردم پس بموجب قاعدهٔ مذکور $ن م + ن \times \frac{ن-۱}{۲} ء' = ن + \frac{ن^۲-ن}{۲} = \frac{ن^۲+ن}{۲}$ = مجموع سلسله تا عدة ن ❁ مثال دوم بهم رسان

مجموع سلسلهٔ هذا) ۱ ۴ ۹ ۱۶ ۲۵ وغیره که مربعات متوالیه اند تا عدة ن ❁ جواب

چون عدد اول تفاضلات منتظمه بدینصورت است

۱	۴	۹	۱۶	۲۵
۳	۵	۷	۹	
۲	۲	۲		
۰	۰			

لهذا) ۳ = ء' و ۲ = ء'' فرض کردم و م=۱ پس بموجب قاعدهٔ مذکور $ن م + ن \times \frac{ن-۱}{۲} ء' + ن \times \frac{ن-۱}{۲} \times \frac{ن-۲}{۳} ء'' = ن + ۳ن \times \frac{ن-۱}{۲} + ۲ن \times \frac{ن-۱}{۲} \times \frac{ن-۲}{۳} = \frac{۳ن^۲-ن^۳+۲ن^۲}{۳} = ن \times \frac{(ن+۱) \times (۲ن+۱)}{۶}$ = مجموع مطلوب ❁ مثال سوم بهم رسان

مجموع سلسلهٔ هذا) ۱ ۸ ۲۷ ۶۴ ۱۲۵ وغیره تا عدة ن ❁ جواب چون عدد اول نظم

تفاضلات بدینصورت است

۱	۸	۲۷	۶۴	۱۲۵
۷	۱۹	۳۷	۶۱	
۱۲	۱۸	۲۴		
۶	۶			
۰				

لهذا) ۷ = ء') ۱۲ = ء'') ۶ = ء''') م=۱ فرض کردم پس $ن م + ن \times \frac{ن-۱}{۲} ء' + ن \times \frac{ن-۱}{۲} \times \frac{ن-۲}{۳} ء'' + ن \times \frac{ن-۱}{۲} \times \frac{ن-۲}{۳} \times \frac{ن-۳}{۴} ء''' = ن + ۷ن \times \frac{ن-۱}{۲} + ۱۲ن \times$

قلج

$$\text{ن}^{2}-\text{ن}^{3}+\frac{\text{ن}^{5}-\text{ن}^{7}}{2}=\frac{\text{ن}-3}{4}\times\frac{\text{ن}-2}{3}\times\frac{\text{ن}-1}{2}\times\text{ن}^{6}+\frac{\text{ن}-4}{3}\times\frac{\text{ن}-1}{2}$$

$$+\text{ن}^{4}+\frac{\text{ن}^{4}-\text{ن}^{3}+11\text{ن}^{2}-\text{ن}^{6}}{4}=\frac{\text{ن}^{4}+\text{ن}^{3}+\text{ن}^{2}}{4}*$$

مسئلهٔ پنجم اگر سلسلهٔ کسور عدد منزل یک سلسلهٔ معلوم باشد که آن سلسلهٔ کسور متحد التفاضل بود و بخواهند که بوسیلهٔ آن (لگارِتم) یعنی کسور عدد منزل بعض اعداد آن سلسله بدانند و طریقش آنست که تفاضل (لگارِتم) را ک فرض کنند و عدد مطلوب را ے و تفاضل اعداد را) $\text{ء}'$ $\text{ء}''$ $\text{ء}'''$ وغیره و عدد اول را م فرض نمایند پس م + ک $\text{ء}'$ +

$$\text{ک}\times\frac{\text{ک}-1}{2}\,\text{ء}''+\text{ک}\times\frac{\text{ک}-1}{2}\times\frac{\text{ک}-2}{3}\,\text{ء}'''+\text{ک}\times\frac{\text{ک}-1}{2}\times\frac{\text{ک}-2}{3}\times\frac{\text{ک}-3}{4}\,\text{ء}''''$$

وغیره = ے خواهد بود ٭ مثال سلسلهٔ (لگارِتم) اعنی عدد کسور منزل معلوم است بدینصورت $\overline{10}$ و $\overline{11}$ و $\overline{12}$ و $\overline{13}$ و همچنین اعداد آن معلوم است بدینصورت

$$8\frac{2463424}{10000000}\quad و\quad 8\frac{2560943}{10000000}\quad و\quad 8\frac{2490332}{10000000}\quad و\quad 8\frac{2418883}{10000000}$$

واگر بخواهم که عددی که (لگارِتم) آن $11\frac{40}{60}$ باشد بدانم ٭ جواب چون درینجا $\text{ک}=11\frac{40}{60}-10=1\frac{40}{60}=1\frac{2}{3}$ و تفاضلات اعداد معلومه بدینصورت

$$8\frac{2463424}{10000000}\quad و\quad 8\frac{2560943}{10000000}\quad و\quad 8\frac{2490332}{10000000}\quad و\quad 8\frac{2418883}{10000000}$$

$$\frac{69481}{10000000}\qquad \frac{70611}{10000000}\qquad \frac{71779}{10000000}$$

$$\frac{1130}{10000000}-\qquad \frac{1168}{10000000}-$$

$$\frac{38}{10000000}+$$

پس $\frac{71779}{10000000}=\text{ء}'$ و $-\frac{1168}{10000000}=\text{ء}''$ و $+\frac{38}{10000000}=\text{ء}'''$ درینصورت

$$\text{ے}=\text{م}+\text{ک}\,\text{ء}'+\text{ک}\times\frac{\text{ک}-1}{2}\,\text{ء}''+\text{ک}\times\frac{\text{ک}-1}{2}\times\frac{\text{ک}-2}{3}\,\text{ء}'''=\text{م}+\frac{5}{3}\,\text{ء}'+$$

$$\frac{5}{9}\,\text{ء}''-\frac{5}{81}\,\text{ء}'''=8\frac{2418883}{10000000}+\frac{119631}{10000000}-\frac{1169}{10000000}-\frac{2}{10000000}$$

$= \frac{۲۵۳۷۵۳۳}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ ۸ = عدد (لُگارِثم) $\frac{۴۰}{۶۰}$ ۱۱ بدانکه این قاعده موقوف است بردانستن (لُگارِثم) وبیان آن بیاید انشاء الله تعالی وموقوف است بردانستن (لُگارِثم) جمیع اعداد وآنرا بعضی ازصاحبان انگلش درکتاب علحده استخراج کرده نوشته اند لیکن هنوز بنظرفقیر نرسیده لهذا کیفیت این قاعده مفصل بفهم نیامده *

مسئلهٔ ششم اگراعدادی که (لُگارِثم) آن متساوی التفاضل باشد معلوم بود ومنجملهٔ آن عددي معلوم نباشد ونخواهند که بوسیلهٔ (لُگارِثم) آن اعداد را بدانند طریقش این است که اعداد متوالیه را م و ب و س و ء و ے فرض کنند وبعدازان نظرکنند که دران اعداد متوالیه چند اعداد معلوم اند پس بعدهٔ اعداد معلوم ازین نقشهٔ ذیل ارقام حاصل ساخته عدد مجهول را حاصل سازند

اول م − ب = ۰

دوم م − ۲ب + س = ۰

سوم م − ۳ب + ۳س − ء = ۰

چهارم م − ۴ب + ۶س − ۴ء + ے = ۰

پنجم م − ۵ب + ۱۰س − ۱۰ء + ۵ے − ج = ۰

ششم م − ۶ب + ۱۵س − ۲۰ء + ۱۵ے − ۶ج + ح = ۰

هفتم م − ج ب + ج × $\frac{ج-۱}{۲}$ س − ج × $\frac{ج-۱}{۲}$ × $\frac{ج-۲}{۳}$ ء وغیره

مثال اعداد (لُگارِثم) معلوم است

(لوگري تهم)	۱۰۱	۱۰۲	۱۰۴	۱۰۵
اعداد (لوگري تهم)	۲ $\frac{۴۳۲۱۴}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$	۲ $\frac{۸۶۰۰۲}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$	۲ $\frac{۱۷۰۳۳۳}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$	۲ $\frac{۲۱۱۸۹۳}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$

اگربخواهم که عدد (لُگارِثم) ۱۰۳ بدانم چون عدهٔ اعداد معلوم چهار است لهذا درنقشه معادلهٔ چهارم راگرفتم بدینصورت م − ۴ب + ۶س − ۴ء + ے = ۰ چون عدد اول م وعدد دوم ب وعدد سوم س وعدد چهارم ء وعدد پنجم ے فرض کردم وعدد سوم یعني س مجهول

است دربنصورت م − ۴ب − ۴ء + ے = − ۶ س بلکه ۶ س = ۴ب + ۴ء − م − ے بلکه

س = $\frac{۴ \times (ب + ء) - (م + ے)}{۶}$ وچون م = $۲\frac{۴۳۲۱۴}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ وب = $۲\frac{۸۶۰۰۲}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$

وء = $۲\frac{۱۷۰۳۳۳}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ وے = $۲\frac{۲۱۱۸۹۳}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ پس ۴ × (ب + ء) = $۱۶\frac{۱۰۲۵۳۴۰}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$

− (م + ے) = − $۴\frac{۲۵۵۱۰۷}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ ومجموع = $۱۲\frac{۷۷۰۲۳۳}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ وهرگاه این را بوشش

قسمت کردم خارج $۲\frac{۱۲۸۳۷۲}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ عدد (لگارثم) $\overline{۱۰۳}$ که مطلوب است *

سؤالات

سؤال اول بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا تا عدة ن $\overline{۱}$ $\overline{۲}$ $\overline{۳}$ $\overline{۴}$ $\overline{۵}$ وغیره ؛ جواب مجموع را) س فرض کردم پس ۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۵ وغیره تا ن = س بلکه ن × (ن − ۱) + (ن − ۲) + (ن − ۳) + (ن − ۴) وغیره تا واحد = س بحسب مرتبهٔ نزولي وازین سبب (ن + ۱) + (ن + ۱) + (ن + ۱) + (ن + ۱) وغیره = ۲ س بحسب الجمع صعودي ونزولي پس ضرورة (ن + ۱) × ن = ۲ س پس س = $\frac{ن^۲ + ن}{۲}$ = مجموع مطلوب ؛

سؤال دوم بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا تا عدة ن $\overline{۱}$ $\overline{۳}$ $\overline{۵}$ $\overline{۷}$ $\overline{۹}$ $\overline{۱۱}$ ؛ جواب مجموع را) س فرض کردم چون $\overline{۱}$ $\overline{۳}$ $\overline{۵}$ $\overline{۷}$ وغیره تا (۲ن − ۱) = س ونیز (۲ن − ۱) + (۲ن − ۳) + (۲ن − ۵) + (۲ن − ۷) + (۲ن − ۹) وغیره تا واحد = س نزولا دربنصورت ۲ن + ۲ن + ۲ن + ۲ن تا عدة ن = ۲ س پس ضرورة ۲ن × ن = ۲ س پس س = $ن^۲$ = مجموع مطلوب ؛ سؤال سوم بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا تا عدة ن م + (م + ء) + (م + ۲ء) + (م + ۳ء) + (م + ۴ء) وغیره ؛ جواب چون م + (م + ء) + (م + ۲ء) + (م + ۳ء) + (م + ۴ء) وغیره تا (م + (ن − ۱) × ء) = س ونیز م + (ن ء − ء) + م + (ن ء − ۲ء) + م + (ن ء − ۳ء) + م + (ن ء − ۴ء) تا م نزولا = س ازین سبب ۲م + (ن ء − ء) + ۲م + (ن ء − ء) + ۲م + (ن ء − ء) + ۲م + (ن ء − ء) تا عدة ن = ۲ س پس ضرورة (۲م + ن ء − ء) × ن = ۲ س پس س = $\frac{(۲م + ن ء - ء) \times ن}{۲}$ = مجموع مطلوب وبطریق دیگر چون م + (م + ء) + (م + ۲ء)

+ (مر + ۳ء) + (مر + ۴ء) وغیره =
$$\left.\begin{matrix}(\text{۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱ وغیره})\times\text{مر}\\(\text{۰ + ۱ + ۲ + ۳ + ۴ وغیره})\times\text{ء}\end{matrix}\right\}=\text{سه}$$

ونیز ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱ وغیره = ن ونیز عدد منزل ن است پس (۰ + ۱ + ۲ + ۳ + ۴ وغیره = $\text{ن}\times\frac{(\text{ن}-\text{۱})}{\text{۲}}$ ازین سبب $\text{سه}=\text{ن مر}+\text{ن}\times\frac{(\text{ن}-\text{۱})}{\text{۲}}\times\text{ء}=\frac{(\text{۲مر}+\text{ن ء}-\text{ء})}{\text{۲}}\times\text{ن}$ چنانکه سابق بود ❁ $\overline{\text{سؤال}}$ چهارم بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا تا عدهٔ ن) $\overline{\text{۱}}\ \overline{\text{ک}}\ \overline{\text{ک}^{\text{۲}}}\ \overline{\text{ک}^{\text{۳}}}\ \overline{\text{ک}^{\text{۴}}}$ وغیره ∴ جواب مجموع را $\overline{\text{سه}}$ فرض کردم چون $\text{۱}+\text{ک}+\text{ک}^{\text{۲}}+\text{ک}^{\text{۳}}+\text{ک}^{\text{۴}}$ وغیره تا $\text{ک}^{\text{ن}-\text{۱}}=\text{سه}$ ونیز $\text{ک}+\text{ک}^{\text{۲}}+\text{ک}^{\text{۳}}+\text{ک}^{\text{۴}}$ وغیره تا $\text{ک}^{\text{ن}}=\text{سه ک}$) ازین سبب $-\text{۱}+\text{ک}^{\text{ن}}=\text{سه ک}-\text{سه}$ پس $\text{سه}=\frac{\text{ک}^{\text{ن}}-\text{۱}}{\text{ک}-\text{۱}}=$ مجموع مطلوب واگر مقدار) ک کسر باشد پس مجموع سلسلهٔ مذکوره بدینطور متعین می شود $\text{۱}+\text{ک}+\text{ک}^{\text{۲}}+\text{ک}^{\text{۳}}+\text{ک}^{\text{۴}}$ وغیره $=\text{سه}$ ونیز $\text{ک}+\text{ک}^{\text{۲}}+\text{ک}^{\text{۳}}+\text{ک}^{\text{۴}}+\text{ک}^{\text{۵}}$ وغیره تا $\text{ک}^{\text{ن}}=\text{سه ک}$) ازین سبب $-\text{۱}+\text{ک}^{\text{ن}}=\text{سه ک}-\text{سه}$ بلکه $\text{سه}-\text{سه ک}=\text{۱}-\text{ک}^{\text{ن}}$ پس $\text{سه}=\frac{\text{۱}-\text{ک}^{\text{ن}}}{\text{۱}-\text{ک}}$ بلکه $=\frac{\text{ک}^{\text{ن}}-\text{۱}}{\text{ک}-\text{۱}}$ بلکه اگر $\text{ک}=\frac{\text{۱}}{\text{ر}}$ فرض کنم درینصورت $\text{سه}=\frac{\text{ر}^{\text{ن}}-\text{۱}}{\text{ر}^{\text{ن}}}\div\frac{\text{ر}-\text{۱}}{\text{ر}}=\frac{\text{ر}^{\text{ن}+\text{۱}}-\text{ر}}{\text{ر}^{\text{ن}+\text{۱}}-\text{ر}^{\text{ن}}}=\frac{(\text{ر}^{\text{ن}}-\text{۱})\times\text{ر}}{(\text{ر}-\text{۱})\times\text{ر}^{\text{ن}}}$ ❁

$\overline{\text{سؤال}}$ پنجم بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا تا عدهٔ ن) $\text{مر}^{\text{۲}}+(\text{مر}+\text{ء})^{\text{۲}}+(\text{مر}+\text{۲ء})^{\text{۲}}+(\text{مر}+\text{۳ء})^{\text{۲}}+(\text{مر}+\text{۴ء})^{\text{۲}}$ وغیره ∴ جـــــــــــــــــــواب چون

$$\text{مر}^{\text{۲}}=\text{مر}^{\text{۲}}$$
$$(\text{مر}+\text{ء})^{\text{۲}}=\text{مر}^{\text{۲}}+\text{۲}\times\text{مر ء}+\text{ء}^{\text{۲}}$$
$$(\text{مر}+\text{۲ء})^{\text{۲}}=\text{مر}^{\text{۲}}+\text{۲}\times\text{۲ مر ء}+\text{۴ء}^{\text{۲}}$$
$$(\text{مر}+\text{۳ء})^{\text{۲}}=\text{مر}^{\text{۲}}+\text{۲}\times\text{۳ مر ء}+\text{۹ء}^{\text{۲}}$$
$$(\text{مر}+\text{۴ء})^{\text{۲}}=\text{مر}^{\text{۲}}+\text{۲}\times\text{۴ مر ء}+\text{۱۶ء}^{\text{۲}}$$

ازین سبب س (اعني مجموع

$$= \begin{cases} (1+1+1+1 \text{ وغیره}) \times م^2 \\ (0+1+2+3+4 \text{ وغیره}) \times 2 م د \\ (0+1+4+9+16 \text{ وغیره}) \times د^2 \end{cases}$$

چون ۱+۱+۱+۱ وغیره = ن و ۰+۱+۲+۳+۴ وغیره = $\frac{ن \times (ن-1)}{2 \times 1}$ و

۰+۱+۴+۹+۱۶ وغیره = $\frac{ن \times (ن-1) \times (2ن-1)}{3 \times 2 \times 1}$ دربنصورت س = ن × م² + ن × (ن − ۱) × م د + $\frac{ن \times (ن-1) \times (2ن-1)}{3 \times 2 \times 1} \times د^2$ = ن م² + ن م د × (ن − ۱) + ن د² × $\frac{(ن-1) \times (2ن-1)}{3 \times 2 \times 1}$ = مطلوب ۵ سؤال ششم بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا تا عدة

ن) م³ + (م + د)³ + (م + ۲ د)³ + (م + ۳ د)³ + (م + ۴ د)³ وغیره چون

م³ = م³

(م + د)³ = م³ + ۳ × م² د + ۳ × م د² + د³

(م + ۲ د)³ = م³ + ۳ × ۲ م² د + ۳ × ۴ م د² + ۸ د³

(م + ۳ د)³ = م³ + ۳ × ۳ م² د + ۳ × ۹ م د² + ۲۷ د³

(م + ۴ د)³ = م³ + ۳ × ۴ م² د + ۳ × ۱۶ م د² + ۶۴ د³

$$\text{ازین سبب س} = \begin{cases} (1+1+1+1+1 \text{ وغیره}) \times م^3 \\ (0+1+2+3+4 \text{ وغیره}) \times 3 م^2 د \\ (0+1+4+9+16 \text{ وغیره}) \times 3 م د^2 \\ (0+1+8+27+64 \text{ وغیره}) \times د^3 \end{cases}$$

چون ۱+۱+۱+۱+۱ وغیره = ن وهمچنین (۰+۱+۲+۳+۴ وغیره) = $\frac{ن \times (ن-1)}{2 \times 1}$ ونیز ۰+۱+۴+۹+۱۶ وغیره = $\frac{ن \times (ن-1) \times (2ن-1)}{3 \times 2 \times 1}$ وهمچنین

۰ + ۱ + ۸ + ۲۷ + ۶۴ وغیره = $\frac{ن^4 + 2ن^3 + ن^2}{2 \times 2}$ پس ضرورة س = ن × م + $\frac{ن \times (ن - 1)}{1 \times 2}$ × ۳ م ء^2

+ $\frac{ن \times (ن - 1) \times (2ن - 1)}{1 \times 2 \times 3}$ × ۳ م ء^2 + $\frac{(ن^4 + 2ن^3 + ن^2)}{2 \times 2}$ × ء^3 = مطلوب ❁ سؤال هفتم

بهم رسان جمیع سلسلهٔ هذا تا عدة ن (۱ + ۳ + ۷ + ۱۵ + ۳۱ وغیره ❁ جواب چون این ارقام

این سلسله صریحا مساوي اند با ۱ + (۱ + ۲) + (۱ + ۲ + ۴) + (۱ + ۲ + ۴ + ۸) وغیره جمع

متوالیهٔ سلسلهٔ هندسي هذا است ۱ + ۲ + ۴ + ۸ + ۱۶ وغیره لهذا) م = ۱ و ر = ۲ فرض کردم

ونوشتم م + م ر + م ر^2 + م ر^3 + م ر^4 وغیره = ۱ + ۲ + ۴ + ۸ + ۱۶ وغیره درینصورت

مجموع سلسلهٔ مذکور بدینصورت شد

۱ $\frac{م ر - م}{ر - 1}$ = (ر − ۱) × $\frac{م}{ر - 1}$

۲ $\frac{م ر^2 - م}{ر - 1}$ = (ر^2 − ۱) × $\frac{م}{ر - 1}$

۳ $\frac{م ر^3 - م}{ر - 1}$ = (ر^3 − ۱) × $\frac{م}{ر - 1}$

۴ $\frac{م ر^4 - م}{ر - 1}$ = (ر^4 − ۱) × $\frac{م}{ر - 1}$

واین مقادیر سلسلهٔ جمع است اعني ۱ و ۳ و ۷ و ۱۵ وغیره ازین سبب

س = $\frac{م}{ر - 1}$ × { + ر + ر^2 + ر^3 + ر^4 وغیره
− (۱ + ۱ + ۱ + ۱) وغیره }

وچون ۱ + ۱ + ۱ + ۱ وغیره = ن ونیز ر + ر^2 + ر^3 وغیره = (ر^ن − ۱) × $\frac{ر}{ر - 1}$

درینصورت س = ((ر^ن − ۱) × $\frac{ر}{ر - 1}$ − ن ×) $\frac{م}{ر - 1}$ وهو المطلوب *

فائده ازین قاعده جمع جمیع متوالیات سلسلهٔ هندسي سهل مي شود ❁ سؤال هشتم

بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا تا عدة ن) $\frac{1}{1}$ + $\frac{3}{2}$ + $\frac{7}{4}$ + $\frac{15}{8}$ + $\frac{31}{16}$ وغیره چون این ارقام جمع

متواليات سلسلهٔ هندسي هذا است $\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}$ وغيره لهذا) م = ۱ و ر = ۲

پس $\frac{م}{ر}+\frac{م}{ر^2}+\frac{م}{ر^3}+\frac{م}{ر^4}+\frac{م}{ر^5}$ وغيره $=\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}$ وغيره

بحسب الفرض چون مجموع اين سلسله بموجب ذيل مي شود

$$\frac{م}{ر-1}\times(ر-1) = \frac{م\times(ر-1)}{1\times(ر-1)} \quad 1$$

$$\frac{م}{ر-1}\times\left(ر-\frac{1}{ر}\right) = \frac{م\times(ر-1)}{ر\times(ر-1)} \quad 2$$

$$\frac{م}{ر-1}\times\left(ر-\frac{1}{ر^2}\right) = \frac{م\times(ر-1)}{ر^2\times(ر-1)} \quad 3$$

وغيره

$$\text{ازين سبب } س = \frac{م}{ر-1}\times\left\{\begin{array}{l} ر+ر+ر+ر \text{ وغيره} \\ -\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{ر}+\frac{1}{ر^2}+\frac{1}{ر^3}\right) \text{ وغيره}\end{array}\right.$$

وچون $ر+ر+ر+ر = ڈر$ و $\frac{1}{1}+\frac{1}{ر}+\frac{1}{ر^2}+\frac{1}{ر^3}$ وغيره $=\frac{ر^ڈ-ڈ}{(ر-1)\times(ر^ڈ-1)}$ ازين جهت

$س = \frac{م}{ر-1}\times\left(ڈر-\frac{ر^ڈ-ڈ}{(ر-1)\times(ر^ڈ-1)}\right)$ وهو المطلوب ٭ سؤال نهم بنهم رسان سلسلهٔ مجموع

متوالي هذا بعدة غير معين $\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}$ وغيره كه سلسلهٔ مخرج اعداد مثلثات متوالي

است ٭ جواب فرض كردم $\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}$ وغيره $=$ س بلكه $\frac{1}{1\times1}+\frac{1}{3\times1}+\frac{1}{3\times2}$

$+\frac{1}{4\times2}$ وغيره $=$ س پس $\frac{1}{2\times1}+\frac{1}{3\times2}+\frac{1}{4\times3}+\frac{1}{5\times4}$ وغيره $=\frac{س}{2}$ بلكه $\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)$

$+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)$ وغيره $=\frac{س}{2}$ بلكه $\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$ وغيره

$$\frac{س}{2} = \left\{\begin{array}{l} \\ -\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\frac{1}{5} \text{ وغيره}\end{array}\right.$$

وازين سبب $\frac{س}{2}=\frac{1}{1}$ بلكه س = ۲ = مجموع مطلوب واين جمع تقريبي است كه

بهیچ عدة زیاده ازین نخواهد شد ❁ سؤال دهم بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا تا عدة ﻫ) $\frac{۱}{۱}$ + $\frac{۱}{۳}$ + $\frac{۱}{۶}$ + $\frac{۱}{۱۰}$ وغیره ❁ جواب فرض کردم) ر = $\frac{۱}{۱} + \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۴}$ وغیره تا $\frac{۱}{ﻫ}$ پس ر − $\frac{۱}{۱}$ = $\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۵}$ وغیره تا $\frac{۱}{ﻫ}$ و ر − $\frac{۱}{۱} + \frac{۱}{ﻫ+۱} = \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۴}$ وغیره تا $\frac{۱}{ﻫ+۱}$ وازین سبب $\frac{۱}{۱} - \frac{۱}{ﻫ+۱} = \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۶} + \frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۲۰}$ وغیره تا $\frac{۱}{ﻫ} - \frac{۱}{ﻫ+۱}$ بلکه $\frac{ﻫ}{ﻫ+۱}$ = $\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۶} + \frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۲۰}$ وغیره تا $\frac{۱}{ﻫ\times(ﻫ+۱)}$ و درینصورت $\frac{۲ﻫ}{ﻫ+۱} = \frac{۱}{۱} + \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۶}$ + $\frac{۱}{۱۰}$ وغیره تا $\frac{۲}{ﻫ\times(ﻫ+۱)}$ بلکه $\frac{۱}{۱} + \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۶} + \frac{۱}{۱۰} + \frac{۱}{۱۵}$ وغیره تا $\frac{۲}{ﻫ\times(ﻫ+۱)}$ خواه عدة ﻫ = $\frac{۲}{ﻫ+۱}$ = مجموع مطلوب *

فائده بدانکه این سلسله وسلسلهٔ دیگر مرکب ازان مسمی بسلسلهٔ (اسپریکل) اعني دوطرفین است واین سلسلهٔ عددي است مثل

نظم اول	۱	۱	۱	۱	۱	وغیره
نظم دوم	۱	۲	۳	۴	۵	وغیره
نظم سوم	۱	۳	۶	۱۰	۱۵	وغیره
نظم چهارم	۱	۴	۱۰	۲۰	۳۵	وغیره
نظم پنجم.	۱	۵	۱۵	۳۵	۷۰	وغیره

اعداد این بدین تفصیل است

واین سلسله ممتاز است باسم خاص نظم طبیعي وهمچنین سلسلهٔ کسر نزولي موسوم است

قله

به (دیورنیک) اعني مختلف مثل $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ وغیره وهمچنین سلسلهٔ اعداد متساوي به (نیوترل) است اعني متساوي مثل $1 - 1 + 1 - 1$ وغیره ∴ سؤال یازدهم بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا بعدهٔ غیر معین $\frac{1}{1\times2\times3} + \frac{1}{2\times3\times4} + \frac{1}{3\times4\times5} + \frac{1}{4\times5\times6}$ وغیره ∴ جواب فرض کردم $ر = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$ وغیره الی غیر معین پس $ر - \frac{1}{1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$ وغیره بحسب استثنا ونیز $1 = \frac{1}{1\times2} + \frac{1}{2\times3} + \frac{1}{3\times4} + \frac{1}{4\times5}$ وغیره بحسب تفریق بلکه $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{1\times2} + \frac{1}{2\times3} + \frac{1}{3\times4} + \frac{1}{4\times5}$ وغیره و $\frac{1}{2} = \frac{2}{1\times3\times4} + \frac{6}{2\times4\times5}$ $+ \frac{8}{3\times16\times5}$ بحسب التفریق بلکه $\frac{1}{2} = \frac{2}{1\times2\times3} + \frac{2}{2\times3\times4} + \frac{2}{3\times4\times5} + \frac{2}{4\times5\times6}$ وغیره وازین سبب $2 \div \frac{1}{2} = \frac{1}{1\times2\times3} + \frac{1}{2\times3\times4} + \frac{1}{3\times4\times5}$ وغیره که جمع غیر معین است وچون $2 \div \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$) ازین سبب $\frac{1}{1\times2\times3} + \frac{1}{2\times3\times4} + \frac{1}{3\times4\times5}$ وغیره $= \frac{1}{4} =$ مجموع مطلوب ∴ سؤال دوازدهم بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا تا عدهٔ ح) $\frac{1}{1\times2\times3} + \frac{1}{2\times3\times4} + \frac{1}{3\times4\times5} + \frac{1}{4\times5\times6}$ وغیره ∴ جواب فرض کردم $ر = \frac{1}{1\times2} + \frac{1}{2\times3}$ $+ \frac{1}{3\times4} + \frac{1}{4\times5}$ وغیره تا $\frac{1}{ح\times(ح+1)}$ پس $ر - \frac{1}{2} = \frac{1}{2\times3} + \frac{1}{3\times4} + \frac{1}{4\times5}$ تا $\frac{1}{ح\times(ح+1)}$ بحسب الاستثنا درین صورت $ر - \frac{1}{2} = \frac{1}{2\times3} + \frac{1}{3\times4} + \frac{1}{4\times5} + \frac{1}{5\times6}$ $+ \frac{1}{(ح-2)\times(ح+1)} = \frac{1}{(ح+1)\times(ح+2)}$ وغیره تا $\frac{1}{(ح+1)\times(ح+2)}$ ازین سبب $\frac{1}{2} - \frac{1}{(ح+1)\times(ح+2)} = \frac{1}{(ح-2)\times(ح+1)}$ $+ \frac{2}{1\times2\times3} + \frac{2}{2\times3\times4} + \frac{2}{3\times4\times5}$ وغیره تا عدهٔ ح بحسب التفریق وهمگاه $\frac{1}{2} - \frac{1}{2(ح+1)\times(ح+2)} =$ $\frac{1}{1\times2\times3} + \frac{1}{2\times3\times4} + \frac{1}{3\times4\times5}$ وغیره تا عدهٔ ح بحسب القسمة پس ضرورة $\frac{1}{1\times2\times3} + \frac{1}{2\times3\times4} + \frac{1}{3\times4\times5}$ وغیره تا عدهٔ ح $= \frac{1}{2} - \frac{1}{2(ح+1)\times(ح+2)} =$

مجموع مطلوب ❁ سؤال سیزدهم بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا بعدهٔ غیرمعین $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{8}-\frac{1}{16}$ وغیره ∴ جواب فرض کردم $ک = \frac{1}{2}$ و $س$ اعني مجموع $= \frac{ر}{1+ک}$ پس اینجا $\frac{ر}{1+ک} = ک - ک^2 + ک^3 - ک^4 + ک^5$ وغیره درینصورت $ر = (1+ک) \times (ک - ک^2 + ک^3 - ک^4)$ وغیره پس بحسب الضرب بدینصورت شد

$ک - ک^2 + ک^3 - ک^4 + ک^5$ وغیره مضروب

$1 + ک$ مضروب فیه

$ک - ک^2 + ک^3 - ک^4 + ک^5$ وغیره

$+ ک^2 - ک^3 + ک^4 - ک^5 + ک^6$ وغیره

وازین سبب $ر = ک$ پس $ک - ک^2 + ک^3 - ک^4 + ک^5$ وغیره $= \frac{ک}{1+ک}$ بلکه $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16}$ وغیره $= \frac{1}{2} \div (1 + \frac{1}{2}) = \frac{1}{3}$ = مجموع مطلوب واین ضعیف میگوید که ازین قاعده ظاهر می شود که اگر بخواهند عدهٔ معینه فرض کرده جمع این سلسلهٔ متعین نمایند درینصورت رقم اخیر از دو حال خالي نیست مثبت خواهد افتاد خواه منفي اگر عدهٔ معینهٔ اخیره مثبت باشد پس مجموع $= \frac{ک + ک^{ن+1}}{1+ک}$ واگر عدهٔ اخیر منفي باشد پس مجموع $= \frac{ک - ک^{ن+1}}{1+ک}$ خواهد بود ❁ سؤال چهاردهم بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا بعدهٔ غیرمعین $\frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \frac{4}{16} + \frac{5}{32}$ ∴ جواب فرض کردم $ک = \frac{1}{2}$ و $س = \frac{ر}{(1-ک)^2}$ پس $\frac{ر}{(1-ک)^2} = ک + 2ک^2 + 3ک^3 + 4ک^4 + 5ک^5$ وغیره درینصورت $ر = (1-ک)^2 \times (ک + 2ک^2 + 3ک^3 + 4ک^4 + 5ک^5$ وغیره) پس بحسب الضرب بدینصورت شد

$ک + 2ک^2 + 3ک^3 + 4ک^4 + 5ک^5$ وغیره مضروب

$1 - 2ک + ک^2$ مضروب فیه

$ک - 6ک^6 + 5ک^7$ حاصل ضرب

ازین سبب $\text{ک} = \text{ر}$ بلکه $\text{ک} + ۲\text{ک}^۲ + ۳\text{ک}^۳ + ۴\text{ک}^۴$ وغیره $= \frac{\text{ک}}{(۱ - \text{ک})^۲}$ بلکه $\frac{۱}{۲} + \frac{۲}{۴} + \frac{۳}{۸} + \frac{۴}{۱۶}$ وغیره $= \frac{\frac{۱}{۲}}{(۱ - \frac{۱}{۲})^۲} = ۲ =$ مجموع مطلوب ** سؤال پانزدهم بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا بعدة غیر معین $\frac{۱}{۳} + \frac{۴}{۹} + \frac{۹}{۲۷} + \frac{۱۶}{۸۱}$ وغیره * جواب فرض کردم $\text{ک} = \frac{۱}{۳}$ و $\frac{\text{ر}}{(۱ - \text{ک})^۲} = \text{ک} + ۴\text{ک}^۲ + ۹\text{ک}^۳ + ۱۶\text{ک}^۴$ وغیره پس $\text{ر} = (۱ - \text{ک})^۳ \times (\text{ک} + ۴\text{ک}^۲ + ۹\text{ک}^۳ + ۱۶\text{ک}^۴$ وغیره $) = \text{ک} + \text{ک}^۲)$ ازین سبب $\text{ک} + \text{ک}^۲ = \text{ر}$ پس ضرورة $\text{ک} + ۴\text{ک}^۲ + ۹\text{ک}^۳ + ۱۶\text{ک}^۴$ وغیره $= \text{ک} \times \frac{(۱ + \text{ک})}{(۱ - \text{ک})^۳}$ بلکه $\frac{۱}{۳} + \frac{۴}{۹} + \frac{۹}{۲۷} + \frac{۱۶}{۸۱}$ وغیره

$= \frac{۱}{۳} \times \frac{(\frac{۱}{۳} + ۱)}{(\frac{۱}{۳} - ۱)^۳} = ۱ + \frac{۱}{۲} =$ مجموع مطلوب *

فائده باید دانست که استخراج این طریق اکثر استادان این فن ایجاد کرده اند وابتدای آن از ارشمیدس حکیم است وبعد ازان دیگران بموجب تفصیل ذیل استخراج کردند [اریس] [دالم برت] [بارو] [برجس] [نیچاس] [دانیل] [جان برنولي] [جدس برنولي] [فارمت] [دیسکرتیس] [کلیریت] [کندریت] [کرتیس] وغیره *

مطلب شانزدهم در [لگارثم] بدانکه [لگارثم]

عدد منزل را گویند که از روی مجموع یا تفاضل عدد بین منزلین مضلعین حاصل میشود وآن مساوی عدد منزل مسطح مضلعین یا خارج قسمت مضلعین مذکورین میباشد وتوضیحش اینست که سلسلهٔ اعداد علی نظم طبیعي عدد منزل سلسلهٔ هندسي است که ابتدا از واحد باشد

مثل	۰	۱	۲	۳	۴	وغیره *	خواه	۰	۱	۲	۳	۴	وغیره *
	۱	۲	۴	۸	۱۶	وغیره *		۱	۳	۹	۲۷	۸۱	وغیره *

خواه	۰	۱	۲	۳	۴	وغیره *
	۱	۱۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۱۰۰۰۰	وغیره *

چرا که سلسلهٔ هندسي سلسلهٔ مضلعات عددي است که ابتدا از واحد باشد وسلسلهٔ عددي سلسلهٔ عدد منزل مضلعات است ابتدا از صفر واز اینجا ظاهر می شود که سلسلهٔ عدد منزل

هندسي اعداد غيرمتناهي مساوي سلسلهٔ عددي كه عاي نظم طبيعي است مي شود چنانكه
درين امثله اول سلسلهٔ هندسي تضعيف است كه مشتمل مضلعات عدد دو است وسلسلهٔ دوم
مشتمل مضلعات عدد سه وسوم مشتمل مضلعات عدد ده پس هرگاه عدد رقم دوم كه محاذي
واحد از سلسلهٔ عددي افتاده تغير يابد بهمان نسبت تمام سلسلهٔ هندسي تغير خواهد يافت
ونيز ظاهر است كه هرگاه بموجب خاصهٔ اين سلسله عددين منزلين را جمع نمايند مجموع
مساوي عدد منزل حاصل الضرب عددين سلسلهٔ هندسي كه محاذي عددين منزلين
مذكورين است خواهد بود مثل مجموع دو وسه كه پنج است مساوي عدد منزل مسطح ۴ × ۸
كه ۳۲ باشد مي شود وهمچنين اگر يك عدد منزل را از عدد منزل ديگر نقصان كنند باقي
مساوي عدد منزل خارج قسمت عددين هندسيين كه محاذي آن هر دو بود خواهد بود *
مثلا چهار را از شش ساقط كنند باقي دو مي ماند وآن مساوي عدد منزل خارج قسمت $\frac{۶۴}{۱۶}$ است
ونيز هرگاه عددي را از سلسلهٔ عددي در عددي ديگر از همان سلسله ضرب سازند پس هر عدد
از سلسلهٔ هندسي كه محاذي عدد حاصل ضرب باشد مساوي مضلع عددي در سلسلهٔ هندسي
كه محاذي احد المضروبين است خواهد بود كه عدد منزل آن مضلع مساوي مضروب آخر
باشد * مثلا دو را در سه اگر ضرب كنند حاصل ضرب شش در سلسلهٔ عددي محاذي شصت و
چهار مي شود وآن مساوي مضلع سوم عدد چهار است خواه مضلع دوم عدد هشت وهمچنين
اگر كدام عدد منزل را كه عبارت از عدد سلسلهٔ عددي است بر عدد منزل ديگر قسمت كنند
پس عددي كه در سلسلهٔ هندسي محاذي عدد خارج قسمت خواهد بود مساوي ضلع اول
عدد محاذي مقسوم بلحاظ مقسوم عليه خواهد شد * مثلا عدد منزل شصت وچهار را كه شش
است برد وقسمت كنند خارج سه خواهد بود پس عدد هشت كه محاذي خارج قسمت در سلسلهٔ
هندسي است مساوي ضلع اول شصت وچهار كه محاذي مقسوم است بلحاظ مقسوم عليه
يعني دو مي شود اعني ضلع مجذور شصت وچهار مساوي هشت است چرا كه عدد دو دال
بر منزل مجذور است بدانكه سلسلهٔ اعشاريه كه در صدر مرقوم گرديده براي اعمال (لگارثم)
كه بعد ازين مذكور مي شود نهايت مناسب است ودر كسور اعشاريه براي تعيين مخرج اصغار
بقدر فضل عدة مخرج بر عدة كسر در يسار صورت مي نويسند * مثلا يك عشر بدينصورت ۱۰
قلو

وچهارصدم ۰۰۴ ودوازده صدم ۰۰۱۲ وهکذا وچون معلوم شد که درنقشهٔ (لگارثم) صفر عدد منزل واحد است وعدد منزل ده واحد وعدد منزل یک صد دو وعدد منزل یک هزار سه است پس باید دانست که سلسلهٔ نزولی همچنین ۱- عدد منزل یک عشر و ۲- عدد منزل یک صدم و ۳- عدد منزل یک هزارم وهکذا خواهد بود وبسبب این اعداد متوالیه عدد منزل بعضی اعداد که درمیان واحد وده واقع اند ضرورة صفر وبعضی کسور خواهد بود وهمچنین عدد منزل اعداد مابین ده وصد واحد وبعضی کسور خواهد بود وهمچنین بعدازان وهرگاه این اعداد (لگارثم) صحیح بهم رسند آنرا (اندیکس) اعنی عدد منزل گویند والا (لگارثم) اعنی کسور عدد منزل واکثر اوقات کسر را برای سهل عمل فروگذاشت می کنند وباید دانست که هرگاه کدام عدد منزل را بر عدد منزل دیگر قسمت کنم بحیثیتیکه خارج قسمت صحیح نباشد بلکه کسر خواه صحیح مع الکسر شود پس عدد محاذی آن خارج قسمت درسلسلهٔ هندسی ضرورة ضلع اول مضلع که عدد منزل آن مقسوم باشد بلحاظ عدد منزل مقسوم علیه خواهد بود وهرگاه آن مضلع بلحاظ مقسوم علیه اصم باشد ضلع اول آن صحیح نخواهد شد بلکه اقرب التقریبی خواهد برامد درینصورت (لگارثم) اعداد متوالیه علی نظم طبیعی ممکن نیست که تحقیقا بهم رسد زیرا که اعداد متوالیه علی نظم طبیعی را درسلسلهٔ هندسی معین دراوردن دشوار وغیر ممکن است مگر بغور وتامل بسیار وبعض حیلهٔ (لگارثم) بعض اعداد معین تقریبا میتواند برامد وآن حیله این است که مثلا عموما کسری غیر معین صغیر را (ک) فرض کنم ویک سلسلهٔ هندسی شروع از واحد نمایم بدینصورت ۱ + (۱ + ک) + (۱ + ک)^۲ + (۱ + ک)^۳ + (۱ + ک)^۴ وغیره ومراد از غیر معین آن است که هرجا کسر دیگر غیر اولی خواهد بود چنانکه درین سلسله $\frac{۰}{۱}$ $\frac{۱}{۱۰}$ $\frac{۲}{۱۰۰}$ $\frac{۳}{۱۰۰۰}$ $\frac{۴}{۱۰۰۰۰}$ وغیره اگر واحد را که عدد منزل ده است برچهار قسمت کنم پس خارج قسمت که یک ربع است عدد منزل جذر الجذر ده خواهد بود وآن یک صحیح وکسر است درینصورت عدد ده درمرتبهٔ مال مال خواهد افتاد ومقدار ک کسری معین خواهد بود وهمچنین اگر واحد را بر دو قسمت کنم پس خارج کسر نصف است عدد منزل جذر ده خواهد بود که آن صحیح وکسری است درینصورت ده درمرتبهٔ مال

خواهد افتاد و مقدار) ک کسری دیگر غیر اولی خواهد بود و همچنین اگر یک ربع و یک نصف را جمع کنم پس سه ربع عدد منزل مسطح جذر الجذر ده في جذر ده خواهد بود پس بطریقهای مذکور اعداد کسر خارج کنم ضرورة بعضی ارقام سلسلهٔ ک که کسر غیر معین است قریب با اعداد طبیعي که بعضی زائد و بعضی ناقص باشد خواهد افتاد درینصورت هرگاه بجای ارقام سلسلهٔ ک که کسر غیر معین و قریب با اعداد طبیعي است آن اعداد طبیعي را بنهم سلسلهٔ عددی تقریبا مبدل بسلسلهٔ هندسي خواهد بود بالترتیب که موسوم بغیر معین است پس (لگارثم) جمیع اعداد طبیعي درست میتواند شد لیکن چون سلسلهٔ اعداد طبیعي بالذات سلسلهٔ هندسي نیست الا تقریبا پس (لگارثم) آنهم تقریبي خواهد شد که از تحقیقي قدری تفاوت باشد و ظاهر است که تا آن کسر غیر معین متعین نشود درستي (لگارثم) تحقیقي نمی تواند شد پس ضرور است که یک کسر معین تقریبي در سلسلهٔ ۱ + (۱ + ک)' + (۱ + ک)^۲ وغیره درست کرده شود که هرگاه آنرا با اعداد طبیعي وصل کنند خواه تفاضل بگیرند (لگارثم) تحقیقي حاصل شود چرا که آن کسر اصغر که ک است قریب کنندهٔ تقریبي است و چون عدد مرکب از ان که ۱ + ک باشد زائد از ک است لهذا ضرور شد که (لگارثم) بعضی اعداد معین که قریب با اعداد طبیعي است واسطه گردد که ازان بطریق ضرب و قسمت مذکورهٔ صدر مقدار) ک حاصل گردد و ازین طریق معلوم می شود که ممکن است پیدا شدن (لگارثم) همه اعداد طبیعي ۱ و ۲ و ۳ و ۴ وغیره بسبب تعین همان کسر صغیرهٔ ک و ساختن سلسلهٔ آن مثل ۱ + (۱ + ک)' وغیره و گرفتن اعداد طبیعي مقابلهٔ الفاظ آن سلسله و عدد منزل آنها از (لگارثم) تقریبا و اگرچه درین طریق ساختن (لگارثم) مقابل هریک اعداد و درجهٔ درست عمل کثیر می باید و نهایت محنت و دقت طلب بلکه غیر ممکن است لیکن موجدان این فن شریف این تمهید را که مشتمل بر اصول اعداد منزل سلسلهٔ هندسي و معرفت و خواص آن سلسله است بیان کرده اند لیکن اگر موافق این نقشه عمل نمایند بلاشبهه (لگارثمش) اعداد بهم می تواند رسید مخترع (لگارثم) بلا شبههٔ حقیقیه (لاردني پر) امیر الامرای مقام (مارجستراسکات لند) است و بالتحقیق معلوم شده که نهایت بکار آمد و بسیار خوب ایجاد شده است در زمانهٔ متأخر و این نقشهٔ اعداد اول بسبب لارد موصوف در مقام (اڈن پرا) بسال ۱۶۱۴ عیسوي در یک نسخهٔ مسمی به (کنبن منسیکم

لگارتموم) چهاپه شده بود وچون معلوم شد که بسیار مفید است وبسعي بسیار چنانک باید واضح شده است لهذا فی الفور جمیع فضلاي یورپ آنرا گرفتند و (مستر هنري برجس) از قوم (سیولن) که مدرس علم هندسه در شهر (آکسفرد) بود هرگاه خبر آن شنید برای ملاقات آن مخترع شریف از ملک خود برامده نزد او رفت وآن هردو فی الفور بالاتفاق متعهد این امر دشوار شدند که یک نقشهٔ نو درین مطلب درست سازند که از نقشهٔ اولی مختصر وحسب دلخواه شود لیکن (لاردني پر) پیش از تمام نقشهٔ نو فوت کرد وهمه بار آن بر (مستر برجس) افتاد واو به محنت عجیب وعلم کثیر آن نقشه و (کنبن) را درست ساخت وبموجب همان نقشهٔ نو برای همه اعداد از واحد تا ۲۰۰۰۰ واز ۹۰۰۰ تا ۱۰۱۰۰۰ تا چهارده منزل درست نمود وبمقام لندن درسنه ۱۶۲۴ در یک رسالهٔ مسمی (ارتهمتکا لگارتمکا) مع احکام حاصل ساختن اعداد مابین هزارها درست کرده چهاپه نمود وهمان (کنبن) اعنی رسالهٔ بارد یگر در ملک (هالي لاند) بمقام (ادرین) و (لکپ) درسال ۱۶۲۸ عیسوي چهاپه شده مع (لگارتم) کسور تا منزل دهم که (مستر برجس) فروگذاشته بود لیکن حساب آن مثل حساب (لگارتم) صحاح که (مستر برجس) نوشته بود تقریبا وبعد ازان (لگارتم) با اعداد صحیح طبیعي تقریبا براورده تا منزل پانزدهم براورده شد مطابق حساب سابق واین حساب را با حساب سابق یکجا نموده (مستر هنري گیلي برند) بعد فوت (مستر برجس) درسنه ۱۶۳۳ چهاپه نموده موسوم (بیرک مومتر بریانیس) گردانید وبعد ازان (مستر والف) که بسیار ریاضي دان بود (لگارتم) هر یک عشر را حساب کرده بود لیکن به سبب فوت او که جوان فوت نموده مشتهر نشد وچون در حساب دیگر اعداد که سابق حساب آن نشده اکثر غلطي میشد لهذا (مستر کارتنر) قواعد حساب همه اعداد که (لگارتم) تا هر جا که بخواهند حاصل سازند مقرر نموده در سنه ۱۷۴۲ چهاپه نموده *

مسئله در بیم رسانیدن (لگارتم) بعضی اعداد طبیعي مثل ۱ و ۲ و ۳ و ۴ وغیره مطابق قاعدهٔ (لاردني پر) *

قاعده اول سلسلهٔ هندسي ۱ و ۱۰ و ۱۰۰ و ۱۰۰۰ وغیره فرض کنند ومطابق آن برای (لگارتم) سلسلهٔ عددی بنویسند ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ وغیره بعد ازان عدد وسط هندسي بهم رسانند مابین ۱ و ۱۰ وخواه مابین ۱۰ و ۱۰۰ وغیره (ولگارتم) آن حاصل کنند چنانکه از مثال معلوم

گردد وبعد ازان ازان وسط وسط دیگر حاصل کنند وهمچنین بعد ازان تا آنکه وسط اخیر حاصل گردد وبعد ازان اگر آن وسط اخیر بحسب مطلوب نباشد ازان وسط ووسط ماقبل او وسط نو حاصل کنند حتی که مطابق عدد مطلوب شود مثال (لگارثم) عدد نه بهم رسان ٭ جواب چون اعداد یکه عدد نه درمیان آن واقع شده ۱ و ۱۰ است و (لگارثم) ۱ (صفر است و (لگارثم) ۱۰ واحد است لهذا) $\frac{۱+۰}{۲}$ = ۰٫۵) این وسط عددی است وهمچنین [۱×۱۰ = ۱۰] = ۳٫۰۱۶۲۲۷۷۷ = وسط هندسي هرگاه (لگارثم) ۳٫۰۱۶۲۲۷۷۷ هست ۰٫۵ پس ازین وسط دوم مابین (لگارثم) ۱۰ حاصل ساختم بدینصورت $\frac{۱+۰٫۵}{۲}$ = ۰٫۷۵ = وسط عددی وهمچنین [۱۰×۳٫۰۱۶۲۲۷۷۷ = ۵٫۰۶۲۳۴۱۳۲ = وسط هندسي وهرگاه (لگارثم) ۵٫۰۶۲۳۴۱۳۲ هست ۰٫۷۵ پس وسط سوم بدینصورت شد $\frac{۱+۰٫۷۵}{۲}$ = ۰٫۸۷۵ = وسط عددی وهمچنین [۱۰×۵٫۰۶۲۳۴۱۳۲ = ۷٫۰۴۹۸۹۴۲۱ = وسط هندسي وهرگاه (لگارثم) ۷٫۰۴۹۸۹۴۲۱ هست ۰٫۸۷۵ درینصورت وسط چهارم $\frac{۱+۰٫۸۷۵}{۲}$ = ۰٫۹۳۷۵ = وسط عددی وهمچنین [۱۰×۷٫۰۴۹۸۹۴۲۱ = ۸٫۰۶۵۹۶۴۳۲ = وسط هندسي ودرینصورت وسط پنجم $\frac{۱+۰٫۹۳۷۵}{۲}$ = ۰٫۹۶۸۷۵ = وسط عددی وهمچنین [۱۰×۸٫۰۶۵۹۶۴۳۲ = ۹٫۰۳۰۸۷۲۰۴ = وسط هندسي وچون وسط پنجمین زائد از نه شد لهذا از وسط چهارمین وپنجمین وسط ششمین حاصل کردم بدینصورت $\frac{۰٫۹۳۷۵ + ۰٫۹۶۸۷۵}{۲}$ = ۰٫۹۵۳۱۲۵ = وسط عددی وهمچنین [۸٫۰۶۵۹۶۴۳۲ × ۹٫۰۳۰۸۷۲۰۴ = ۸٫۹۷۶۸۷۱۳ = وسط هندسي وهرگاه (لگارثم) ۸٫۹۷۶۸۷۱۳ هست ۰٫۹۵۳۱۲۵ پس اگر همچنین استخراج وسائط دیگر نمایم در وسط بیست وپنجم (لگارثم) ۸٫۰۹۹۹۹۹۸ خواهد بود ۰٫۹۵۴۲۴۲۵ آنرا (لگارثم) برای نه مقرر کرده خواهد شد چرا که تفاوت صرف $\frac{۱}{۵۰۰۰۰۰۰}$ گردید واین کسر بسیار قلیل است فافهم ٭

فائده باید دانست که صاحب کتاب مسائل چند برای استخراج (لگارثم) و دیگر ترکیبات بیان نموده لیکن چون منحصر بر دانستن دیگر کتاب ها که نام آنها در احوال موجدان در صدر بیان کرده شده است بود و آن کتب درینجا یافته نشد لهذا نوشتن آن مسائل عبث معلوم گردید بنابران بهمین قدر اکتفا نموده ختم کردم *

مطلب هفدهم در حل سؤالات بطریق جبر و مقابلهٔ انگریزی که تفضل حسین خان مرحوم بعربی ترجمه کرده بودند از آن چند سؤالات که ترکیب آن مشکل بود درینجا ثبت افتاد *

سؤال اول شخصی ۵۵۰ درهم ترکه گذاشت و وصیت کرد برای چهار شخص مثل زید و عمرو و بکر و خالد بدینصورت که یک حصه زید و دو حصه عمرو و سه حصه بکر و پنج حصه خالد * جواب مقدار یک حصه را م فرض کردم و مجموع حصص یازده شدند پس ۱۱ م = ۵۵۰ فبالضرورة م = $\frac{۵۵۰}{۱۱}$ = ۵۰ ∴ سؤال دوم می خواهم که عدد ۹۲ را چهار حصه کنم بشرطیکه حصهٔ اول از دوم بقدر ۱۰ زائد باشد و از سوم بقدر ۱۸ و از چهارم بقدر ۲۴ زائد بوده * جواب حصهٔ اول را = م فرض کردم پس حصهٔ دوم = م + ۱۰ و حصهٔ سوم = م + تقریبا حصهٔ چهارم = م + ۲۴ گردید و مجموع هر چهار ۴ م + ۵۲ = ۹۲ شد بحسب السؤال فبالضرورة ۴ م = ۱۴۴ بلکه م = $\frac{۱۴۴}{۴}$ = ۳۶ گردید ∴ سؤال سوم مبلغی را فوت درمیان پنج اشخاص منقسم گردید بحیثیتیکه حصهٔ ثانی از حصهٔ اول بقدر ۱۰ کم است و حصهٔ ثالث از حصهٔ ثانی بقدر ۱۶ زیاده است و حصهٔ رابع از حصهٔ ثالث بقدر ۵ کم است و حصهٔ خامس از حصهٔ رابع بقدر ۱۵ زیاده است و نیز حصهٔ خامس مساوی مجموع حصهٔ اول و دوم است پس مقدار مجهول و مقدار حصص هر یک چه باشد * جواب حصهٔ اول را م فرض کردم پس حصهٔ ثانی م + ۱۰ باشد و حصهٔ ثالث م + ۶ و حصهٔ رابع م + ۱ و حصهٔ خامس م + ۱۶ گردید بحسب السؤال چون حصهٔ خامس مساوی مجموع حصهٔ اول و دوم است درینصورت م + ۱۶ = ۲ م + ۱۰ بلکه ۱۶ = م + ۱۰ بلکه ۶ = م که حصهٔ اول است درینصورت حصهٔ ثانی ۱۶ و حصهٔ ثالث ۲۲ و حصهٔ رابع ۲۷ و حصهٔ خامس ۴۲ و مجموع مبلغ ۱۲۳ گردید ∴ سؤال چهارم می خواهم که ۷۵ را منقسم بدو قسم سازم بشرطیکه سه امثال قسم اعظم از هفت امثال قسم اصغر بقدر ۱۵ زیاده باشد *

جواب قسم اعظم را م فرض کردم پس اصغر ۷ د - م باشد پس ۳ م - ۱ د = ۲ د - ۷ م
شد بحسب السؤال بلکه ۱۰ م = ۴۰ د شد پس بالضرورة م = $\frac{۴۰ د}{۱۰}$ = ۴ د وآن مقدار
اعظم است پس مقدار اصغر ۲۱ برامد ❁ سؤال پنجم می خواهم که عدد ۶۰ را بدو قسم منقسم
کنم بحیثیتیکه تفاضل مابین قسم اعظم وعدد ۶۴ مساوي ضعف تفاضل مابین اصغر و ۳۸ باشد ∴
جواب اعظم را م فرض کردم پس اصغر ۶۰ - م شد وتفاضل اعظم علی ۶۴ = ۶۴ - م
وتفاضل اصغر علی ۳۸ = ۳۸ - ۶۰ + م بلکه = م - ۲۲ درینصورت ۶۴ - م = ۲ م - ۴۴
پس ۱۰۸ = ۳ م بلکه م = ۳۶ = اعظم درینصورت اصغر = ۲۴ ❁ سؤال ششم
شخصی از پدر خود سؤال کرد که عمر من چند سال است پدرش گفت که چهار سال
قبل ازین $\frac{۱}{۴}$ عمر من بود والحال عمر تو $\frac{۱}{۳}$ عمر من است پس عمر هردو چه قدر باشد ∴
جواب عمر پسر را م فرض کردم پس عمر پدرش ۳ م وقبل چهار سال عمر پسر م - ۴
بود وعمر پدرش ۳ م - ۴ درینصورت ۴ م - ۱۶ = ۳ م - ۴ بحسب السؤال بلکه م = ۱۲
= عمر پسر و ۳ م = ۳۶ = عمر پدرش ❁ سؤال هفتم شخصی قسم اعلی از جنس گندم را که
قیمتش في وسق چهار دینار بود باقسم ادنی که قیمتش في وسق دو و نیم دینار بود باهم مخلوط کرد
ووزن مجموع هردو نود وسق شد وقیمتش في وسق سه دینار و یک سدس قرار یافت پس چند
وسق از اعلی وچند وسق از ادنی بود ∴ جواب وزن جنس اعلی را م فرض کردم پس
وزن جنس ادنی ۹۰ - م شد وقیمت جنس اعلی = ۴ م وقیمت جنس ادنی = ۲۲ د - $\frac{۱}{۲}$ ۲ م
ومجموع $\frac{۱}{۲}$ ۱ م + ۲۲ د = ۲۸ د شد بحسب السؤال چراکه قیمت مجموع که نود است
في وسق سه دینار و یک سدس قرار یافته پس ۳ م + ۴۰ د = ۷۰ د بلکه ۳ م = ۱۲۰
پس م = ۴۰ = وزن جنس اعلی پس ۵۰ د = وزن جنس ادنی ❁ سؤال هشتم شخصی
یکی از اهل صنعت را برای چهل روز باجرت گرفت بدین شرط که هر روزیکه کار
خواهد کرد سه دینار و یک ثلث اجوره في یوم خواهد گرفت و هر روزیکه غیر حاضر خواهد شد
یک دینار و یک ثلث في یوم جرمانه خواهد بود وبعد اتمام چهل روز شصت وسه دینار
ویک ثلث باهل صنعت وصول شد پس چند روز کار کرد وچند روز غیر حاضر ماند ∴ جواب
ایام عمل را م فرض کردم پس ایام غیر حاضري ۴۰ - م شد ووجه اجرت ایام عمل $\frac{۱}{۳}$ ۳ م

وجرمانهٔ غیر حاضري $\frac{1}{2}$ ۵۳ − $\frac{1}{3}$ ۱ م شد پس $\frac{1}{3}$ ۳ م − $\frac{2}{3}$ ۵۳ + $\frac{1}{3}$ ۱ م = $\frac{1}{3}$ ۶۳ شد بلکه $\frac{2}{3}$ ۴ م − $\frac{1}{3}$ ۵۳ = $\frac{1}{3}$ ۶۳ بلکه $\frac{2}{3}$ ۴ م = $\frac{2}{3}$ ۱۱۶ بلکه ۱۴ م = ۳۵۰ پس م = $\frac{350}{14}$ = ۲۵ = ایام عمل پس ۱۵ = ایام غیر حاضري ❊ سؤال نهم شخصی ۲۵۲ درهم خیرات به فقرا کرد بحیثیتیکه في کس از رجال را) ۱۲ درهم وفي کس از نساء را) ۶ درهم وفي کس از اطفال را) ۳ درهم داد و عدد نساء دو مثل عدد رجال الا ۲ بود وعدد اطفال سه مثل عدد نساء الا ۴ بود پس چه قدر عدد جمیع فقرا وچه چه قدر حصهٔ رجال ونسوان واطفال بتفصیل رسید ❊ جواب عدد رجال را م فرض کردم پس عدد نساء ۲ م − ۲ شد وعدد اطفال که سه مثل عدد نساء − ۴) اعني ۶ م − ۶ − ۴ بلکه ۶ م − ۱۰ گردید پس ۱۲ م + (۱۲ م − ۱۲) + (۱۸ م − ۳۰) = ۲۵۲ شد بلکه ۴۲ م = ۲۹۴ بلکه م = $\frac{294}{42}$ = ۷ گردید که عدد رجال است وازین سبب باقي جمیع معلوم می تواند گردید ❊ سؤال دهم عددی بهم رسان که کعب ثلث آن مساوي مال مال ربع آن باشد ❊ جواب مجهول را م فرض کردم پس ثلث آن = $\frac{م}{3}$ وکعب این $\frac{م^3}{27}$ وهمچنین ربع آن = $\frac{م}{4}$ ومال مال این $\frac{م^4}{256}$ پس $\frac{م^3}{27}$ = $\frac{م^4}{256}$ بحسب السؤال بلکه ۲۵۶ م⁴ = ۲۷ م³ بحسب الترفیع بلکه ۲۵۶ = ۲۷ م بحسب القسمة علی م³ پس م = $\frac{256}{27}$ = ۹ $\frac{13}{27}$ ❊ سؤال یازدهم کدام دو عدد اند که نسبت اصغر بطرف اعظم مثل نسبت ۳ الی ۴ است ونسبت مجموع آنها بطرف مجموع مربعین آنها مثل نسبت ۷ بطرف ۵۰ است ❊ جواب اصغر را) ۳ م واکبر را) ۴ م فرض کردم پس مجموع آنها ۷ م شد چون مربع اصغر ۹ م² ومربع اکبر ۱۶ م² ومجموع ۲۵ م² پس نسبت ۷ م : ۲۵ م² :: ۷ : ۵۰ ودرینصورت بحسب مساوات مسطح الطرفین بامسطح الوسطین ۳۵۰ م = ۱۷۵ م² بلکه ۳۵۰ = ۱۷۵ م بحسب قسمت علی م بلکه م = $\frac{350}{175}$ = ۲ پس اصغر = ۶ واکبر = ۸ ❊ سؤال دوازدهم کدام دو عدد اند که نسبت اصغر بطرف اعظم مثل نسبت ۷ بطرف ۹) است ومربع مجموع آن دو مساوي مکعب تفاضل آن هر دو است ❊ جواب اصغر را) ۷ م واکبر را ۹ م فرض کردم پس تفاضل بینهما ۲ م شد ومجموع آنها ۱۶ م ومربع آن ۲۵۶ م² است ومکعب تفاضل ۸ م³ پس ۲۵۶ م² = ۸ م³ شد بحسب السؤال بلکه ۲۵۶ = ۸ م گردید بحسب

قسمت علی مر² بلکه مر = $\frac{۲۵۶}{۸}$ = ۳۲ شد پس اصغر = ۲۲۴ واکبر = ۲۸۸ گردید ❁
سؤال سیزدهم میخواهم که عدد ۱۰۰ را دو قسم کنم بشرطیکه تفاضل بین مربعین هردو ۱۰۰۰
باشد ∴ جواب اکبر را) مر فرض کردم پس اصغر = ۱۰۰ − مر شد ومربع اکبر مر² ومربع اصغر
۱۰۰۰۰ − ۲۰۰ مر + مر² گردید وتفاضل بینهما ۲۰۰ مر − ۱۰۰۰۰ = ۱۰۰۰ شد بحسب
السؤال بلکه ۱۱۰۰۰ = ۲۰۰ مر فبالضرورة مر = $\frac{۱۱۰۰۰}{۲۰۰}$ = ۵۵ = اکبر پس ۴۵ = اصغر ❁
سؤال چهاردهم زید وعمرو پانصد روپیه را تجارت کردند ویک صد وشصت روپیه انتفاع شد
وهرگاه انتفاع را باهم تقسیم کردند حصهٔ زید از حصهٔ عمرو بقدر سی ودو روپیه زائد گردید
پس مال زید ومال عمرو بالتفریق چه قدر باشد ∴ جواب مال زید را مر فرض کردم پس مال
عمرو = ۵۰۰ − مر شد درینصورت انتفاع حصهٔ زید = $\frac{۱۶۰ مر}{۵۰۰}$ = $\frac{۱۶ مر}{۵۰}$ وانتفاع حصهٔ عمرو
= ۱۶۰ − $\frac{۱۶ مر}{۵۰}$ زیراکه نسبت مال زید اعنی مر بطرف انتفاع زید مثل نسبت ۵۰۰
الی ۱۶۰) است پس مسطح الطرفین را هرگاه بر وسط معلوم قسمت کردم
خارج مقدار انتفاع زید شد وعلی هذا انتفاع عمرو درینصورت $\frac{۱۶ مر}{۵۰}$ − ۳۲ = ۱۶۰
− $\frac{۱۶ مر}{۵۰}$ بلکه $\frac{۳۲ مر}{۵۰}$ = ۱۹۲ بلکه ۳۲ مر = ۹۶۰۰ بلکه مر = $\frac{۹۶۰۰}{۳۲}$ = ۳۰۰ =
مال زید پس ۲۰۰ = مال عمرو ❁ سؤال پانزدهم مبلغی درمیان زید وعمرو قسمت یافته
بطوریکه نسبت حصهٔ زید بطرف حصهٔ عمرو مثل نسبت پنج بطرف سه است ونیز حصهٔ زید
از پنج تسع مجموع مبلغ بقدر پنجاه روپیه زائد است پس حصهٔ هریک ومقدار مجموع مبلغ
چه باشد ∴ جواب حصهٔ زید را) ۵ مر فرض کردم وحصهٔ عمرو را) ۳ مر پس مجموع = ۸ مر شد
وپنج تسع آن $\frac{۴۰}{۹}$ مر است درینصورت ۵ مر = $\frac{۴۰}{۹}$ مر + ۵۰ بلکه ۴۵ مر = ۴۰ مر +
۴۵۰ بلکه ۵ مر = ۴۵۰ = حصهٔ زید درینصورت ۳ مر = ۲۷۰ = حصهٔ عمرو ومجموع = ۷۲۰ ❁
سؤال شانزدهم متروکهٔ شخصی درمیان چهار پسرانش تقسیم یافت بطوریکه حصهٔ اول
یک نصف متروکه الا ۸۰۰ دینار وحصهٔ ثانی یک ربع متروکه و ۱۲۰ دینار وحصهٔ ثالث
نصف حصهٔ اول وحصهٔ رابع دو ثلث حصهٔ ثانی است پس مجموع چه باشد ∴ جواب مجموع را
مر فرض کردم پس حصهٔ اول = $\frac{مر}{۲}$ − ۸۰۰ وحصهٔ دوم = $\frac{مر}{۴}$ + ۱۲۰ وحصهٔ سوم = $\frac{مر}{۴}$

-۴۰۰ وحصهٔ چهارم $= \frac{م}{۶} + ۸۰$ درینصورت $\frac{م}{۲} + \frac{م}{۴} + \frac{م}{۶} - ۱۲۰۰ +$
$۲۰۰ = م$ بلکه $\frac{۱}{۶}$ ا م $= م + ۱۰۰۰$ بلکه $\frac{م}{۶} = ۱۰۰۰$ پس $م = ۶۰۰۰ =$ مجموع ترکه پس $۲۲۰۰ =$
حصهٔ اول و $۱۶۲۰ =$ حصهٔ ثاني و $۱۱۰۰ =$ حصهٔ ثالث و $۱۰۸۰ =$ حصهٔ رابع ❁
سؤال هفدهم شخصی پرسید که از وقت نصف النهار تا این وقت چند ساعت گذشته
وجواب یافت که اگر $\frac{۳}{۸}$ ساعات باقیه تا نصف اللیل را درچهار ضرب سازند واز حاصل
۱۲ ساعت نقصان کنند باقي ۴ ساعت الا نصف گذشته میماند ❁ جواب ساعت گذشته را
م فرض کردم پس باقي $۱۲ - م$ ماند و $\frac{۳}{۸}$ آن $\frac{۳۶ - ۳م}{۸}$ است درینصورت $\frac{۱۴۴ - ۱۲م}{۸}$
$- ۱۲ = ۴ - \frac{م}{۲}$ شد بحسب السؤال بلکه $۱۴۴ - ۱۲م - ۹۶ = ۳۲ - ۴م$ بلکه
$۱۴۴ = ۱۲۸ + ۸م$ بلکه $۱۶ = ۸م$ بلکه $م = ۲ =$ ساعت گذشته و $۱۰ =$ ساعت
باقي نصف اللیل ❁ سؤال هجدهم شخصی مبلغی برسود معین في ماه از شخصی قرض گرفته
ودر هشت ماه مجموع مبلغ اصل وسود $۲۹۷\frac{۳}{۵}$ رویه شد وبعد پانزده ماه مجموع اصل
وسود ۳۰۶ گردید پس مقدار اصل ومقدار سود في ماه چه باشد ❁ جواب مبلغ اصل را م
فرض کردم پس سود هشت ماه $= ۲۹۷\frac{۳}{۵} - م$ گردید وسود پانزده ماه $= ۳۰۶ - م$ شد
پس نسبت ۸ الی ۱۵ مثل نسبت $۲۹۷\frac{۳}{۵} - م$ الی $۳۰۶ - م$ باشد وبالضرورة
$۲۴۴۸ - ۸م = ۴۴۶۴ - ۱۵م$ گردید بلکه $۷م = ۲۰۱۶$ بلکه $م = \frac{۲۰۱۶}{۷} =$
$۲۸۸ =$ مجهول ونیز مقدار سود هشت ماه $= ۹\frac{۳}{۵}$ ومقدار سود ۱۵ ماه $= ۱۸$ گردید پس نسبت
۱۵×۲۸۸ بطرف ۱۸ مثل نسبت ۱۰۰×۱۲ که عدد ماههای سال است بطرف مجهول
خواهد بود درینصورت اگر مسطح الوسطین را که ۲۱۶۰۰) است بطرف معلوم که ۴۳۲۰)
است قسمت کنم خارج $= \frac{۲۱۶۰۰}{۴۳۲۰} = ۵ =$ مقدار سود سالیانه في صد گردد واگر ۱۰۰×۱۸ را
مسطح وسطین مقرر سازم حاصل $= \frac{۵}{۱۲} =$ مقدار سود ماهیانه في صد شود ❁ سؤال نوزدهم ملاحي
بالتجربه معلوم کرد که کشتي در وسط دریا باستعانت ملاح وقدر $\frac{۳}{۴}$ ساعت پنج میل میرود ودر
کنار که قوت آب نصف قوت وسط است وهمچنان در وقت بازگشتن در یک ونیم ساعت پنج
میل می رود پس مقدار جریان آب در وسط یک ساعت چه مقدار باشد ❁ جواب چون ظاهر است

که نسبت $\frac{۳}{۴}$ الی) ۱ که مقدار ساعت است اعنی نسبت ۳) الی ۴ مثل نسبت ۵ که مقدار میل است الی مقدار سیر سفینه در وسط بیک ساعت خواهد بود درینصورت $۶\frac{۲}{۳}$ میل مقدار سیر بیک ساعت در وسط شد و همچنین نسبت یک و نیم ساعت الی (۱ اعنی ۶) الی ۴ مثل نسبت ۵) الی مقدار سیر سفینه فی الساحل بیک ساعت است درینصورت $۳\frac{۱}{۳}$ میل مقدار سیر سفینه فی الساحل بیک ساعت گردید و هرگاه مقدار جریان آب فی الوسط را که بیک ساعت واقع شود م فرض کنم درینصورت $۶\frac{۲}{۳}$ میل − م مقدار حرکت سفینه که در یک ساعت صرف باستعانت ملاح در وسط شود خواهد بود و همچنین $۳\frac{۱}{۳} + \frac{م}{۲}$ مقدار حرکت صرف باستعانت ملاح در ساحل بیک ساعت خواهد شد چراکه در وقت رفتن چون حرکت مد و تحریک ملاح بیک جانب است درینصورت مقدار تحریک ملاح بقدر فضل حرکت سفینه علی جریان آب خواهد بود و وقت معاودت حرکت مد مخالف تحریک ملاح است پس تحریک ملاح بقدر مجموع حرکت سفینه و جریان آب خواهد شد زیراکه هر قدر جریان آب سفینه را بجانب مخالف می کشد تحریک ملاح آنرا باز می آرد ولهذا) $۶\frac{۲}{۳}$ میل − م = $۳\frac{۱}{۳}$ میل + $\frac{م}{۲}$ شد که هر دو مقدار تحریک ملاح است در یک ساعت بلکه $۳\frac{۱}{۳}$ میل = $۱\frac{۱}{۲}$ م شد بلکه ۳ م = $۶\frac{۲}{۳}$ میل بلکه ۹ م = ۲۰ میل گردید بلکه م = $۲\frac{۲}{۹}$ میل شد ❁ سؤال بیستم میخواهم که عدد ۳۶ را منقسم بسه قسم سازم بشرطیکه نصف قسم اول و ثلث قسم ثانی و ربع قسم ثالث مساوی یک دیگر باشد ∴ جواب قسم اول را) م فرض کردم پس قسم ثانی = $۱\frac{۱}{۲}$ م شد و قسم ثالث = ۲ م گردید و مجموع آن اعنی $۴\frac{۱}{۲}$ م = ۳۶ شد بلکه ۹ م = ۷۲ بلکه م = ۸ = قسم اول و ۱۲ = قسم ثانی و ۱۶ = قسم ثالث شد ❁ سؤال بیست و یکم میخواهم که عدد ۹۰ را منقسم بچهار قسم سازم بشرطیکه اگر بر قسم اول ۵ بیفزایم و از قسم ثانی چهار ساقط نمایم و قسم ثالث را در سه ضرب سازم و قسم رابع را تنصیف کنم حاصل هریک متساوی باشد ∴ جواب قسم رابع را) م فرض کردم پس $\frac{م}{۶}$ = قسم ثالث چراکه

نصف م مساوي سه امثال قسم ثالث است بحسب السؤال و $\frac{م}{۲}$ + ۴ = قسم ثاني و $\frac{م}{۲}$ − ۵ = قسم اول شد ومجموع آن $۲\frac{۱}{۶}$ م − ۱ = ۹۰ بلکه ۱۳ م − ۶ = ۵۴۰ بلکه ۱۳ م = ۵۴۶ بلکه م = $\frac{۵۴۶}{۱۳}$ = ۴۲ = قسم رابع و ۷ = قسم ثالث و ۲۵ = قسم ثاني و ۱۶ = قسم اول ❁ سؤال بيست ودوم راعي غنم اصناف متعددة اغنام را بعوض $۳۳\frac{۱۵}{۴۰}$ دينار فروخت بدينطور كه في غنم قسم اول $\frac{۱۹}{۴۰}$ وفي غنم قسم ثاني $\frac{۱۱}{۲۰}$ وفي غنم قسم ثالث $\frac{۲۵}{۴۰}$ وحال آنكه مقدار قسم اول ثلث مجموع بود ومقدار ثاني ربع مجموع پس عدد مجموع اقسام چه باشد ❁ جواب مجموع اغنام را) م فرض كردم پس $\frac{م}{۳}$ × $\frac{۱۹}{۴۰}$ = $\frac{۱۹}{۱۲۰}$ م = قيمت قسم اول و $\frac{م}{۴}$ × $\frac{۱۱}{۲۰}$ = $\frac{۱۱}{۸۰}$ م = قيمت قسم ثاني و $\frac{۵}{۱۲}$ م × $\frac{۲۵}{۴۰}$ = $\frac{۱۲۵}{۴۸۰}$ م = قيمت قسم ثالث درينصورت $\frac{۷۶}{۴۸۰}$ م + $\frac{۶۶}{۴۸۰}$ م + $\frac{۱۲۵}{۴۸۰}$ م = $\frac{۱۵}{۴۰}$ ۳۳ دينار بلکه $\frac{۲۶۷}{۴۸۰}$ م = $\frac{۱۵}{۴۰}$ ۳۳ دينار بلکه ۲۶۷ م = ۱۶۰۲۰ بلکه م = $\frac{۱۶۰۲۰}{۲۶۷}$ = ۶۰ ❁ سؤال بيست وسوم شخصي پارچه از قسم خز خريد كرد بحساب في ذراع $۳\frac{۱}{۶}$ دينار وثلث مجموع را بقيمت في ذراع ۴ دينار فروخت وربع مجموع بقيمت في ذراع $۳\frac{۲}{۳}$ دينار فروخت وخمس مجموع را بقيمت في ذراع $۳\frac{۱}{۲}$ دينار فروخت وباقي را بقيمت في ذراع $۳\frac{۱}{۳}$ دينار فروخت وانتفاع از بيع $۱۵\frac{۱}{۶}$ دينار حاصل شد پس پارچه مذكور چند ذراع بود ❁ جواب عدد ذراع را) م فرض كردم پس قيمت خريد = $۳\frac{۱}{۶}$ م وچون مخرج مشترک ۶۰) است درينصورت مقدار ذراع اول $\frac{۲۰}{۶۰}$ م وذراع ثاني $\frac{۱۵}{۶۰}$ م وذراع ثالث $\frac{۱۲}{۶۰}$ م وذراع رابع $\frac{۱۳}{۶۰}$ م گرديد پس قيمت اول $\frac{۲۰}{۶۰}$ م × ۴ = $\frac{۸۰}{۶۰}$ م وقيمت ثاني $\frac{۱۵}{۶۰}$ م × $۳\frac{۲}{۳}$ = $\frac{۵۵}{۶۰}$ م وقيمت ثالث $\frac{۱۲}{۶۰}$ م × $۳\frac{۱}{۲}$ = $\frac{۴۲}{۶۰}$ م وقيمت رابع $\frac{۱۲}{۶۰}$ م × $۳\frac{۱}{۳}$ = $\frac{۴۳\frac{۱}{۳}}{۶۰}$ م پس مجموع $\frac{۸۰ م + ۵۵ م + ۴۲ م + ۴۳\frac{۱}{۳} م}{۶۰}$ گرديد بلکه $\frac{۲۲۰\frac{۱}{۳} م}{۶۰}$ − $۳\frac{۱}{۶}$ م = $۱۵\frac{۱}{۶}$ بلکه $۲۲۰\frac{۱}{۳}$ م − ۱۹۰ م = ۹۱۰ بلکه

۶۶۱ م − ۷۰ ۵ م = ۲۷۳۰ بلکه ۹۱ م = ۲۷۳۰ بلکه م = $\frac{۲۷۳۰}{۹۱}$ = ۳۰ = مجموع ذراع خرید ❁ سؤال بیست و چهارم خماري دوقسم شراب را باهم مخلوط نمود که قیمت قسم اول في رطل ۸ درهم وقیمت ثاني في رطل ۳ درهم بود ومجموع را بحساب في رطل ۹ درهم فروخت وانتفاع في صد ۳۰ درهم حاصل نمود پس چه قدر از قسم اعلی وچه قدر از قسم ادنی ممزوج کرد ∴ جواب مقدار قسم اول را) م ومقدار قسم ادنی را) ک فرض کردم پس ۸ م + ۳ ک مقدار اصل قیمت شد وقیمت فروخت ۹ م + ۹ ک گردید بحسب السؤال درینصورت ۹ م + ۹ ک − ۸ م − ۳ ک) = انتفاع بلکه م + ۶ ک مقدار انتفاع شد پس ۸ م + ۳ ک : م + ۶ ک :: ۱۰۰ : ۳۰ گردید بحسب السؤال ومسطح الطرفین را معادل مسطح الوسطین کردم ۲۴۰ م + ۹۰ ک = ۱۰۰ م + ۶۰۰ ک بلکه ۱۴۰ م = ۵۱۰ ک بلکه ۱۴ م = ۵۱ ک شد درینصورت ۵۱ = م = قسم اول و ۱۴ = ک = قسم ثاني ❁ سؤال بیست وپنجم کدام دو عدد اند که نسبت یکی بطرف دیگری مثل نسبت ۴ بطرف ۵ باشد وهرگاه از هردو عدد دو عدد آخر را ساقط کنم که علی نسبت ۶) الی ۷ باشد نسبت باقیین علی نسبت ۲) الی ۳ ومجموع آن هردو باقیین ۲۰ شود ∴ جواب یکی را) ۴ م وآخر را) ۵ م فرض کردم وعدد آن مسقطه را) ۶ ک و ۷ ک فرض کردم پس باقیین (۴ م − ۶ ک) و (۵ م − ۷ ک) ومجموع آن ۹ م − ۱۳ ک = ۲۰ شد بحسب السؤال وچون ۴ م − ۶ ک : ۵ م − ۷ ک :: ۲ : ۳) است درینصورت ۱۲ م − ۱۸ ک = ۱۰ م − ۱۴ ک گردید بحسب مساوات مسطح الطرفین بامسطح الوسطین بلکه ۲ م = ۴ ک شد بلکه م = ۲ ک وچون ۹ م − ۱۳ ک = ۲۰ بود ومقدار م را تبدیل کردم پس ۱۸ ک − ۱۳ ک = ۲۰ بلکه ۵ ک = ۲۰ بلکه ک = ۴ گردید و ۹ م − ۵۲ = ۲۰ بلکه ۹ م = ۷۲ بلکه م = ۸ درینصورت عددان مفروضان ۳۲ و ۴۰ شد وعددان مسقطه ۲۴ و ۲۸ وعددین باقیین ۸ و ۱۲ حاصل شدند ❁ سؤال بیست وششم مزارعي ۳۰ وسق گندم و ۴۰ وسق جو بعوض ۲۷۰ دینار فروخت وبار دیگر ۵۰ وسق گندم و ۳۰ وسق جو بهمان نرخ بعوض ۳۴۰ دینار فروخت پس قیمت گندم في وسق وقیمت جو في وسق چه باشد ∴

جواب مقدار قیمت گندم في وسق را) م و مقدار قیمت جو في وسق را) ک فرض کردم پس
۳۰ م + ۴۰ ک = ۲۷۰ و همچنین ۵۰ م + ۳۰ ک = ۳۴۰ و هرگاه معادلهٔ اولی را در سه
و معادلهٔ ثاني را در چهار ضرب کردم ۹۰ م + ۱۲۰ ک = ۸۱۰ و ۲۰۰ م + ۱۲۰ ک = ۱۳۶۰
گردید و هرگاه حاصل ضرب معادلهٔ اولی را از حاصل ضرب معادلهٔ ثاني ساقط کردم ۱۱۰ م
= ۵۵۰ شد بلکه م = $\frac{۵۵۰}{۱۱۰}$ = ۵ = قیمت گندم في وسق شد و درینصورت ۴۰ ک +
۵۰ = ۲۷۰ شد بلکه ۴۰ ک = ۱۲۰ بلکه ک = $\frac{۱۲۰}{۴۰}$ = ۳ = قیمت جو في وسق گردید ٭
سؤال بیست و هشتم مزارعي با ۲۸ وسق جو که قیمت آن في وسق $۲\frac{۱}{۳}$ بود قدری
از جنس رائي که قیمت آن في وسق ۳ دینار است و قدری از گندم که قیمت آن في وسق
چهار دینار است مخلوط کرد و وزن مجموع یک صد وسق شد و قیمت مخلوط في وسق
$۳\frac{۱}{۳}$ دینار قرار یافت پس چه قدر از جنس رائي و چه قدر از جنس گندم مخلوط نمود ٭ جواب
عدد وسق رائي را) م و وسق گندم را) ک فرض کردم و چون جو ۲۸ وسق بود پس قیمت جو
$۶۵\frac{۱}{۳}$ و قیمت رائي ۳ م و قیمت گندم ۴ ک شد و چون قیمت مجموع بحسب السؤال
$۳۳۳\frac{۱}{۳}$) است پس ۳ م + ۴ ک + $۶۵\frac{۱}{۳}$ = $۳۳۳\frac{۱}{۳}$ شد بلکه ۳ م + ۴ ک = ۲۶۸
گردید و چون ۲۸ + م + ک = ۱۰۰ بحسب الوزن بلکه م + ک = ۷۲ بلکه ۴ م + ۴ ک
= ۲۸۸ بحسب الضرب في چهار هرگاه معادلهٔ اولی را ازین معادله ساقط کردم م = ۲۰
= وسق رائي و درینصورت ک = ۵۲ = وسق گندم ٭ سؤال بیست و هشتم زید و عمرو در عملي
معین از حرفهٔ ۴۰ دینار در شش روز اجرت یافتند و زید و بکر در همان عمل ۵۴ دینار در نه روز
یافتند و عمرو و بکر بهمان عمل در پانزده روز ۸۰ دینار یافتند پس هر یک علی الانفراد في یوم چه
یافتند ٭ جواب مقدار یومیهٔ زید را) م و یومیهٔ عمرو را) ک و یومیهٔ بکر را) ط فرض کردم پس
۶ م + ۶ ک = ۴۰ و ۹ م + ۹ ط = ۵۴ و ۱۵ ک + ۱۵ ط = ۸۰ و بحسب القسمة م + ک = $\frac{۴۰}{۶}$ =
$۶\frac{۲}{۳}$ و م + ط = $\frac{۵۴}{۹}$ = ۶ و ک + ط = $\frac{۸۰}{۱۵}$ = $۵\frac{۱}{۳}$ و بحسب التفریق م = $۶\frac{۲}{۳}$ − ک و
۶ − ط = م درینصورت $۶\frac{۲}{۳}$ − ک = ۶ − ط بلکه ط + $\frac{۲}{۳}$ = ک و چون ک + ط = $۵\frac{۱}{۳}$

ومقدار) ک را تبدیل کردم پس ۲ط + $\frac{۲}{۳}$ = $\frac{۱}{۳}$ ۵ بلکه ۶ط + ۲ = ۱۶ بلکه ط = $\frac{۱۴}{۶}$ = ۲ $\frac{۱}{۳}$

پس ک = ۳ و م = $\frac{۲}{۳}$ ۳ ❁ سؤال بیست ونهم کدام سه عدد اند که مجموع نصف اول وثلث ثاني وربع ثالث ۶۲) است ومجموع $\frac{۱}{۳}$) اول و $\frac{۱}{۴}$ ثاني و $\frac{۱}{۵}$ ثالث ۴۷ مي شود ومجموع $\frac{۱}{۴}$) اول و $\frac{۱}{۵}$ ثاني و $\frac{۱}{۶}$ ثالث ۳۸ مي شود ∴ جواب آن هرسه اعداد را) م و ک و ط فرض کردم درینصورت $\frac{م}{۲}$ + $\frac{ک}{۳}$ + $\frac{ط}{۴}$ = ۶۲ و $\frac{م}{۳}$ + $\frac{ک}{۴}$ + $\frac{ط}{۵}$ = ۴۷ و $\frac{م}{۴}$ + $\frac{ک}{۵}$ + $\frac{ط}{۶}$ = ۳۸ بحسب السؤال بلکه ۱۲ م + ۸ ک + ۶ ط = ۱۴۸۸ و ۲۰ م + ۱۵ ک + ۱۲ ط = ۲۸۲۰ و ۳۰ م + ۲۴ ک + ۲۰ ط = ۴۵۶۰ وهرگاه معادلهٔ اولی را تضعیف کردم ۲۴ م + ۱۶ ک + ۱۲ ط = ۲۹۷۶ شد وازان ثاني را ساقط کردم باقي ۴ م + ک = ۱۵۶ ماند وهمچنین معادلهٔ ثاني را درپنج ضرب کردم ۱۰۰ م + ۷۵ ک + ۶۰ ط = ۱۴۱۰۰ شد ومعادلهٔ ثالث را درسه ضرب کردم ۹۰ م + ۷۲ ک + ۶۰ ط = ۱۳۶۸۰ گردید پس این را از حاصل ضرب معادلهٔ ثاني ساقط نمودم باقي ۱۰ م + ۳ ک = ۴۲۰ شد پس باقي اول را درسه ضرب نمودم ۱۲ م + ۳ ک = ۴۶۸ شد وباقي ثاني را ازان ساقط نمودم باقي ۲ م = ۴۸ ماند وازین سبب م = ۲۴ شد وچون ۴ م + ک = ۱۵۶ بود درینصورت ک + ۹۶ = ۱۵۶ بلکه ک = ۶۰ گردید وچون ۱۲ م + ۸ ک + ۶ ط = ۱۴۸۸ بود پس ۲۸۸ + ۴۸۰ + ۶ ط = ۱۴۸۸ بلکه ۶ ط = ۷۲۰ بلکه ط = $\frac{۷۲۰}{۶}$ = ۱۲۰ گردید وهو المطلوب ❁ سؤال سي ام مي خواهم که عدد ۹۰ را سه قسم سازم بحیثیتیکه اگر برضعف قسم اول چهل بیفزایم وبرسه امثال قسم ثاني ۲۰ بیفزایم وبرچهار امثال قسم ثالث ۱۰ بیفزایم همه متساوي شوند ∴ جواب قسم اول را) م وقسم ثاني را) ک وقسم ثالث را ط فرض کردم پس م + ک + ط = ۹۰ و ۲ م + ۴۰ = ۳ ک + ۲۰ = ۴ ط + ۱۰ پس م = ۱ $\frac{۱}{۲}$ ک − ۱۰ و ط = $\frac{۳}{۴}$ ک + ۲ $\frac{۱}{۲}$ درینصورت ۱ $\frac{۱}{۲}$ ک − ۱۰ + $\frac{۳}{۴}$ ک + ۲ $\frac{۱}{۲}$ + ک = ۹۰ بلکه ۳ $\frac{۱}{۴}$ ک − ۷ $\frac{۱}{۲}$ = ۹۰ بلکه ۱۳ ک − ۳۰ = ۳۶۰ بلکه ۱۳ ک = ۳۹۰ بلکه ک = ۳۰ وچون ۲ م + ۴۰ = ۳ ک + ۲۰ بلکه ۲ م + ۴۰ = ۹۰ + ۲۰ بلکه ۲ م = ۷۰ بلکه م = $\frac{۷۰}{۲}$ = ۳۵

وچون م+ک+ط=۹۰ بلکه ۵۳+۳۰+ط=۹۰ بلکه ط=۲۵ گردید ❊ سؤال سي ويکم کدام سه عدد اند که مجموع اول مع نصف الباقيين وثاني مع ثلث الآخرين وثالث مع ربع الآخرين مساوي يک ديگراند که ۵۱) است ❊ جواب اول را م وثاني را ک و ثالث را ط فرض کردم پس م+$\frac{ک+ط}{۲}$=۵۱ ونيز ک+$\frac{م+ط}{۳}$=۵۱ ونيز ط+$\frac{م+ک}{۴}$ =۵۱ و برين تقدير م+$\frac{ک+ط}{۲}$=ک+$\frac{م+ط}{۳}$ بلکه ۶م+۳ک+۳ط=۶ک +۲م+۲ط بلکه ۴م+ط=۳ک بلکه م=$\frac{۳ک-ط}{۴}$ ونيز چون م+$\frac{ک+ط}{۲}$=ط+ $\frac{م+ک}{۴}$ بلکه ۸م+۴ک+۴ط=۸ط+۲م+۲ک بلکه ۶م+۲ک=۴ط بلکه م=$\frac{۴ط-۲ک}{۶}$ بلکه ۱۸ک-۶ط=۱۶ط-۸ک بلکه ۲۶ک=۲۲ط بلکه ۱۳ ک=۱۱ط بلکه ک=$\frac{۱۱ط}{۱۳}$ پس م=$\frac{\frac{۳۳ط}{۱۳}-ط}{۴}$ چون م+$\frac{ک+ط}{۲}$=۵۱ درينصورت $\frac{\frac{۳۳ط}{۱۳}-ط}{۴}$+$\frac{\frac{۱۱ط}{۱۳}+ط}{۲}$=۵۱ بلکه $\frac{۳۳ط}{۱۳}$-ط+$\frac{۲۲ط}{۱۳}$+۲ط=۲۰۴ بلکه ۳۳ط- ۱۳ط+۲۲ط+۲۶ط=۲۶۵۲ پس ۶۸ط=۲۶۵۲ بلکه ط=$\frac{۲۶۵۲}{۶۸}$=۳۹ = اول و چون ک=$\frac{۱۱ط}{۱۳}$ پس ک=$\frac{۱۱\times۳۹}{۱۳}$=$\frac{۴۲۹}{۱۳}$=۳۳ = ثاني وچون م+ $\frac{ک+ط}{۲}$=۵۱ پس م+$\frac{۳۳+۳۹}{۲}$=۵۱ بلکه م+۳۶=۵۱ بلکه م=۱۵ = ثالث ❊ سؤال سي ودوم مبلغي معين درسه شخص مثل زيد وعمرو وبکر تقسيم يافت بحيثيکه حصهٔ زيد برچهار سبع مجموع حصهٔ عمرو وبکر سي درهم زائد است وحصهٔ عمرو از سه ثمن مجموع حصهٔ زيد وبکر نيز سي درهم زائد است وحصهٔ بکر از دو تسع مجموع زيد وعمرو سي درهم زائد است پس مقدار حصهٔ هر واحد چه باشد ❊ جواب حصهٔ زيد را م وحصهٔ عمرو را ک وحصهٔ بکر را ط فرض کردم پس م-$\frac{۴ک+۴ط}{۷}$=۳۰ و ک-$\frac{۳م+۳ط}{۸}$=۳۰ و ط- $\frac{۲م+۲ک}{۹}$=۳۰ و بحسب الترفيع ۷م-۴ک-۴ط=۲۱۰ و ۸ک-۳م-۳ط

= ۲۴۰ و ۹ ط − ۲ م − ۲ ک = ۲۷۰ ومعادلهٔ اولی را در سه ومعادلهٔ ثاني را در چهار ضرب کردم ۲۱ م − ۱۲ ک − ۱۲ ط = ۶۳۰ و ۳۲ ک − ۱۲ م − ۱۲ ط = ۹۶۰ وحاصل معادلهٔ اولی را از حاصل معادلهٔ ثاني ساقط نمودم ۴۴ ک − ۳۳ م = ۳۳۰ بلکه ۴۴ ک = ۳۳۰ + ۳۳ م بلکه ک = $\frac{۳۳۰ + ۳۳ م}{۴۴}$ وچون م − $\frac{۴ ک + ۴ ط}{۷}$ = ک − $\frac{۳ م + ۳ ط}{۸}$ بحسب المساوات پس ۵۶ م − ۳۲ ک − ۳۲ ط = ۵۶ ک − ۲۱ م − ۲۱ ط بحسب الترفیع بلکه ۷۷ م = ۸۸ ک + ۱۱ ط بلکه ک = $\frac{۷۷ م − ۱۱ ط}{۸۸}$ وچون اول ک = $\frac{۳۳۰ + ۳۳ م}{۴۴}$ بود پس بحسب مساوات معادله کردم $\frac{۳۳۰ + ۳۳ م}{۴۴}$ = $\frac{۷۷ م − ۱۱ ط}{۸۸}$ بلکه ۶۶۰ + ۶۶ م = ۷۷ م − ۱۱ ط بلکه ۶۰ + ۶ م = ۷ م − ط بلکه ۶۰ = م − ط بلکه م = ۶۰ + ط ومقدار م را در معادلهٔ اول به ک تبدیل کردم پس ک = $\frac{۳۳۰ + ۱۹۸۰ + ۳۳ ط}{۴۴}$ شد وچون ۹ ط − ۲ م − ۲ ک = ۲۷۰ بود وهرگاه مقدار م و ک را تبدیل کردم ۹ ط − ۱۲۰ − ۲ ط − $\frac{۴۶۲۰ + ۶۶ ط}{۴۴}$ = ۲۷۰ بلکه ۳۹۶ ط − ۵۲۸۰ − ۸۸ ط − ۴۶۲۰ − ۶۶ ط = ۱۱۸۸۰ بلکه ۲۴۲ ط = ۲۱۷۸۰ بلکه ط = $\frac{۲۱۷۸۰}{۲۴۲}$ = ۹۰ پس م = ۱۵۰ و ک = ۱۲۰ ❁ سؤال سي وسوم زید وعمرو معا عملي از صناعت را در ۸ یوم کامل می کنند وزید وبکر معا همان عمل را در ۹ یوم با تمام می رسانند وعمرو وبکر معا همان عمل را در ۱۰ یوم تمام مي سازند پس هریکی علی الانفراد درچند روز با تمام توانند رسانید ❁ جواب مجموع عمل را) ۳ فرض کردم وعمل في یوم زید وعمرو وبکر را) م و ک و ط علی الترتیب فرض کردم ۸ م + ۸ ک = ۳ و ۹ م + ۹ ط = ۳ و ۱۰ ک + ۱۰ ط = ۳ ودرینصورت ۸ م + ۸ ک = ۹ م + ۹ ط بلکه ۸ ک = م + ۹ ط بلکه ک = $\frac{م + ۹ ط}{۸}$ وهمچنین ۹ م + ۹ ط = ۱۰ ک + ۱۰ ط بلکه ۹ م = ۱۰ ک + ط بلکه ۱۰ ک = ۹ م − ط بلکه ک = $\frac{۹ م − ط}{۱۰}$ بلکه $\frac{م + ۹ ط}{۸}$ = $\frac{۹ م − ط}{۱۰}$ بلکه ۱۰ م + ۹۰ ط = ۷۲ م − ۸ ط بلکه ۹۸ ط = ۶۲ م بلکه ط = $\frac{۶۲ م}{۹۸}$ ومقدار ط را در مقدار ثاني

به ک تبدیل نمودم پس ک = $\frac{۹ م - \frac{۶۲}{۹۸} م}{۱۰}$ وچون ۸ م + ۸ ک = ه وهرگاه مقدار

ک را تبدیل نمودم پس ۸ م + $\frac{۷۲ م - \frac{۴۹۶}{۹۸} م}{۱۰}$ = ه بلکه ۱۸۲ م − $\frac{۴۹۶}{۹۸}$ م = ۱۰ ه

بلکه ۱۴۸۹۶ م − ۴۹۶ م = ۹۸۰ ه بلکه ۱۴۴۰۰ م = ۹۸۰ ه بلکه ه = $\frac{۱۴۴۰۰ م}{۹۸۰}$ =

$۱۴\frac{۳۴}{۴۹}$ م وبطریق دیگر چون ۹۸ ط = ۶۲ م بلکه ۴۹ ط = ۳۱ م بلکه ط = $\frac{۳۱ م}{۴۹}$ وچون

۹ م + ۹ ط = ه درینصورت بحسب تبدیل ط) ۹ م + $\frac{۲۷۹ م}{۴۹}$ = ه بلکه ۷۲۰ م = ۴۹ ه

بلکه $۱۴\frac{۳۴}{۴۹}$ م = ه ونیز چون ۴۹ ط = ۳۱ م بود پس م = $\frac{۴۹ ط}{۳۱}$ گردید وهرگاه ۹ م

+ ۹ ط = ه بود وبحسب التبدیل $\frac{۴۴۱ ط}{۳۱}$ + ۹ ط = ه شد بلکه ۷۲۰ ط = ۳۱ ه گردید بلکه

ه = $\frac{۷۲۰}{۳۱}$ ط = $۲۳\frac{۷}{۳۱}$ ط شد وچون ۹ م = ۱۰ ک + ط بود پس م = $\frac{۱۰ ک + ط}{۹}$

وچون ۸ م + ۸ ک = ۱۰ ک + ۱۰ ط بود پس ۸ م = ۲ ک + ۱۰ ط بلکه م = $\frac{۲ ک + ۱۰ ط}{۸}$

شد درینصورت $\frac{۱۰ ک + ط}{۹}$ = $\frac{۲ ک + ۱۰ ط}{۸}$ شد بلکه ۸۰ ک + ۸ ط = ۱۸ ک + ۹۰ ط

بلکه ۶۲ ک = ۸۲ ط بلکه ۳۱ ک = ۴۱ ط شد بلکه ط = $\frac{۳۱ ک}{۴۱}$ شد وچون ۱۰ ک +

۱۰ ط = ه بود مقدار ط را تبدیل کردم پس ۱۰ ک + $\frac{۳۱۰ ک}{۴۱}$ = ه بلکه ۷۲۰ ک =

۴۱ ه بلکه ه = $\frac{۷۲۰}{۴۱}$ ک = $۱۷\frac{۲۳}{۴۱}$ ک وازین سبب معلوم شد که زید در $۱۴\frac{۳۴}{۴۹}$ یوم

وعمرو در $۱۷\frac{۲۳}{۴۱}$ یوم وبکر در $۲۳\frac{۷}{۳۱}$ یوم عمل را علی الانفراد باتمام خواهند رسانید و

بطریق دیگر که ازین هم سهل است چون ۸ م + ۸ ک = ه و ۹ م + ۹ ط = ه و ۱۰ ک +

۱۰ ط = ه پس بحسب قسمت معادلهٔ اولی م + ک = $\frac{ه}{۸}$ ومعادلهٔ ثانی م + ط = $\frac{ه}{۹}$

ومعادلهٔ ثالث ک + ط = $\frac{ه}{۱۰}$ وهرگاه معادلهٔ اولی را ازمعادلهٔ ثانی ساقط کردم باقی ک

$-ط = \frac{ص}{8} - \frac{ص}{9} = \frac{ص}{72}$ وهرگاه این معادله را با معادلهٔ ثالث جمع نمودم پس ۲ ک =
$\frac{ص}{10} + \frac{ص}{72} = \frac{ص82}{720}$ وبالضرورة ک = $\frac{ص41}{720}$ بلکه ۷۲۰ ک = ۴۱ ص بلکه ص = $\frac{720ک}{41}$
= $17\frac{23}{41}$ ک وچون م + ک = $\frac{ص}{8}$ بود وهرگاه مقدار) ک را تبدیل نمودم پس م +
$\frac{ص41}{720} = \frac{ص}{8}$ بلکه م = $\frac{ص90}{720} - \frac{ص41}{720} = \frac{ص49}{720}$ بلکه ۷۲۰ م = ۴۹ ص بلکه ص =
$\frac{720}{49}$ م = $14\frac{34}{49}$ م گردید ونیز چون ک + ط = $\frac{ص}{10}$ بود پس ط + $\frac{ص41}{720} = \frac{ص}{10}$
بلکه ط = $\frac{ص72}{720} - \frac{ص41}{720} = \frac{ص31}{720}$ بلکه ۷۲۰ ط = ۳۱ ص بلکه ص = $\frac{720ط}{31} = 23\frac{7}{31}$ ط
شد وهو المطلوب (۲) ❁ سؤال سي وچهارم زید وعمرو وبکر معا عملي از صناعت را در نه روز تمام مي کنند وزید وعمرو وخالد در ده روز انجام می سازند وزید وبکر وخالد در یازده روز با تمام می رسانند وعمرو وبکر وخالد در دوازده یوم اتمام می نمایند پس اگر هرچهار معا کار کنند درچند روز انجام نمایند ❁ جواب عمل في یوم زید را م وعمرو را ک وبکر را ط وخالد را ء فرض کردم ومقدار عمل صناعت را ص فرض نمودم پس ۹ م + ۹ ک + ۹ ط = ص و ۱۰ م + ۱۰ ک + ۱۰ ء = ص و ۱۱ م + ۱۱ ط + ۱۱ ء = ص و ۱۲ ک + ۱۲ ط + ۱۲ ء = ص بحسب السؤال شد وبحسب التقسیم م + ک + ط = $\frac{ص}{9}$ وم + ک + ء = $\frac{ص}{10}$ وم + ط + ء = $\frac{ص}{11}$

---

(۲) مصحح میگوید بلکه طریق حسن که زود بفهم طالب دراید این است از انجاکه ظاهر است که زید وعمرو در یکروز ثمن عمل بانجام رسانیدند وزید وبکر در یکروز تسع عمل با تمام رسانیدند وعمرو وبکر در یکروز از عشر عمل فراغت نمودند پس عمل یکروزه هرواحد از زید وعمرو وبکر را م و ک و ط علي الترتیب فرض کردم درینصورت م + ک = $\frac{1}{8}$ عمل و م + ط = $\frac{1}{9}$ عمل و ک + ط = $\frac{1}{10}$ عمل چون معادلهٔ ثالث را از معادلهٔ ثاني ساقط کردم م — ک = $\frac{1}{90}$ باقي ماند چون این معادله را با معادلهٔ اولی جمع کردم مجموع ۲ م = $\frac{98}{720}$ بلکه م = $\frac{49}{720}$ = عمل یکروزه زید پس ک + $\frac{49}{720} = \frac{1}{8}$ بلکه ک = $\frac{90-49}{720} = \frac{41}{720}$ = عمل یکروزه عمرو و ط + $\frac{41}{720} = \frac{1}{10}$ بلکه ط = $\frac{41-72}{720} = \frac{31}{720}$ = عمل یکروزه بکر پس معلوم شد که مجموع ایام عمل کامل زید = $\frac{720}{49} = 14\frac{34}{49}$ وایام عمل کامل عمرو = $\frac{720}{41} = 17\frac{23}{41}$ وایام عمل کامل بکر = $\frac{720}{31} = 23\frac{7}{31}$ *

و ک + ط + ء = $\frac{٣}{١٢}$ وهرگاه این هرچهار معادله را جمع نمودم ٣ م + ٣ ک + ٣ ط + ٣ ء = $\frac{٣}{٩}$ + $\frac{٣}{١٠}$ + $\frac{٣}{١١}$ + $\frac{٣}{١٢}$ = $\frac{٣٣٥٧٨}{١١٨٨٠}$ بلکه م + ک + ط + ء = $\frac{١٥٢٦٣}{١١٨٨٠}$ بلکه ١١٨٨٠ م + ١١٨٨٠ ک + ١١٨٨٠ ط + ١١٨٨٠ ء = ١٥٢٦٣ بلکه ٣ = $\frac{١١٨٨٠ \times (م + ک + ط + ء)}{١٥٢٦}$ = ٧ $\frac{٥٩٩}{٧٦٣}$ × (م + ک + ط + ء) پس معلوم شد که در $\frac{٥٩٩}{٧٦٣}$ ٧ یوم هرچهار معا انجام می توانند کرد ٥٥ سؤال سي وپنجم (٣) کدام عدد است که نسبت جذر آن بطرف ضلع کعب آن مثل نسبت ٥) الی ٢ باشد ∴ جواب چون از سؤال معلوم شد که عدد مجهول بذات خود مجذور است وهم کعب لهذا آنرا در منزل کعب کعب م^٦ فرض کردم پس جذر آن م^٣ وضلع کعب آن م^٢ شد درینصورت م^٣ : م^٢ :: ٥ : ٢ بحسب السؤال بلکه ٢ م^٣ = ٥ م^٢ بحسب مسطح الطرفین والوسطین بلکه ٢ م = ٥ بحسب القسمة علی م^٢ بلکه م = $\frac{١}{٢}$ ٢ گردید ولهذا) م^٦ = $\frac{٩}{٦٤}$ ٢٤٤ = عدد مجهول واگر کسور را اشاریه تعبیر کنند = $\frac{١٤٠٦٢٥}{١٠٠٠٠٠٠}$ ٥٥ ٢٤٤ سؤال سي وششم کدام دو عدد علی نسبت ٣) الی ٥) اند ونسبت منزل پنجم اول بطرف منزل سوم ثاني مثل نسبت ٩٧٢) الی ١٢٥) است ∴ جواب اول را ٣ م وثاني را) ٥ م فرض کردم چون منزل پنجم اول ٢٤٣ م^٥ ومنزل سوم ثاني ١٢٥ م^٣ است پس ٢٤٣ م^٥ : ١٢٥ م^٣ :: ٩٧٢ : ١٢٥ شد بحسب السؤال بلکه ٢٤٣ م^٥ × ١٢٥ = ١٢٥ م^٣ × ٩٧٢ بحسب مساوات مسطح الطرفین والوسطین بلکه ٢٤٣ م^٥ = ٩٧٢ بحسب القسمة علی ١٢٥ م^٣ بلکه م^٢ = $\frac{٩٧٢}{٢٤٣}$ = ٤ بلکه م = ٢ وازین سبب ٦ = عدد اول و ١٠ = عدد ثاني ٥٥ سؤال سي وهفتم کدام سه عدد اند که نسبت مابین آنها مثل نسبت $\frac{١}{٢}$ و $\frac{١}{٣}$ و $\frac{١}{٤}$) است

---

(٣) بلکه طریق شایسته این است که عمل یکروزه هر واحد از زید وعمرو وبکر وخالد را م و ک و ط و ء فرض کنم پس م + ک + ط = $\frac{١}{٩}$ عمل و م + ک + ط + ء = $\frac{١}{١٠}$ عمل و م + ط + ء = $\frac{١}{١١}$ عمل و ک + ط + ء = $\frac{١}{١٢}$ عمل و نیز ثابت مجموع این چهار معادله م + ک + ط + ء = $\frac{٧٦٣}{٥٩٤٠}$ = عمل هرچهار در یکروز پس ایام عمل کامل ایشان معا = $\frac{٥٩٤٠}{٧٦٣}$ = ٧ $\frac{٥٩٩}{٧٦٣}$ شد ٩

علی الترتیب ومجموع مربعات آنها ۴۹ ۵) است ∴ جواب عدد اول را) م فرض کردم درینصورت عدد ثاني $\frac{۲م}{۳}$ زیراکه نسبت $\frac{۱}{۲} : \frac{۱}{۳} :: م : \frac{۲م}{۳}$ است ونیز عدد ثالث $\frac{م}{۲}$ گردید زیراکه $\frac{۱}{۳} : \frac{۱}{۴} :: \frac{۲م}{۳} : \frac{م}{۲}$ پس مربع اول $م^۲$ ومربع ثاني $\frac{۴م^۲}{۹}$ ومربع ثالث $\frac{م^۲}{۴}$ گردید ومجموع آن $\frac{۶۱م^۲}{۳۶} = ۴۹ ۵$ شد بحسب السؤال بلکه ۶۱ م = ۱۹۷۶۴ بلکه $م^۲ = \frac{۱۹۷۶۴}{۶۱} = ۳۲۴$ بلکه م = ۱۸ = عدد اول پس ۱۲ = عدد ثاني و ۹ = عدد ثالث خواهد بود وبطریق دیگر اگر از روی مخرج مشترک اعداد کسور نسبت بگیرم ۶ و ۴ و ۳ میشود پس اول را) ۶ م وثاني را) ۴ م وثالث را) ۳ م فرض نمایم درینصورت مربع اول ۳۶ $م^۲$ ومربع ثاني ۱۶ $م^۲$ ومربع ثالث ۹ $م^۲$ می شود ومجموع ۶۱ $م^۲ = ۴۹ ۵$ بلکه $م^۲ = \frac{۴۹ ۵}{۶۱} = ۹$ بلکه م = ۳ وازین سبب اعداد مجهول ۱۸ و ۱۲ و ۹ خارج شد ❀

سؤال سي وهشتم کدام دو عدد اند که مجموع آنها * مثلا ۲۰ ومجموع مکعبین آنها * مثلا ۲۲۴۰ باشد پس استخراج آن علی العموم بچه نوع باشد ∴ جواب عدد مجموع عددین را) ص ومجموع مکعبین را) ب وعدد اعظم را م فرض کردم پس اصغر ص − م شد چراکه ظاهر است که مجموع م و ص − م = ص) است ومکعب هردو نمودم مکعب اعظم $م^۳$ ومکعب اصغر $ص^۳ - ۳ص^۲م + ۳ص م^۲ - م^۳$ ومجموع هردو $ص^۳ - ۳ص^۲م + ۳ص م^۲ = ب$ بلکه $۳ص م^۲ - ۳ص^۲م = ب - ص^۳$ بلکه $م^۲ - ص م = \frac{ب}{۳ص} - \frac{ص^۳}{۳ص}$ بلکه $م - ص م = \frac{ب}{۳ص} - \frac{ص^۲}{۳}$ بلکه $م^۲ - ص م + \frac{ص^۲}{۴} = \frac{ب}{۳ص} - \frac{ص^۲}{۳} + \frac{ص^۲}{۴}$ بلکه $م^۲ - ص م + \frac{ص^۲}{۴} = \frac{ب}{۳ص} - \frac{ص^۲}{۱۲}$ بلکه $م - \frac{ص}{۲} = \sqrt{\frac{ب}{۳ص} - \frac{ص^۲}{۱۲}}$ بلکه $م = \sqrt{\frac{ب}{۳ص} - \frac{ص^۲}{۱۲}} + \frac{ص}{۲}$ بحسب العموم وبحسب العدد المذکور) $م = \sqrt{\frac{۲۲۴۰}{۶۰} - ۳۳\frac{۱}{۳}} + ۱۰ = \sqrt{۳۷\frac{۱}{۳} - ۳۳\frac{۱}{۳}} + ۱۰ = ۴ + ۱۰ = ۱۲$ ❀

سؤال سي ونهم عدد ۲۴۰ را می خواهم که دو قسم کنم بشرطیکه نسبت قسم اعظم مقسوم علی الاصغر بطرف اصغر مقسوم علی الاکبر مثل نسبت ۱۴۷ بطرف ۷۵ باشد ∴ جواب قسم اعظم را م فرض کردم پس قسم اصغر ۲۴۰ − م شد ونسبت $\frac{م}{۲۴۰ - م}$ بطرف $\frac{۲۴۰ - م}{م}$

قما

مثل نسبت ١٤٧ بطرف ٧٥) است بحسب السؤال وهرگاه برای تسهیل عمل ٢٤٠ را ص و ١٤٧ را
س و ٧٥ را ح فرض کردم درینصورت $\frac{م}{ص-م} : \frac{ص-م}{م} :: س : ح$ است بلکه $\frac{ح م}{ص-م} =$
$س \times \frac{ص-م}{م}$ بحسب مسطح الطرفین ومسطح الوسطین بلکه $ح م^2 = س \times (ص-م)^2$ بلکه
$\frac{ح م^2}{س} = (ص-م)^2$ بلکه $م \left[\frac{ح}{س}\right] = ص - م$ بحسب التجذیر وچون $\left[\frac{ح}{س}\right] = \frac{٧٥}{١٤٧} = \frac{٥}{٧}$ پس
$\frac{٥}{٧} م = ص - م$ بلکه $٥م = ٧ص - ٧م$ بلکه $١٢م = ٧ص$ بلکه $م = \frac{٧ص}{١٢} = \frac{١٦٨٠}{١٢} = ١٤٠$ ∴
سؤال چهلم دو مزدور باجرت في یوم مختلف مشغول کاري شدند وایام شغل اول شش یوم
زیاده از ایام شغل ثاني گردید واول وجه اجرت ٩٦ دینار وثاني ٥٤ دینار یافت لیکن
اگر ثاني بقدر ایام اول واول بقدر ایام ثاني عمل می نمود وجه اجرت هر دو متساوي
میشد پس مقدار ایام عمل هریکي ومقدار یومیهٔ هریکي چه باشد ∴ جواب ایام شغل اول را
م فرض کردم پس ایام شغل ثاني م − ٦ باشد ومقدار یومیهٔ اول $\frac{٩٦}{م}$ ومقدار یومیهٔ ثاني
$\frac{٥٤}{م-٦}$ گردید ولهذا اگر ثاني بقدر ایام اول عمل می نمود $\frac{٥٤}{م-٦} \times م$ می یافت واگر
اول بقدر ایام ثاني کار می کرد $\frac{٩٦}{م} \times (م-٦)$ حاصل می نمود وچون این هر دو وجه
بحسب السؤال متساوي اند پس $\frac{٥٤ م}{م-٦} = ٩٦ \times \frac{م-٦}{م}$ بلکه $٥٤ م^2 = ٩٦ \times (م-٦)^2$
بلکه $٩ م^2 = ١٦ \times (م-٦)^2$ بلکه $٣م = ٤ \times (م-٦)$ بحسب التجذیر بلکه $٣م = ٤م - ٢٤$
بلکه $م = ٢٤ =$ ایام عمل اول پس $\frac{٩٦}{٢٤} = ٤ =$ یومیهٔ اول ونیز $\frac{٥٤}{٢٤-٦} = \frac{٥٤}{١٨} = ٣ =$
یومیهٔ ثاني ∴ سؤال چهل ویکم زید وعمرو در وقت معین از موضعین خود ها که مسافت بینهما
٣٢٠ میل بود برای ملاقات یکدیگر روانه شدند وعمرو هر روز هشت میل زیاده از زید قطع
منزل می کرد وعدد ایام که دران ملاقات هر دو واقع شد مساوي نصف عدد اميال قطع
هر روزهٔ زید بود پس آنها در چند روز باهم ملاقات کردند ∴ جواب عدد ایام تلاقي طرفین را
م فرض کردم پس مقدار مسافت هر روزهٔ زید ٢م شد ومقدار مسافت هر روزهٔ عمرو ٢م
+ ٨ گردید وچون $٢م \times م = ٢م^2 =$ اميال که زید آنرا قطع کرده وهمچنین $(٢م + ٨) \times م$

= ۲ م² + ۸ م = اميال كه عمرو آنرا قطع نمود پس مجموع ۴ م² + ۸ م = ۳۲۰ بحسب السؤال
بلكه م² + ۲ م = ۸۰ بلكه م² + ۲ م + ۱ = ۸۱ بلكه م + ۱ = ۹ بلكه م = ۸ = عدد ايام ملاقات
طرفين پس ۱۶ = مقدار قطع مسافت هر روزهٔ زيد و ۱۲۸ = اميال مقطوعهٔ زيد و ۲۴ = قطع
مسافت هر روزهٔ عمرو و ۱۹۲ = اميال مقطوعهٔ عمرو ❁ سؤال چهل و دوم دو شخص مثل
زيد و عمرو بيك وقت معين بجاى معين روانه شدند كه فاصلهٔ نود ميل است و زيد يك ميل
زياده از عمرو در يك ساعت قطع راه مى نمود و يك ساعت قبل از عمرو بمقام مطلوب رسيد پس
هريك در يك ساعت چه قدر ميل قطع كرد ∴ جواب عدد اميال قطع زيد كه در يك ساعت
مى كرد م فرض كردم پس عدد اميال قطع عمرو في ساعت واحد م − ۱ شد و درينصورت
هرگاه نود ميل را ۵ فرض نمودم عدد ساعات قطع زيد $\frac{۵}{م}$ و عدد ساعات عمرو $\frac{۵}{م-۱}$ شد
پس $\frac{۵}{م} + ۱ = \frac{۵}{م-۱}$ بحسب السؤال بلكه ۵ م + م² − ۵ − م = ۵ م بلكه ۵ م + م²
= ۵ م + ۵ + م بلكه م² − م = ۵ بلكه م² − م + $\frac{۱}{۴}$ = ۵ + $\frac{۱}{۴}$ بلكه م − $\frac{۱}{۲}$ = $\sqrt{۵ + \frac{۱}{۴}}$
بلكه م = $\sqrt{۵ + \frac{۱}{۴}}$ + $\frac{۱}{۲}$ وچون ۵ عبارت از نود ميل است پس $\sqrt{۹۰ + \frac{۱}{۴}}$ = ۹ $\frac{۱}{۲}$ پس
م = ۹ $\frac{۱}{۲}$ + $\frac{۱}{۲}$ = ۱۰ = عدد اميال قطع زيد في ساعة واحدة و ۹ = عدد اميال قطع عمرو
في ساعة واحدة ❁ سؤال چهل و سوم كدام دو عدد اند كه اگر مجموع آنها را در اكبر ضرب كنند
حاصل مساوي صد امثال اصغر شود و اگر در اصغر ضرب نمايند حاصل مساوي ۶۴ مثال اكبر
گردد ∴ جواب اكبر را م و اصغر را ك فرض كردم پس (م + ك) × م = ۱۰۰ ك
و (م + ك) × ك = ۶۴ م بلكه م² + م ك = ۱۰۰ ك و ك² + م ك = ۶۴ م و هرگاه
معادلهٔ اولى را در ك و معادلهٔ ثاني را در م ضرب نمودم م² ك + م ك² = ۱۰۰ ك²
و م ك² + م² ك = ۶۴ م² و چون جملهٔ اولى در هر دو معادله متساوي است درينصورت
۱۰۰ ك² = ۶۴ م² بلكه ۱۰ ك = ۸ م بحسب التجذير بلكه ۵ ك = ۴ م پس ك = $\frac{۴م}{۵}$
و هرگاه مقدار ك را تبديل كردم پس $\frac{۱۶}{۲۵}$ م² + $\frac{۴م^۲}{۵}$ = ۶۴ م بلكه $\frac{۳۶}{۲۵}$ م² = ۶۴ م بلكه
$\frac{۳۶}{۲۵}$ م = ۶۴ بلكه ۳۶ م = ۱۶۰۰ بلكه م = $\frac{۱۶۰۰}{۳۶}$ = $\frac{۴۰۰}{۹}$ = ۴۴ $\frac{۴}{۹}$ پس ك = ۳ $\frac{۵}{۹}$ ❁

سؤال چهل وچهارم هرگاه دو عدد بحیثیتی باشند که مسطح احدهما فی الآخر مساوی مربع تفاضل مابینهما بود پس نسبت بین العددین المذکورین چه خواهد بود ؛ جواب هرگاه اصغر را ک فرض کنم ومقدار نسبت را م نسبت ک اعنی اصغر بطرف اعظم مثل نسبت واحد بطرف م است بحسب الفرض ودرینصورت ک م مقدار اعظم باشد بحسب اربعهٔ متناسبه و م ک − ک مقدار تفاضل مابینهما گردید پس م ک × ک = (م ک − ک)^{۲} بحسب السؤال بلکه م ک^{۲} = م^{۲} ک^{۲} − ۲ م ک^{۲} + ک^{۲} وهرگاه این معادله را بر ک^{۲} قسمت نمودم پس م = م^{۲} − ۲ م + ۱ شد بلکه م^{۲} − ۳ م = − ۱ بلکه م^{۲} − ۳ م + $\frac{۱}{۴}$ ۲ = $\frac{۱}{۴}$ ۱ = $\frac{۵}{۴}$ بلکه م − $\frac{۱}{۲}$ ۱ = $\sqrt{\frac{۵}{۴}}$ = $\frac{\sqrt{۵}}{۲}$ بلکه م = $\frac{\sqrt{۵}+۳}{۲}$ وچون $\sqrt{۵}$ = $\frac{۲۳۶}{۱۰۰۰}$ ۲ تقریبا درینصورت م = $\frac{۶۱۸}{۱۰۰۰}$ ۲ تقریبا پس نسبت بین العددین المطلوبین مثل نسبت واحد بطرف $\frac{۲۶۱۸}{۱۰۰۰}$ خواهد بود ؛ سؤال چهل وپنجم کدام دو عدد اند که مسطح انها ۳۰۰) است واگر بر اصغر ۱۰ بیفزایند واز اعظم هشت نقصان کنند پس مسطح آنها هم ۳۰۰ شود ؛ جواب اعظم را م واصغر را ک فرض کردم پس م ک = ۳۰۰ بحسب السؤال ونیز (م − ۸) × (ک + ۱۰) = ۳۰۰ بلکه م ک + ۱۰ م − ۸ ک − ۸۰ = ۳۰۰ بحسب السؤال درینصورت م ک = م ک + ۱۰ م − ۸ ک − ۸۰ بحسب مساوات جملتین آخرین بلکه ۸ ک + ۸۰ = ۱۰ م بلکه م = $\frac{۸ ک}{۱۰}$ + ۸ پس درمعادلهٔ اولی هرگاه مقدار م را تبدیل کردم پس ($\frac{۸ ک}{۱۰}$ + ۸) × ک = ۳۰۰ بلکه $\frac{۸ ک^{۲}}{۱۰}$ + ۸ ک = ۳۰۰ بلکه ۸ ک^{۲} + ۸۰ ک = ۳۰۰۰ بلکه ک^{۲} + ۱۰ ک = $\frac{۳۰۰۰}{۸}$ = ۳۷۵ بلکه ک^{۲} + ۱۰ ک + ۲۵ = ۴۰۰ بلکه ک + ۵ = ۲۰ بلکه ک = ۱۵ پس م = $\frac{۳۰۰}{۱۵}$ = ۲۰ ؛ سؤال چهل وششم کدام دو عدد اند که مجموع آنها ۱۰۰ ونسبت تفاضل بینهما بطرف مجموعهما مثل نسبت مسطحهما الی تفاضل مربعیهما باشد ؛ جواب ۵۰ را که نصف عدد معلوم است ص ونصف تفاضل عددین را م فرض کردم درینصورت ص + م = اعظم و ص − م = اصغر پس نسبت ۲ م که مقدار تفاضل است الی ۲ ص مثل نسبت (ص + م) × (ص − م) الی (ص + م)^{۲} − (ص − م)^{۲} است بلکه ۲ م : ۲ ص :: ص^{۲}

$-$ مر^{۲} : ۴ مر ص بلکه ۸ مر^{۲} ص = ۲ ص^{۳} $-$ ۲ مر^{۲} ص بحسب مسطح الطرفین والوسطین بلکه ۴ مر^{۲} =
ص^{۲} $-$ مر^{۲} بحسب القسمة علی ۲ ص بلکه ۵ مر^{۲} = ص^{۲} بلکه مر^{۲} = $\frac{ص^{۲}}{۵}$ = $\frac{۲۵۰۰}{۵}$ = ۵۰۰ بلکه مر
= $\sqrt{۵۰۰}$ = ۲۳ $\frac{۶}{۱۰۰}$ تقریبا پس اعظم = ۲۷ $\frac{۳۶}{۱۰۰}$ واصغر ۲۷ $\frac{۶۴}{۱۰۰}$ ❁ سؤال چهل وهفتم کدام دو
عدد اند که مجموع آنها ۶۰ ونسبت مسطحهما بطرف مجموع مربعین آنها مثل نسبت ۲) الی ۵
باشد ∴ جواب عدد معلوم اعني ۶۰ را ص واعظم را مر وعدد نسبت را سه و ج فرض کردم پس
اصغر ص $-$ مر ومسطح آنها ص مر $-$ مر^{۲} وچون مربع اعظم مر^{۲} ومربع اصغر ص^{۲} $-$ ۲ ص مر + مر^{۲}
پس مجموع مربعین ۲ مر^{۲} + ص^{۲} $-$ ۲ مر ص گردید پس نسبت ص مر $-$ مر^{۲} : ۲ مر^{۲} + ص^{۲} $-$ ۲ ص مر
:: سه : ج) است بحسب السؤال بلکه ج × (ص مر $-$ مر^{۲}) = سه × (۲ مر^{۲} + ص^{۲} $-$ ۲ ص مر) بلکه
ج ص مر $-$ ج مر^{۲} = ۲ سه مر^{۲} + سه ص^{۲} $-$ ۲ سه مر ص وازین سبب ۲ سه مر^{۲} + ج مر^{۲} $-$ ۲ سه مر ص $-$
ج ص مر = $-$ سه ص^{۲} پس اگر بحروف عمل کنم مر^{۲} $-$ ص مر = $-$ $\frac{سه ص^{۲}}{۲ سه + ج}$ بلکه مر^{۲} $-$ ص مر + $\frac{ص^{۲}}{۴}$ =
$\frac{ص^{۲}}{۴}$ $-$ $\frac{سه ص^{۲}}{۲ سه + ج}$ بلکه مر $-$ $\frac{ص}{۲}$ = $\left[\frac{ص^{۲}}{۴} - \frac{سه ص^{۲}}{۲ سه + ج}\right]$ بلکه مر $-$ $\frac{ص}{۲}$ = $\left[\frac{ص^{۲} \times (ج - ۲ سه)}{۴ \times (ج + ۲ سه)}\right]$ بلکه
مر = $\frac{ص}{۲}$ × $\left[\frac{ج - ۲ سه}{ج + ۲ سه}\right]$ + $\frac{ص}{۲}$ واگر بعدد عمل کنم ۴ مر^{۲} + ۵ مر^{۲} $-$ ۴ × ۶۰ مر $-$ ۵ × ۶۰ مر =
$-$ ۲ × ۳۶۰۰ بلکه ۹ مر^{۲} $-$ ۴۰۰ ۵ مر $-$ ۷۲۰۰ بلکه مر^{۲} $-$ ۶۰ مر = $-$ ۸۰۰ بلکه مر^{۲} $-$ ۶۰ مر +
۹۰۰ = ۱۰۰ بلکه مر $-$ ۳۰ = ۱۰ بلکه مر = ۴۰ = اعظم و ۲۰ = اصغر ❁ سؤال چهل وهشتم
کدام دو عدد اند که مسطح آنها ۳۲۰ ونسبت تفاضل مکعبین آنها بطرف مکعب تفاضل مابین
آنها چون نسبت ۶۱) الی الواحد است ∴ جواب عدد اعظم را مر واصغر را ک فرض کردم پس
تفاضل مابین آنها مر $-$ ک وچون ۳۲۰ را ص فرض نمودم پس مر ک = ص بحسب السؤال
ونسبت مر^{۳} $-$ ک^{۳} که تفاضل مکعبین است بطرف (مر $-$ ک)^{۳} مثل نسبت ۶۱) الی الواحد
است بحسب السؤال بلکه مر^{۳} $-$ ک^{۳} : مر^{۳} $-$ ۳ مر^{۲} ک + ۳ ک^{۲} مر $-$ ک^{۳} :: ۶۱ : ۱
وهرگاه فصل النسبة گرفتم پس ۳ مر^{۲} ک $-$ ۳ ک^{۲} مر : مر^{۳} $-$ ۳ مر^{۲} ک + ۳ ک^{۲} مر $-$ ک^{۳} ::
۶۰ : ۱ بلکه ۳ مر ک × (مر $-$ ک) : (مر $-$ ک)^{۲} × (مر $-$ ک) :: ۶۰ : ۱ وبحسب نسبت

منقسمه اگر مقدمین را بر مر − ک قسمت کنم پس نسبت ٣مرک : (مر − ک)^{٢} :: ٦٠ : ١
وچون مرک = ٥) است پس ٣ ٥ : (مر − ک)^{٢} :: ٦٠ : ١ وبحسب مسطح الطرفین
والوسطین (مر − ک)^{٢} × ٦٠ = ٣٥ بلکه (مر − ک)^{٢} = $\frac{٣٥}{٦٠}$ بلکه (مر − ک)^{٢} = $\frac{٥}{٢٠}$ =
١٦ بلکه مر − ک = ٤ = تفاضل مابین العددین ودرینصورت مر = ک + ٤ وچون مرک =
٣٢٠ بود ومقدار مر را تبدیل کردم پس ک^{٢} + ٤ک = ٣٢٠ شد بلکه ک^{٢} + ٤ک + ٤ =
٣٢٤ بلکه ک + ٢ = ١٨ بلکه ک = ١٦ − اصغر واعظم = ٢٠ وبطریق دیگر اگر نصف تفاضل
عددین را مر فرض کنم واعظم را ک + مر پس اصغر ک − مر شد پس ک^{٢} − مر^{٢} = ٥ اعنی
٣٢٠ بحسب السؤال ونسبت (ک + مر)^{٢} − (ک − مر)^{٢} بطرف (٢مر)^{٢} مثل نسبت ٦١
بطرف واحد است وبحسب مسطح الطرفین والوسطین (ک + مر)^{٢} − (ک − مر)^{٢} = ٦١ ×
(٢مر)^{٢} بلکه ک^{٢} + ٢ک^{٢}مر + ٢ک مر^{٢} + مر^{٢} − ک^{٢} − ٢ک^{٢}مر + ٢ک مر^{٢} − مر^{٢}) = ٦١ × ٨مر^{٢}
بلکه ٦ک^{٢}مر + ٢مر^{٣} = ٦١ × ٨مر^{٢} وهرگاه این معادله را بر ٢مر قسمت نمودم ٣ک^{٢} + مر^{٢} = ٦١ × ٤مر^{٢}
وچون ک^{٢} − مر^{٢} = ٥ بود وهرگاه سه امثال این معادله را از معادله حاصل نسبت ساقط نمودم
پس ٤مر^{٢} = ٦١ × ٤مر^{٢} − ٣٥ بلکه ٤مر^{٢} + ٣٥ = ٦١ × ٤مر^{٢} بلکه مر^{٢} + $\frac{٣٥}{٤}$ = ٦١مر^{٢} بلکه $\frac{٣٥}{٤}$
= ٦٠مر^{٢} بلکه مر^{٢} = $\frac{٣٥}{٦٠ \times ٤}$ = $\frac{٩٦٠}{٢٤٠}$ = ٤ بلکه مر = ٢ = نصف تفاضل پس ٤ =
تفاضل وازین سبب رجوع بعددین مذکورین میشود ٥٥ سؤال چهل ونهم مزارعی
وزنی معین از گندم بهفت دینار وچهار بیستم فروخت وبعدین مبلغ بمبلغ قدری
از جو فروخت لیکن قیمت جو فی من از قیمت گندم فی من بقدر سه چهارم کم
بود ووزن جو از وزن گندم بقدر ١٦ من زیاده بود پس چند من گندم وچند من
جو فروخت کرد ؟ جواب عدد قیمت معلوم را که (٧ $\frac{١}{٤}$) است ٥ وتفاضل اوزان را
که ١٦ من است ب وتفاضل قیمت را که $\frac{٣}{٤٠}$ است ط وعدد وزن گندم را مر فرض کردم
پس مر + ب عدد وزن جو شد ودرینصورت $\frac{٥}{مر}$ = قیمت گندم فی من و $\frac{٥}{مر + ب}$ =
قیمت جو فی من وبدین سبب $\frac{٥}{مر}$ − $\frac{٥}{مر + ب}$ = ط بحسب السؤال بلکه ٥مر + ٥ب −

ه مر = مر² ط + مر ب ط بلکه ه ب = مر² ط + مر ب ط بلکه مر² + ب مر = $\frac{\text{ه ب}}{\text{ط}}$ بلکه مر² +

ب مر + $\frac{\text{ب}^2}{4}$ = $\frac{\text{ه ب}}{\text{ط}}$ + $\frac{\text{ب}^2}{4}$ = $\frac{16 \times 7\frac{1}{8}}{\frac{3}{40}}$ + ۶۴ بلکه مر² + ۱۶ مر + ۶۴ = ۱۶۰۰

بلکه مر + ۸ = ۴۰ بلکه مر = ۳۲ = وزن گندم و ۴۸ = وزن جو ❁ سؤال پنجاهم شخصی دو قطعهٔ پارچه از صنفین مختلفین فروخت و قیمت پارچهٔ اعلي چهار دینار في ذراع زیاده از قیمت في ذراع قسم ادنی است وقسم ادنی ده ذراع زیاده از قسم اعلي است وقیمت جنس اعلی ۳۶۰ دینار وقیمت جنس ادنی ۳۲۰ دینار گردید پس هر قسم چند ذراع بود ❊ جواب مقدار ذراع قسم اعلی را مر فرض کردم پس جنس ادنی مر + ۱۰ شد و درینصورت $\frac{\text{۳۶۰}}{\text{مر}}$ − قیمت في ذراع جنس اعلی و $\frac{\text{۳۲۰}}{\text{مر + ۱۰}}$ = قیمت في ذراع جنس ادنی درینصورت $\frac{\text{۳۶۰}}{\text{مر}}$ − ۴ = $\frac{\text{۳۲۰}}{\text{مر + ۱۰}}$ بحسب السؤال بلکه ۳۶۰ مر + ۳۶۰۰ − ۴ مر² − ۴۰ مر = ۳۲۰ مر بلکه ۳۲۰ مر + ۳۶۰۰ − ۴ مر² = ۳۲۰ مر بلکه ۳۶۰۰ = ۴ مر² بلکه مر² = ۹۰۰ بلکه مر = ۳۰ = ذراع جنس اعلی و ۴۰ = ذراع جنس ادنی ❁ سؤال پنجاه ویکم کدام دو عدد اند که مسطح آنها مساوي تفاضل مربعین آنها است ومجموع مربعین آنها مساوي تفاضل مکعبین آنها است ❊ جواب اصغر را مر واکبر را مر ک قرار دادم درینصورت مر × مر ک اعنی مسطح العددین = مر² ک² − مر² اعنی تفاضل مربعین و مر² ک² + مر² اعنی مجموع المربعین = مر³ ک³ − مر³ اعنی تفاضل المکعبین بلکه مر² ک² = مر² ک² − مر² وهرگاه این را بر مر² قسمت کردم پس ک² = ک² − ۱ وچون مر² ک² + مر² = مر³ ک³ − مر³ بود وهرگاه آنرا هم بر مر² قسمت نمودم ک² + ۱ = مر ک³ − مر وازین سبب ک² + ۱ = ک² بلکه ک² − ک = ۱ بلکه ک² − ک + $\frac{1}{4}$ = $\frac{5}{4}$ پس ک − $\frac{1}{2}$ = $\sqrt{\frac{5}{4}}$ = $\sqrt{\frac{1 \times 5}{4}}$ × $\frac{1}{2}$ بلکه ک = $\frac{1}{2}$ × $\sqrt{5}$ + $\frac{1}{2}$ = $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ وچون ک² + ۱ = مر ک³ − مر بود وهرگاه این معادله را بر ک³ − ۱ قسمت نمودم پس مر = $\frac{\text{ک}^2 + 1}{\text{ک}^3 - 1}$ وچون ک² = ک + ۱ بود پس ک³ = ک² +

ک = ۲ ک + ۱ پس ک² − ۱ = ۲ ک وازین سبب م = $\frac{ک+۲}{۲ک}$ = $\frac{ک}{۲ک}$

$\frac{۲}{ک}$ + $\frac{۱}{۲}$ = $\frac{۱}{ک}$ + $\frac{۱}{۲}$ = $\frac{۱}{\frac{ج+۱}{۲}}$ + $\frac{۱}{۲}$ = $\frac{۱}{\frac{ج}{۲}+\frac{۱}{۲}}$ + $\frac{۱}{۲}$ = $\frac{۲}{ج+۱}$ +

وهرگاه مقسوم و مقسوم علیه را در ج − ۱ ضرب نمودم پس م = $\frac{۲}{۲}$ + $\frac{ج-۲}{۲}$ = $\frac{۱}{۲}$ +

$\frac{ج}{۲}$ − $\frac{۱}{۲}$ = $\frac{ج}{۲}$ $\frac{۱}{۲}$ ج وچون ک = $\frac{ج+۱}{۲}$ و م = $\frac{۱}{۲}$ ج است پس م ک =

$\frac{ج \times (ج+۱)}{۲ \times ۲}$ = $\frac{ج+ج}{۴}$ = عدد اکبر ۵۵ سؤال بجاه ودوم شخصی

از شهر لندن روانه شهر بارک شد وشخصی دیگر همان وقت از شهر بارک روانه لندن گردید ودر راه باهم ملاقی شدند وبعد از ملاقات در نه ساعت لندنی ببارک رسید ودر شانزده ساعت بارکی بلندن درآمد پس میخواهم که هریک در چند ساعت قطع مسافت نمودند جواب عدد ساعات قبل ملاقات را م فرض کردم پس عدد ساعات لندنی م + ۹ وعدد ساعات بارکی م + ۱۶ پس ظاهر است که هرقدر مسافت را لندنی در م ساعت قطع نموده بارکی در شانزده ساعت قطع کرد وهرمسافت را که بارکی در م ساعت قطع کرده لندنی در ۹ ساعت قطع ساخته پس ۱۶ : م :: م : ۹ است ازین سبب م² = ۱۴۴ پس م = ۱۲ وازینجا عدد ساعات لندنی ۲۱ وعدد ساعات بارکی ۲۸ گردید ۵۵ سؤال بجاه وسوم مبلغ ۱۹۰ درمیان سه شخص تقسیم یافت وحصهٔ هریکی علی تناسب عددی بود اعنی نسبت حصهٔ اول بطرف حصهٔ ثانی مثل نسبت حصهٔ ثانی بطرف ثالث بود وحصهٔ ثالث از حصهٔ اول بقدر ۵۰ زیاده است پس مقدار حصهٔ هریک چه باشد جواب حصهٔ اول را م فرض کردم پس حصهٔ ثالث م + ۵۰ شد وحصهٔ ثانی ۱۹۰ − ۲ م − ۵۰ بلکه ۱۴۰ − ۲ م شد وچون در ثلثهٔ متناسبه مسطح اول فی ثالث مساوی مربع ثانی می شود ودرینصورت م² + ۵۰ م = (۱۴۰ − ۲ م)² بلکه م² + ۵۰ م = ۱۹۶۰۰ − ۵۶۰ م + ۴ م² بلکه ۶۱۰ م = ۱۹۶۰۰ + ۳ م² بلکه ۳ م² − ۶۱۰ م = − ۱۹۶۰۰ بلکه م² − ۶۱۰ م = − ۱۹۶۰۰ بلکه م²

$-\frac{۶۱۰}{۳}$ م $+\frac{۹۳۰۲۵}{۹} = -\frac{۱۹۶۰۰}{۳} + \frac{۹۳۰۲۵}{۹}$ بلکه م^{۲} $-\frac{۶۱۰}{۳}$ م $+\frac{۹۳۰۲۵}{۹}$

$= -\frac{۵۸۸۰۰}{۹} + \frac{۹۳۰۲۵}{۹}$ بلکه م^{۲} $-\frac{۶۱۰}{۳}$ م $+\frac{۹۳۰۲۵}{۹} = \frac{۳۴۲۲۵}{۹}$ بلکه

م $-\frac{۳۰۵}{۳} = \frac{۱۸۵}{۳}$ پس اگر جذر مثبت فرض کنم م $= \frac{۴۹۰}{۳}$ می شود و خارج قسمت

صحیح نمی براید لهذا جذر را منفي فرض کردم پس م $= -\frac{۱۸۵}{۳} + \frac{۳۰۵}{۳} = \frac{۱۲۰}{۳} =$

۴۰ = حصهٔ اول و ۴۰ + ۵۰ = ۹۰ = حصهٔ ثالث و [۴۰ × ۹۰ = ۳۶۰۰] = ۶۰ = حصهٔ

ثاني ❁ سؤال پنجاه وچهارم شخصی دو قطعه تمسک کدام مهاجن که آنرا بزبان هندي ٹیپ

وبزبان انگریزي لوٹ خوانند یکی مشتمل یک صد وبیست دینار بوعدهٔ ششماه بود ودیگر

مشتمل یکصد وپنجاه دینار که بوعدهٔ نه ماه بود بعد وضع $\frac{۱}{۲}$ ۸ دینار بابت انتفاع بدست دیگری

فروخت پس مقدار انتفاع في دینار سالیانه چه باشد ❁ جواب انتفاع في دینار سالیانه را م

فرض کردم پس در ششماه في دینار $\frac{م}{۲}$ مقدار انتفاع شد ودر نه ماه في دینار $\frac{۳م}{۴}$ وچون ۱۲۰

مجموع قیمت وانتفاع است درینصورت $\frac{۱۲۰}{۱ + \frac{م}{۲}}$ = قیمت تمسک اول وهمچنین $\frac{۱۵۰}{۱ + \frac{۳م}{۴}}$

= قیمت تمسک ثاني وازین سبب $\frac{۱۲۰}{۱ + \frac{م}{۲}} + \frac{۱۵۰}{۱ + \frac{۳م}{۴}} = ۱۲۰ + ۱۵۰ - ۸\frac{۱}{۲} = ۲۶۱\frac{۱}{۲}$

بحسب السؤال بلکه $۱۲۰ + \frac{۱۵۰ + ۷۵م}{۱ + \frac{۳م}{۴}} = ۲۶۱\frac{۱}{۲} + \frac{۲۶۱\frac{۱}{۲}م}{۲} = \frac{۵۲۳}{۲} +$

$\frac{۵۲۳}{۴}$ م بلکه $۱۲۰ + \frac{۳۶۰}{۴}$ م $+ ۷۵$ م $+ ۱۵۰ = \frac{۵۲۳}{۲} + \frac{۵۲۳}{۴}$ م $+ \frac{۱۵۶۹}{۸}$ م

$+ \frac{۱۵۶۹}{۱۶}$ م^{۲} بلکه $۲۷۰ + ۱۶۵$ م $= \frac{۲۰۹۲ + ۱۰۴۶ + ۱۵۶۹}{۸}$ م $+ \frac{۱۵۶۹}{۱۶}$ م^{۲}

$= ۲۶۱\frac{۱}{۲} + ۳۲۶\frac{۷}{۸}$ م $+ ۹۸\frac{۱}{۱۶}$ م^{۲} بلکه $۸\frac{۱}{۲} = ۸\frac{۷}{۸}$ ۱۶۱ م $+ ۹۸\frac{۱}{۱۶}$ م^{۲}

بلکه $۱۳۶ = ۲۵۹۰$ م $+ ۱۵۶۹$ م^{۲} بلکه م^{۲} $+ \frac{۲۵۹۰}{۱۵۶۹}$ م $= \frac{۱۳۶}{۱۵۶۹}$ بلکه م^{۲} $+ \frac{۲۵۹۰}{۱۵۶۹}$ م

قسم

$$= \left(\frac{١٢٩٥}{١٥٦٩}\right)^{٢} + \frac{١٣٦}{١٥٦٩} = \left(\frac{١٢٩٥}{١٥٦٩}\right)^{٢} + \frac{٢٢٩٥}{١٥٦٩} + م \text{ بلكه } = \left[\left(\frac{١٢٩٥}{١٥٦٩}\right)^{٢} + \frac{١٣٦}{١٥٦٩}\right]$$

$$\left[\frac{١٢٩٥ \times ١٢٩٥ + ١٥٦٩ \times ١٣٦}{(١٥٦٩)^{٢}}\right] \text{ بلكه } م = \frac{١٨٩٣٠٩ - ١٢٩٥}{١٥٦٩} = \frac{٥٠٩٣}{١٠٠٠٠٠} \therefore$$

سؤال پنجاه وپنجم زيد وعمرو در تجارت هرواحد ٥٩٤٠ دينار مع اصل وانتفاع حاصل كردند وانتفاع زيد في صد از انتفاع عمرو بقدر ٢ دينار زائد بود ومجموع انتفاع زيد از مجموع انتفاع عمرو ١٠٠ دينار زائد است پس انتفاع هريك في صد چه باشد وچه اصل وچه انتفاع هريكي است ٥ جواب قدر انتفاع زيد را كه في صد است م فرض كردم پس قدر انتفاع عمرو في صد م − ٢ شد ومجموع اصل وانتفاع هريكي كه ٥٩٤٠ كه مساوي يك ديگر است ب فرض ساختم و ١٠٠) را ط فرض كردم درينصورت نسبت ط + م الى م مثل نسبت ب الى انتفاع زيد است زيرا كه ط + م مجموع اصل وانتفاع في صد است وب نيز مجموع اصل انتفاع رأس المال درينصورت انتفاع زيد = $\frac{ب م}{ط + م}$ بحسب قاعدهٔ اربعهٔ متناسبه وهمچنين نسبت ط + م − ٢) الى م − ٢ مثل نسبت ب الى انتفاع عمرو پس انتفاع عمرو $\frac{ب م - ٢ب}{ط + م - ٢}$ شد

وازين سبب $\frac{ب م}{ط + م} - \frac{ب م - ٢ب}{ط + م - ٢} = ١٠٠$ بحسب السؤال بلكه ط ب م + ب م^{٢} − ٢ ب م − ط ب م − ب م^{٢} + ٢ ب ط + ٢ ب م = ١٠٠ ط^{٢} + ١٠٠ م^{٢} + ٢٠٠ ط م − ٢٠٠ ط − ٢٠٠ م بلكه ٢ ب ط = (ط^{٢} + م^{٢} + ٢ ط م − ٢ ط − ٢ م) × ١٠٠ بلكه $\frac{٢ب ط}{١٠٠}$ = ط^{٢} + م^{٢} + ٢ ط م − ٢ ط − ٢ م بحسب القسمة على ١٠٠ بلكه $\frac{٢ب ط}{١٠٠}$ − ط^{٢} + ٢ ط = م^{٢} + (٢ ط − ٢) × م وبحسب العدد ١١٨٨٠ − ١٠٠٠٠ + ٢٠٠ = م^{٢} + ١٩٨ م بلكه ٢٠٨٠ = م^{٢} + ١٩٨ م بلكه م^{٢} + ١٩٨ م + ٩٨٠١ = ٢٠٨٠ + ٩٨٠١ = ١١٨٨١ بلكه م + ٩٩ = ١٠٩ بحسب التجذير بلكه م = ١٠٩ − ٩٩ = ١٠ = انتفاع في صد مال زيد و ٨ = انتفاع في صد مال عمرو پس بطريق اربعهٔ متناسبهٔ اول چون نسبت ١١٠ بطرف ١٠ مثل نسبت ٥٩٤٠ بطرف انتفاع زيد است درينصورت $\frac{٥٩٤٠٠}{١١٠}$ = ٥٤٠ = انتفاع زيد وهمچنين انتفاع عمرو ومقدار اصل هريك مي توان براورد ٥ سؤال پنجاه وششم كدام چهار عدد

که علی نسبت متوالیهٔ هندسي اند ومجموع اصغرین ۲۰ ومجموع اعظمین ۴۵ ∴ جواب ۲۰ معلوم را ا فرض کردم و ۴۵ معلوم را ب وعدد اول را م وثالث را ک فرض نمودم پس عدد ثاني ا − م وعدد رابع ب − ک شد وچون م : ا − م :: ک : ب − ک است درینصورت ب م − ک م = ا ک − ک م بلکه ب م = ا ک ونیز چون م : ا − م :: ا − م : ک است پس م ک = (ا − م)^۲ وچون بموجب معادلهٔ اولی ک = ب م / ا بود وهرگاه درمعادلهٔ ثاني مقدار ک را تبدیل کنم پس ب م^۲ / ا = (ا − م)^۲ وبالتجذیر م × [ب / ا = ا − م وبالعدد م × [۹ / ۴ = ۲۰ − م بلکه ۳ م = ۴۰ − ۲ م بلکه ۵ م = ۴۰ بلکه م = ۸ = عدد اول وچون ک = ب م / ا = ۳۶۰ / ۲۰ = ۱۸ = عدد ثالث پس ثاني = ۱۲ ورابع = ۲۷ برامد ❁ سؤال پنجاه وهفتم مبلغ هفصد دینار درمیان چهار اشخاص قسمت شد بحیثیتیکه نسبت بین الحصص متوالیهٔ هندسي است ونسبت تفاضل الطرفین بطرف تفاضل الوسطین مثل نسبت ۳۷) الی ۱۲) است پس مقدار هریک حصه چه باشد ∴ جواب ۷۰۰ را ا و ۳۷ را س و ۱۲ را ج فرض کردم ومقدار نسبت را ک وعدد اول را م فرض نمودم پس عدد ثاني م ک وعدد ثالث م ک^۲ وعدد رابع م ک^۳ شد پس م + م ک + م ک^۲ + م ک^۳ = ا بحسب السؤال وهمچنین م ک^۳ − م : م ک^۲ − م ک :: س : ج است پس ج × (م ک^۳ − م) = س × (م ک^۲ − م ک) بلکه ج × (ک^۳ − ۱) = س × (ک^۲ − ک) = س ک × (ک − ۱) بلکه ک^۳ − ۱ = س ک / ج × (ک − ۱) وهرگاه این معادله را بر ک − ۱ قسمت نمودم خارج ک^۲ + ک + ۱ = س ک / ج بلکه ک^۲ + ک − س ک / ج = −۱ بلکه ک^۲ − (س − ج) ک / ج = ۱ بلکه ک^۲ − (س − ج) ک / ج + (س − ج)^۲ / ۴ج^۲ = ۱ − (س^۲ − ۲ س ج + ج^۲) / ۴ج^۲ = (س^۲ − ۲ س ج − ۳ ج^۲) / ۴ج^۲ بلکه ک = [س^۲ − ۲ س ج − ۳ ج^۲ − س + ج] / ۲ج وبالعدد ک^۲ + ک + ۱ = ۳۷ / ۱۲ ک = ۳ ۱/۱۲ ک بلکه ک^۲ − ۱/۱۲ ۲ ک = −۱ بلکه ک^۲ − ۱/۱۲ ۲ ک +

$1\frac{49}{576} = 1 - \frac{49}{576} + 1 = 1\frac{49}{576}$ بلکه $\frac{49}{576} = 1\frac{1}{24} - ک$ بلکه $\frac{7}{24} = 1\frac{8}{24} = 1\frac{1}{3}$

وچون مقدار ک راتبدیل کردم پس $م + \frac{1}{3}م + \frac{16}{9}م + \frac{64}{27}م = ۳$ بلکه $\frac{175}{27}م$

$= ۳$ بلکه $175م = 27 \times ۳$ بلکه $م = \frac{27}{175} \times ۳ = \frac{27 \times 700}{175} = \frac{18900}{175} = 108$

= عدد اول پس $108 \times \frac{4}{3} = 144$ = عدد دوم و $108 \times \frac{16}{9} = 192$ = عدد سوم

و $108 \times \frac{64}{27} = 256$ = عدد چهارم بلکه $108 + 144 + 192 + 256 = 700$ وهوالمطلوب ؛

سؤال پنجاه وهشتم کدام چهار عدد اند علی نسبت متوالیهٔ عددیه که مجموع آنها ۵۶ و

ومجموع مربعات آنها ۸۶۴) است ؛ جواب عدد اول را م وعدد تفاضل متوالیه را

ک فرض کردم پس عدد اول = م عدد ثاني = (م + ک) عدد ثالث = (م + ۲ک)

عدد رابع = (م + ۳ک) ومجموع اینها = ۵۶ بلکه ۴م + ۶ک = ۵۶ بلکه ۲م + ۳ک = ۲۸

وهمچنین $م^2 + (م + ک)^2 + (م + ۲ک)^2 + (م + ۳ک)^2 = 864$ بلکه $4م^2 + 12مک$

$+ 14ک^2 = 864$ وهرگاه معادلهٔ اولی را تربیع کردم $4م^2 + 12مک + 9ک^2 = 784$ واین را

ازمعادلهٔ ثاني ساقط کردم $5ک^2 = 80$ شد بلکه $ک^2 = \frac{80}{5} = 16$ بلکه $ک = 4$ وهرگاه

درمعادلهٔ اولی مقدار ک راتبدیل نمودم $2م + 12 = 28$ گردید بلکه $2م = 16$ بلکه

$م = 8$ = عدد اول پس ۱۲ = عدد دوم و ۱۶ = عدد سوم و ۲۰ = عدد چهارم ؛ سؤال

پنجاه ونهم قاصدی ازجائي روانه موضعي شد که فاصلهٔ ۱۴۰ میل داشت وروز اول ۲۶

میل راه قطع نمود وروز دوم ۲۴ میل وهمچنین هرروز ۲ میل کم می رفت پس درچند روز

بمنزل رسید ؛ جواب چون درینجا توالي اعداد نزولا واقع شد وعدد تفاضل متناقصه ۲

است وچون دراعداد متوالیهٔ عددیه مقدار عدد اخیر مساوي مجموع عدد اول ومسطح

تفاضل في عدد العدة الا واحد می شود توالي صعودی باشد خواه نزولي لهذا هرگاه ۱۴۰

را ۳ و ۲۶ را ط و ۲ را س فرض کردم وعدد ایام سفررا م قرار دادم وچون

عدد عدة م است وعدد اول ط پس $ط - (م - 1) \times س$ = عدد اخیر شد وچون

مجموع اعداد متوالیه مساوي مسطح مجموع عدد اول واخیر في نصف العدة مي باشد

درینصورت $(۲ط-(م-۱)\times س)\times \frac{م}{۲} = ه$ بلکه $\frac{۲ط م-(م^۲س-م س)}{۲} = ه$ بلکه

$۲ط م-م^۲س+م س=۲ه$ بلکه $م^۲س-(۲ط+س)م=-۲ه$ بلکه $م^۲-\frac{۲ط+س}{س}م=-\frac{۲ه}{س}$

بلکه $م^۲-\frac{۲ط+س}{س}م+\frac{(۲ط+س)^۲}{۴س^۲}=\frac{(۲ط+س)^۲}{۴س^۲}+۲ه=\frac{۴ط^۲+۴ط س+س^۲}{۴س^۲}+\frac{۲س^۲ه}{س^۲}=\frac{۴ط^۲+۴ط س+س^۲+۸ه س^۲}{۴س^۲}=\frac{ط^۲+ط س+\frac{۱}{۴}س^۲+۲ه س^۲}{س^۲}$ وبالعدد $م^۲-۲۷م+$

$۱۸۲\frac{۱}{۴}=-۱۴۰+۱۸۲\frac{۱}{۴}=۴۲$ بلکه $م-۱۳\frac{۱}{۲}=-۶\frac{۱}{۲}$ بلکه $م=-۶\frac{۱}{۲}+$

$۱۳\frac{۱}{۲}=۷=$ ایام سفر ❁ سؤال شصتم شخصی ازجائی روانهٔ جای دیگرشد ودریک ساعت چهار میل قطع مسافت می نمود وعقب آن شخصی دیگر بعد دوساعت وسه ربع ساعت یعنی بعد یازده ربع ساعت از روانگي شخص اول روانه گردید با رادهٔ اینکه باشخص اول ملحق شود وآن شخص دوم دریک ساعت اول چهار میل ونصف میل قطع نمود ودرساعت دوم چهار میل وسه ربع میل قطع کرد وهمچنین درهرساعت یک ربع میل می افزود پس درچند ساعت باشخص اول ملحق گردید ؛ جواب ۴ میل راکه شخص اول دریک ساعت قطع میکند ه و ۱۱) راکه شخص اول قبل ازروانگي شخص دوم قطع نموده ب و $\frac{۱}{۲}$ ۴ میل راکه شخص دوم درساعت اول قطع نمود ط و $\frac{۱}{۴}$ میل را که عدد تزاید ساعات دیگرعلی التوالي است س وعدد ساعات راکه دران شخص دوم باشخص اول ملحق شد م فرض کردم وچون شخص دوم علی نسبت توالي عددی قطع مسافت نمود درینصورت $ط+(م-۱)\times س=$ عدد اخیر امیال که آنرا شخص دوم قطع نمود پس $(۲ط+(م-۱)س)\frac{م}{۲}=$ کل مسافت شخص دوم که در م ساعت قطع نمود و $ه م=$ مسافت شخص اول که در م ساعت قطع کرده

درینصورت $(۲ط+(م-۱)س)\frac{م}{۲}=ه م+ب$ پس بالضرورة $م ط+\frac{م^۲س-م س}{۲}$

$=ه م+ب$ بلکه $۲ط م+م^۲س-م س=۲ه م+۲ب$ بلکه $س م^۲+(۲ط-س)م=$

$۲ه م+۲ب$ بلکه $س م^۲+(۲ط-۲ه-س)م=۲ب$ بلکه $م^۲+\frac{۲ط-۲ه-س}{س}م$

$+ \frac{(۲ط - ۲م - س)^۲}{۴س^۲} = \frac{۲ب}{س} + \frac{(۲ط - ۲م - س)^۲}{۴س^۲}$ وبحسب العدد $م^۲ + ۳م +$

$\frac{۱}{۴}$ $۲ = ۸۸ + \frac{۱}{۴}$ $۲ = \frac{۱}{۴}$ ۹۰ بلکه $م + \frac{۱}{۲}$ $۱ = \frac{۱}{۲}$ ۹ بلکه $م = ۸$ = ساعات قطع مسافت

شخص دوم ٭ سؤال شصت ویکم کدام چهار عدد متوالیهٔ عددیه اند که اگر بر انها ۲ و ۴ و ۸ و ۱۵

علی التناظر افزوده شود باهم متوالیهٔ هندسي شوند ٭ جواب عدد اول را م وعدد تفاضل را

ک فرض کردم پس عدد اول م وثاني م + ک وثالث م + ۲ک ورابع م + ۳ک

شد وهرگاه برآنها اعداد مذکوره افزودم م + ۲ و م + ک + ۴ و م + ۲ک + ۸ و م + ۳ک

+ ۱۵ متوالیهٔ هندسي شدند بحسب السؤال پس م + ۲ : م + ک + ۴ :: م + ک + ۴ : م

+ ۲ک + ۸ دریصورت بحسب مسطح الطرفین والوسطین $م^۲ + ۲مک + ۴ک + ۱۰م$

$+ ۱۶ = م^۲ + ۲مک + ۸م + ک^۲ + ۸ک + ۱۶$ بلکه $۲م = ک^۲ + ۴ک$ وهمچنین چون

م + ۲ : م + ک + ۴ :: م + ۲ک + ۸ : م + ۳ک + ۱۵ پس $م^۲ + ۳مک +$

$۱۷م + ۶ک + ۳۰ = م^۲ + ۳مک + ۱۲م + ۲ک^۲ + ۱۶ک + ۳۲$ بلکه $۵م = ۲ک^۲$

$+ ۱۰ک + ۲$ وهرگاه معادلهٔ اولی را تضعیف نموده از معادلهٔ ثاني ساقط کردم باقي م =

۲ک + ۲ گردید وچون در معادلهٔ اولی مقدار م را تبدیل کنم پس ۴ک + ۴ = $ک^۲ +$

۴ک بلکه $ک^۲ = ۴$ بلکه ک = ۲ وازین سبب م = ۶ = عدد اول و ۸ عدد دوم و ۱۰

عدد سوم و ۱۲ عدد چهارم ٭ سؤال شصت ودوم کدام دو عدد اند که مسطح آنها ه معلوم است

ومجموع مکعبین آنها ب معلوم است ٭ جواب اعظم را م واصغر را ک فرض کردم پس مک

= ه ومع $ک^۲$ = ب بحسب السؤال وهرگاه معادلهٔ اولی را مکعب ومعادلهٔ ثاني را مربع

نمودم پس مکعب معادلهٔ اولی $م^۳ک^۳ = ه^۳$ ومربع معادلهٔ ثاني $م^۲ + ۲م^۲ک^۲ + ک^۴ = ب^۲$

وهرگاه مکعب معادلهٔ اولی را در چهار ضرب نموده از مربع معادلهٔ ثاني ساقط نمودم باقي

$م^۶ - ۲م^۳ک^۳ + ک^۶ = ب^۲ - ۴ه^۳$ بلکه بحسب التجذیر $م^۳ - ک^۳ = \sqrt{ب^۲ - ۴ه^۳}$ وچون

$م^۳ + ک^۳ = ب$ بود بران افزودم مجموع آن $۲م^۳ = ب + \sqrt{ب^۲ - ۴ه^۳}$ شد بلکه $م^۳ =$

$\frac{ب + \sqrt{ب^۲ - ۴ه^۳}}{۲}$ بلکه $م = \sqrt[۳]{\frac{ب + \sqrt{ب^۲ - ۴ه^۳}}{۲}}$ و $ک = \frac{ه}{م} = \sqrt[۳]{\frac{ب + \sqrt{ب^۲ - ۴ه^۳}}{۲}}$

وبطریق دیگر چون $\text{م}\,\text{ک} = \text{ص}$ پس $\text{ک} = \frac{\text{ص}}{\text{م}}$ و ازین سبب $\text{م}^{3} + \frac{\text{ص}^{3}}{\text{م}^{3}} = \text{ب}$ بحسب السؤال بلکه

$\text{م}^{6} + \text{ص}^{3} = \text{ب}\,\text{م}^{3}$ بلکه $\text{م}^{6} - \text{ب}\,\text{م}^{3} = -\text{ص}^{3}$ بلکه $\text{م}^{6} - \text{ب}\,\text{م}^{3} + \frac{\text{ب}^{2}}{4} = \frac{\text{ب}^{2}}{4} - \text{ص}^{3}$ بلکه $\text{م}^{3} - \frac{\text{ب}}{2} =$

$\left[\frac{\text{ب}^{2}}{4} - \text{ص}^{3}\right]$ بلکه $\text{م}^{3} = \frac{\left[\text{ب}^{2} - 4\text{ص}^{3}\right] + \text{ب}}{2}$ پس رجوع بطریق اول نمود *

فایده از مثال مذکور قانون کلي برای استخراج معادلهٔ کعبی (مسترجان گاردن) نامی مستنبط نموده چنانچه جناب تفضل حسین خان مرحوم نقل کرده اند بدین طریق که اگر مجموع عددین را ء فرض کنم پس $\text{م} + \text{ک} = \text{ء}$ شد و درینصورت $\text{ء}^{3} = \text{م}^{3} + 3\,\text{م}^{2}\,\text{ک} + 3\,\text{م}\,\text{ک}^{2} + \text{ک}^{3}$ بحسب التکعیب بلکه $\text{ء}^{3} = \text{م}^{3} + \text{ک}^{3} + (3\,\text{م}\,\text{ک}) \times (\text{م} + \text{ک})$ است بحسب انحلال الی المضروبین بلکه $\text{ء}^{3} = \text{م}^{3} + \text{ک}^{3} + 3\,\text{ص} \times \text{ء}$ شد چراکه $\text{ص} = \text{م}\,\text{ک}$ و $\text{ء} = \text{م} + \text{ک}$ است و بالنقل $\text{ء}^{3} - 3\,\text{ص}\,\text{ء} = \text{م}^{3} + \text{ک}^{3} = \text{ب}$ بحسب مساوات مجموع مکعبین وچون بموجب مثال مذکور مقدار م و مقدار ک معلوم شد و مجموع آن مقدار ء است

پس ضرورة $\text{ء} = \sqrt[3]{\frac{1}{2}\text{ب} + \frac{1}{2}\sqrt{\text{ب}^{2} - 4\text{ص}^{3}}} + \sqrt[3]{\frac{1}{2}\text{ب} + \frac{1}{2}\sqrt{\text{ب}^{2} - 4\text{ص}^{3}}}$ = ضلع اول

$\text{ء}^{3} - 3\,\text{ص}\,\text{ء} = \text{ب}$ پس اگر جزؤ ثاني را که سلبي است ایجابي فرض کنم اعني $-3\,\text{ص} = \text{ط}$

فرض کنم بلکه $\frac{\text{ط}}{3} = -\text{ص}$ درینصورت $\text{ء} = \sqrt[3]{\frac{\text{ب}}{2} + \sqrt{\frac{\text{ب}^{2}}{4} - \frac{\text{ط}^{3}}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{\text{ب}}{2} + \sqrt{\frac{\text{ب}^{2}}{4} + \frac{\text{ط}^{3}}{27}}}$

چراکه بسبب ایجاب جزؤ ثاني تبدیل نشان خواهد شد ضرورة فقط باید دانست در کتاب جبر و مقابلهٔ انگریزي مرقوم است که اکثر اهل ریاضي فرنگ بامتحان این قاعده را معلوم کرده اند چنانچه در مسئلهٔ پنجم مطلب چهاردهم گفتار دوم مذکور گردیده و بدانست فقیر این قاعده کلي نمی تواند شد چراکه جذر و ضلع کعب درین عمل اکثر تقریبي برمی آید پس اگر سؤال از اعداد صحیحه باشد ممکن است که استخراج قیاسا توان کرد و در کسور نهایت مشکل خواهد بود ❁ سؤال شصت و سوم کدام دو عدد اند که مجموع آنها ۲۴ و تفاضل

مکعبین آنها ۳۵۸۴ ∴ جواب ۲۴ = ۲م و ۳۵۸۴ = ۲ب فرض کردم ونصف تفاضل بین العددین را م تعبیر نمودم پس م+م = عدد اعظم و م − م = عدد اصغر وازین سبب م^۳ + م^۳ + ۳م^۲م + ۳م م^۲ − (م^۳ − م^۳ − ۳م^۲م + ۳م م^۲) = ۲ب = تفاضل مکعبین بلکه ۲م^۳ + ۶م^۲م = ۲ب بلکه م^۳ + ۳م^۲م = ب وهرگاه ۳م^۲ = ط فرض کنم چراکه عدد ماقبل م است پس م^۳ + ط م = ب درینصورت بحسب قاعدهٔ مرقوم الصدر م =

$$\sqrt[3]{\frac{ب}{2}+\sqrt{\frac{ب^2}{4}-\frac{ط^3}{27}}}-\sqrt[3]{\frac{ب}{2}+\sqrt{\frac{ب^2}{4}+\frac{ط^3}{27}}}$$ وبحسب العدد م = $\sqrt[3]{896+\sqrt{802816}}-\sqrt[3]{896+\sqrt{2985984}}$

$$\sqrt[3]{896+\sqrt{802816}}-\sqrt[3]{896+\sqrt{2985984}}=\sqrt[3]{896+\sqrt{1946}}-\sqrt[3]{896+\sqrt{1946}}$$ تقریبا

تقریبا = ۱۴ تقریبا − ۱۰ تقریبا = ۴ = نصف تفاضل العددین وازین سبب ۱۲ + ۴ = ۱۶ = عدد اعظم و ۱۲ − ۴ = ۸ = عدد اصغر ❁ سؤال شصت وچهارم کدام دو عدد اند که تفاضل بینهما ۴ ومجموع مکعبیهما ۲۲۴۰) است ∴ جواب نصف مجموع العددین را م فرض کردم پس اعظم م + ۲ واصغر م − ۲ شد ودرینصورت (م^۳ + ۶م^۲ + ۱۲م + ۸) + (م^۳ + ۶م^۲ + ۱۲م − ۸) = ۲۲۴۰ بلکه ۲م^۳ + ۲۴م^۲ = ۲۲۴۰ بلکه م^۳ + ۱۲م = ۱۱۲۰ وهرگاه ۱۲ = ط و ۱۱۲۰ = ب فرض کنم چراکه بموجب قانون که بصدر بیان کرده شد عدد ماقبل مجهول را ط فرض کرده شده است درینصورت م =

$$\sqrt[3]{\frac{ب}{2}+\sqrt{\frac{ب^2}{4}+\frac{ط^3}{27}}}-\sqrt[3]{\frac{ب}{2}+\sqrt{\frac{ب^2}{4}-\frac{ط^3}{27}}}$$ زیراکه جزو ثانی انجابی بود وبحسب العدد م =

$$\sqrt[3]{560+\sqrt{313600}}-\sqrt[3]{560+\sqrt{313600}}=\sqrt[3]{560+\sqrt{313600}}-\sqrt[3]{560+\sqrt{313600}}$$ تقریبا $\sqrt[3]{1120\frac{87}{1000}}$

$\sqrt[3]{1120\frac{87}{1000}}=10\frac{6}{10}$ تقریبا − $10\frac{6}{10}$ تقریبا = ۱۰ پس م + ۲ = ۱۲ = عدد اعظم و م − ۲ = ۸ = عدد اصغر وهما العددان المطلوبان ❁ سؤال شصت وپنجم کدام دو عدد اند که مجموع مربعین آنها ۲۰۸ ومجموع مکعبین آنها ۲۲۴۰) است ∴ جواب ۲۰۸ را ۵ و ۲۲۴۰ را

ب فرض کردم ونصف تفاضل عددین را ک فرض نمودم پس م + ک = اعظم و م − ک = اصغر تعبیر کردم درینصورت م² + ۲ م ک + ک² = مربع اعظم و م² − ۲ م ک + ک² = مربع اصغر و بحسب المجموع ۲ م² + ۲ ک² = ه بحسب السؤال وهمچنین م³ + ۳ م² ک + ۳ م ک² + ک³ = مکعب اعظم و م³ − ۳ م² ک + ۳ م ک² − ک³ = مکعب اصغر و بحسب المجموع ۲ م³ + ۶ م ک² = ب بحسب السؤال وهرگاه معادلهٔ اولی را که ۲ م² + ۲ ک² = ه) است در ۳ م ضرب کردم ۶ م³ + ۶ م ک² = ۳ ه م وهرگاه ازین معادله ۲ م³ + ۶ م ک² = ب را ساقط کنم باقي ۴ م³ = ۳ ه م − ب ماند بلکه م³ = $\frac{۳ ه م − ب}{۴}$ بلکه م³ − $\frac{۳ ه}{۴}$ م = − $\frac{ب}{۴}$ پس درین سؤال بقاعدهٔ کلي مذکور که در مثال های صدر مذکور گردیده استخراج نمی توان کرد چراکه اینجا مقدار سلبي است ودر قاعدهٔ مذکور ایجابي مفروض شده بود درینصورت آنرا بحسب العدد تعبیر نمودم م³ − ۱۵۶ م = − ۶۰ پس هرگاه بقاعدهٔ (سرایزک نیوتن) مقسوم علیه های صحیح برای ۶۰ بهم رسانیدم ۱۰ و ۴ و − ۱۴ را یافتم وچون درهرسه امتحان درست است پس عدد ده = م برامد وچون ۲ م² + ۲ ک² = ه) است وهرگاه مقدار م را تبدیل نمودم وبعدد رجوع کردم ۲۰۰ + ۲ ک² = ۲۰۸ بلکه ۲ ک² = ۸ بلکه ک² = ۴ بلکه ک = ۲ پس م + ک = ۱۲ = عدد اعظم و م − ک = ۸ = عدد اصغر و باید دانست که هرچند ۱۰ و ۴ و − ۱۴ هرسه از روی امتحان = م می تواند شد لیکن چون استخراج ک) از دو مقدار دیگر ممکن نیست لهذا عدد ده = م متعین گردید ❁ سؤال شصت وششم کدام چهار اعداد متوالیهٔ هندسي اند که مجموع آنها ن معلوم است وحاصل الضرب متوالیه ح ∴ جواب اصغر الوسطین را م − ک واعظم الوسطین را م + ک فرض کردم پس بحسب قاعدهٔ ثالثهٔ متناسبه $\frac{(م − ک)^۲}{م + ک}$ = عدد اول و $\frac{(م + ک)^۲}{م − ک}$ = عدد اخیر ازین سبب $\frac{(م − ک)^۲}{م + ک}$ + (م − ک) + (م + ک) + $\frac{(م + ک)^۲}{م − ک}$ = ن ونیز $\frac{(م − ک)^۲}{م + ک}$

× (م − ک) × (م + ک) × $\frac{(م+ک)^2}{م-ک}$ = ح بلکه ۰ $\frac{(م-ک)^2}{م+ک}$ × (م + ک) ×

$\frac{(م+ک)^2}{م-ک}$ × (م − ک) = ح بلکه (م − ک)^2 × (م + ک)^2 = ح بلکه

(م − ک) × (م + ک) = [ح بحسب التجذیر وچون $\frac{(م-ک)^2}{م+ک}$ + (م − ک) +

$\frac{(م+ک)^2}{م-ک}$ + (م + ک) = ز بود بلکه (م − ک)^2 + (۲ م) × (م − ک) × (م + ک)

+ (م + ک)^2 = ز × (م − ک) × (م + ک) وچون (م − ک) × (م + ک) = [ح

است درینصورت [ح × ۲ م + (م − ک)^2 + (م + ک)^2 = ز [ح بلکه ۲ [ح × م + ۲ م^2

+ ۶ م ک^2 = ز [ح وچون (م − ک) × (م + ک) = [ح بلکه م^2 − ک^2 = [ح بلکه

م^2 − [ح = ک^2 لهذا) ۲ [ح × م + ۲ م^2 + ۶ م × (م^2 − [ح) = ز [ح بلکه ۲ [ح × م

+ ۲ م^3 + ۶ م^2 − ۶ [ح × م = ز [ح بلکه ۸ م^2 − ۴ [ح × م = ز [ح بلکه م^2 − $\frac{1}{2}$ [ح × م =

$\frac{ز}{8}$ [ح وهرگاه $\frac{1}{2}$ [ح را = ۳ ص و $\frac{ز}{8}$ [ح را = ب فرض کردم وبدین سبب معادله

رجوع بقانون کلی مذکور گردیده پس م = $\sqrt{\frac{1}{2}\text{ب} + \frac{1}{2}\sqrt{\text{ب}^2 - 4\text{ص}^3}}$

+ $\sqrt{\frac{1}{2}\text{ب} + \frac{1}{2}\sqrt{\text{ب}^2 - 4\text{ص}^3}}$ وهرگاه مقدار م معلوم شد چون م^2 − ک^2 = [ب است

پس مقدار ک هم معلوم خواهد شد چنانکه بحسب العدد اگر گوییم ز = ۴۵ و ح = ۸۱۷۴

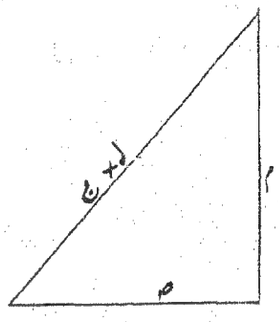
درینصورت [ح = ۷۲ بلکه $\frac{1}{2}$ [ح = ۳۶ بلکه ۳ ص = ۳۶ و $\frac{ز}{8}$ [ح = ب = ۴۰۵

وازین سبب م = $\sqrt{\frac{40۵}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(40۵)^2 - 4(12)^3}} + \sqrt{\frac{40۵}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(40۵)^2 - 4(12)^3}}$

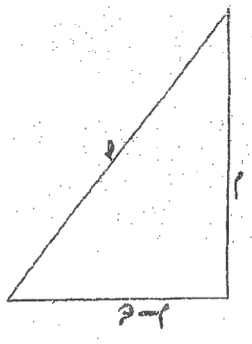
= $\sqrt{\frac{1}{2}\text{۲۰۲} + \sqrt{\text{۱۵۷۱۱۳}}} + \sqrt{\frac{1}{2}\text{۲۰۲} + \sqrt{\text{۱۵۷۱۱۳}}} = \sqrt{\text{۲۰۲}\frac{1}{2} + \text{۱۹۸}\frac{\text{۱۸۷۴۱۱}}{\text{۱۰۰۰۰۰۰}}}$

+ $\sqrt{\frac{1}{2}\text{۲۰۲} - \text{۱۹۸}\frac{\text{۱۸۷۴۱۱}}{\text{۱۰۰۰۰۰۰}}} = \sqrt{\text{۴۰۰}\frac{\text{۱۸۷۴۱۱}}{\text{۱۰۰۰۰۰۰}}} + \sqrt{\text{۴۰۰}\frac{\text{۱۸۷۴۱۱}}{\text{۱۰۰۰۰۰۰}}} = \text{۷}\frac{\text{۳۷}}{\text{۱۰۰}}$

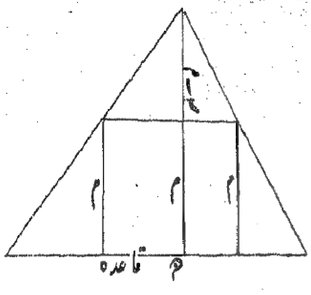
شکل ۱۶۵ صفحه ۵۷۹



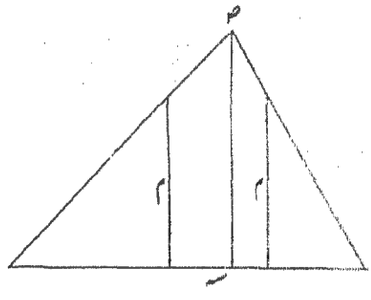
شکل ۱۶۶ صفحه ۵۸۰



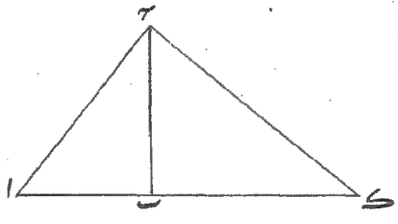
شکل ۱۶۷ صفحه ۵۸۱



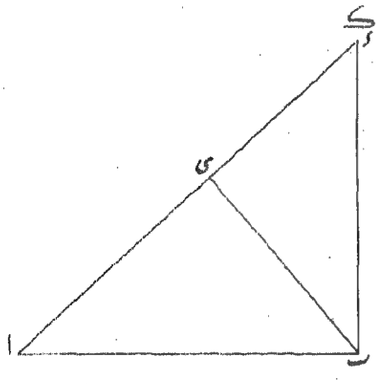
شکل ۱۶۸ صفحه ۵۸۲



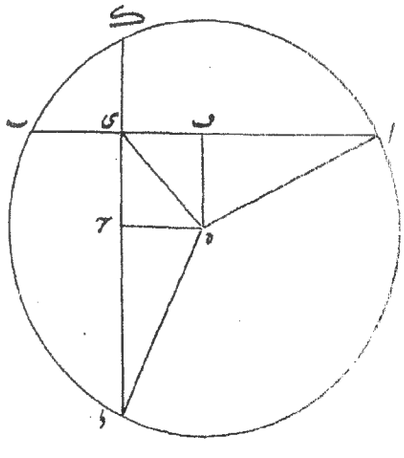
شکل ۱۶۹ صفحه ۵۸۷



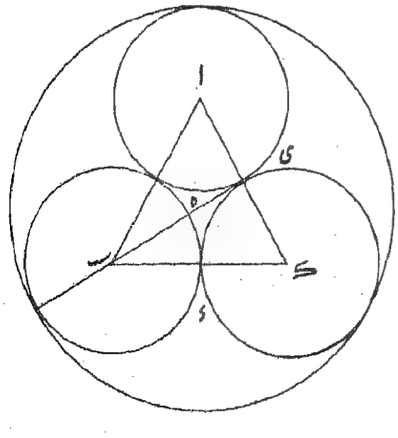
شکل ۱۷۰ صفحه ۵۸۹



شکل ۱۷۱ صفحه ۵۹



شکل ۱۷۳ اول صفحه ۵۹۲



$+ \frac{\frac{۱۲}{۷۳۷}}{۱۰۰} = ۷\frac{۳۷}{۱۰۰} + ۱\frac{۶۳}{۱۰۰}$ تقریبا = ۹ وچون $ک^۲ = م^۲ - [ح$ پس $ک^۲ = ۸۱$ $- ۷۲ = ۹$ باکه $ک = ۳$ وازین سبب عدد اول ۳ وعدد ثاني ۶ وثالث ۱۲ ورابع ۲۴ برامد وهو المطلوب *

مطلب هجدهم درحل بعض سؤالات که متعلق هندسه است ازروی جبر ومقابله وسؤالات مذکور درحقیقت قواعد کلیه اند که ازان حل بسیاري از سؤالات ازان جنس می تواند شد وتفضل حسین خان مرحوم ازانگریزي بعربي ترجمه نموده اند *

سؤال اول اگر احد الساقین مثلث قایم الزاویه وقدر تفاضل بین الوتر وساق آخر معلوم بود پس مقدار وتر وساق مذکور چه خواهد بود ؟ جواب ضلع معلوم را ص فرض کردم وقدر تفاضل را ض وضلع دوم را م پس مقدار وتر م + ض گردید چراکه فضل بالضرورة وتر را است وچون بموجب شکل عروس معلوم است که مربعین ضلعین مثلث قائم الزاویه مساوی مربع وتر می شود درینصورت $م^۲ + ۲ض م + ض^۲$ اعني مربع وتر $= م^۲ + ص^۲$ اعني مجموع مربعین ضلعین وبعد اسقاط متداخلین $۲ض م + ض^۲ = ص^۲$ اعني $۲ض م = ص^۲ - ض^۲$ وهرگاه آنرا بر ۲ض قسمت کردم خارج $م = \frac{ص^۲ - ض^۲}{۲ض}$ اعني $\frac{ص^۲}{۲ض} - \frac{ض}{۲}$ وهرگاه ص و ض هردو معلوم اند پس مقدار م هم که ضلع مجهول است معلوم شد ونیزازان مقدار وتر هم براید اعني $\frac{ص^۲}{۲ض} - \frac{ض}{۲}$ * مثلا اگر مقدار ضلع معلوم ۶ وتفاضل بین الوتر وضلع آخر ۲ پس هرگاه بخواهم که ضلع آخر را بدانم مربع ۶ راکه ۳۶) است بر ۴ که ۲ض است قسمت کردم نه خارج شد وازان واحد ساقط نمودم چراکه $\frac{ض}{۲} = ۱$) است باقي ۸ ماند که مقدار ضلع آخر است ونیز اگر بر نه واحد بیفزایم ۱۰ مقدار وتر است وهذه صورته ..... (شکل ۱۶)

سؤال دوم اگر وتر زاویهٔ قائمه ومقدار تفاضل بین الساقین معلوم باشد پس مقدار ساقین چه باشد ؟ جواب وتر راکه معلوم است ص وقدر تفاضل را ض وضلع اعظم را م فرض کردم

پس ضلع اصغر م − ج شد بهذه الصورة ..... (شکل ۱۶۶)
وبشکل عروس م² + (م − ج)² = ص² وچون (م − ج)² درحقیقت م² + ج²
− ۲ ج م است پس ۲ م² + ج² − ۲ ج م = ص² است وهرگاه آنرا تنصیف نمودم
م² + ج²/۲ − ج م = ص²/۲ اعنی م² − ج م = ص²/۲ − ج²/۲ و مقدار نصف ص² ونصف ج²
معلوم است درینصورت م² مقابل عدد و م گردید پس بموجب مسئلهٔ ثالثهٔ
مقترنات جبریه چون عدد وشي اعني م ومقدار ج است پس (ج/۲)² اعنی ج²/۴ را
بر ص²/۲ − ج²/۲ که مقدار معلوم وعدد است افزودم ص²/۲ − ج²/۴ شد وجذر آن را بر ج/۲ که نصف
عدد اشیا است افزودم مجموع مقدار م برامد بدینصورت م = [ص²/۲ − ج²/۴]^½ + ج/۲ *
مثلا اگر گویم مقدار وتر معلوم ۲۰ است وتفاضل ضلعین ۴ درینصورت م =
[۴۰۰/۲ − ۱۶/۴]^½ + ۴/۲ = [۱۹۶]^½ + ۲ = ۱۴ + ۲ = ۱۶ = مقدار ضلع اعظم و ۱۶
− ۴ = ۱۲ = مقدار اصغر ** سؤال سوم اگر قاعدهٔ مثلث و ارتفاع آن که عبارت
ازعمودی است که از راس المثلث بر قاعدهٔ مذکور بکشند معلوم باشد پس مقدار ضلع مربعیکه
دران مثلث واقع شود چه خواهد بود باید دانست که واقع شدن مربع درمثلث عبارت
ازان است که هرچهار زوایای مربع مماس اضلاع مثلث شوند ولامحاله دو زاویهٔ بالای
قاعدهٔ دو زاویه مماس ضلعین خواهند بود ∴ جواب چون از فحوای سؤال ظاهر است
که دو ضلع مربع یکی بالای قاعده ودومي موازي آن ودو ضلع دیگر موازی ارتفاع
خواهند بود پس هرگاه ارتفاع را ص وقاعده را ج فرض کردم وضلع مربع را م درینصورت
ضلع مربع که موازی قاعده است خط ارتفاع را تقاطع علی التوایم خواهد کرد وخط ارتفاع
منقسم بدو قسم خواهد شد یک قسم که موازي ضلعین مربع است مساوی م خواهد بود
وقسم دیگر که عمود بر ضلع فوقاني مربع است مساوی ص − م وچون نسبت ضلع مربع

مذکور که موازی قاعده است مثلث دیگر اصغر درمیان مثلثي مذکور حادث می شود که مشابه مثلث اعظم است درینصورت ه : ح :: ه − م : م درینصورت ه م = ه ح − ح م بلکه (ه + ح) × م = ه ح بلکه م = $\frac{ه ح}{ه + ح}$ گردید * مثلا اگر قاعده ۲۰ وارتفاع ۱۲ باشد پس $\frac{۲۰ \times ۱۲}{۲۰ + ۱۲} = \frac{۲۴۰}{۳۲} = ۷\frac{۱}{۲}$ = مقدار ضلع مربع است وهذه صورته (شکل ۱۶۷)

سؤال چهارم اگر سطحي مستطیل در مثلثي معلوم واقع شود و نسبت مساحت سطح مذکور بطرف مساحت مثلث نیز معلوم بود پس مقدار اضلاع آن سطح چه خواهد بود ∴ جواب چون در شکل مستطیل ظاهر است که دو ضلع متوازیین متساویین اصغرین می باشند و دو ضلع متوازیین اعظمین وضرورة دو ضلع عمود برقاعده خواهد بود و سوم موازي قاعده وچهارم جزء من القاعده خواهد بود ونیز ممکن است که در هر مثلث عمودي برضلعي از اضلاع داخل مثلث کشند درینصورت اگر عمود مثلث را که عبارت از ارتفاع است ه فرض کنند وقاعده را که بران عمود واقع شده س فرض نمایند ویک ضلع مستطیل که موازی عمود باشد م فرض سازند ونسبت مساحت مثلث بطرف مساحت مستطیل که معلوم است مثل نسبت س الی ح عددین معلومین بود وچون نسبت یک ضلع مستطیل که موازی قاعده است مثلثي اصغر داخل مثلث مفروضه حادث خواهد شد که مشابه مثلث مفروضه بود وچون ضلع مستطیل که موازی قاعده است عمود اعني (ه) را تقاطع علی القوائم نمود پس ه منقسم بدو قسم گردید یکي مساوی م ودوم مقدار ه − م که عمود مثلث اصغر است درینصورت نسبت ه الی س مثل نسبة ه − م الی ضلع مستطیل که موازی قاعده است خواهد بود وهرگاه بموجب قاعدهٔ اربعهٔ متناسبه مقدار ضلع مذکور = $\frac{س ه - س م}{ه}$ شد وچون یک ضلع مستطیل م وضلع ثاني $\frac{س ه - س م}{ه}$ پس مقدار مساحت مستطیل = $\frac{ه س م - س م^۲}{ه}$ وچون مساحت مثلث حاصل ضرب عمود في نصف القاعده است درینصورت س : ح :: $\frac{ه س}{۲}$: $\frac{ه س م - س م^۲}{ه}$ بمقتضای سؤال وهرگاه بموجب

قاعدهٔ اربعهٔ متناسبه $\frac{\text{ه}\,\text{س}^{2}\,\text{م} - \text{س}^{2}\,\text{م}^{2}}{\text{ه}} = \frac{\text{ج}\,\text{ه}^{2}\,\text{س}}{2}$ گردید بلکه $2\,\text{ه}\,\text{س}^{2}\,\text{م} - 2\,\text{س}^{2}\,\text{م}^{2}$
$= \text{ج}\,\text{ه}^{2}\,\text{س}$ و هرگاه هردو را بر $2\,\text{س}^{2}$ قسمت نمودم $\text{ه}\,\text{م} - \text{م}^{2} = \frac{\text{ج}\,\text{ه}^{2}}{2\,\text{س}}$
باکه $\text{ه}\,\text{م} = \frac{\text{ج}\,\text{ه}^{2}}{2\,\text{س}} + \text{م}^{2}$ گردید درینصورت شي مقابل عدد و مال شد پس
بموجب قاعدهٔ ثاني مقترنات $\text{م} = \frac{\text{ه}}{2} \pm \sqrt{\frac{\text{ه}^{2}}{4} - \frac{\text{ج}\,\text{ه}^{2}}{2\,\text{س}}}$ * مثلاً اگر ارتفاع مثلث ۴
ومقدار قاعده ۶ ونسبت مساحت مثلث بطرف مساحت سطح مثل نسبت س بطرف
واحد بود وچون مقدار ضلع مستطیل که موازي ارتفاع است وآنرا مجهول فرض کردم
پس $\text{م} = 2 \pm \sqrt{4 - 2 = \frac{4}{3}} \pm \sqrt{2 = \frac{8}{3}} = 1\frac{17}{27} \pm 2 = 3\frac{17}{27}$ یا که $\frac{10}{27}$
اگرچه درین مثال درنسبت مساحت سطح ومثلث فی الجمله تفاوت می افتد لیکن تفاوت
بسبب استخراج جذر تقریبي است فافهم هذه صورته ..... (شکل ۱۶۸)
سؤال پنجم می خواهم که خط معلوم المقدار را دو قسم کنم بحیثیتیکه مسطح هر دو قسم مساوي
قدر معلوم یا مکسر سطح معلوم باشد ؛ جواب هرگاه مقدار خط را ه واحد القسمین را م وقدر
معلوم یا مکسر سطح معلوم را ج فرض کردم پس قسم دوم را که $\text{ه} - \text{م}$ است در م
ضرب کردم حاصل $\text{م}\,\text{ه} - \text{م}^{2} = \text{ج}$ بلکه $\text{م}\,\text{ه} = \text{م}^{2} + \text{ج}$ گردید پس رجوع بمسئلهٔ ثاني
مقترنات نمود $\text{م} = \frac{\text{ه}}{2} \pm \sqrt{\frac{\text{ه}^{2}}{4} - \text{ج}}$ برامد * مثلاً اگر گوییم خطیکه ۱۳ ذراع است آنرا
دو قسم کنم بحیثیتیکه مسطح هر دو قسم مساوي ۳۶ باشد که آن بحسب فرض خواه مقدار
معین است خواه مقدار سطحي معلوم مفروض است پس $\text{م} = \frac{13}{2} \pm \sqrt{\frac{169}{4} - 36}$
$= \frac{13}{2} \pm \frac{5}{2} = 9$ یا که ۴ وهو المطلوب * سؤال ششم میخواهم که بر خطي معلوم خطي دیگر
بیفزایم بحیثیتیکه مسطح خط مع الزیادة فی الزیادة مساوي قدر معلوم باشد ؛ جواب خط معلوم
را ه وخط مجهول را که زیاده شده است م وقدر معلوم را ج فرض کردم پس $(\text{م} + \text{ه})$
$\times\,\text{م} = \text{ج}$ شد اعني $\text{ه}\,\text{م} + \text{م}^{2} = \text{ج}$ بلکه $\text{م} = \frac{\text{ه}}{2} - \sqrt{\frac{\text{ه}^{2}}{4} + \text{ج}}$ برامد * مثلاً خط معلوم ده است

وقدر معلوم ۶ ۵ پس م = [۱۰۰/۴ + ۶ ۵ − ۱۰/۲] = [۸۱ − ۵ = ۹ − ۵ = ۴ پس ۱۰ + ۴ =
۱۴ و ۱۴ × ۴ = ۶ ۵ بامتحان صحیح برامد و ازین بیان ظاهر می شود که اگر مثلثی
قائم الزاویه فرض کنم که یک ضلع آن نصف خط معلوم و یک ضلع جذر مقدار
معلوم باشد پس وتر آن مساوی مجموع نصف خط معلوم و زیادت مطلوب خواهد بود
درینصورت اگر مربع نصف خط معلوم را برقدر معلوم افزوده از جذر مجموع نصف خط را
ساقط کنند باقی مقدار زیادت مطلوب است ❁ سؤال هفتم میخواهم که خطی معلوم را
دو قسم سازم بحیثیتیکه مسطح احد القسمین فی خط معلوم آخر مساوی مربع قسم آخر بود ❁
جواب خط معلوم را ص واحد القسمین را که مربع آن مطلوب است م و قسم آخر را
ص − م و خط آخر معلوم را ح فرض کنم پس (ص − م) × ح = م² بلکه ص ح = م ح + م²
گردید پس بموجب مسئلهٔ اولای مقترنات م = [ح²/۴ + ص ح − ح/۲] * مثلا اگر خط معلوم
۲۴ باشد و خط معلوم آخر ۴ پس م = [۱۶/۴ + ۹۶ − ۴/۲] = [۱۰۰ − ۲ = ۱۰ − ۲
= ۸ = قسمی از ۲۴ و ۱۶ = قسم آخر پس ۱۶ × ۴ = (۸)² = ۶۴
می شود ❁ سؤال هشتم میخواهم که مقدار دو خط معین کنم که مسطح آنها
مساوی سطح معلوم است و مجموع مربعین آنها مساوی مربع معلوم ❁ جواب
چون ظاهر است که هر سطح معلوم الضلعین را مساوی سطحی دیگر که یک ضلع
او معلوم باشد فرض می توانم کرد چه هرگاه مساحت سطح معلوم الضلعین را برضلع
سطح معلوم آخر قسمت کنم و خارج را ضلع آخر سطح مذکور فرض کنم پس هر دو سطح متساوی
خواهند بود ضرورة درینصورت مساحت سطح معلوم الضلعین را برضلع مربع که در سؤال
سائل است قسمت کرده خارج را ضلع آخر قرار دادم واحد الاضلاع سطح مفروضهٔ ثانیه را
که مساوی ضلع مفروضه است ص و ضلع آخر سطح مذکور را ح و خطین مجهولین را م و ق
فرض کردم پس م × ق = ص × ح معادلهٔ اولی شد و م² + ق² = ص² معادلهٔ ثانیه گردید
بحسب السؤال و هرگاه مربع ضعف معادلهٔ اولی را یک مرتبه با معادلهٔ ثانیه جمع کردم

ویک مرتبه ازمعادلهٔ ثانیه ساقط نمودم پس معادلهٔ ثالثه ورابعه بهم رسیدند بدینصورت

بالجمع

ضعف معادلهٔ اولی $٢ م ز = ٢ ب ج$

معادلهٔ ثانیه $م^٢ + ز^٢ = ب^٢$

معادلهٔ ثالثه $م^٢ + ٢ م ز + ز^٢ = ب^٢ + ٢ ب ج$

وبالتفریق

$م^٢ + ز^٢ = ب^٢$

$٢ م ز = ٢ ب ج$

معادلهٔ رابعه $م^٢ - ٢ م ز + ز^٢ = ب^٢ - ٢ ب ج$

وباستخراج جذر معادلهٔ ثالثه ورابعه

معادلهٔ خامسه $م + ز = \sqrt{ب^٢ + ٢ ب ج}$

معادلهٔ سادسه $م - ز = \sqrt{ب^٢ - ٢ ب ج}$

ثم بالجمع

$م + ز = \sqrt{ب^٢ + ٢ ب ج}$

$م - ز = \sqrt{ب^٢ - ٢ ب ج}$

معادلهٔ سابعه $٢ م = \sqrt{ب^٢ + ٢ ب ج} + \sqrt{ب^٢ - ٢ ب ج}$

ثم بالتفریق

$م + ز = \sqrt{ب^٢ + ٢ ب ج}$

$م - ز = \sqrt{ب^٢ - ٢ ب ج}$

معادلهٔ ثامنه $٢ ز = \sqrt{ب^٢ + ٢ ب ج} - \sqrt{ب^٢ - ٢ ب ج}$

وچون ا و ج معلوم اند پس م و ق نیز معلوم شوند * مثلا اگر گویم مقدار ا = ۱۰۰ ومقدار ج = ۴۸ درینصورت ۲ م = [(۱۰۰)^۲ + ۴۸ × ۲۰۰ + (۱۰۰)^۲ − ۴۸ × ۲۰۰ = ۱۰۰۰۰۰ + ۹۶۰۰ + ۱۰۰۰۰۰ − ۹۶۰۰ = ۱۹۶۰۰ + ۴۰۰ = ۱۴۰ + ۲۰ = ۱۶۰ پس م = ۸۰ وهمچنین ۲ ق = ۱۹۶۰۰ − ۴۰۰ = ۱۴۰ − ۲۰ = ۱۲۰ پس ق = ۶۰ وهو المطلوب * ونیز این ضعیف میگوید که چون صورت سؤال مقتضي آنست که هرد و خطین مجهولین ضلعین مثلث قائم الزاویه باشند واحد الضلعین سطح مفروضهٔ وتر مثلث قائم الزاویه بود وضلع آخر سطح مذکور عمود باشد که از زاویهٔ قائمه بر وتر خارج شده وچون باستبانهٔ مسئلهٔ سي ویکم که عنقریب مذکور شود انشاء الله تعالی ظاهر است که فضل بین مربع مجموع الضلعین ومربع مجموع الوتر والعمود بقدر مربع عمود می باشد ونیز فضل بین مربع فضل الضلعین ومربع فضل الوتر والعمود بقدر مربع عمود است درینصورت اگر از مربع مجموع ا و ج مربع ج که فی الحقیقت مربع عمود است ساقط کنم باقي مربع مجموع خطین مجهولین خواهد بود وهرگاه از مربع فضل بین ا و ج مربع ج ساقط کنند باقي مقدار فضل بین خطین مجهولین خواهد بود وهرگاه مجموع خطین مجهولین وفضل بینهما معلوم شد پس خطین مجهولین نیز معلوم خواهد بود ضرورة * مثلا چون (۱۰۰ + ۴۸)^۲ − (۴۸)^۲ = (۱۴۸)^۲ − (۴۸)^۲ = ۲۱۹۰۴ − ۲۳۰۴ = ۱۹۶۰۰ = (۱۴۰)^۲ پس ۱۴۰ = مجموع خطین وهمچنین (۱۰۰ − ۴۸)^۲ − (۴۸)^۲ = (۵۲)^۲ − (۴۸)^۲ = ۲۷۰۴ − ۲۳۰۴ = ۴۰۰ = (۲۰)^۲ پس ۲۰ = فضل بین الخطین مجهولین پس $\frac{۱۴۰+۲۰}{۲} = \frac{۱۶۰}{۲} = ۸۰$ = مقدار خط اعظم و $\frac{۱۴۰-۲۰}{۲} = \frac{۱۲۰}{۲} = ۶۰$ = خط اصغر فافهم ❁ سؤال نهم میخواهم که مقدار دو خط معین کنم بحیثیتیکه مسطح آنها مساوي سطح معلوم باشد و تفاضل بین مربعین آنها مساوي مربع معلوم بود ❁ جواب درین سؤال هم مساحت معلوم را بر ضلع مربع قسمت کرده وخارج را یک ضلع و ضلع مربع را یک ضلع سطح

مفروضه قرار دادم وضلع مربع را ب وخارج را ج واعظم المجهولین را م واصغر المجهولین را ز فرض کردم پس معادلهٔ اولی م ز = ب ج ومعادلهٔ ثانیه م^{۲} − ز^{۲} = ب^{۲} شد بحسب السؤال وهرگاه معادلهٔ اولی را بر م قسمت نمودم ز = $\frac{ب ج}{م}$ گردید پس $\frac{ب ج}{م}$ را بجای ز درمعادلهٔ ثانیه قرار دادم پس معادلهٔ ثالثه م^{۲} − $\frac{ب^{۲} ج^{۲}}{م^{۲}}$ = ب^{۲} شد وچون معادلهٔ ثالثه را در م^{۲} ضرب نمودم معادلهٔ رابع م^{۴} − ب^{۲} ج^{۲} = ب^{۲} م^{۲} شد بلکه معادلهٔ رابعه م^{۴} − ب^{۲} م^{۲} = ب^{۲} ج^{۲} برآمد وچون مال المال درحقیقت مربع مال است ومقدار ب وج معلوم بود لهذا م^{۴} + $\frac{ب^{۴}}{۴}$ − ب^{۲} م^{۲} = $\frac{ب^{۴}}{۴}$ + ب^{۲} ج^{۲} شد وچون جذر آن گرفتم م^{۲} − $\frac{ب^{۲}}{۲}$ = $\sqrt{\frac{ب^{۴}}{۴} + ب^{۲} ج^{۲}}$ شد وچون $\frac{ب^{۴}}{۴}$ + ب^{۲} ج^{۲} درحقیقت مسطح ب^{۲} × ($\frac{ب^{۲}}{۴}$ + ج^{۲}) است وجذر مسطح المربعین مساوی مسطح الجذرین می شود کما ثبت فی الاصول درینصورت م^{۲} − $\frac{ب^{۲}}{۲}$ = ب × $\sqrt{\frac{ب^{۲}}{۴} + ج^{۲}}$ شد بلکه م^{۲} = $\frac{ب^{۲}}{۲}$ + ب × $\sqrt{\frac{ب^{۲}}{۴} + ج^{۲}}$ گردید فبالضرورة بموجب مسئلهٔ ثالثهٔ مفردات م = $\sqrt{\frac{ب^{۲}}{۲} + ب \times \sqrt{\frac{ب^{۲}}{۴} + ج^{۲}}}$ گردید درگاه مقدار م معلوم شد مساحت سطح مفروضه را بران قسمت کردم خارج مقدار ز برآمد * مثلاً اگر گوییم که سطح معلوم ۱۸۰ وعرض معلوم ۸۱ است پس $\frac{۱۸۰}{۸۱}$ = $\frac{۱۸۰}{۹}$ = ۲۰ پس ب = ۹ و ج = ۲۰ واینجا م = $\sqrt{\frac{۸۱}{۲} + ۹ \times \sqrt{\frac{۸۱}{۴} + ۴۰۰}}$ = $\sqrt{\frac{۸۱}{۲} + ۹ \times \sqrt{\frac{۸۱ + ۱۶۰۰}{۴}}}$ = $\sqrt{\frac{۸۱}{۲} + ۹ \times \sqrt{\frac{۱۶۸۱}{۴}}}$ = $\sqrt{\frac{۸۱}{۲} + ۹ \times \frac{۴۱}{۲}}$ = $\sqrt{\frac{۸۱ + ۳۶۹}{۲}}$ = $\sqrt{\frac{۴۵۰}{۲}}$ = $\sqrt{۲۲۵}$ = ۱۵ = ضلع اعظم و ز = $\frac{۱۸۰}{۱۵}$ = ۱۲ = ضلع اصغر وهو المطلوب *

فائدهٔ این مسئله دریافت شود که ضلع اعظم ازین م وزمین قائم الزاویه است که احد الضلعین آن ضلع مربع اعنی ب وضلع آخر آن وتر است چرا که بحسب مؤدی م^{۲} − ز^{۲} = ب^{۲}) است پس اگر مثلث مذکور را ا ب ج نموده ایم ا ی ب

= اب وق = حب و م = اح باشد ومثلثي ديگر اگح شبيه مثلث ابح) رسم كنم
بحيثيتيكه ضلع گب نظير ضلع بح و بح نظير با شود پس گح : بح
:: اح : اب خواهد شد درينصورت گح × اب = بح × اح و بح × اح
= م ق = اب × ح = م ح پس گح × اب = اب × ح بلكه $\frac{\text{گح} \times \text{اب}}{\text{اب}}$
= $\frac{\text{اب} \times \text{ح}}{\text{اب}}$ بحسب سؤال درينصورت گح = ح چون (اح)^{۲} = (بح)^{۲}
+ (اب)^{۲} اعني م^{۲} = ق^{۲} + م^{۲} وهمچنان (گا)^{۲} اعني (اب + گب)^{۲} = (گح)^{۲}
+ (اح)^{۲} اعني = ح^{۲} + م^{۲} ونيز (گح)^{۲} = (گب)^{۲} + (بح)^{۲} بلكه ح^{۲} = (گب)^{۲}
+ (بح)^{۲} وچون (گا)^{۲} = (گب)^{۲} + (اب)^{۲} + ۲ × گب × اب باعتبار
جزئين درينصورت (گب)^{۲} + (اب)^{۲} + ۲ × گب × اب = (اح)^{۲} اعني (اب)^{۲}
+ (بح)^{۲} + (گح)^{۲} اعني (گب)^{۲} + (بح)^{۲} = (گب + اب)^{۲} وبعد
اسقاط متداخلين ۲ × گب × اب = ۲ × (بح)^{۲} بلكه گب × اب =
(بح)^{۲} پس (گب)^{۲} + گب × اب اعني گا × گب = (گب)^{۲}
+ (بح)^{۲} اعني = (گح)^{۲} است مسئلهٔ هذا رجوع بسؤال ششم نمود
اعني (اب + گب) × گب بلكه اگ × گب = (گح)^{۲} اعني
(م + گب) × گب = ح^{۲} وهرگاه بموجب حل مسئلهٔ مذكوره مقدار گب براوردم
بحيثيتيكه (گح)^{۲} − (گب)^{۲} = ق^{۲} بلكه ح^{۲} − (گب)^{۲} = ق^{۲} و م − [م^{۲} + ق^{۲}] پس
بموجب سوال ششم [ح^{۲} + $\frac{\text{م}^{۲}}{۴}$] − $\frac{\text{م}}{۲}$ = گب مثلاً درمثال مذكور اب اعني م =
۹ و ح = ۲۰ فرض كنم درينصورت [۴۰۰ + $\frac{۸۱}{۴}$] − $\frac{۹}{۲}$ = گب بلكه [$\frac{۱۶۸۱}{۴}$] − $\frac{۹}{۲}$ =
$\frac{۳۲}{۲}$ = ۱۶ = گب پس ۴۰۰ − ۲۵۶ = ق^{۲} بلكه ۱۴۴ = ق^{۲} بلكه ۱۲ = ق و م = [۸۱ + ۱۴۴]
− [۲۲۵] = ۱۵ وهوالمطلوب هذه صورته ..... (شكل ۱۶۹)

سؤال هفتم اگر قطر دائره معلوم باشد وعمودي برطرفي ازان قطر قائم بود وبخواهم كه برخط

عمود نقطه فرض کنم که هرگاه ازان نقطه خطی بطرف آخر قطر بکشم قسم خارج دائره مساوي
مقدار خطی معلوم الطول باشد پس تعین نقطه مذکور چگونه توان نمود * جواب هرگاه بر قطر
اب که معلوم است نصف دائرهٔ رسم کنم و بر نقطهٔ ب عمود کب قائم سازم پس
زاویهٔ ب قائمه خواهد بود و هرگاه بر عمود کب نقطهٔ ء بصفت مذکور فرض کرده
خط ءا وصل کنم لامحاله ءبا مثلث قائم الزاویه حادث خواهد شد که یک ضلع
آن خط ءب و ضلع آخر با و وتر آن ءا باشد و نیز ءا محیط نصف دائره را تقاطع
خواهد بود بر نقطهٔ ي پس مقدار ي ا داخل دائره و مقدار ءي خارج دائره و مساوی
خط معلوم الطول خواهد بود و هرگاه ب ي را بالهم وصل کنم لامحاله در مثلث ب ي ا
زاویهٔ ي قائمه خواهد بود بموجب شکل ل من مقالهٔ ثالثهٔ اصول و هر دو مثلث اب ء
و ا ي ب متشابهین خواهند بود چراکه هر دو قائم الزاویه اند و زاویهٔ ا مشترک است پس اء : اب ::
اب : ا ي خواهد بود پس اب را که معلوم است ق فرض کردم و ءي را که
مساوي خط معلوم الطول است م و خط اء را مر فرض کردم پس مقدار ا ي = مر
− م شد و بموجب قاعدهٔ اربعهٔ متناسبه اء × ا ي = (اب)^۲ یعنی مر × (مر − م) =
ق^۲ یا که مر^۲ = م مر + ق^۲ چون مقدار م و ق عدد معلوم است پس بموجب مسئلهٔ ثالث
متنوعات مر = $\sqrt{\left(\frac{م}{۲} + ق^۲ + \frac{م^۲}{۴}\right)} + \frac{م}{۲}$ و هرگاه مقدار مر یعني اء که وتر مثلث قائم الزاویه
است معلوم شد پس $\left(\sqrt{\left(\frac{م}{۲} + ق^۲ + \frac{م^۲}{۴}\right)} - \frac{م}{۲}\right)^۲ - ق^۲ = (ب ء)^۲$ که مطلوب است خواهد بود *

فایده چون از نقطه ء گویا دو خط خارج شدند یکی خط ءب مماس دائره و عمود
بر قطر شد و دیگری خط ءا که خارج دائره است دائره را قطع کرده منتهي بطرف آخر
قطر است درینصورت بموجب شکل (نه) من ثالثهٔ اصول اء × ءي = (ءب)^۲
که مماس است خواهد بود و چون (اء)^۲ = اء × ءي + اء × ا ي = (ءب)^۲ + (اب)^۲
پس اء × ا ي = (ب ا)^۲ یا که مر^۲ − م مر = ق^۲ پس شکل هذا وجوع سؤال سادس مطلب
هذا نمود و نیز مطابق طریق اول شد فافهم * مثلاً اگر گوییم که ق = ۸۰ و م = ۳۶ پس

$\left[\text{ج}+\frac{\text{ص}^2}{4}\right]^{\frac{1}{2}}+\frac{\text{ص}}{2}=\text{م}$ اعني $\text{م}=\left[6400+324\right]^{\frac{1}{2}}+18=\left[6724\right]^{\frac{1}{2}}+18=82+18=$

$100=\text{ا ء}$ درينصورت $10000-6400=3600=(\text{ب ء})^2$ بلكه $60=\text{ب ء}$

و $82-18=64=\text{م}-\text{ص}=$ مقدار ا ي و $82+18=100=\text{ا ء}$ وهوالمطلوب

هذه صورته .....(شكل ۱۷۰)

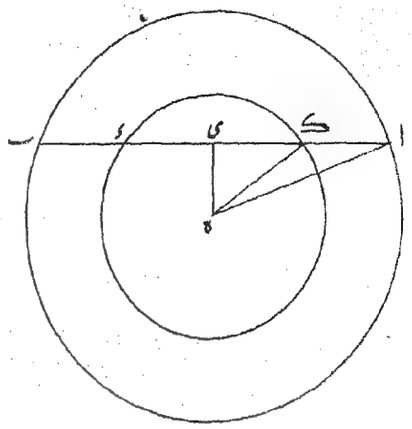
سؤال يازدهم اگر دو وتر كه دريك دائره متقاطع على القوائم ومعلوم القدر باشند و نيز مقدار بعد نقطهٔ تقاطع از مركز معلوم بود پس مي خواهم كه مقدار قطر دائره معلوم كنم ؛ جواب مثلا وترين متقاطعين ا ب و ك ء معلومين اند و ه مركز دائره و ي نقطهٔ تقاطع وترين است پس ه ي نيز معلوم خواهد بود بحسب سؤال واز مركز ه دو عمود اعني ه ف بر وتر ا ب و ه ح بر وتر ك ء خارج كنم و ا ه و ء ه را وصل كنم پس گويم كه چون عمود ه ف از مركز خارج شده است پس نقطهٔ ف منصف وتر ا ب وهمچنين نقطهٔ ح منصف وتر ك ء بشكل ح من ثالثهٔ اصول است وچون مثلث ا ف ه قائم الزاويه و ا ه وتر مثلث ونصف قطر دائره است پس $\text{ا ه}=\text{م}$ و $\text{ا ف}=\text{ص}$ و $\text{ح ء}=\text{ج}$ و $\text{ه ي}=\text{ط}$ فرض كردم وچون $\text{م}^2=\text{ص}^2+(\text{ه ف})^2$ پس $(\text{ه ف})^2=\text{م}^2-\text{ص}^2$ شد وهمچنين در مثلث ء ح ه چون ء ه نصف قطر ومساوي م است پس $(\text{ه ح})^2=\text{م}^2-\text{ج}^2$ گرديد وچون ه ح و ف ي ضلعين متقابلين متساويين اند لهذا در مثلث ه ف ي مجموع مربعين ضلعين اعني $(\text{ه ف})^2+(\text{ف ي})^2$ اعني $(\text{ه ف})^2+(\text{ه ح})^2=2\,\text{م}^2-(\text{ص}^2+\text{ج}^2)=\text{ط}^2$ پس بعد نقل مستثنى $2\,\text{م}^2=\text{ص}^2+\text{ج}^2+\text{ط}^2$ شد وهركاه رجوع بمال واحد كردم $\text{م}^2=\frac{\text{ص}^2+\text{ج}^2+\text{ط}^2}{2}$ گرديد وچون ص و ج و ط هرسه معلوم اند پس $\text{م}=\left[\frac{\text{ص}^2+\text{ج}^2+\text{ط}^2}{2}\right]^{\frac{1}{2}}$ كه نصف قطر است درينصورت ظاهر است كه مقدار تمام قطر $2\times\left[\frac{\text{ص}^2+\text{ج}^2+\text{ط}^2}{2}\right]^{\frac{1}{2}}$ خواهد شد * مثلا اگر مقدار وترين يكي ۳ و ديگر ۵ وبعد بين المركز ونقطهٔ تقاطع ۴ باشد چون $\text{ص}=\frac{3}{2}$ و $\text{ج}=\frac{5}{2}$ و $\text{ط}=4$

فرض کنم $\left(\frac{۳}{۲}\right)^۲ + \left(\frac{۵}{۲}\right)^۲ + (۴)^۲ = \frac{۹}{۴} + \frac{۲۵}{۴} + ۱۶ = \frac{۴۹}{۲}$ و $\frac{۴۹}{۲} \times ۲ = ۴۹$ و $\sqrt{۴۹} = ۷ =$

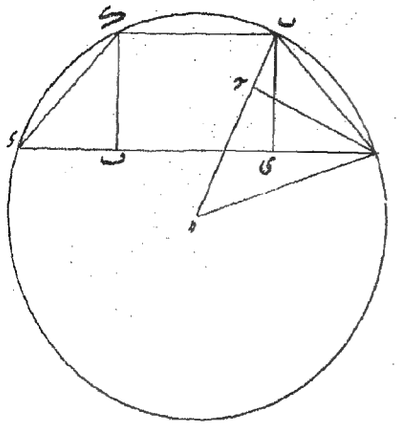
قطر دائره وهذه صورته ..... (شکل ۱۷۱)

تنبیه باید دانست که اگر در سؤال مقدار وترین و بعد مرکز بحیثیتی باشد که هرگاه بقاعدهٔ مذکور استخراج جذر نمایند اقل از احدی اعداد ما اعطاه السائل حاصل شود پس سؤال غلط خواهد بود * مثلاً اگر گویند مقدار یک وتر ۱۶ و دیگری ۴ و بعد بین المرکز و نقطهٔ تقاطع ۲) است پس مجموع مربعات ثلثه اعنی $\left(\frac{۱۶}{۲}\right)^۲ + \left(\frac{۴}{۲}\right)^۲ + (۲)^۲ = ۷۲$ و $\sqrt{۷۲ \times ۲} = \sqrt{۱۴۴} = ۱۲$) از انجا که مقدار احد الوترین از ربعی اعطای سائل ۱۶) است درینصورت ممکن نیست که مقدار قطر ۱۲ باشد پس معلوم شد که سؤال سائل غلط است * سؤال دوازدهم اگر دو دائره متحد المرکز و معلومة القطر باشند و بخواهیم که وتر هر دو دائره علی الانطباق بکشم اعنی وتر دائرهٔ صغری منطبق بر وتر دائرهٔ عظمی بود خواه بالعکس و نسبت آن هر دو وتر نسبت معلومه بود اعنی مثل نسبت س الی ز پس مقدار هر دو وتر چه خواهد بود * جواب اگر مرکز هر دو دائره ه بود و نصف قطر دائرهٔ عظمی ح و نصف قطر دائرهٔ صغری را ط فرض کنم و وتر دائرهٔ عظمی اب و وتر دائرهٔ صغری جد بود پس نسبت اب بطرف جد مثل نسبت س الی ز خواهد بود بحسب السؤال و خروج از نقطه ه عمود بر وترین بکشم لامحاله ه ی عمود بر هر دو خواهد بود بسبب انطباق و نقطهٔ ی منصف وترین خواهد شد بشکل ح من ثالثة الاصول پس ه ی را مرفوض کنم و چون ه ا و ه جد را وصل کنم پس هر دو مثلث ه ی جد و ه ی ا قائم الزاویه خواهند بود و چون ح² = (ا ی)² + (ه ی)² بشکل عروس پس ح² − م² = (ا ی)² اعنی مربع نصف وتر عظمی و همچنین (جد ی)² = ط² − م² خواهد بود و چون نسبت انصاف مثل نسبت اضعاف است درینصورت ح² − م² : ط² − م² :: س² : ز² فبالمساواة اربع مناسب ز² ح² − ز² م² = س² ط² − س² م² خواهد بود و چون ز و س و ط معلوم العدد اند درینصورت م = $\sqrt{\frac{س^۲ ط^۲ - ز^۲ ح^۲}{س^۲ - ز^۲}}$ خروج مقدار م معلوم شد م² = $\frac{س^۲ ط^۲ - ز^۲ ح^۲}{س^۲ - ز^۲}$ = (ا ی)² و ح² − $\frac{س^۲ ط^۲ - ز^۲ ح^۲}{س^۲ - ز^۲}$

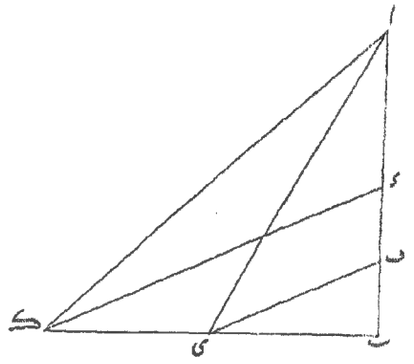
شکل ۱۷۲ صفحه ۵۹۱



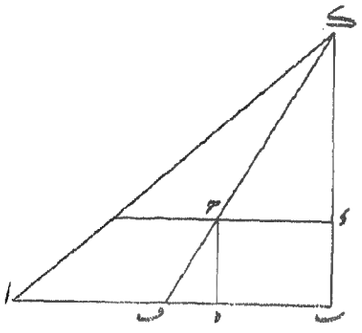
شکل ۱۷۳ الف صفحه ۵۹۳



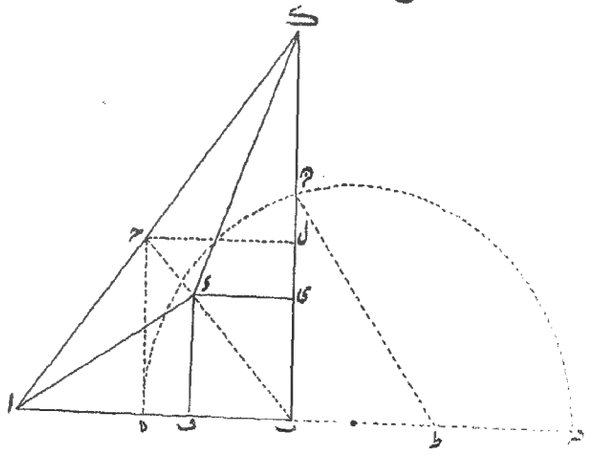
شکل ۱۷۴ صفحه ۵۹۵



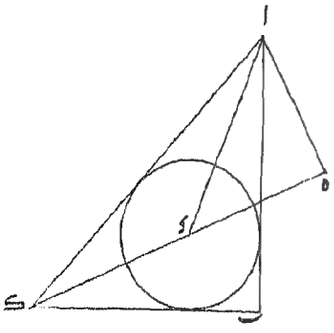
شکل ۱۷۵ صفحه ۵۹۶



شکل ۱۷۶ صفحه ۵۹۷



شکل ۱۷۷ صفحه ۶۰۲



= (ك ي)² * مثلاً اگر گوییم که ص = ۸۰ و ن = ۶۰ و س = ۱۶ و ق = ۹) است درینصورت

$$\frac{\text{ه}١٨٤٠٠ - ٩٢١٦٠٠}{٨١ - ٢٥٦} = \frac{٤٠٣٢٠٠}{١٧٥} = \text{م}^{٢} \text{ و } ٣٦٠٠ - ٢٣٠٤ = ١٢٩٦ = (\text{ك ي})^{٢}$$

و ۶۴۰۰ − ۲۳۰۴ = ۴۰۹۶ = (ا ي)² پس م = ۴۸ و ك ي = ۳۶ و ا ي = ۶۴

فافهم هذه صورته ..... (شکل ۱۷۲)

سؤال سیزدهم اگر دائرهٔ عظیمه معلومة القطر باشد و می خواهم که دران سه دائرهٔ متساویهٔ خرد بکشم بحیثیتیکه آن هرسه باهم متساویه و متماسه باشند و نیز دائرهٔ عظیمه را هرسه تماس کنند پس نصف قطر دائرهٔ صغیره چه خواهد بود جواب مثلاً مرکز دائرهٔ عظیمه ه و مرکزهای دوائر صغیره ك) ب) ا باشند و هرسه مرکز را باهم وصل کنم پس مثلثی متساوی الاضلاع حادث خواهد شد که هرضلع او مساوی قطر دائرهٔ صغیره باشد چراکه بموجب شکل (یا) من ثالثة الاصول خط ما ربمرکزین دائرتین متماستین بنقطهٔ تماس مرور می کند و هرگاه برخط ك ا از نقطهٔ ب عمود خارج کنم لا محاله عمود ب ا ي منصف ك ا خواهد بود بسبب تساوي ضلعین و اگر از نقطهٔ ا عمود بر ب ك خارج گردد خط ب ك را بر نقطهٔ ء تنصیف خواهد نمود و هرد و عمود لا محاله بنقطهٔ ه که مرکز دائرهٔ عظیمه است مرور خواهد نمود بشکل ح من ثالثة اصول پس مثلث ب ك ي و ب ه ء قائم الزاویه و متشابهین خواهند بود بسبب تساوي زوایا چراکه زاویهٔ ي و زاویهٔ ء قائمتین اند و زاویهٔ ب مشترک و چون ك ي نصف ب ك وتر است بسبب تساوي ب ك ك ا پس ه ء هم نصف ه ب وتر خواهد بود پس نصف قطر دائرهٔ عظمی اعني ه ل را که مرور بنقطهٔ ب کرده است ص فرض کردم و نصف قطر دائرهٔ صغیره را م پس مقدار ه ب = ص − م شد و چون (ص − م)² = (ه ء)² + (ب ء)² و چون ه ء = $\frac{\text{ه ب}}{٢}$ پس

$$(\text{ه ء})^{٢} = \left(\frac{\text{ه ب}}{٢}\right)^{٢} = \frac{(\text{ص} - \text{م})^{٢}}{٤} \text{ گردید و ازین سبب } \text{م}^{٢} = (\text{ص} - \text{م})^{٢} - \frac{(\text{ص} - \text{م})^{٢}}{٤}$$

وچون $(\text{ص} - \text{م})^{٢} = \text{ص}^{٢} + \text{م}^{٢} - ٢\text{ص م}$ است پس $\text{م}^{٢} = \text{ص}^{٢} + \text{م}^{٢} - ٢\text{ص م} - \frac{\text{ص}^{٢} + \text{م}^{٢} - ٢\text{ص م}}{٤}$

$= ۳ \times \frac{ص^۲ + م^۲ - ۲ ص م}{۴} = \frac{۳ ص^۲}{۴} + \frac{۳ م^۲}{۴} - \frac{۳ ص م}{۲}$ بلکه $\frac{م^۲}{۴} = \frac{۳ ص^۲}{۴} - \frac{۳ ص م}{۲}$ بلکه $م^۲ =$ $۳ ص^۲ - ۶ ص م$ شد و بموجب مسئلهٔ اولی از مقترنات $م = \sqrt{۱۲ ص^۲} - ۳ ص$ شد وچون مقدار $ص$ معلوم است پس مقدار $م$ نیز معلوم شود ونیز میگوییم که چون جذر مسطح المربعین مساوی مسطح الجذرین است و $\sqrt{۱۲} = ۳ \frac{۴۶۴}{۱۰۰۰}$ است تقریبا پس $م = ص \times (۳ + \frac{۴۶۴}{۱۰۰۰}) - ۳ ص$ شد وگویا در حقیقت $م = ص \times \frac{۴۶۴}{۱۰۰۰}$ گردید * مثلاً اگر گوییم که $ص = ۹$ درینصورت مقدار نصف قطر دائرهٔ صغیره $۴ \frac{۱۷۶}{۱۰۰۰}$ خواهد بود وهذه صورته (شکل ۱۷۳)

سؤال چهاردهم اگر مقدار دو وتر دو قوس که از یک دائره اند معلوم باشد ونسبت بین القوسین نسبت واحد الی ۳ بود پس مقدار نصف قطر آن دائره چه خواهد بود * جواب مثلا دائرهٔ اب جد ه فرض کنم که مرکز آن ه ووترین معلومین اد واب وقوسین اب د واب جز وکل باشد پس قوس ب د را بنقطهٔ ج تنصیف سازم چراکه نسبت قوس اب د بطرف اب مثل نسبت ۳) الی واحد است پس ب د لامحاله ضعف اب باشد وهرگاه بر وتر اد از نقطهٔ ج واز نقطهٔ ب دو عمود جف وب ی بکشم پس ی ف مواری ومساوی ب ج اعنی اب خواهد بود و اي و د ف هردو متساویین خواهند بود بسبب مساوات جف وجد از مثلث جف د با ب ي وب ا) از مثلث ب ي ا وتساوي زاویهٔ ف وزاویهٔ ي که هردو قائمه اند وهرگاه از نقطهٔ ه که مرکز است دو خط ه ب وه ا وصل کنم وبر خط ه ب عمود اح برآرم واب = ص واه = ح فرض کنم که آن هردو معلوم اند وه ب را که مساوي ه ا ونصف قطر است م فرض نمایم پس گوییم که چون (اي + د ف = اد − اب است اعني $ح - ص$ پس اي = $\frac{ح - ص}{۲}$ گردید وچون بشکل (یط) من ثالثهٔ اصول ثابت است که زاویهٔ مرکزیه ضعف زاویهٔ محیطیه می باشد درینصورت زاویهٔ اهب که مرکزیه است ضعف زاویهٔ محیطیه که مقارن آن اب باشد خواهد بود پس زاویهٔ ب اد بلکه زاویهٔ ب اي که زاویهٔ محیطیه ومقدار ب د که ضعف اب است مساوي زاویهٔ ه ج

مرکزیه است گردید وچون زاویهٔ ي وزاویهٔ ح قائمه‌اند درینصورت مثلث ا ه ح
وا ب ي متشابهین شدند پس ا ب : ا ي :: ا ه : ه ح بلکه د : $\frac{ج - د}{٢}$ :: م : ه ح
درینصورت د × ه ح = $\frac{ج - د}{٢}$ × م گردید وهرگاه این معادله را بر د قسمت کردم
ه ح = $\frac{(ج - د) \times م}{٢د}$ گردید وچون (ا ب)^{٢} = (ا ح)^{٢} + (ب ح)^{٢} بشکل عروس چراکه
مثلث ا ح ب قائم الزاویه واقع شده و(ا ح)^{٢} − (ا ه)^{٢} = (ه ح)^{٢} چراکه در مثلث ا ح ه
(ا ه)^{٢} = (ا ح)^{٢} + (ه ح)^{٢} و(ب ح)^{٢} اعني (ه ب − ه ح)^{٢} = (ب ه)^{٢} + (ه ح)^{٢}
− ٢ (ب ه × ه ح) درینصورت (ا ب)^{٢} اعني د^{٢} = ٢ م^{٢} − $\frac{(ج - د) \times م^{٢}}{د}$ که عبارت
از (ا ه)^{٢} + (ب ه)^{٢} − ٢ ب ه × ه ح است گردید بشکل ح من ثانیة الاصول بلکه د^{٣} =
٢ د × م^{٢} − (ج − د) × م^{٢} اعني د^{٣} = ٣ د × م^{٢} − ج م^{٢} وهرگاه معادلهٔ مذکور را بر ٣ د − ج
قسمت کردم م^{٢} = $\frac{د^{٣}}{٣د - ج}$ ماند پس م = $\sqrt{\frac{د^{٣}}{٣د - ج}}$ گردید ونیز چون جذر مسطح
المربعین مساوي مسطح الجذرین است گویا م = د $\sqrt{\frac{د}{٣د - ج}}$ است وبهرکیف چون
مقدار د وج معلوم است پس مقدار م نیز معلوم شود وهوالمطلوب *

فائده ازین معادله ظاهر است که مقدار م اعني نصف القطر ومقدار ج اعني وتر
اعظم معلوم باشد پس مقدار د اعني وتر ثلث قوس نیز معلوم مي توان کرد لیکن طریق
آن انشاء الله تعالی بعد ازین گفته شود وهذه صـــــــــــــــورته (شکل ۱۷۳)
سؤال پانزدهم اگر دو خط از هر دو زاویهٔ وتریهٔ مثلث قائم الزاویه که حادثین اند بر منصف
هر دو ساق مثلث مذکور که ضلعین موترین زاویتین مذکورین اند خارج کرده شوند ومقدار
طول آن هر دو خط معلوم باشد پس مقدار هر سه اضلاع مثلث چه خواهد بود ؛ جواب مثلا
مثلث ا ب ک باشد وزاویهٔ ب قائمه وخط ا ي خارج از زاویهٔ ا برضلع ک ب
ومنتهي بر نقطهٔ ي ومنصف ک ب باشد وهمچنین خط ک ء خارج از زاویهٔ ک
برضلع ا ب ومنتهي بر نقطهٔ ء ومنصف ا ب بود وهر دو معلوم باشند پس اگر خط ا ي را د

وکء را ج فرض کنم و ب ء راکه نصف ا ب بحسب السؤال است م فرض نمایم
وچون (کء)^۲ اعني ج^۲ = (کب)^۲ + (ب ء)^۲ چراکه مثلث کب ء
قائم الزاویه واقع شده و ب ء عبارت از م است درینصورت (کب)^۲ = ج^۲ − م^۲
شد وچون ب ي = ب ک / ۲ است ومربع نصف عدد مساوي ربع مربع عدد است
درینصورت (ب ي)^۲ = (ج^۲ − م^۲) / ۴ گردید وچون (ا ي)^۲ = (ا ب)^۲ + (ب ي)^۲ است
بشکل عروس اعني ط^۲ = ۴ م^۲ + (ج^۲ − م^۲) / ۴ واین معادله را هرگاه درچهار ضرب نمودم ۴ ط^۲ = ۱۵ م^۲
+ ج^۲ شد بلکه م^۲ = (۴ ط^۲ − ج^۲) / ۱۵ پس م = [(۴ ط^۲ − ج^۲) / ۱۵]^۲ = ب ء پس ۲ م = ۲ × [(۴ ط^۲ − ج^۲) / ۱۵]
= ا ب و ط^۲ − (ا ب)^۲ = (ب ي)^۲ = (ب ک / ۲)^۲ پس ب ک نیز معلوم می شود
پس ضرورة کا هم معلوم خواهد شد وبطریق دیگر اگر خط ي ف موازي کء
خارج کنم هرآینه ب ف = ب ء / ۲ = ب ا / ۴ خواهد بود چراکه در مثلث کب ء
نقطهٔ ي منصف کب است پس جمیع اضلاع مثلث ي ب ف مساوي نصف
اضلاع مثلث کب ء خواهد بود وهردو مثلث متشابهین اند درینصورت ي ف
م = کء / ۲ اعني ج / ۲ معلوم بود وچون ط^۲ = (ا ب)^۲ + (ب ي)^۲ و (ي ف)^۲
اعني ج^۲ / ۴ = (ب ي)^۲ + (ب ف)^۲ و (ب ف)^۲ = (ا ب)^۲ / ۱۶ چراکه ب ف =
ا ب / ۴ درینصورت ط^۲ − ۱/۴ ج^۲ = ۱۵ (ا ب)^۲ / ۱۶ وچون (ا ب)^۲ / ۱۶ = (ب ء)^۲ / ۴ = م^۲ / ۴ پس ط^۲
− ۱/۴ ج^۲ = ۱۵/۴ م^۲ بلکه (۴ ط^۲ − ج^۲) / ۱۵ = م^۲ چنانکه درطریق اول بود * مثالش اگر گوییم که
ط = ۲۵ و ج^۲ = ۷۳ پس [(۲۰۸ − ۷۳) / ۱۵] = [۱۳۵ / ۱۵] = ۹ = ۳ = م = ا ب / ۲ پس ا ب
= ۶ درینصورت ۲۵ − ۳۶ = ۱۶ = (ب ک / ۲)^۲ پس ۴ = ب ک / ۲ و ۸ = ب ک

و√(۶۴+۱۶) = √(۱۰۰) = ۱۰ = اک وهذه صورته (شکل ۱۷۴)

سؤال شانزدهم اگر احد الضلعین مثلث قائم الزاویه را که اضلاع ا ومعلوم اند قاعده فرض کرده شود وخطي معلوم الطول ومعلوم الوضع موازي قاعده درمیان مثلث مذکور باشد پس اگر خواهم خطی ازرأس المثلث اعني زاویه که وترآن قاعده است بطرف قاعده بکشم بحیثیتیکه مقداری ازان که محصور بین الخط الموازي والقاعده است مساوي قسمی ازان خط موازی القاعده باشد که بسبب تقاطع آن خط منقسم گردیده پس مقدار آن قسم ازخط موازي قاعده چه خواهد بود ؛ جواب اگر در مثلث اب ک زاویهٔ ب قائمه بود واب راقاعده فرض کرده خط ي ء موازي قاعده بکشم وازنقطهٔ ک که رأس المثلث است خط کف خارج کنم که ي ء رابرنقطهٔ ح تقاطع کند و حف مساوي حي باشد پس ازنقطهٔ ح عمود حه بر اب خارج کنم لامحاله مثلث حهف مشابه مثلث کء ح خواهد بود و حه موازي ومساوي ء ب خواهد افتاد وچون مقدار خط اب وکب ازمثلث اعظم ومقدار خط ء ي که موازي قاعده است معلوم است بحسب سؤال ونیز مقدار کء و ء ب معلوم است ضرورة چراکه مثلث اب ک ومثلث ي ء ک متشابهین اند وهرگاه ضلع اب وب ک ازمثلث اعظم وضلع ي ء ازمثلث اصغر معلوم است پس ازروی اربعهٔ متناسبه ضلع ء ک نیزازمثلث اصغر معلوم شود وازان مقدار ء ب نیزحاصل گردد پس ي ء را م و ء ک را ن و ء ب اعني حه را ط فرض کنم و حي را م تعبیر نمایم چون مثلثین کء ح و حه ف متشابهین اند پس کء : ء ح :: حه : هف اعني ن : م − م :: ط : هف پس ن × هف = ط × (م − م) بلکه هف = (ط × (م − م)) / ن وچون (حف)² بل (حي)² اعني م² = (حه)² اعني ط² + (هف)² اعني (ط² × (م − م)²) / ن² بدینصورت م² = ط² + (ط² × (م − م)²) / ن² بلکه ن² م² = ط² ن² + ط² × (م − م)² وچون (م − م)² = م² + م² − ۲ م م

درینصورت معادلهٔ مذکور $ج^2 م^2 = ط^2 ج^2 + ط^2 ص^2 + ط^2 م^2 - ط^2 \times ٢ ص م$ بلکه $ج^2 م^2 - ط^2 م^2 +$
$٢ ط^2 ص م = ط^2 ج^2 + ط^2 ص^2$ واین رابر $ج^2 - ط^2$ قسمت نمودم $م^2 + \frac{٢ ص ط^2 م}{ج^2 - ط^2} = \frac{ط^2 ج^2 + ط^2 ص^2}{ج^2 - ط^2}$
وچون مقدار ط و ص و ج معلوم است پس درحقیقت گویا مال وشي مقابل عدد شد پس $م^2 +$
$\frac{٢ ص ط^2 م}{ج^2 - ط^2} + \frac{ص^2 ط^2}{(ج^2 - ط^2)} = \frac{ط^2 ج^2 + ط^2 ص^2}{ج^2 - ط^2}$ پس $م^2 + \frac{ص^2 ط^2}{(ج^2 - ط^2)} + \frac{ط^2 ج^2 + ط^2 ص^2}{ج^2 - ط^2} = \frac{ص ط}{ج^2 - ط^2}$
وهرگاه مقسوم علیه تحت علامت جذر را اعني $ج^2 - ط^2$ را ازیک مخرج مشترک گرفتم اعني
$(ج^2 - ط^2)$ پس ضرورة $\frac{ط^2 ج^2 + ط^2 ص^2}{ج^2 - ط^2}$ را در $ج^2 - ط^2$ ضرب ساختم تا قسمت مساوي آید پس
$م^2 + \frac{ص^2 ط^2}{ج^2 - ط^2} = \frac{ط^2 ج^2 - ط^2 ص^2 + ط^2 ج^2 - ط^2 ص^2}{(ج^2 - ط^2)}$ بلکه $م^2 + \frac{ص^2 ط^2}{ج^2 - ط^2} =$
$\frac{ط^2 ج^2 + ط^2 ج^2 - ط^2 ص^2}{(ج^2 - ط^2)}$ وهرگاه جذر تحت علامت را منقسم بمضروبین ساختم اعني احد
المضروبین $(ج ط)$ درینصورت $م^2 + \frac{ص^2 ط^2}{ج^2 - ط^2} = (ج ط) \frac{ط^2 + ج^2 - ص^2}{ج^2 - ط^2}$ بلکه $م =$
$ج ط \frac{ط^2 + ج^2 - ص^2}{ج^2 - ط^2}$ * مثلاً اگر در مثلث اب جـ ضلع اب = ١٢ وضلع ب جـ = ٩
وخط د ي موازي قاعده اعني ص = ٧ پس ضرورة خط د جـ اعني ج = ٦ خواهد بود
وخط د ب اعني ط = ٣ چون $\frac{ط^2 + ج^2 - ص^2}{ج^2 - ط^2}$ اعني $\frac{٩١}{٩} = ٩\frac{٥}{٩}$ تقریبا پس $٩\frac{٥}{٩} \times ج ط$
$= ٩\frac{٥}{٩} \times ١٨ = ١٧٢$ و $١٧٢ - ص ط = ١٧٢ - ٧٢ = ١٠٠$ و $١٠٠ \div (ج^2 - ط^2)$ بلکه $١٠٠ \div$
$٢٧ = ٣\frac{١٩}{١٧} = م$ = ي ح = ح ف ویز باید دانست اگر بموجب معادلهٔ سابق که $م^2 +$
$\frac{٢ ص ط \times م}{ج^2 - ط^2} = \frac{ط^2 ج^2 + ط^2 ص^2}{ج^2 - ط^2}$ شده بود درینصورت بحسب فرض الاعداد $م^2 + ٥\frac{١}{٢} م = ٣٣\frac{١}{٢}$
شد پس بموجب مسئلهٔ اولای مقترنات $(\frac{٥}{٢})^2 + \frac{١٠٠}{٣} = \frac{٦٤}{٩} + \frac{١٠٠}{٣} = \frac{٣٦٤}{٩}$ و
$\left[\frac{٣٦٤}{٩}\right] - \frac{١٨}{٢٧}$ ٢ بلکه $٦\frac{١٠}{٢٧} - \frac{١٨}{٢٧}$ ٢ $= ٣\frac{١٩}{٢٧} = م$ فافهم هذه صورته (شکل ١٧٥)

تنبیه باید دانست که این سؤال مبتنی بران است که مقدار ء ب اعنی ط اقل از ح ي اعنی ح ف که م باشد پس ضرور است که ء ي لامحاله از ء ب زائد باشد واگر ء ي مساوي ء ب خواه اقل از ء ب بود سؤال غلط خواهد بود فتامل ❁ سؤال هفدهم اگر مقدار مربع مرسوم داخل مثلث معلوم قائم الزاویه مساوي مثلث حادثه فی المثلث المذکور که باخراج خطین از دو طرف وتر قائمه که ملاقي برزاویهٔ مربع شوند باشد پس مقدار ضلع آن مربع چه خواهد بود ❊ جواب اگر مثلث قائم الزاویه ا ب ک باشد وزاویهٔ ب قائمه بود ومربع ب ي ء ف باشد پس ضلع ب ک را ء و ب ا را ع وضلع مربع را م فرض نمایم پس لامحاله ک ي = ء − م و ف ا = ع − م خواهد بود وچون مثلث ا ب ک منقسم بسه مثلث ویک مربع شده که یک مثلث ک ي ء قائم الزاویه ویک مثلث ء ف ا قائم الزاویه ویک مثلث ک ء ا که مساوي مربع ب ي ء ف است وضلع ء ي در مثلث ک ي ء وهمچنین ضلع ء ف در مثلث ء ف ا مساوي ضلع م است بحسب السؤال ومساحت مثلث ک ي ء = ء ي × $\frac{\text{ک ي}}{۲}$ اعني م × $\frac{\text{ء} - \text{م}}{۲}$ = $\frac{\text{ء م} - \text{م}^۲}{۲}$ باشد خواهد بود وهمچنین مساحت مثلث ء ف ا = ء ف × $\frac{\text{ا ف}}{۲}$ اعني م × $\frac{\text{ع} - \text{م}}{۲}$ = $\frac{\text{ع م} - \text{م}^۲}{۲}$ است خواهد بود وچون مثلث ک ء ا = مربع ب ي ء ف اعني م^۲ است پس مساحت مثلث ا ب ک اعني ا ب × $\frac{\text{ب ک}}{۲}$ که عبارت از $\frac{\text{ء} \times \text{ع}}{۲}$ = مجموع م^۲ + هرسه مثلثات کردید بدینصورت ۲ م^۲ + $\frac{\text{ء م} - \text{م}^۲}{۲}$ + $\frac{\text{ع م} - \text{م}^۲}{۲}$ = $\frac{\text{ء} \times \text{ع}}{۲}$ بلکه م^۲ + $\frac{\text{ء} + \text{ع}}{۲}$ × م = $\frac{\text{ء ع}}{۲}$ وچون مقدار ء و ع معلوم است پس رجوع بمسئلهٔ اولای مقترنات نمود درینصورت م = $\left[\left(\frac{\text{ء} + \text{ع}}{۴}\right)^۲ + \frac{\text{ء ع}}{۲}\right]$ − $\frac{\text{ء} + \text{ع}}{۴}$ وهو المطلوب وهذه صورته ..... (شکل ۱۷۶)

وبطریق دیگر این ضعیف می گوید که زاویهٔ ب را که قائمه است تنصیف نموده بخط ب ء

وصل کنم درینصورت مثلث ک ب ا منقسم بسه مثلث خواهد شد یکی مثلث ک ب ء
دوم مثلث ب ء ا سوم مثلث ک ء ا وچون خط ء ي و ء ف که مساوي ضلع مربع
است در مثلث ب ء ک ومثلث ب ء ا عمود واقع شده اند درینصورت مساحت
مثلث ب ء ک = ء ي × $\frac{\text{ب ک}}{۲}$ اعني م × $\frac{۳}{۲}$ ومساحت مثلث ب ء ا = ء ف
× $\frac{\text{ب ا}}{۲}$ اعني م × $\frac{ع}{۲}$ ومساحت مثلث ک ء ا = مربع مفروضه اعني = م^۲ است
ومجموع مساحت هرسه مثلثات مساوي مساحت مثلث ک ب ا اعني $\frac{م \times ع}{۲}$ پس
معادله مذکور بدینصورت شد م^۲ + $\frac{(م+ع)}{۲}$ × م = $\frac{م \times ع}{۲}$ ورجوع بعینه بمعادله بطریق اول
گردید وصورتیکه م* وبطریق دیگر اگر خط ب ء را الخراج کنم وبنقطه ح برخط ک ا منتهي
سازم وازنقطه ح عمود ح ه برخط ب ا وعمود ح ل برخط ک ب خارج نمایم
درینصورت ح ه و ه ب و ح ل و ب ل متساوی خواهند بود چراکه اضلاع مربع
ح ه ب ل اند پس می گوییم که خط ب ح مثلث ک ب ا منقسم بدو مثلث گردیده
یکي مثلث ک ب ح دوم مثلث ا ب ح وهمچنین خط ء ح مثلث ک ء ا منقسم
بدو مثلث شد یکي ک ء ح دوم مثلث ا ء ح وچون مثلث ک ب ح و ک ء ح
متساوي الارتفاع اند چراکه هرد ه ضلع ب ح را درمثلث ک ب ح وضلع ء ح را
درمثلث ک ء ح قاعده فرض کرده از زاویه ک عمود خارج کنم عمود هردو مثلث واحد
ومتطبق خواهند بود وهمچنین ازمثلث ا ب ح و ا ء ح اگر ب ح و ء ح را قاعده
فرض کرده اززاویه ا عمود خارج کند متساوي الارتفاع خواهند بود درینصورت نسبت
مثلث ک ب ح بطرف مثلث ک ء ح وبرنسبت مثلث ا ب ح بطرف مثلث
ا ء ح مثل نسبت ب ح بطرف ء ح که قاعده اند خواهند بود بشکل اول مقاله سادسهٔ
اصول پس نسبت مجموع مثلث ب ک ح و ا ب ح اعني مثلث ک ب ا بطرف
مجموع ک ء ح و ا ء ح اعني ک ء ا مثل نسبت ب ح بطرف ء ح است وچون مثلث
ح ه ب و ء ف ب متشابهین اند نسبت ه ب بطرف ه ف بمثل نسبت ب ح

بطرف ء ح است چراکه بموجب شکل ب مقالهٔ سادسهٔ اصول در مثلث ح ه ب خط ء ف ضلع ب ه و ب ح را علی نسبت واحده منقسم ساخته است وچون خط ب ا بسبب عمود ح ه منقسم بدوقسم ب ه و ه ا گردیده پس ک ب × ا ب = ک ب × ب ه + ک ب × ه ا است وچون مثلث ک ب ا ومثلث ح ه ا متشابهین اند درینصورت نسبت ک ب بطرف ا ب مثل نسبت ح ه اعني ه ب بطرف ه ا است کل لنظیره پس ک ب × ه ا = ه ب × ا ب شد وازین بیان ه ب × (ا ب + ب ک) = ا ب × ب ک گردید پس مقدار ه ب = $\frac{\text{ب ا} \times \text{ب ک}}{\text{ا ب} + \text{ب ک}}$ شد اعني ه ب = $\frac{\text{م} \times \text{ع}}{\text{م} + \text{ع}}$ شد درینصورت ه ف = $\frac{\text{م} \times \text{ع}}{\text{م} + \text{ع}}$ − م وچون بالامذکور شد که مثلث ا ء ک : ا ب ک اعني ه ب × $\frac{\text{ا ب} + \text{ب ک}}{2}$ :: ه ف : ه ب است پس بالاربعهٔ متناسبه ه ب × ا ء ک = ه ف × ه ب × $\frac{\text{ا ب} + \text{ب ک}}{2}$ شد وچون این معادله را بر ه ب قسمت نمودم ا ء ک = ه ف × $\frac{\text{ا ب} + \text{ب ک}}{2}$ اعني م² = $\frac{\text{م} \times \text{ع}}{2}$ − $\frac{\text{م} + \text{ع}}{2}$ × م وبلکه م² + $\frac{\text{م} + \text{ع}}{2}$ × م = $\frac{\text{م} \times \text{ع}}{2}$ پس هم رجوع بطریق اول نمود وصورته ما مر * وطریق دیگر اگر خط ا ب را بقدر $\frac{\text{ا ب} + \text{ب ک}}{2}$ تا ق خارج کنم وبر قطر ه ق نصف دائرهٔ رسم کنم لامحاله ب ک را بر نقطهٔ ق تقاطع خواهد نمود واز منصف ب ق خط ط ق وصل کنم پس گویم که خط ق ف منقسم بدوقسم است بحیثیتیکه مسطح حد القسمین اعني ب ق بلکه $\frac{\text{ا ب} + \text{ب ک}}{2}$ × ه ف که خط آخر است = (ب ف)² قسم آخر است درینصورت مسئلهٔ هذا رجوع بسؤال سابع نمود وچون بموجب شکل (لد) مقالهٔ ثالثهٔ اصول ثابت است که اگر وترین متقاطعین باشند مسطح قسمین یک وتر مساوي مسطح قسمین وتر آخر خواهد بود وچون درین شکل خط ب ق فی الحقیقت نصف وتر است

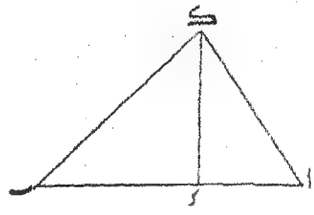
که ف ه قطر را بر نقطهٔ ب تقاطع نموده پس ب ف × ب ه = (ب ج)^۲ است و در مثلث
ج ب ط که قائم الزاویه است یک ضلع ب ج و ضلع دوم $\frac{\text{ب ق}}{۲}$ اعنی ب ط واقع شده
پس (ط ج)^۲ = (ب ج)^۲ + $\left(\frac{\text{ب ق}}{۲}\right)^۲$ شد و چون بموجب سؤال سابع ظاهر است که خط ط ج
= $\frac{\text{ب ف}}{۲}$ است و چون مقدار ط ج معلوم شد پس مقدار ب ف اعنی م هم که ضلع
مربع است معلوم شود چراکه (ب ج)^۲ = ب ف × ب ه = $\frac{\text{ا ب × ب ک}}{۲}$ = $\frac{\text{م × ع}}{۲}$
است و $\left(\frac{\text{ب ف}}{۲}\right)^۲$ = $\left(\frac{\text{م + ع}}{۴}\right)^۲$ درینصورت ط ج = $\left[\frac{\text{م × ع}}{۲} + \left(\frac{\text{م + ع}}{۴}\right)^۲\right]$ شد و هرگاه
ازان $\frac{\text{ب ف}}{۲}$ ساقط کردم باقی مقدار ب ف اعنی م ماند پس م = $\left[\frac{\text{م × ع}}{۲} + \left(\frac{\text{م + ع}}{۴}\right)^۲\right]$
− $\frac{\text{م + ع}}{۴}$ ماند و این بعینه صورت طریق اول است و صورت کار م * مثالش اگر گوییم ضلع
مثلث قائم الزاویه ا ب = ۱۲ = ع و ب ک = ۱۶ = م است درینصورت بهمه طریق
چون $\frac{\text{م × ع}}{۲}$ = ۹۶ و $\left(\frac{\text{م + ع}}{۴}\right)^۲$ = ۴۹ و جذر مجموع اعنی $\left[\frac{\text{م × ع}}{۲} + \left(\frac{\text{م + ع}}{۴}\right)^۲\right]$ = [۱۴۵ =
۱۲ $\frac{۱}{۲۵}$] است و چون $\frac{\text{م + ع}}{۴}$ = ۷ بود هرگاه انرا ساقط کردم پس م = ۵ $\frac{۱}{۲۵}$ ماند *
سؤال هجدهم اگر وتر مثلث قائم الزاویه معلوم باشد و نیز قدر تفاضل بین خطین که از هر دو
زاویهٔ وتریه خارج شده بر مرکز دایره داخل مثلث مذکور ملاقی شده اند معلوم بود پس
مقدار ضلعین مثلث مذکور چه خواهد بود * جواب اگر مثلث قائم الزاویه ا ب ک و زاویهٔ
ب قائمه بود و وتر ا ک معلوم است و مرکز دایره داخل مثلث ه باشد و خطین خارجین
من الزاویتین الوتریتین ا ه و ک ه و خط ا ه اطول از ه ک باشد و قدر تفاضل معلوم بحسب
سؤال و درینصورت ا ک وتر مثلث قائم الزاویه را که معلوم است م و خط ا ه را م و
ه ک را ن و قدر تفاضل را که م − ن است م فرض معلوم پس گوییم که چون مثلث ا ه ک
منفرج الزاویه است چراکه خط ا ه منصف زاویهٔ ب ا ک و خط ه ک منصف زاویهٔ ب ک ا

است بسبب التقا على المركز بموجب شكل (ء) من رابعة اصول وچون مجموع زاويتين ب ا ك و ب ك ا معادل يک قائمه بود پس مجموع زاويتين ء ا ك و ء ك ا معادل نصف قائمه شد وهرگاه خط ء ك را خارج نموده از زاويهٔ ا بران عمود ا ه بكشم درينصورت زاويهٔ ا ء ه معادل مجموع زاويتين ء ا ك و ء ك ا اعني نصف قائمه بود بشكل (لب) من اولاى اصول درينصورت چون زاويهٔ ا ه ء قائمه است و ا ء ه نصف قائمه پس ه ا ء نيز نصف قائمه گرديد وضلع ا ه و ء ه متساوي شدند بشكل (و) من اولاى اصول وچون (ء ه)^{۲} = $\frac{(\text{ا ء})^{۲}}{۲}$ اعني $\frac{\text{م}^{۲}}{۲}$ است پس ء ه = $\frac{\text{م}}{\sqrt{۲}}$ گرديد وهرگاه بموجب شكل (يب) من مقالهٔ ثانيهٔ اصول ثابت است كه در مثلث منفرج الزاويه مربعين ضلعين و ضعف سطح احد الضلعين في مقدار ما وقع بينه وبين موقع العمود الخارج عليه مساوي مربع وتر ميشود درينصورت (ك ء)^{۲} اعني ق^{۲} + (ا ء)^{۲} اعني م^{۲} + ۲ ك ء × ء ه اعني $\frac{\text{ق} \times ۲\,\text{م}}{\sqrt{۲}}$ = (ا ك)^{۲} اعني ص^{۲}) است بدينصورت ق^{۲} + م^{۲} + ق × $\frac{۲\,\text{م}}{\sqrt{۲}}$ = ص^{۲} وچون $\frac{۲\,\text{م}}{\sqrt{۲}}$ عبارت است از م × $\sqrt{۲}$ چراكه هرگاه مجذور را بر جذر قسمت سازند خارج هم جذر ميشود درينصورت گويا معادلهٔ مذكور بدينصورت است ق^{۲} + م^{۲} + م ق × $\sqrt{۲}$ = ص^{۲} وچون ق = م − س است و ق^{۲} = م^{۲} + س^{۲} − ۲ س م پس ق م = م^{۲} − س م درينصورت معادلهٔ مذكور بدينصورت گرديد ۲ م^{۲} + س^{۲} − ۲ س م + م^{۲} × $\sqrt{۲}$ − س م × $\sqrt{۲}$ = ص^{۲} اعني س^{۲} + (۲ + $\sqrt{۲}$) × م^{۲} − (۲ + $\sqrt{۲}$) × س م = ص^{۲} وهرگاه ازين معادله س^{۲} را ساقط نموده باقي را بر (۲ + $\sqrt{۲}$) قسمت كردم خارج م^{۲} − س م = $\frac{\text{ص}^{۲} - \text{س}^{۲}}{۲ + \sqrt{۲}}$ گرديد وچون مقدار ص و س معلوم است رجوع بمسئلهٔ ثالث مقترنات نمود پس م = $\sqrt{\frac{\text{ص}^{۲} - \text{س}^{۲}}{۲ + \sqrt{۲}} + \frac{\text{س}^{۲}}{۴}} + \frac{\text{س}}{۲}$ گرديد هرگاه مقدار م برامد لامحاله مقدار ق هم معلوم خواهد شد وازان مقدار اضلاع مثلث قايم الزاويه نيز معلوم شود باخراج عمود از نقطهٔ ء برخط ا ك كه ان عمود درحقيقت نصف قطر دايرهٔ

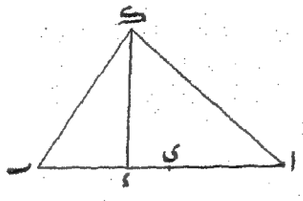
مرسومه فی المثلث است وبیان ان درینجا طول میشود وهذه صورة ..... (شکل ١٧٧)

٥٥ سؤال نوزدهم اگر مقدار قاعده و عمود مثلث ونسبت بین الضلعین معلوم بود پس تعین ضلعین چگونه توان نمود ٥ جواب مثلا اگر در مثلث اگب مقدار اب که قاعده است و گء عمود وهردو معلوم باشند پس اب راکه معلوم است م وگء راکه نیز معلوم است مر ونسبت اگ الی ب گ راکه نیز معلوم است ح الی ء ومقدار اء راکه مجهول است مر فرض کنم درینصورت ب ء = م − مر خواهد بود و چون ظاهر است که (اگ)^٢ = (گء)^٢ + (اء)^٢ بدینصورت (اگ)^٢ = مر^٢ + مر^٢ ونیز (ب گ)^٢ = (گء)^٢ + (ب ء)^٢ است بدینصورت (ب گ)^٢ = مر^٢ + م^٢ + مر^٢ − ٢ م مر وچون مر^٢ + مر^٢ : مر^٢ + م^٢ + مر^٢ − ٢ م مر :: ح^٢ : ء^٢ است بحسب الفرض والسؤال چراکه اگ : ب گ :: ح : ء است پس نسبت مربع آنها مثل نسبت مربع اینها خواهد بود وچون مسطح الطرفین مساوی مسطح الوسطین میشود پس ح^٢ مر^٢ + ح^٢ م^٢ + ح^٢ مر^٢ − ٢ ح^٢ م مر = ء^٢ مر^٢ + ء^٢ مر^٢ است وچون ح ومر وم وء اعداد معلوم اند درینصورت بعد تبدیل مستثنی (ح^٢ − ء^٢) × مر^٢ − ٢ ح^٢ م مر = (ء^٢ − ح^٢) × مر^٢ − ح^٢ م^٢ گردید وهرگاه این معادله را بر ح^٢ − ء^٢ قسمت کنم مر^٢ − $\frac{٢ ح^٢ م مر}{ح^٢ − ء^٢}$ = − مر^٢ − $\frac{ح^٢ م^٢}{ح^٢ − ء^٢}$ گردید و (− مر^٢ که از روی قسمت برآمده است سبب آن اینست که در قسمت ضرور است که چون خارج قسمت را در مقسوم علیه ضرب سازند حاصل مساوی مقسوم شود وهرگاه − مر^٢ را در ح^٢ − ء^٢ ضرب کردم حاصل ء^٢ × مر^٢ − ح^٢ × مر^٢ شد وآن ء^٢ − ح^٢ × مر^٢ است ، وهرگاه مستثنی را تبدیل کردم مر^٢ + مر^٢ − $\frac{ح^٢ م^٢}{ح^٢ − ء^٢}$ = $\frac{٢ ح^٢ م مر}{ح^٢ − ء^٢}$ گردید پس مال وعدد مقابل شی شد وبموجب مسئله ثانی مقترنات مر = $\frac{ح^٢ م}{ح^٢ − ء^٢}$ ± $\sqrt{\left(\frac{ح^٢ م}{ح^٢ − ء^٢}\right)^٢ − \left(مر^٢ + \frac{ح^٢ م^٢}{ح^٢ − ء^٢}\right)}$

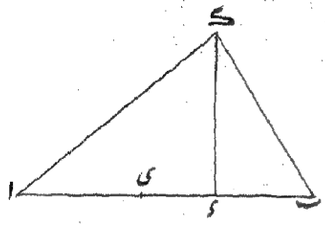
شکل ۱۷۸ صفحه ۶۰۳



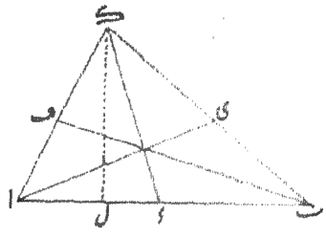
شکل ۱۷۹ صفحه ۶۰۳



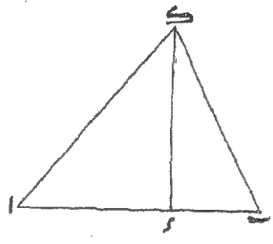
شکل ۱۸۰ صفحه ۶۰۴



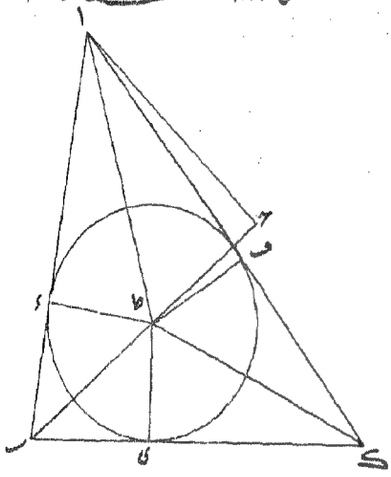
شکل ۱۸۱ صفحه ۶۰۵



شکل ۱۸۲ صفحه ۶۰۶

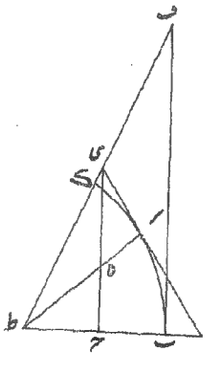


شکل ۱۸۳ صفحه ۶۰۷

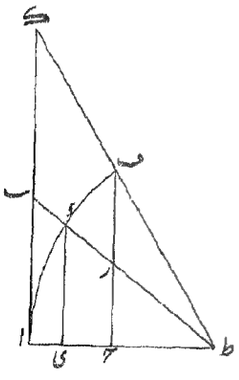


شکل ۱۸۴ صفحه ۶۰۸

شکل ۱۸۵ صفحه ۶۰۹



شکل ۱۸۶ صفحه ۶۱۱



فافهم هذه صورته .... (شکل ۱۷۸)

سؤال بیستم اگر قاعده وعمود مثلث وتفاضل ضلعین معلوم باشند پس می خواهم که ضلعین را بدانم

جواب مثلث ا ک ب فرض کردم وعمود ک ء پس نصف قاعدهٔ ا ب راکه ا ي معلوم است ص و ک ء را س و ا ک - ب ک اعني تفاضل ضلعین را که نیز معلوم است = ع و ي ء اعني فضل قسم اعظم من القاعده علی نصف القاعده را م فرض کردم پس ا ء اعني قسم اعظم من القاعده = ص + م و ب ء اعني قسم اصغر من القاعده = ص - م شد و چون مثلث بسبب عمود منقسم بدو مثلث قائم الزاویه شده است که وتر هر دو ضلع مثلث اعظم اند درینصورت $س^2 + (ص + م)^2 = (ا ک)^2$ بلکه $ا ک = \sqrt{س^2 + (ص + م)^2}$ وهمچنین ضلع $ب ک = \sqrt{س^2 + (ص - م)^2}$ وبالضرورة $\sqrt{س^2 + (ص + م)^2} - ع = \sqrt{س^2 + (ص - م)^2}$ گردید وهرگاه این معادله را تربیع نمودم $س^2 + (ص + م)^2 - 2 ع \times \sqrt{س^2 + (ص + م)^2} + ع^2 = س^2 + (ص - م)^2$ بلکه $س^2 + ص^2 + 2 ص م + م^2 - 2 ع \times \sqrt{س^2 + (ص + م)^2} + ع^2 = س^2 + ص^2 - 2 ص م + م^2$ بلکه $2 ص م - 2 ع \times \sqrt{س^2 + (ص + م)^2} + ع^2 = -2 ص م$ بلکه $4 ص م + ع^2 = 2 ع \times \sqrt{س^2 + (ص + م)^2}$ شد وهرگاه این معادله را تربیع کردم $16 ص^2 م^2 + 8 ص ع^2 م + ع^4 = 4 ع^2 \times (س^2 + (ص + م)^2) = 4 ع^2 \times (س^2 + ص^2 + 2 ص م + م^2)$ بلکه $16 ص^2 م^2 + 8 ص ع^2 م + ع^4 = 4 ع^2 \times (س^2 + ص^2 + م^2) + 8 ع^2 \times ص م$ بلکه $16 ص^2 م^2 + ع^4 = 4 ع^2 \times (س^2 + ص^2) + 4 ع^2 م^2$ وچون مقدار ص ومقدار س و ع معلوم است ازین سبب $(16 ص^2 - 4 ع^2) \times م^2 = 4 ع^2 \times (س^2 + ص^2) - ع^4$ بلکه $م^2 = \frac{4 ع^2 \times (س^2 + ص^2) - ع^4}{16 ص^2 - 4 ع^2}$ بلکه $م = \sqrt{\frac{4 ع^2 \times (س^2 + ص^2) - ع^4}{16 ص^2 - 4 ع^2}}$

وهذه صورته ..... (شکل ۱۷۹)

سؤال بیست ویکم قاعده وعمود مثلث ومسطح الضلعین آن معلوم است ومي خواهم که مقدار ضلعین بدانم جواب درمثلث ا ب ک نصف قاعدهٔ ا ب اعنی ا ي = ص وعمود ک ء = س ومسطح الضلعین را = $ط^2$ فرض کنم وتفاضل قسم اعظم قاعده علی نصف القاعده را م

فرض نمائیم درینصورت (ا ک)^2 = س^2 + (ص + م)^2 و (ب ک)^2 = س^2 + (ص − م)^2 بلکه
ا ک = [س^2 + (ص + م)^2]$^{\frac{1}{2}}$ و ب ک = [س^2 + (ص − م)^2]$^{\frac{1}{2}}$ بلکه [س^2 + (ص + م)^2] × [س^2 + (ص − م)^2]
= ط^2 بحسب السؤال بلکه (س^2 + (ص + م)^2) × (س^2 + (ص − م)^2) = ط^4 بحسب التربیع بلکه
س^4 + س^2 × (۲ ص^2 + ۲ م^2) + ص^4 − ۲ ص^2 م^2 + م^4 = ط^4 بلکه س^4 + ۲ س^2 م^2 + ۲ س^2 ص^2 + ص^4 − ۲ ص^2 م^2
+ م^4 = ط^4 بلکه م^4 + (۲ س^2 − ۲ ص^2) × م^2 = ط^4 − ص^4 − س^4 − ۲ س^2 ص^2 بلکه م^4 + (۲ س^2 − ۲ ص^2) م^2
+ (س^2 − ص^2)^2 = ط^4 − س^4 − ۲ س^2 ص^2 − ص^4 + (س^2 − ص^2)^2 بلکه م^4 + (۲ س^2 − ۲ ص^2) م^2 + س^4 + ص^4
− ۲ س^2 ص^2 = ط^4 − ۴ س^2 ص^2 بلکه م^2 + س^2 − ص^2 = [ط^4 − ۴ س^2 ص^2]$^{\frac{1}{2}}$ بلکه م^2 = [ط^4 − ۴ س^2 ص^2]$^{\frac{1}{2}}$
− س^2 + ص^2 بلکه م = [ط^4 − ۴ س^2 ص^2]$^{\frac{1}{2}}$ − س^2 + ص^2 و هذه صورته ..... (شکل ۱۸۰)

مسئله بست و نهم در مثلث ا ب ک مقدار خطوط خارجه از زوایای اضلاع الاضلاع مثل
ا ی و ب ل و ک ه معلوم است پس مقدار هر یک اضلاع چه باشد جواب ا ی = ط و
ب ل = س و ک ه = ص فرض کردیم ضلع ا ب را م و ضلع ا ک را ن و ضلع ب ک
را ح فرض نمودند و چون در اصول ثابت است که مجموع مربعین ضلعین مساوی ضعف
مجموع مربع نصف القاعده و مربع خط واصل بین راس مثلث و منتصف القاعده می باشد
چرا که هرگاه ا ب را قاعده فرض کنیم پس خط ک ه اگر عمود باشد ظاهر است که
ب ه = ا ه و (ا ک)^2 = (ک ه)^2 + (ا ه)^2 است و همچنین (ب ک)^2 = (ک ه)^2
+ (ب ه)^2 است و اگر خط ک ه عمود نباشد پس لامحاله ضلعین خارجین یکی منفرج
الزاویه و یکی حاد الزاویه باشد و هرگاه از زاویه ک عمود ک ل بر قاعده فرود
مثلث کنیم خواهد بود پس (ا ک)^2 = (ک ه)^2 + (ا ه)^2 − ۲ × ا ه × ه ل بشکل (پنج) من
الثانی الاصول و (ب ک)^2 = (ک ه)^2 + (ب ه)^2 + ۲ × ب ه × ه ل بشکل (پنج) من
الثانی الاصول پس بحسب مساوات ب ه و ا ه بمساوات ا ب و ا ک بین الزاویه مرتفع العمود
(ا ک)^2 + (ب ک)^2 = ۲ (ک ه)^2 + ۲ (ا ه)^2 بلکه ن^2 + ح^2 = ۲ ط^2 + $\frac{\text{ص}^2}{2}$ گردید بلکه
ن^2 + ح^2 − $\frac{\text{ص}^2}{2}$ = ۲ ط^2 و همچنین اگر ا ک را قاعده فرض نمائیم پس (ب ک)^2 + (ا ب)

= ۲ (ب ف)^۲ + ۲ (اف)^۲ بلکه ج^۲ + م^۲ = ۲ س^۲ + ق^۲/۲ بلکه ج^۲ + م^۲ − ق^۲/۲ = ۲ س^۲ واگر ب ک را قاعده فرض سازم پس (اب)^۲ + (اک)^۲ = ۲ (اي)^۲ + ۲ (ب ي)^۲ بلکه م^۲ + ق^۲ = ۲ ط^۲ + ½ ج^۲ بلکه م^۲ + ق^۲ − ½ ج^۲ = ۲ ط^۲ وهرگاه ج^۲ + م^۲ − ½ ق^۲ = ۲ س^۲ را تضعیف نمودم ۲ ج^۲ + ۲ م^۲ − ق^۲ = ۴ س^۲ وهمچنین ۲ م^۲ + ۲ ق^۲ − ج^۲ = ۴ ط^۲ وچون این هردو را جمع نمودم ۴ م^۲ + ق^۲ + ج^۲ = ۴ ط^۲ + ۴ س^۲ گردیدوچون ق^۲ + ج^۲ − م^۲/۲ = ۲ ص^۲ را ازان ساقط کردم ۴ م^۲ + ½ م^۲ = ۴ ط^۲ + ۴ س^۲ − ۲ ص^۲ گردید بلکه ½ ۴ م^۲ = ۴ ط^۲ + ۴ س^۲ − ۲ ص^۲ بلکه ۲ × ۹/۴ م^۲ = ۴ ط^۲ + ۴ س^۲ − ۲ ص^۲ بلکه ۹/۴ م^۲ = ۲ ط^۲ + ۲ س^۲ − ص^۲ بلکه ۳/۲ م = [۲ ط^۲ + ۲ س^۲ − ص^۲]^½ بلکه م = [۲ س^۲ + ۲ ط^۲ − ص^۲] / ۳ ÷ ۲ = ⅔ [۲ س^۲ + ۲ ط^۲ − ص^۲]^½ وهمچنین ق = ۲/۳ [۲ ص^۲ + ۲ ط^۲ − س^۲]^½ و ج = ⅔ [۲ ص^۲ + ۲ س^۲ − ط^۲]^½ هذه صورته ..... (شکل ۱۸۱)

سؤال بیست وسوم اضلاع مثلث اگر معلوم باشند مي خواهم که عمود وقسمین قاعده که بسبب کشیدن عمود حادث مي شوند ومساحت مثلث بدانم ؛ جواب در مثلث اب ک ضلع اک = ص وضلع اب = س وضلع ب ک = ط فرض کردم واب را قاعده و اء قسمي از قاعده را م فرض نمودم پس ب ء = س − م = قسم آخر از قاعده شد وچون (ک ء)^۲ + م^۲ = ص^۲ و (ک ء)^۲ + (س − م)^۲ = ط^۲ بلکه (ک ء)^۲ = ط^۲ − (س − م)^۲ = ص^۲ − م^۲ بلکه ط^۲ − س^۲ + ۲ س م − م^۲ = ص^۲ − م^۲ بلکه ۲ س م = ص^۲ + س^۲ − ط^۲ بلکه م = (ص^۲ + س^۲ − ط^۲) / ۲ س وچون (ک ء)^۲ = ص^۲ − م^۲ = (ص + م) × (ص − م) = (ص + (ص^۲ + س^۲ − ط^۲)/۲ س) × (ص − (ص^۲ + س^۲ − ط^۲)/۲ س) = (۲ س ص + ص^۲ + س^۲ − ط^۲)/۲ س × (۲ س ص − ص^۲ − س^۲ + ط^۲)/۲ س = ((س + ص)^۲ − ط^۲) / ۲ س × (ط^۲ − (س − ص)^۲) / ۲ س وازین سبب ک ء = ½ س [((س + ص)^۲ − ط^۲) × (ط^۲ − (س − ص)^۲)]^½ پس (ک ء × اب)/۲ یعني مسطح العمود في نصف القاعده که مساحت مثلث است = ¼ [((س + ص)^۲ − ط^۲) × (ط^۲ − (س − ص)^۲)]^½

قسب

وهذه صورته ..... (شكل ١٨٢)

سؤال بيست و چهارم جميع اضلاع مثلث ا ب ك معلوم است ومى خواهم كه مقدار نصف نظر دائرهٔ مرسومه فى المثلث بدانم جواب مركز دائره را ط ونقطهٔ مماس ضلع ا ب را ء ونقطهٔ مماس ضلع ب ك را ي ونقطهٔ مماس ضلع ا ك را ف فرض نمودم پس جميع خطوط خارجه من المركز الى نقطة التماس مثل ط ء و ط ي و ط ف متساوي خواهند بود وهرگاه برخط ب ط كه خارج از زاويهٔ ب است عمود ا ح بكشم چون ظاهر است كه دو خط ا ء و ا ف متساوي اند بسبب تساوي دو مثلث ا ء ط و ا ف ط وهمچنين ب ء = ب ي و ك ف = ك ي است و ب ء + ك ف = ب ي + ك ي = ب ك واگر مقدار اين معادله را از مجموع ا ك و ا ب ساقط كنم باقي ا ء + ا ف = ا ك + ا ب − ب ك بماند پس ا ء = $\frac{\text{ا ك + ا ب − ب ك}}{\text{٢}}$ = ا ف وهرگاه اين را اعني ا ء را از ا ب ساقط كنم باقي ب ء = $\frac{\text{ا ب + ب ك − ا ك}}{\text{٢}}$ شود واگر ا ف را از ا ك ساقط نمايم ك ف = $\frac{\text{ا ك + ب ك − ا ب}}{\text{٢}}$ شود وچون مثلثين ا ط ح و ك ط ف متشابهين اند چراكه مجموع زواياى ء ط ي و ء ط ف و ف ط ي معادل چهار قائمه است ومجموع زواياى ب ط ء و ء ط ا و ك ط ف معادل قائمتين وهمچنين مجموع زواياى ب ط ء و ء ط ا و ا ط ح معادل قائمتين پس زاويهٔ ا ط ح = زاويهٔ ك ط ف است وزاويهٔ ا ح ط و ا ف ط قائمه است پس لامحالة زاويهٔ ف ك ط = ح ا ط شد ومثلثين ا ط ح و ك ط ف متشابهين شدند پس اگر مقدار ا ء را م و ب ء را س و ك ف را ع فرض كنم چراكه آن همه بحسب بيان صدر معلوم شده اند ومقدار ط ء اعني نصف نظر را م فرض كنم دم وچون مثلثين ب ط ء و ا ب ح متشابهين اند و (ب ط)^{٢} = (ط ء)^{٢} + (ب ء)^{٢} است پس (ب ط)^{٢} = س^{٢} + م^{٢} پس ب ط = $\sqrt{\text{س}^{٢} + \text{م}^{٢}}$ ازين سبب $\sqrt{\text{س}^{٢} + \text{م}^{٢}}$: ء ط اعني م ::

ا ب اعني (۲ + س) : ا ح اعني $\frac{۲م + س م}{س^۲ + م^۲}$ است بحسب اربعهٔ متناسبه و همچنین ب ط اعني $\frac{س^۲ + م^۲}{}$: ب ء اعني س :: ا ب اعنی (۲ + س) : ب ح اعني $\frac{۲س + س^۲}{س^۲ + م^۲}$ است وازین سبب ب ح − ب ط

اعني ط ح = $\frac{۲س + س^۲}{س^۲ + م^۲}$ − $\frac{س^۲ + م^۲}{}$ = $\frac{۲س + س^۲ − س^۲ − م^۲}{س^۲ + م^۲}$ = $\frac{۲س − م^۲}{س^۲ + م^۲}$ وچون

ا ح : ط ح :: ک ف : ط ف است بسبب تشابه مثلثین بلکه $\frac{۲م + س م}{س^۲ + م^۲}$: $\frac{۲س − م^۲}{س^۲ + م^۲}$

:: ج : م است بحسب مساوات ط ف با ط ء بلکه (۲م + س م) : (۲س − م^۲)

:: ج : م است وازین سبب ۲م^۲ + س م^۲ = ۲س ج − ج م^۲ بحسب مسطح الطرفین والوسطین

بلکه (۲ + س + ج) × م^۲ = ۲س ج بلکه م^۲ = $\frac{۲س ج}{۲ + س × ج}$ بلکه م = $\frac{۲س ج}{۲ + س + ج}$ = نصف

قطر دائرهٔ مرسومه وهذه صورته ..... (شکل ۱۸۳)

فائده چون مساحت مثلث مساوي حاصل ضرب نصف قطر دائره في نصف مجموع اضلاع می شود و ظاهر است که نصف مجموع اضلاع مساوي ا ء + ب ء + ک ف اعنی (۲ + س + ج) است درینصورت مساحت مثلث = (۲ + س + ج) × $\frac{۲س ج}{۲ + س + ج}$ = $\frac{}{}$ (۲ + س + ج) × ۲س ج وهمبرین متفرع است قاعدهٔ که درمساحت مثلث مذکور گردیده که تفاضلات نصف مجموع اضلاع علی کل واحد من الاضلاع را باهم ضرب کرده حاصل را درنصف اضلاع ضرب سازند که جذر حاصل ضرب مساحت مثلث است چراکه تفاضلات مذکور مساوي ۲ و س و ج می شود فافهم ❁ سؤال بیست وپنجم نصف قطر دائره و مقدار خطین مماسین باحد طرفي القوسین من الدائره معلوم است و می خواهم که مقدار خط مماس احد طرفي مجموع القوسین بدانم بحیثیتیکه اگر از طرف آخر خط مذکور خطي تا مرکز خارج کنم ملاقي طرف آخر مجموع القوسین شود ❁ جواب قوسین مفروضین مثلا ا ب و ب ک وخطین مماسین ا ء و ک ي معلوم است

پس اگر ا ء را خارج کنم بحیثیتیکه نصف نظر اعني ط ک را بعد الاخراج ملاقي کند برنقطهٔ ف پس خط ا ف خط مماس مطلوبه خواهد بود درینصورت ا ط راکه نصف نظر معلوم است م و ا ء راکه نیزمعلوم است ح و ک ي راکه نیزمعلوم است ن فرض کنم و ا ف راکه مجهول مطلوب است م و ط ف را ز فرض نمایم وازنقطه ء برخط ط ف عمود ء ح بکشم پس مثلثین ط ا ف و ف ح ء متشابهین شدند بسبب تساوي زاویهٔ ا وزاویهٔ ح واشتراک زاویهٔ ف چراکه زاویهٔ ا قائمه است کماثبت فی الاصول وازین سبب ط ف اعني ز : ا ف اعني م :: ء ف اعني م − ح : ف ح اعني $\frac{م^2 - ح م}{ز}$ است ونیز ط ف اعني ز : ا ط اعني م :: ء ف الی ء ح اعني $\frac{م م - م ح}{ز}$ است وازین سبب ط ح = ط ف − ف ح = ز − $\frac{م^2 - ح م}{ز} = \frac{ز^2 - م^2 + ح م}{ز}$ وچون (ط ف)^2 = (ا ط)^2 + (ا ف)^2 اعني ز^2 = م^2 + م^2 است بالعروس پس ز^2 − م^2 = م^2 شد ولهذا $\frac{ز^2 - م^2 + ح م}{ز} = \frac{م^2 + ح م}{ز}$ شد وچون ط ح اعني $\frac{م^2 + ح م}{ز}$: ء ح اعني $\frac{م م - م ح}{ز}$ :: ط ک اعني ا ط اعني م : ک ي اعني ن است به سبب تشابه مثلثین ط ح ء و ط ک ي بالضرورة $\frac{م^2 ن + ح م ن}{ز} = \frac{م^2 م - م^2 ح}{ز}$ بلکه م^2 ن + ح م ن = م^2 م − م^2 ح بلکه م^2 م − ح ن م = م^2 ن + م^2 ح بلکه (م^2 − ح ن) × م = م^2 × (ن + ح) بلکه م = م^2 × $\frac{ن + ح}{م^2 ح - ح ن}$ بلکه ا ف = $\frac{(ا ط)^2 \times (ا ء + ک ي)}{(ا ط)^2 - ا ء \times ک ي}$

وهو المطلوب هذه صورته ..... (شکل ١٨٤)

وبطریق دیگر اگر خطین معلومین ا ء و ا ي مماسین بقوسین ا ب و ا ک فرض کنم و ب ف مماس مجموع القوسین اعني ب ک و ي ح عمود بر ط ء قاطعا لنصف ط ا نقطهٔ ه فرض نمایم چون مثلثین ه ط ح و ه ي ا متشابهین اند بسبب

تساوي دوزاوية ا و ح ودوزاوية ح ه ط و ا ه ي وهمچنين مثلثين ه ط ح و ء ي ه متشابهين اند بسبب تساوي زاوية ح ط ه و ء ي ح وزاوية ء ح ي و ط ح ي وهمچنين مثلثين ا ط ء و ا ه ي متشابهين اند پس ا ط : ا ء :: ا ي : ا ه است ونيز ط ه يعني ا ط − ا ه : ء ي :: ط ح : ح ي بلكه ط ب يعني ا ط : ب ف اعني $\frac{\text{ا ط} \times \text{ء ي}}{\text{ا ط} - \text{ا ه}}$ اعني $\frac{(\text{ا ط})^2 \times \text{ء ي}}{(\text{ا ط})^2 - \text{ا ط} \times \text{ا ه}}$ است. لتشابه مثلثين ط ح ي و ط ب ف وچون ا ط × ا ه = ا ء × ا ي بحسب اربعة متناسبة اولى پس $\frac{(\text{ا ط})^2 \times \text{ء ي}}{(\text{ا ط})^2 - \text{ا ط} \times \text{ا ه}} = \frac{(\text{ا ط})^2 \times \text{ء ي}}{(\text{ا ط})^2 - \text{ا ء} \times \text{ا ي}}$ پس هرگاه ا ط را ص وا ء را ح وا ي را ح فرض كنم

پس ب ف = $\frac{\text{ص}^2 \times (\text{ح} + \text{ح})}{\text{ص}^2 - \text{ح ح}}$ چنانكه طريق اول بود وهذه صورته ..... (شكل ۱۸۵)

فائده اگر خطين مماسين قوسين ا ك و ا ب بموجب شكل طريق اول اعني خطين ا ء و ا ف معلوم باشند و بخواهم كه خط مماس قوس تفاضل كه ف ك است اعني خط ك ي بدانم پس بحسب اربعة متناسبه كه در طريق اول مذكور است $\frac{\text{ص}^2 + \text{ح م}}{\text{م}}$: $\frac{\text{ص م} - \text{ص ح}}{\text{م}}$ :: ص : ح اعني ك ي است پس ح = $\frac{\text{ص}^2 \times (\text{م} - \text{ح})}{\text{ص}^2 + \text{ح م}}$ بلكه ك ي = $\frac{(\text{ا ط})^2 \times (\text{ا ف} - \text{ا ء})}{(\text{ا ط})^2 + \text{ا ء} \times \text{ا ف}}$ خواهد بود ❁ سؤال بيست وششم نسبت دوجيب ء ي و ف ح از قوسين ا ء و ا ف در دائرة معلومة القطر معلوم است ونيز نسبت خطين مماسين قوسين مذكورين مثل ا ب و ا ك معلوم است ومیخواهم كه مقدار هردو جيب ومقدار هردو خطين مماسين بدانم ❁ جواب نصف قطر اعني ا ط را كه معلوم است ص ونسبت ا ب الى ا ك را كه معلوم است ح الى ح ونسبت ء ي الى ف ح را كه نيز معلوم است س الى ل فرض كردم ومقدار ا ب را م و ا ك را ن فرض نمودم پس مثلث ط ب ا ومثلث ط ء ي ومثلث ط ز ح متشابه اند ازين سبب (ط ب)^2 اعني (ص^2 + م^2) : (ا ب)^2 اعني م^2 :: (ط ء)^2

قنج

اعنی $ط^2$: (ءي)^2 اعنی $\frac{ط^2 م^2}{ط^2+م^2}$ است ونیز (ط ک)^2 اعنی $(ط^2+و^2)$: (ا ک)^2 اعنی

$و^2$ :: (ط ف)^2 اعنی $ط^2$ بطرف (ف ح)^2 اعنی $\frac{ط^2 و^2}{ط^2+و^2}$ است ازین سبب بحسب السؤال

$س^2$: $ل^2$ :: (ءي)^2 اعنی $\frac{ط^2 م^2}{ط^2+م^2}$: (ف ح)^2 اعنی $\frac{ط^2 و^2}{ط^2+و^2}$ است پس $\frac{س^2 ط^2 و^2}{ط^2+و^2} = \frac{ل^2 ط^2 م^2}{ط^2+م^2}$

بلکه $س^2 ط^2 و^2 \times (ط^2+م^2) = ل^2 ط^2 م^2 \times (ط^2+و^2)$ بلکه $\frac{س^2 ط^2 و^2 \times (ط^2 \times م^2)}{ط^2} = \frac{ل^2 ط^2 م^2 \times (ط^2+و^2)}{ط^2}$

بلکه $س^2 و^2 \times (ط^2+م^2) = ل^2 م^2 \times (ط^2+و^2)$ ونیز بحسب السؤال چون ح : ج

:: م : و اعنی $\frac{ج م}{ح}$ وهرگاه مقدار و را درمعادلهٔ اولی تبدیل کرده شود

$س^2 \times \frac{ج^2 م^2}{ح^2} \times (ط^2+م^2) = ل^2 م^2 \times \left(ط^2 + \frac{ج^2 م^2}{ح^2}\right)$ گردید بلکه $س^2 ج^2 م^2 \times (ط^2+م^2) = ل^2 م^2 \times$

$(ط^2 ح^2 + ج^2 م^2)$ بلکه $س^2 ج^2 \times (ط^2+م^2) = ل^2 \times (ط^2 ح^2 + ج^2 م^2)$ بلکه $س^2 ط^2 ج^2 + س^2 ج^2 م^2 =$

$ل^2 ط^2 ح^2 + ل^2 ج^2 م^2$ بلکه $س^2 ط^2 ج^2 - ل^2 ط^2 ح^2 = (ل^2 ج^2 - س^2 ج^2) \times م^2$ بلکه $س^2 ط^2 ج^2 - ل^2 ط^2 ح^2 =$

$(ل^2 - س^2) \times ج^2 \times م^2$ بلکه $ط^2 \times م^2$ بلکه $م^2 = \frac{(س^2 ج^2 - ل^2 ح^2)}{ج^2 \times (ل^2 - س^2)}$ بلکه $م = \sqrt{\frac{س^2 ج^2 - ل^2 ح^2}{ل^2 - س^2}} \times \frac{ط}{ج}$

$\left[\frac{ط}{ج} \times \frac{(س^2 ج^2 - ل^2 ح^2)}{ل^2 - س^2}\right]$ = خط مماس وچون مقدار ط و س و ج

و ل و ح معلوم است پس لاعحاله مقدار م معلوم خواهد شد وچون ا ب اعنی م :

ا ک :: ح : ج است ومقدار م و ح و ج معلوم شد پس لاعحاله مقدار ا ک اعنی

خط مماس ثانی نیز معلوم خواهد شد بقاعدهٔ اربعهٔ متناسبه وچون ءي اعنی جیب

اول = $\frac{ط^2 م^2}{ط^2+م^2}$ بود وهرگاه مقدار م متعین شد ضرور مقدار جیب اول نیز متعین خواهد شد

و ف ح اعنی مقدار جیب ثانی = $\frac{ط^2 و^2}{ط^2+و^2}$ است هرگاه مقدار و اعنی ا ک متعین گردید

پس ضرورة مقدار ف ح نیز متعین خواهد شد وهذه صورته .....(شکل ۱۸٦) ❁

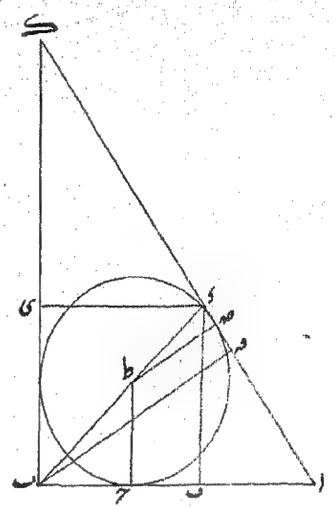
سؤال بیست وهفتم ضلع مربع ونصف قطر دائره که هردو در مثلث قائم الزاویه مرسوم باشند معلوم است ومیخواهم که مقدار اضلاع مثلث بدانم ؛ جواب مثلث را ا ب ک ومربع را ب ي ء ف ونصف قطر دائره از مرکز ط الی مماس ط ح و ط ص است وقطر مربع اعنی ب ء را وصل نمودم واز نقطهٔ ب که زاویهٔ قائمه است عمود ب ه برو تر قائم کردم وضلع مربع را که معلوم است ح ونصف قطر را که نیز معلوم است س تعبیر نمودم ومقدار ا ه را م فرض نمودم پس در مثلث ط ح ب زاویهٔ ح قائمه است وزاویهٔ ب نصف قائمه پس زاویهٔ ط لامحاله نصف قائمه باشد وازین سبب خطین ب ح و ط ح متساوئین اند ونیز مثلثین ء ف ب و ط ح ب متشابهین اند لتساوي زاویتین ح و ف واشتراک زاویهٔ ب ونیز خطین ء ف و ط ح متوازیین اند لکونهما عمودین علی ب ف پس ف ح : ب ح :: ء ط : ط ب است بشکل دوم مقالهٔ سادسهٔ اصول وهرگاه آنرا ابدال النسبة کرده ترکیب النسبة کنم پس ب ف اعني ح : ف ح اعني ح − س :: ب ء : ط ء است بلکه ح − س : ح :: ط ء : ب ء است وچون خطین ط ص و ب ه متوازیین اند لتشابه مثلثین ب ه ء و ط ص ء بسبب تساوي زاویتین ه و ص واشتراک زاویهٔ ء ولهذا ط ء : ب ء :: ط ص اعني س : ب ه است پس ح − س : ح :: س : ب ه اعني $\frac{ح س}{ح - س}$ است وچون $(ء ه)^2 + (ب ه)^2 = (ب ء)^2$ است پس $(ء ه)^2 = (ب ء)^2 - (ب ه)^2$ وچون $(ب ء)^2 = 2 ح^2$ است لهذا $(ء ه)^2 = 2 ح^2 - \frac{ح^2 س^2}{(ح - س)^2}$ بلکه خط ء ه $= \sqrt{2 ح^2 - \frac{ح^2 س^2}{(ح - س)^2}}$

وچون مقدار ح و س معلوم است پس مقدار خط ء ه نیز ضرورة معلوم خواهد شد وبرای اختصار خط ء ه را که معلوم شد ل و ب ه را که نیز معلوم شده ع فرض نمایم پس ا ه اعني م : ب ه اعني ع :: ب ه اعني ع : ک ه اعني $ع^2$ است لتشابه مثلثین ا ب ک و ب ه ا بسبب تساوي زاویتین ه واشتراک زاویهٔ ا وتشابه مثلثین ا ب ک

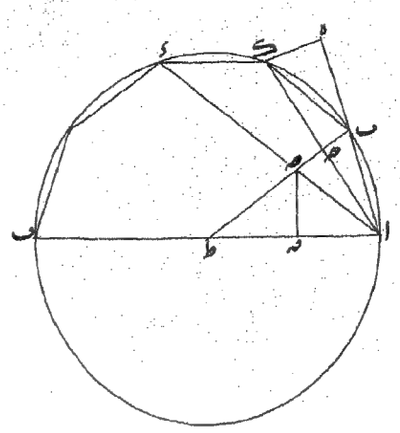
و ب د ك. بسبب تساوي زاويتين ب و د واشتراك زاوية ك ونيز ا ء اعني م + ل : ك ء اعني $\frac{ع^2}{م}$ − ل :: ا ب : ب ك است بشكل سوم من مقالهٔ سادسهٔ اصول وچون ا ب : ب ك :: ا د : ب د است لتشابه مثلثين ا ب ك و ا د ب پس ا ء اعني م + ل : ك ء اعني $\frac{ع^2}{م}$ − ل :: ا د اعني م : ب د اعني ع گرديد وازين سبب ع م + ل ع = $ع^2$ − م ل شد بلكه ع م + ل م = $ع^2$ − ل ع بلكه (ع + ل) م = $ع^2$ − ل ع بلكه م = $\frac{ع^2 - ل ع}{ع + ل}$ = ع × $\frac{ع - ل}{ع + ل}$ وهرگاه مقدار م اعني ا د معلوم شد و ب د نيز معلوم شده بود لامحاله ا ب كه وتر زاويهٔ قائمه است نيز معلوم خواهد شد بشكل عروس وهمچنين مقدار ك ء اعني $\frac{ع^2}{م}$ − ل معلوم شد بسبب معلوم شدن مقدار م پس جميع اضلاع ا ب ك نيز معلوم خواهد شد ضرورة وهذه صورته .....[شكل ١٨٧]

سؤال بيست وهشتم نظر دائره معلوم است ومي خواهم كه مقدار اضلاع مخمس ومعشر في الدائره را بدانم جواب مثلا اضلاع معشر را ا ب و ب ك و ك ء وضلع مخمس را ا ك مفروض نموديم ومركز دائره را ط ونصف قطر ط ب وخط ا ء كشيديم كه نصف قطر ط ب را قاطع على نقطه م نمود پس ظاهر است كه زاويتين ب ا م و ط ا م متساويين اند چراكه نسبت ب ء و ء ط كه مقدار زاويتين اند ونيز هريكي ازان دو زاويه مساوي زاويه ا ط م است چراكه زاويهٔ مركزيه ضعف زاويهٔ محيطيه مي باشد كما ثبت في الاصول وهرگاه در مثلث ا ط م زاويتين ط و ا متساويين اند پس لامحاله ضلعين ط م و ا م نيز متساوي خواهد شد وهمچنين اگر خط ا ك وصل كنيم پس ط ب را على نقطهٔ ن قاطع خواهد نمود بشكل (ح) من ثالثهٔ اصول وچون زاويتين ب ا ك و ء ا ك متساويين اند پس لامحاله ضلعين ا م و ا ب نيز متساوي شدند وچون خط ا م در مثلث

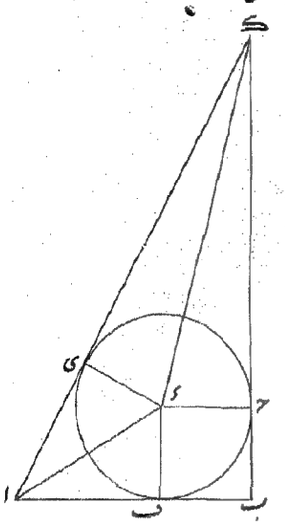
شکل ۱۸۷ صفحه ۶۱۲



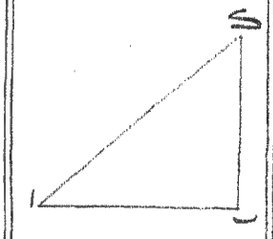
شکل ۱۸۸ صفحه ۶۱۳



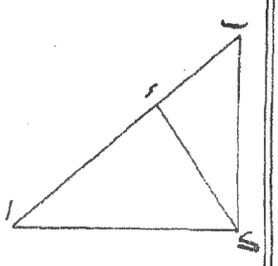
شکل ۱۸۹ صفحه ۶۱۴



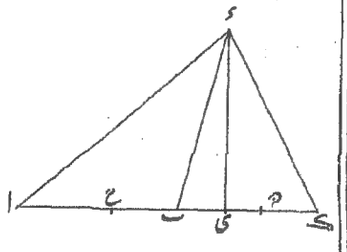
شکل ۱۹۰ صفحه ۶۱۵



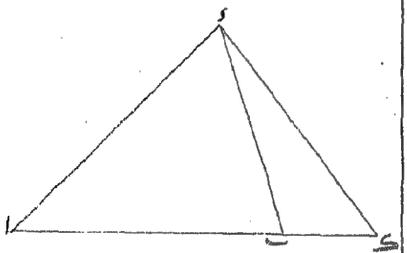
شکل ۱۹۱ صفحه ۶۱۷



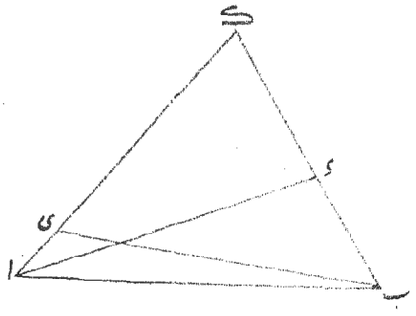
شکل ۱۹۲ صفحه ۶۱۹



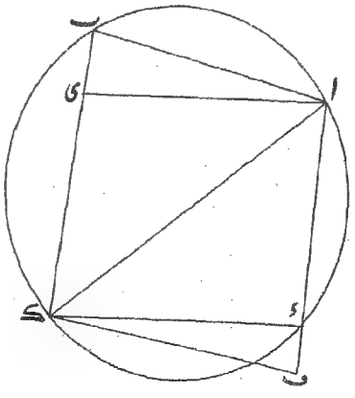
شکل ۱۹۳ صفحه ۶۲۰



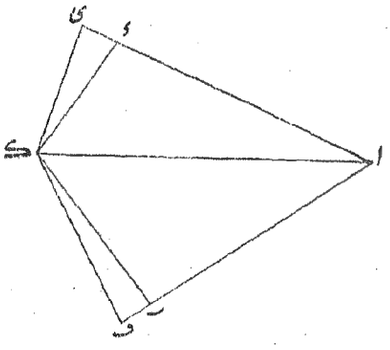
شکل ۱۹۴ صفحه ۶۲۱



شکل ۱۹۵ صفحه



شکل ۱۹۶ صفحه ۶۲۴



اط ب زاویهٔ ا را تنصیف نموده وضلع طب را علی نسبت ضلعین قطع کرده پس اط : اف :: ط ص : ص ب باشد وازین سبب طب اعنی اط : ط ص اعنی اب :: اب اعنی ط ص : ص ب است وهرگاه عمود ص ق برخط اط بکشم وعمود ک ه برخط اب ه بکشم پس مثلثین ب ک ه و اص ق متساویین اند چراکه ضلع ب ک = اب = اص وزاویهٔ ه ب ک = زاویهٔ ه ا ق بسبب تساوي زاویتین ب اک و ب ک ا که زاویهٔ خارجه مساوي زاویتین داخلتین می باشد وآن مساوي زاویهٔ ص ا ق است وزاویهٔ ق وزاویهٔ ه قائمتین اند ازین سبب مثلثین ا ق ص و ب ه ک متساویین اند وچون ب ه = ا ق = ½ اط است لهذا در مثلث اب ک که زاویهٔ ب منفرجه است (اک)² = (ب ک)² + (اب)² + ۲ ب ه × اب است بشکل دوازدهم مقالهٔ ثاني اصول بلکه (اک)² = (ب ک)² + (اب)² + اط × اب وچون بحسب اربعهٔ متناسبهٔ مرتوم الصدر (اب)² = اط × ب ص لهذا (اک)² = (ب ک)² + اط × ب ص + اط × اب وچون اب = ط ص است پس (اک)² = (ب ک)² × اط × (ب ص + ط ص) بلکه (اک)² = (ب ک)² + اط × ط ب بلکه (اک)² = (ب ک)² + (اط)² پس نصف قطر اعني اط راکه معلوم است س و اب راکه ضلع معشر است م فرض کردم چون (اب)² = اط × ب ص است پس م² = اط × ب ص = اط × (اط − ط ص) = س × (س − م) بلکه م² = س² − س م بلکه م² + س م + $\frac{س^2}{4}$ = س² + $\frac{س^2}{4}$ = $\frac{ط س^2}{4}$ بلکه م + $\frac{س}{2}$ = [$\frac{ط}{4}$ س² بلکه م = [$\frac{ط}{4}$ س² − $\frac{س}{2}$ = $\frac{س}{2}$ × [ط − $\frac{س}{2}$ = ضلع معشر وچون ب ک واب متساوي اند پس (اک)² = م² + س² بلکه (اک)² = س² − س × ($\frac{س}{2}$ × [ط − $\frac{س}{2}$) + س² = ۲ س² − $\frac{س^2}{2}$ × [ط + $\frac{س^2}{2}$ = ۲ س² + $\frac{س^2}{2}$ − $\frac{س^2}{2}$ × [ط = $\frac{ط س^2}{2}$ − $\frac{س^2 \times [ط}{2}$ = س² × $\frac{ط}{2}$ − س² × $\frac{[ط}{2}$ = س² × $\frac{ط − [ط}{2}$ وازین سبب اک = س × $\sqrt{\frac{ط − [ط}{2}}$

وهذه صورته ..... (شکل ۱۸۸)

سؤال بیست و نهم اگر وتر زاویهٔ قائمه از مثلث قائم الزاویه معلوم است و نیز مقدار نصف نظر دائرهٔ مرسومه فی المثلث معلوم باشد پس مقدار ضلعین مثلث چه باشد ؟ جواب مثلث را اب ج فرض کردم و زاویهٔ ب قائمه و مرکز دائرهٔ مرسومه را ء و انصاف اقطار را ء ح و ء ف و ء ی فرض نمودم و خط ء و ء ج کشیدم و چون زوایای ب و ح و ف و ی قائمه اند پس خطوط ب ح و ب ف و ء ف و ء ح متساوی اند و خطین اف و ای نیز متساوی اند بسبب تساوی دو مثلث ای ء و اف ء بسبب تساوی زاویهٔ ی و ف که قائمه اند و نصف زاویهٔ ا و خط ا ء و اشتراک خط ا ء و همچنین گی و گ ح متساوی اند پس دو ضعف نظر اعنی ء ف = ء ح = د ی را که معلوم است ء فرض کردم و اگ را که وتر معلوم است ء و اب را م و گب را و فرض نمایم پس گی = گ ح = و − ء و ای = اف = م − ء گردید بگ ای + گی = ء = م − ء + و − ء و ازین سبب م + و = ء + ۲ ء شد و م² + و² = ء² است بشکل عروس و هرگاه آنرا تضعیف نمودم ۲ م² + ۲ و² = ۲ ء² شد و از ان مربع معادلهٔ اولی اعنی م² + ۲ م و + و² = ء² + ۴ ء ء + ۴ ء² را ساقط نمودم الفی م² − ۲ م و + و² = ء² − ۴ ء ء − ۴ ء² گردید و بحسب الجذر م − و = √(ء² − ۴ ء ء − ۴ ء²) و هرگاه درین معادله م + و = ء + ۲ ء افزودم پس ۲ م = ء + ۲ ء + √(ء² − ۴ ء ء − ۴ ء²) و هرگاه منفصل نمودم ۲ و = ء + ۲ ء − √(ء² − ۴ ء ء − ۴ ء²) و هر دو را تنصیف نمودم مقدار اب و اج که برآمد و هو المطلوب وهذه صورته ..... (شکل ۱۸۹)

سؤال سی ام مجموع اضلاع مثلث قائم الزاویه مع مساحت آن معلوم است پس می خواهم که مقدار هر یک اضلاع بدانم ؟ جواب مثلث را اب ج و مجموع اضلاع معلوم را ء و مساحت معلوم را ی $\frac{\text{اب} \times \text{اج}}{۲}$ را ء و نصف مجموع الساقین را م و نصف ضلع قائمه را د فرض کردم پس اب + اج = م + د و اب − اج = م − د و اب + اج = ء − م و ازین سبب (م + د)² − (م − د)² = ۴ م د = (م + د)² + (م − د)² = (ء − ۲ م)² بگذارید م² − ۲ ء م + ۲ م² + ۲ د² = ء² − ۴ ء م + ۴ م² و هرگاه ضعف معادلهٔ اولی را با این معادله

جمع نمودم بدینصورت

$$۲ م^۲ - ۲ و^۲ = ۴ ص$$

$$۲ م^۲ + ۲ و^۲ = ع^۲ - ۴ ع م + ۴ م^۲$$

$$۴ م^۲ = ۴ ص + ع^۲ - ۴ ع م + ۴ م^۲$$

بلکه $۴ ع م = ۴ ص + ع^۲$ بلکه $م = \frac{۴ ص + ع^۲}{۴ ع}$ وهرگاه مقدار م معلوم شد چون $م^۲ - و^۲ = ۲ ص$ بلکه $م^۲ - ۲ ص = و^۲$ بلکه $و = \sqrt{م^۲ - ۲ ص}$ وهذه صورته ..... (شکل ۱۹۰)

سؤال سي ويكم مجموع ساقين مثلث قائم الزاويه خواه مقدار تفاضل بينهما معلوم است وهمچنين مجموع عمود و وترخواه تفاضل بينهما معلوم است ومي خواهم كه مقدار هريک اضلاع بدانم: جواب درمثلث اكب زاويهٔ ك قائمه است پس مجموع اك وب ك = س و اك - ب ك اعني تفاضل بينهما = ع وهمچنين اب + ك ء اعني مجموع وتر وعمود = ط و اب - ك ء اعني تفاضل بينهما = ص فرض كردم پس ضلع اك = $\frac{س + ع}{۲}$ وضلع ب ك = $\frac{س - ع}{۲}$ واب اعني وتر = $\frac{ط + ص}{۲}$ وك ء اعني عمود = $\frac{ط - ص}{۲}$ گرديد وچون $(اب)^۲ = (اك)^۲ + (ب ك)^۲$ است بحسب العروس ونيز اب × ك ء اعني ضعف مساحت مثلث = اك × ب ك وازين سبب $(اب)^۲$ اعني $\left(\frac{ط + ص}{۲}\right)^۲ = (اك)^۲ + (ب ك)^۲ = \left(\frac{س + ع}{۲}\right)^۲ + \left(\frac{س - ع}{۲}\right)^۲$ بلکه $\frac{ط^۲ + ۲ ص ط + ص^۲}{۴} = \frac{س^۲ + ۲ ع س + ع^۲}{۴} + \frac{س^۲ - ۲ ع س + ع^۲}{۴}$ بلکه $ط^۲ + ۲ ص ط + ص^۲ = ۲ س^۲ + ۲ ع^۲$ گرديد وهمچنين اب × ك ء اعني $\frac{ط + ص}{۲} \times \frac{ط - ص}{۲} =$ اك × ب ك $= \frac{س + ع}{۲} \times \frac{س - ع}{۲}$ بلکه $\frac{ط^۲ - ص^۲}{۴} = \frac{س^۲ - ع^۲}{۴}$ بلکه $ط^۲ - ص^۲ = س^۲ - ع^۲$ وهرگاه

اين هرد ومعادله بهم رسيدند پس مي گويم كه چون سؤال هذا منحصر درچهار صورت است

صورت اول مجموع الساقين اعني س ومجموع الوتر والعمود اعني ط معلوم باشد وتفاضل بين الساقين اعني ع وتفاضل بين الوتر والعمود اعني م مجهول بود وصورت دوم تفاضل بين الساقين اعني ع وتفاضل بين الوتر والعمود اعني م معلوم بود ومجموع الساقين اعني س ومجموع الوتر والعمود اعني ط مجهول باشد وصورت سوم مجموع الساقين اعني س وتفاضل بين الوتر والعمود اعني م معلوم باشد وتفاضل بين الساقين اعني ع ومجموع الوتر والعمود اعني ط مجهول بود وصورت چهارم تفاضل بين الساقين اعني ع ومجموع الوتر والعمود اعني ط معلوم باشد ومجموع الساقين اعني س وتفاضل بين الوتر والعمود اعني م مجهول بود پس در صورت اول كه مقدار ع و م مجهول است چون س^2 − ع^2 = ط^2 − ط^2 را تضعيف كردم ٢ س^2 − ٢ ع^2 = ٢ ط^2 − ٢ ط^2 شد وهرگاه اين معادله را بر معادله هذا) ٢ س^2 + ٢ ع^2 = ط^2 + ط^2 + ٢ ط م افزودم ٣ س^2 = ٣ ط^2 − ط^2 + ٢ ط م يا كه ط^2 − ٢ ط م = ٣ ط^2 − ٣ س^2 ط م ط − ٢ ط م + ط^2 م^2 = ط^2 − ع^2 س^2 يا كه م − ط = − [٣ ط^2 − ٣ س^2] مقدار چرا كه ط اعني مجموع الوتر والعمود اعظم از تفاضل بينهما است پس صورت م − ط عددي خواهد بود ولهذا م = ط − [٣ ط^2 − ٣ س^2] وچون ط و س معلوم است پس م نيز معلوم خواهد گشت وهرگاه م معلوم شد پس صورت ع = [illegible] − ٢ س^2 [illegible] = [illegible] مقدار ع نيز معلوم شد پس مقدار هر يك [illegible] مقدار ط و س معلوم است ٢ س^2 − ٢ ع^2 = ٢ ط^2 − ٢ ط^2 [illegible] ٢ ط م [illegible] ع^2 = ٣ ط^2 − [illegible] ٢ ط م [illegible] ٢ ع^2 − ٢ ط^2 − ٣ ط^2 = ٢ ط م [illegible] م = [٣ ط^2 − ٣ س^2] [illegible] مقدار ع و ط معلوم شد چون ٢ س^2 − ٢ ع^2 = ٢ ط^2 − ٢ ط^2 [illegible] است پس س^2 = ط^2 − ع^2 [illegible] ع^2 − ط^2 [illegible] و اما در صورت سوم كه مقدار ع و ط مجهول است چون ٢ س^2 = ٣ ط^2 − ط^2 − ٢ م ط [illegible] حسب بيان صدر پس

$$۳ط^۲ + ۲صط = ۴س^۲ + ص^۲ \text{ بلکه } ط^۲ + \frac{۲صط}{۳} = \frac{۴س^۲ + ص^۲}{۳} \text{ بلکه } ط^۲ + \frac{۲صط}{۳} + \frac{ص^۲}{۹} =$$

$$\frac{۴س^۲ + ص^۲}{۳} + \frac{ص^۲}{۹} \text{ بلکه } ط + \frac{ص}{۳} = \left[\frac{۴س^۲ + ص^۲}{۳} + \frac{ص^۲}{۹}\right] \text{ بلکه } ط = \left[\frac{۴س^۲ + ص^۲}{۳} + \frac{ص^۲}{۹}\right]$$

$- \frac{ص}{۳}$ وهرگاه مقدار ط معلوم شد پس ع نیز بحسب سابق براید ودرصورت چهارم که مقدار س و ص مجهول است چون $۴ع^۲ = ۳ص^۲ - ط^۲ + ۲طص$ است بحسب بیان صدر

$$\text{پس } ۳ص^۲ + ۲طص = ۴ع^۲ + ط^۲ \text{ بلکه } ص^۲ + \frac{۲طص}{۳} + \frac{ط^۲}{۹} = \frac{۴ع^۲ + ط^۲}{۳} + \frac{ط^۲}{۹} \text{ بلکه } ص + \frac{ط}{۳}$$

$$= \left[\frac{۴ع^۲}{۳} + \frac{۴ط^۲}{۹}\right] \text{ بلکه } ص = \left[\frac{۴ع^۲}{۳} + \frac{۴ط^۲}{۹}\right] - \frac{ط}{۳}$$ گردید ومقدار س بموجب بیان صدر براید فافهم وهذه صورته ..... (شکل ۱۹۱)

❊ سؤال سي ودوم می خواهم که از نقاط ثلثه که برخطی مستقیم واقع شوند ومقدار مابینها معلوم باشد خطوط ثلثهٔ مستقیمه اخراج کنم بحیثیتیکه آن هرسه خط بریک نقطه ملاقي شوند ونسبت ما بین الخطوط مثل اعداد ثلثهٔ معلومه باشد علی التناظر ❊ جواب خط معلوم الطول مثل اک ونقطهٔ مفروضه ب پس خط اک منقسم بدو قسم شد یکی اب دوم ب ک ونقطهٔ ملتقاي خطوط ثلثه ء پس یک مثلث اءک اعظم از خط ءب منقسم بدو مثلث گردید یکی اب ء دوم ب ک ء پس یک مقدمه بیان میکنم که در هرمثلث که خطی از رأس آن بطرف نقطه از قاعده خارج کرده شود مجموع مجسمین حاصلین من ضرب مربعی الضلعین في قسمی القاعده علی التکافي اعنی مسطح مربع هرضلع درقسمی از قاعده که مجاور ضلع دیگر باشد مساوي مجموع مجسمي که از ضرب مجموع قاعده في قسمین قاعده حاصل شود ومجسمي که از ضرب قاعده في مربع الخط القاسم حاصل گردد میشود چنانکه

$$(اء)^۲ \times ب ک + (کء)^۲ \times اب = اک \times اب \times ب ک + اک \times (ب ء)^۲$$

وبرهانش اینست که اگر خطین اب و ب ک راعلی نقطتین ح و ط تنصیف سازم وازنقطهٔ ء عمود ءي بر اک خارج نمایم پس در مثلث اءي که زاویهٔ ي قائمه است $(اء)^۲ = (ءي)^۲ + (اي)^۲$ وهمچنین $(ءب)^۲ = (ءي)^۲ + (بي)^۲$

وچون (اي)^٢ = (ب ي)^٢ + (اب)^٢ + اب × ٢ ب ي است ازين سبب (اء)^٢
= (ء ب)^٢ + (اب)^٢ + اب × ٢ ب ي = (ء ب)^٢ + اب × (اب + ٢ ب ي)
= (ء ب)^٢ + اب × (٢ ب ح + ٢ ب ي) = (ء ب)^٢ + اب × ٢ ح ي ولهذا
(اء)^٢ − (ب ء)^٢ = اب × ٢ ح ي وهمچنين (ك ء)^٢ = (ء ي)^٢ + (ك ي)^٢ =
(ء ي)^٢ + (ك ذ)^٢ + (ذ ي)^٢ + ٢ ك ذ × ذ ي وچون ذ ب = ك ذ است پس
(ك ذ)^٢ = (ب ي)^٢ + (ذ ي)^٢ + ٢ ب ي × ذ ي شد بلكه (ك ء)^٢ + (ء ي)^٢
+ (ب ي)^٢ + ٢ (ذ ي)^٢ + (٢ ك ذ + ٢ ب ي) × ذ ي = (ء ي)^٢ + (ب ي)^٢
+ (٢ ك ذ + ٢ ذ ي + ٢ ب ي) × ذ ي = (ء ي)^٢ + (ب ي)^٢ + ك ب ×
٢ ذ ي است وازين سبب (ك ء)^٢ − (ب ء)^٢ = ك ب × ٢ ذ ي گرديد لهذا
((اء)^٢ − (ب ء)^٢) ÷ ب ك = اب × ٢ ح ي ÷ ب ك وهمچنين ((ك ء)^٢ −
(ب ء)^٢) ÷ اب = ك ب × ٢ ذ ي ÷ اب شد وهرگاه اين هر دو معادله را جمع كنند (اء)^٢ ÷ ب ك
+ (ك ء)^٢ ÷ اب − (اب + ب ك) × (ب ء)^٢ = (اب + ب ك) × (٢ ح ي
+ ٢ ذ ي) بلكه (اء)^٢ ÷ ب ك + (ك ء)^٢ ÷ اب − اك × (ب ء)^٢ = اب ×
ك ب × ٢ ح ذ = اب × ك ب × اك چراكه ٢ ح ذ = اك است بسبب تعريف
خطين ك ب و اب والضرورة (اء)^٢ ÷ ب ك + (ك ء)^٢ ÷ اب = اب ×
ك ب × اك + اك × (ب ء)^٢ وذلك هو الربط الاستنباط الاولى وازين دعوى ظاهر
است كه اگر اب = ك ب باشد پس (اء)^٢ + (ك ء)^٢ = ٢ (ب ا)^٢ + ٢ (ب ء)^٢
خواهد بود چراكه ب ك = اك = ٢ (ب ا) واك × (ب ء)^٢ = ٢ (ب ء)^٢ × اب
شد وازين سبب ((اء)^٢ + (ك ء)^٢) ÷ اب = (٢ (ب ا)^٢ + ٢ (ب ء)^٢) × اب
گرديد پس اين معادله را بر اب قسمت كنيم الاستنباط الثاني اگر اء = ء ك باشد
پس (اء)^٢ × ب ك ÷ (ك ء)^٢ ÷ اب = (اء)^٢ × ب ك ÷ (اء)^٢ ÷ اب = (اء)^٢
÷ اك است وازين سبب (اء)^٢ اك = اك × اب × ب ك × اك × (ب ء)^٢
بلكه (اء)^٢ − اب × ب ك × (ب ء)^٢ الاستنباط الثالث اگر خط ء ب منصف زاويهٔ ء

باشد پس ضرورة ا ء : ک ء :: ا ب : ب ک خواهد بود کما ثبت فی الاصول وازین سبب ا ء × ب ک = ک ء × ا ب پس (ا ء)^{۲} × ب ک = ا ء × ک ء × ا ب و (ک ء)^{۲} × ا ب = ک ء × ا ء × ب ک ولهذا (ا ء)^{۲} × ب ک + (ک ء)^{۲} × ا ب = ا ء × ک ء × (ا ب + ب ک) = ا ء × ک ء × ا ک وچون سابق معلوم شده که (ا ء)^{۲} × ب ک + (ک ء)^{۲} × ا ب = ا ب × ب ک × ا ک + ا ک × (ب ء)^{۲} است پس ا ء × ک ء × ا ک = ا ب × ب ک × ا ک + (ب ء)^{۲} × ا ک وبحسب القسمة علی ا ک بدینصورت شد ا ء × ک ء = ا ب × ب ک + (ب ء)^{۲} وهذه صورته ..... (شکل ۱۹۲)

پس هرگاه ا ب راکه معلوم است ص و ب ک راکه معلوم است س و ا ک راکه معلوم است ط و ا ء را م فرض کردم ونسبت ا ء بطرف ب ء بطرف ک ء مثل نسبة ل بطرف ق بطرف ر که معلوم است فرض نمودم علی التناظر پس م : ب ء :: ل : ق است درینصورت ق م = ب ء × ل بلکه ب ء = $\frac{\text{ق م}}{\text{ل}}$ وهمچنین ک ء = $\frac{\text{ر م}}{\text{ل}}$ گردید وچون بموجب بیان مذکور (ا ء)^{۲} × ب ک + (ک ء)^{۲} × ا ب = ا ب × ک ب × ا ک + ا ک × (ب ء)^{۲} است پس م^{۲} × س + $\frac{\text{ر}^{۲}\text{م}^{۲}}{\text{ل}^{۲}}$ × ص = ص س ط + ط × $\frac{\text{ق}^{۲}\text{م}^{۲}}{\text{ل}^{۲}}$ بلکه م^{۲} × س ل^{۲} + ر^{۲} م^{۲} ص = ص س ط ل^{۲} + ط ق^{۲} م^{۲} بلکه (س ل^{۲} + ر^{۲} ص − ط ق^{۲}) × م^{۲} = ص س ط ل^{۲} بلکه م^{۲} = $\frac{\text{ص س ط ل}^{۲}}{\text{س ل}^{۲} + \text{ر}^{۲}\text{ص ط ق}^{۲}}$ بلکه م = $\left[\frac{\text{ص س ط ل}^{۲}}{\text{س ل}^{۲} + \text{ر}^{۲}\text{ص ط ق}^{۲}}\right]$ ل = $\left[\frac{\text{ص س ط}}{\text{س ل}^{۲} + \text{ر}^{۲}\text{ص ط ق}^{۲}}\right]$ ❁

سؤال سي وسوم اگر مقدار ضلعین از مثلثي معلوم باشد ومقدار خط از رأس المثلث خارج شده وقاسم قاعدهٔ علی نسبة معلومه است نیز معلوم است می خواهم که مقدار قاعده ومقدار قسمین آن بدانم ∴ جواب در مثلث ا ء ک ضلع ا ء را ص وضلع ک ء را ط وخط ب ء را که قاسم قاعده است س فرض کردم و ا ب راکه قسمی از قاعده است م ونسبت ا ب الی ب ک را ق الی ر فرض کردم وازین سبب بقاعدهٔ اربعهٔ متناسبه ب ک =

$\frac{\text{جم}}{\text{د}}$ و اک = م + $\frac{\text{جم}}{\text{د}}$ = $\left(\frac{\text{ز}+\text{ج}}{\text{د}}\right)$ × م وچون بموجب بیان مقدمهٔ سؤال سي ودوم

$(\text{اء})^2$ × ب ک + $(\text{کء})^2$ × اب = اب × ب ک × اک + اک × $(\text{ب ء})^2$ است

پس ط^2 × $\frac{\text{جم}}{\text{د}}$ + ی^2 × م = م × $\frac{\text{جم}}{\text{د}}$ × $\frac{(\text{ز}+\text{ج})\times\text{م}}{\text{د}}$ + $\frac{(\text{ز}+\text{ج})}{\text{د}}$ × م × س^2 بلکه

ط^2 ج ز م + ی^2 ز م = (ز + ج) م × ج م^2 + (ز + ج) × م × ز س^2 بلکه ط^2 ج ز + ی^2 ز = (ز + ج)

× ج م^2 + (ز + ج) × ز س^2 بلکه $\frac{\text{ط}^2\text{ج ز} + \text{ی}^2\text{ز} - (\text{ز}+\text{ج})\times\text{ز س}^2}{(\text{ز}+\text{ج})\times\text{ج}}$ = م^2 وازین سبب م =

$\boxed{\frac{\text{ط}^2\text{ج ز} + \text{ی}^2\text{ز} - (\text{ز}+\text{ج})\times\text{ز س}^2}{(\text{ز}+\text{ج})\times\text{ج}}}$ پس اگر خط ء ب منصف قاعده باشد درینصورت

چون ز = ج خواهد بود وچون بموجب استنباط اولی من مقدمهٔ مذکور $(\text{اء})^2$ + $(\text{کء})^2$

= ۲ $(\text{ب ء})^2$ + ۲ $(\text{اب})^2$ است پس ط^2 + ی^2 = ۲ س^2 + ۲ م^2 بلکه م^2 = $\frac{\text{ط}^2+\text{ی}^2}{2}$ − س^2 بلکه م =

$\boxed{\sqrt{\frac{\text{ط}^2+\text{ی}^2}{2} - \text{س}^2}}$ وهمچنین اگر خط ء ب منصف زاویهٔ ء باشد نسبت ز الی ج اعني

اب الی ب ک مثل نسبت ط الی ی اعني اء الی کء خواهد بود وچون اء × کء

= اب × ب ک + $(\text{ب ء})^2$ است بموجب استنباط ثالث مقدمهٔ مذکور پس ط =

$\frac{\text{جط}}{\text{د}}$ × م^2 بلکه $\frac{\text{ط د} - \text{س}^2\text{د}}{\text{ج}}$ = م^2 وهرگاه بجای د و ج (ط و ط تعبیر کنم بسبب تساوي

نسبتین پس م^2 = ط^2 − $\frac{\text{ط}^2\text{س}^2}{\text{ی}^2}$ بلکه م = $\boxed{\text{ط}^2 - \frac{\text{ط}^2\text{س}^2}{\text{ی}^2}}$ خواهد بود وهذه صورته ....(شکل ۱۹۳)

سؤال سي وچهارم اگر ضلعین مثلث معلوم باشد وخطین متساویین که از زاویتین متقابلین

خارج شوند بحیثیتیکه هریکی از ضلعین معلومین را منقسم بدو قسم سازند و مقدار هردو قسم

معلوم باشد پس میخواهم که مقدار ضلع مجهول بدانم ؛ جواب در مثلث اک ب

خطین متساویین ب ي و اء وضلعین معلومین اک و کب است پس کي

قسمی از ضلع اک را ء و اي قسم ثاني را س وضلع اک اعني مجموع قسمین را

ج وهمچنین کء قسمی از ضلع ثاني را ط و ب ء قسم آخر را ع وضلع کب را

ح وضلع اب اعني مجهول را م فرض كردم و ب ي خواه اء را به سبب مساوات بينهما و تعبير نمودم چون بموجب بيان مقدمهٔ سوال سي ودوم هرگاه كب را قاعده فرض كنم پس (اك)^۲ × ب ء + (اب)^۲ × ك ء = ك ء × ب ء × كب + كب × (اء)^۲ بلكه ح^۲ × ع + م^۲ × ط = ط ع ح + ح × ق^۲ وهمچنين اگر ضلع اك را قاعده فرض نمايم پس (كب)^۲ × اي + (اب)^۲ × كي = اي × كي × اك + اك × (ب ي)^۲ بلكه ح^۲ × س + م^۲ × ص = س ص ق + ق^۲ و هرگاه معادلهٔ اولى مضروب في ق را از معادلهٔ ثاني مضروب في ح ساقط نمودم ح^۳ س − ق^۳ ع + ص ح م^۲ − ط ق م^۲ = س ص ح ق − ط ع ح ق گرديد بلكه ح^۳ س − ق^۳ ع + (ح ص − ق ط) × م^۲ = س ص ح ق − ط ع ح ق بلكه م^۲ = (س ص ح ق − ط ع ح ق − ح^۳ س + ق^۳ ع) / (ح ص − ق ط) بلكه م = $\sqrt{\frac{س ص ح ق − ط ع ح ق − ح^۳ س + ق^۳ ع}{ح ص − ق ط}}$ وهذه صورة ..... (شكل ۱۹۴)

❁ سؤال سي وپنجم اگر جميع اضلاع شكل منحرف مثل اب ك معلوم باشد وممكن است كه دايرهٔ حول شكل مذكور كشيده شود پس ميخواهم كه قطر دايره بدانم ؛ جواب قطر اك را وصل كنم وبر ضلع ب ك عمود اي وبر ضلع اء عمود كف خارج كنم وضلع اب را ص و ب ك را س و ك ء را ط و اء را ع را و ب ي را م فرض نمايم پس زاويهٔ ك ء ف = زاويه ب خواهد بود چراكه به شكل ۲۱ من مقالهٔ ثالثهٔ اصول ثابت است كه زاويتين متقابلين هر ذو اربعة اضلاع كه در دايره واقع شود معادل قائمتين مى باشد پس مجموع دو زاويهٔ ب و ء معادل قائمتين است وهمچنين مجموع دو زاويهٔ ك ء ف و ك ء ا معادل قائمتين است به شكل ۱۳ من اصول اولى وازين سبب مثلثين اب ي و ك ء ف متشابهين اند پس نسبت اب اعني ص بطرف ب ي اعني م مثل نسبت ك ء اعني ط بطرف ء ف اعني $\frac{ط م}{ص}$ وچون مثلث اب ك حاد الزوايا است

قنو

لهذا (اب)^2 + (كب)^2 − ٢ب ك × ب ي = (اك)^2 به شكل ١٣ من ثانية اصول وهمچنين چون مثلث ا ء ك منفرج الزاويه است پس (ا ء)^2 + (ك ء)^2 + ٢ (ا ء) × ء ف = (اك)^2 بشكل ١٢ من ثانية اصول ازين سبب (اب)^2 + (كب)^2 − ٢ب ك × ب ي = (ا ء)^2 + (ك ء)^2 + ٢ (ا ء) × ء ف بلكه

م^2 + س^2 − ٢ س م = ع^2 + ط^2 + ٢ ع × $\frac{\text{ط م}}{\text{ع}}$ بلكه م^2 + س^2 − ع^2 − ط^2 = ٢ س م + $\frac{\text{٢ ع ط م}}{\text{ع}}$

= (٢ س + $\frac{\text{٢ ع ط}}{\text{ع}}$) × م بلكه م = $\frac{\text{م}^2 + \text{س}^2 - \text{ع}^2 - \text{ط}^2}{\text{٢ س} + \frac{\text{٢ ع ط}}{\text{ع}}}$ وهرگاه مقدار ب ي يعني

م معلوم شد چون (اي)^2 = م^2 − م^2 است پس ضرورة مقدار اي نيز معلوم خواهد شد وهمچنين چون (اك)^2 = م^2 + س^2 − ٢ س م است پس مقدار اك نيز معلوم خواهد گرديد وچون در هر مثلث كه في الدائره باشد مسطح عمود في نظر دائره مساوي مسطح الضلعين مي باشد كما ثبت في الاصول ومثلث اكب در دائرهٔ مطلوبه واقع شده و اي عمود است پس نسبت اي يعني عمود بطرف اك مثل نسبت اب بطرف نظر دائره باشد بلكه هرگاه مسطح الضلعين يعني اك × اب را بر اي يعني عمود قسمت كنند خارج مقدار نظر دائرهٔ مطلوبه خواهد بود فافهم هذا صورته (شكل ١٩٨)

سؤال سي وششم اگر جميع اضلاع شكل منحرف متساوي الساقين منفرجه اند مثل اب ك ء مع مساحت آن معلوم باشد پس بخواهم كه مقدار نظر اعظم آن بدانم تا كه شكل منحرف مذكور معين شده جواب نظر بين الزاويتين الحادتين را مثل اك وصل كردم و بر ضلع ا ء عمود ك ي و بر ضلع اب عمود ك ف قائم نمودم پس لا محاله زاويهٔ ء وزاويهٔ ب متساويتين منفرجتين اند پس هر دو عمود خارج مثلث واقع خواهند شد پس ا ء معلوم را د و ء ك معلوم را س و ب ك معلوم را ط و ع ب معلوم را ع و مساحت يعني مساحت را (ر) و مقدار ء ي يعني قدر واقع مابين زاويهٔ ء وموقع العمود را م و ب ف يعني قدر واقع مابين زاويهٔ ب وموقع العمود را م فرض كردم و درينصورت

$ب^2 + س^2 + 2 ب مر = (اك)^2$ وهمچنین $ط^2 + ع^2 + 2 ع و = (اك)^2$ است بشکل دوازدهم مقالهٔ ثانیهٔ اصول بلکه $ب^2 + س^2 + 2 ب مر = ط^2 + ع^2 + 2 ع و$ شد بلکه $2 ب مر - 2 ع و = ط^2 + ع^2 - ب^2 - س^2$ و $(كي)^2 = س^2 - مر^2$ است بشکل العروس و $(كف)^2 = ط^2 - و^2$ است ومساحت مثلث $اكي = \frac{ب \times كي}{2} = ب \left[\frac{س^2 - مر^2}{2}\right]$ ومساحت مثلث $اكف = \frac{ع \times كف}{2} = ع \left[\frac{ط^2 - و^2}{2}\right]$ ومجموع مساحتین مساوي شکل منحرف است پس $ب \left[س^2 - مر^2\right] + ع \left[ط^2 - و^2\right] = 2 ر$) گردید وهرگاه $ط^2 + ع^2 - ب^2 - س^2 = 2 ح$ فرض کنم چراکه آن همه معلوم اند پس $ب مر - ع و = ح$ شد وهرگاه این را مربع نمایم $ب^2 مر^2 - 2 ب مر ع و + ع^2 و^2 = ح^2$ شد وهرگاه $ب \left[س^2 - مر^2\right] + ع \left[ط^2 - و^2\right] = 2 ر$ (را مربع نمایم $ب^2 \times س^2 - ب^2 مر^2 + ع^2 ط^2 - ع^2 و^2 + 2 ب ع \times \left[س^2 - مر^2\right] \times \left[ط^2 - و^2\right] = 4 ر^2$ وهرگاه هردو مربع را جمع نمودم $ب^2 س^2 + ع^2 ط^2 + 2 ب ع \times \left[س^2 - مر^2\right] \times \left[ط^2 - و^2\right] - 2 ب ع مر و = 4 ر^2 + ح^2$ شد وهرگاه این را بر $2 ب ع$ قسمت نمودم $\frac{ب^2 س^2 + ع^2 ط^2}{2 ب ع} + \left[س^2 - مر^2\right] \times \left[ط^2 - و^2\right] - مر و = \frac{4 ر^2 + ح^2}{2 ب ع}$ بلکه $\left[س^2 - مر^2\right] \times \left[ط^2 - و^2\right] = \frac{4 ر^2 + ح^2}{2 ب ع} - \frac{ب^2 س^2 + ع^2 ط^2}{2 ب ع} + مر و$ وهرگاه $\frac{4 ر^2 + ح^2}{2 ب ع} - \frac{ب^2 س^2 + ع^2 ط^2}{2 ب ع}$ را بسبب معلومات $= ح$ فرض کنم پس $\left[س^2 - مر^2\right] \times \left[ط^2 - و^2\right] = ح + مر و$ شد وبحسب التربیع $(س^2 - مر^2) \times (ط^2 - و^2) = ح^2 + مر^2 و^2 + 2 ح مر و$ بلکه $س^2 ط^2 - س^2 و^2 - مر^2 ط^2 + مر^2 و^2 = ح^2 + مر^2 و^2 + 2 ح مر و$ بلکه $س^2 ط^2 - س^2 و^2 - ط^2 مر^2 = ح^2 + 2 ح مر و$ بلکه چون $ب مر - ع و = ح$ بود بلکه $ب مر = ح + ع و$ بلکه $مر = \frac{ح + ع و}{ب}$ وهرگاه مقدار مر را در معادلهٔ مذکور تبدیل نمودم $س^2 ط^2 - س^2 و^2 - ط^2 \times \left(\frac{ح + ع و}{ب}\right)^2 = ح^2 + 2 ح و \times \frac{ح + ع و}{ب}$ بلکه $س^2 ط^2 - س^2 و^2$

$$-\text{ط}^2 \times \frac{(\text{ح}^2 + 2\text{ح ع د} + \text{ع}^2\text{د}^2)}{\text{م}^2} = \text{ح}^2 + 2\text{ح د} \times \frac{(\text{ح} + \text{ع د})}{\text{م}}$$ بلكه $\text{س}^2\text{ط}^2 - \text{س}^2\text{د}^2 -$

$$\frac{\text{ط}^2\text{ح}^2}{\text{م}^2} - \frac{2\text{ط}^2\text{ح ع د}}{\text{م}^2} - \frac{\text{ط}^2\text{ع}^2\text{د}^2}{\text{م}^2} = \text{ح}^2 + \frac{2\text{ح ع د}}{\text{م}} + \frac{2\text{ح ح د}}{\text{م}}$$ بلكه $\text{س}^2\text{ط}^2 - \frac{\text{ط}^2\text{ح}^2}{\text{م}^2} +$

$$\frac{\text{ط}^2\text{ع}^2}{\text{م}^2} + \text{س}^2) = \frac{2\text{ح ح د}}{\text{م}} + \frac{2\text{ح ع د}}{\text{م}^2} + \frac{2\text{ط}^2\text{ح ع د}}{\text{م}^2} + \frac{\text{ط}^2\text{ع}^2\text{د}^2}{\text{م}^2} + \text{س}^2\text{د}^2 = \text{ح}^2$$

$\left(\frac{2\text{ح ع}}{\text{م}}\right) \times \text{د}^2 + \left(\frac{2\text{ط}^2\text{ح ع}}{\text{م}^2} + \frac{2\text{ح ح}}{\text{م}}\right) \times \text{د}$ وهركاه $\text{س}^2\text{د}^2 - \frac{\text{ط}^2\text{ح}^2}{\text{م}^2} - \text{ح}^2$ را ف فرض كنم

و $\text{س}^2 + \frac{\text{ط}^2\text{ع}^2}{\text{م}^2} + \frac{2\text{ح ع}}{\text{م}}$ را = ل و $\frac{2\text{ط}^2\text{ع ح}}{\text{م}^2} + \frac{2\text{ح ح}}{\text{م}}$ را = و) فرض نمايم چراكه همه

رقوم معلوم اند پس ل د^2 + و = ف بلكه $\text{د}^2 + \frac{\text{و د}}{\text{ل}} + \frac{\text{و}^2}{4\text{ل}^2} = \frac{\text{ف}}{\text{ل}} + \frac{\text{و}^2}{4\text{ل}^2}$ بلكه د +

$\frac{\text{و}}{2\text{ل}} = \left[\frac{\text{ف}}{\text{ل}} + \frac{\text{و}^2}{4\text{ل}^2}\right]$ بلكه د = $\left[\frac{\text{ف}}{\text{ل}} + \frac{\text{و}^2}{4\text{ل}^2}\right] - \frac{\text{و}}{2\text{ل}}$ وهركاه مقدار د معلوم شد

چون $\text{ط}^2 - \text{ع}^2 + 2\text{ع د} = (\text{أ ك})^2$ است پس ضرورة مقدار أ ك معلوم خواهد شد

بلكه مقدار م و ك ي و ك ف نيز معلوم خواهد گرديد وهو المطلوب

وهذه صورته ..... (شكل ١٩٦)

باب دهم درقواعد فن سیاق ودران چند مطلب است

مطلب اول درتعریف فن سیاق وصور ارقام وکیفیت آن

بدانکه فن سیاق عبارت است ازحساب معاملات که متصدیان اهل اسلام بوضع خاص آنرا دردفاتر حکام ثبت می نمایند وگویند اول اختراع این فن از جناب ولایت مآب امیرالمومنین علي بن ابي طالب است علیه السلام وسیاق درلغت بمعني بریک روش راندن است بایددانست که چون درهرامر ابتدا بنام خداوندتعالی وسبحانه واجب است لهذا برپیشاني افراد اول دفاتراکثرمتصدیان (۱) نویسند لدلالته علی وحدة الله سبحانه وبعضی لفظ هونگارند که کنایه ازذات باري است بلکه برپیشاني هرمکتوب همچنین نوشتن معمول است وبرای اعداد صحاح غیرالواحد والاثنین صورتی خاص ازاسماي اعداد عربیه استنباط نموده اند لهذا این ارقام را ارقام عربیه گویند وبرای واحد واثنین لفظ یک ودومرقوم میسازند الادر روپیه که دران برای واحد لفظ عدد وبرای اثنین لفظ عددان وضع کرده اند وکسور صحاح را دراکثراجناس برقوم هندیه نویسند وعوام متصدیان آنرا هندسه میگویند واین خطاء محض است وچون مخرج کسورهرمقادیررا متعین ساخته اند چنانچه درمطلب نهم باب المساحت درفصلي علحده مذکورگردیده لهذا مخرج را ترک میکنند وصورارقام صحاح ازین جدول واضح شود وبعدازارقام صحاح اسم اشیارا که آن ارقام مقدارا عداد اواست می نویسند مثل اشرفي وذرعه وتهان وغیره الادرعشرات اعداد بعضی اشیانشاني خاص می نهند چنانچه بیان آن بیاید انشاء الله تعالی

قنز

رقم هندیه	اسماء الاعداد	ارقام سیاق	
۱	واحد	۱	و در روپیه عدد و بیشتر بدینصورت عم و بعضی بدینصورت عم نویسند
۲	اثنین	۲	در روپیه عددان و بیشتر بدینصورت عم و بعضی بدینصورت نویسند عم
۳	ثلثه	۳	در روپیه بعد این رقم صورت اول را نیز نویسند بدینصورت ۳ عم و بعضی بدینصورت ۳ عم اثر بلاعشان صورت اول عم دلالت بر روپیه می کند
۴	اربعه	۴	بشرح ایضا
۵	خمسه	۵	بشرح ایضا
۶	سته	۶	بشرح ایضا
۷	سبعه	۷	بشرح ایضا
۸	ثمانیه	۸	بشرح ایضا
۹	تسعه	۹	بشرح ایضا
۱۰	عشره	۱۰	در روپیه بدینصورت ۱۰ و در آنها بدینصورت ۱۰ و در آن که عبارت از عشره باشد ۱۰ و در دیگر اشیا ساعات [illegible] می نمایند

رقم هندیه	اسماء الاعداد	ارقام سیاق	
۱۱	احد عشر	۱۱	بشرح ایضا
۱۲	اثنا عشر	۱۲	بشرح ایضا
۱۳	ثلثه عشر	۱۳	بشرح ایضا
۱۴	اربعه عشر	۱۴	بشرح ایضا
۱۵	خمسه عشر	۱۵	بشرح ایضا
۱۶	سته عشر	۱۶	بشرح ایضا
۱۷	سبعه عشر	۱۷	بشرح ایضا
۱۸	ثمانیه عشر	۱۸	بشرح ایضا
۱۹	تسعه عشر	۱۹	بشرح ایضا
۲۰	عشرون	۲۰	بشرح ایضا
۳۰	ثلثون	۳۰	بشرح ایضا
۴۰	اربعون	۴۰	بشرح ایضا
۵۰	خمسون	۵۰	بشرح ایضا
۶۰	ستون	۶۰	بشرح ایضا
۷۰	سبعون	۷۰	بشرح ایضا
۸۰	ثمانون	۸۰	بشرح ایضا
۹۰	تسعون	۹۰	بشرح ایضا

رقم هندیه	اسماء الاعداد	ارقام سیاق	
۱۰۰	مائة	ما	در روپیه بدینصورت ما عد خواه بدینصورت ما عص
۲۰۰	مائتان	ماا	بشرح ایضا
۳۰۰	ثلث مائة	ماا	بشرح ایضا
۴۰۰	اربع مائة	ماا	بشرح ایضا
۵۰۰	خمس مائة	ماا	بشرح ایضا
۶۰۰	ست مائة	ماا	بشرح ایضا
۷۰۰	سبع مائة	ماا	بشرح ایضا
۸۰۰	ثمانمائة	ماا	بشرح ایضا
۹۰۰	تسع مائة	ماا	بشرح ایضا
۱۰۰۰	الف	اـ	ودر روپیه بعضے بدینصورت نگارند اـ و باید دانست که این نشان از لفظ هزار استنباط کرده اند ودر عشرات الوف هر اشیا اگر عشرات الوف صرف باشد همین نشان ـ می نگارند

رقم هندیه	اسماء الاعداد	ارقام سیاق	
۲۰۰۰	الفان	اـ	بشرح ایضا
۳۰۰۰	ثلثة الاف	ـ	بشرح ایضا
۴۰۰۰	اربعة الاف	ـ	بشرح ایضا
۵۰۰۰	خمسة الاف	ـ	بشرح ایضا
۶۰۰۰	ستة الاف	ـ	بشرح ایضا
۷۰۰۰	سبعة الاف	ـ	بشرح ایضا
۸۰۰۰	ثمانية الاف	ـ	بشرح ایضا
۹۰۰۰	تسعة الاف	ـ	بشرح ایضا

واز عشرات الوف بطور عشرات اعداد نویسند ونشان هزار بران گذارند چنانچه ده هزار بدینصورت ـ ویازده هزار بدینصورت ـ ودوازده هزار بدینصورت ـ وبیست و چهار هزار بدینصورت ـ وهکذا واگر با الوف ومأت وعشرات واحاد هم باشد مأت وعشرات واحاد را فوق الوف نویسند * مثلا دو هزار وچهار صد وبیست وپنج بدینصورت ـ وهکذا تا نود ونه هزار وبعد ازان چون اهل هند مائة الوف را لاکهه میگویند لهذا اهل دفاتر

اسلام آنرا لک می نویسند واگر یک لک صرف باشد در هر اشیا اسماء اشیا بعد ازان نویسند مثل
یک لک روپیه و یک لک اشرفي و یک لک بیگهه وغیران واگر الوف ومأت واحاد وعشرات
هم باشد پس یک لک را فوق والوف وغیره را تحت آن نگارند ونشان هر اشیا مثل بیان صدر
گذارند وهمچنین مافوق لک اسامي مراتب عددیهٔ هندیه را می نویسند مثل کرور وارب
وکهرب ودر روپیه کسر اول را که آنه است برقوم هندیه نویسند ودر یسار آن نشاني می نهند
بدینصورت ر مثل یک آنه ١ر ودو آنه ٢ر وچون آنه را چهار قسم سازند وهر قسم را پائي گویند اعني
ربع آنه بدینصورت نویسند —ر وبرای نصف آنه نقطه در یسار آنه گذارند مثل یک ونیم آنه
١٠ر وسه ربع آنه را بدینصورت —ر وبعضي آنه را بیست حصه کنند وهر حصه را گنده گویند
وآنرا بعد رقوم آنه برقوم هندیه نوشته لفظ گنده نگارند وهر گنده را چهار حصه نموده هر حصه را
کوڑي گویند وهمچنان برقوم هندیه نگارند ودو فلوس را تنکه وهر فلوس را بیست پنج دام
مقرر کرده بدینصورت نویسند ٢٥ دام ونیز شانزدهم فلوس را ادّهي گویند وبدینصورت
نگارند ١٠ دام ونهمن فلوس را دمڑي خوانند وبدینصورت نویسند ٣ دام ونصف فلوس را
اڈهه گویند وبدینصورت نگارند ١٢ دام وربع را چهدام گویند وبدینصورت ¼ دام وهکذا
جمع کسور تا تنکه بهمین صورت بحساب في تنکه ٥٠ دام می نویسند ودر اوزان چهل آثار
تا من شاهجهاني است پس هرچه کمتر از چهل آثار باشد آنرا برقوم هندیه نوشته در یسار
آن لفظ آثار می نهند مثل دو آثار بدینصورت ٢ آثار وغیره وهر آثار را شانزده حصه نموده
هر حصه را چهٹانک خوانند وبدینصورت نویسند ١ آثار ونصف چهٹانک بدینصورت ر
ودو چهٹانک بدینصورت ٢ر وربع آثار را بدینصورت —ر ونیم آثار را بدینصورت
٠ر وهمچنین در اراضي لفظ ذره خواه بیگهه می نگارند وحصهٔ شانزدهم را گره وحصهٔ
بیست وچهارم را ضو خوانند وحصهٔ بیستم بیگهه را بسوا گویند وهکذا وکسور را برقوم هندیه
وکسور کسور را اگر ربع است — واگر نصف است ٠ نویسند وزیاده را برقوم هندیه نگاشته
اسم کسور بران می نویسند *

مطلب دوم دربیان سال وماه وروز ودران چند بیان است

بیان اول درحقیقت سال وماه وروز

باید دانست که چون همه ازاجرام سماوي ظاهرتر افتاب وماهتاب اند لهذا دورهٔ سال را برگردش شمس نهاده اند که مدارکاروبار جهانیان برفصول است وفصول ازگردش شمس حاصل می شود پس مدت دورشمس ازیک نقطهٔ منطقة البروج که مدار شمس است وآنرا درهندي لگن منڈل ودرانگریزی زاڈیک گویند تا معاودت او بهمان نقطه یک سال شمسي حقیقي اعتبارکرده اند ونیزمنطقة البروج را دوازده حصهٔ متساوی فرض کرده مدت سیرشمس دورهرحصه راشهروماه شمسي حقیقي خوانند وازین سبب سال شمسی منقسم بدوازده ماه میگردد وهمچنین مدت دورقمررا ازوضع معین نسبت شمس تا معاودت او بهمان وضع یکماه قمري قرار داده اند مثل مابین هلالین خواه مابین بدرین خواه مابین محاقین وغیرذلک وچون دوازده دورقمری قریب بیک دورشمسی میشود لهذا دوازده ماه قمری را یک سال قمری می شمارند واین سال وماه قمری نیزحقیقي باشد وچون بسبب اختلاف حرکات نیرین مذکورین ضبط ایام شهور ممکن نیست لهذا عقلای اکثر دیارایام شهورهریکي ازشمسي وقمری رانخمینا مختلف مقررنموده اند وآنرا شهوروسال اصطلاحي گویند وبرای مطابقت سال وماه حقیقي یک روزخواه زیاده ازان بحسب حیات درسالهای معین برنامهای معین ازشمسي وقمری می افزایند وآنرا یوم کبیسه گویند وان شهروسال راشهروسال کبیسه خوانند وکبیسه درلغت معني کم آمد سال است پس هریکي ازسال شمسي وسال قمری وماه شمسي وماه قمری منقسم بدوقسم شد یکي حقیقي دوم اصطلاحي که مجموع هشت اقسام باشد وبیان هریک درمحل خودش کرده شود انشاء الله تعالی وشبانروزنیزبردونوع است یکي حقیقي ودوم وسطی وشبانروزحقیقي نزد منجمان اهل فارس ومغرب وفرنگ ازنیم روزتانیم روز دیگر است ونزد منجمان خطا وایغورازنصف شب تانصف دیگرونزد اهل عرب واهل شرع ازغروب شمس که اول شب است تاغروب دیگرونزد اهل هنداز طلوع شمس که اول روزاست تاطلوع دیگروشبانروزوسطي مقداریکدورفلک اعظم است که آنرا حرکت یوم بلیله گویند مع حرکت وسطي شمس وآن ازروی رصدالغ بیگي نط ح یط لر صح خامسه است

اگر یکدور را شصت فرض کنند و روز نزد منجمان اهل فارس و روم و هند از طلوع مرکز شمس است تا غروب او و نزد اهل شرع از طلوع صبح صادق است تا غروب تمام جرم شمس و چون انتهای روز ابتدای شب و انتهای شب ابتدای روز پس برین منوال حال شب نیز قیاس باید کرد و منجمان اهل فارس و مغرب و روم و فرنگ و هند هریک از شبانروز حقیقی و وسطی را بیست و چهار قسم کنند و آنرا ساعات مستویه و معتدله گویند و نیز از هریک از شب و روز را بدوازده قسم متساوی کنند و ساعات معوجه و زمانی خوانند و منجمان خطا و ایغور و ترک شبانروز را بدوازده قسم متساوی کنند و آنرا جاغ گویند و برای آن دوازده نام مقرر کرده اند و اسامی آن از جدول معلوم شود و هر جاغی را بهشت قسم کنند و آنرا گهنه گویند و نیز دوازده سال را یک دور قرار داده اند و نام هر سال باسمای جاغ مقرر ساخته چنانچه منجمان در تقویم آنرا مینویسند و عوام آنرا سواری نوروز مینویسند و سال را ئیل گویند چنانچه در دفتر و فرامین بادشاهی نشان ئیل و اولد ئیل و غیر آن نوشته میشود و نیز شبانروز را بده هزار قسم قسمت کنند و هر قسم را فنک گویند *

اسامی جاغها

فارسی مطابق ترکی	ترکی	ایغور	ختا
موش	مشچقان	کسکو	ژه
بقر	اود	اوی	چیو
پلنگ	پارس	پارس	تسم
خرگوش	تسقان	تسقان	لو
نهنگ	لوی	لوی	چن
مار	ایلان	ایلان	سنر
اسپ	یونت	یونت	لو
گوسپند	ئوی	قوی	وی
بوزینه	پیچ	پیچ	شن
مرغ	تخاقو	تخاقو	یو
سگ	یت	یت	سو
خوک	انگور	تونگور	حای

وباید دانست که مثلاً برای ضبط اوقات امورات و واقعات مالی را که دران حادثهٔ عظیم مثل ظهور ملتی یا جلوس بادشاهی یا طوفانی یا زلزلهٔ وامثال آن واقع شده باشد مبدأ تاریخ مقرر کرده اند وآن بحسب اصطلاح هر قوم مختلف است چنانچه در هند باستعمال تاریخ هجری وفرس ورومی وانگریزی وهندی که آنرا سنبت گویند مشهور است وبیان هر یک در محل خودش کرده شود انشاء الله تعالی ونام ماه های عربی وفارسی و رومی وعبری وهندی ونام بروج دوازده گانه از جدول واضح شود جدول این است

نام ماه های عربی	نام ماه های که در هند مشهور است	نام بروج عربی	نام بروج هندی	نام بروج انگریزی	نام ماه های فارسی	نام ماه های رومی	نام ماه های هندی	نام ماه های انگریزی
محرم	دهنا	حمل	میکهه	اریز	فروردین	نیسان ۳۰ یوم	بیساکهه	اپریل ۳۰ یوم
صفر	تیرتی	ثور	برکهه	تارس	اردی بهشت	ایار ۳۱ یوم	جیٹهه	می ۳۱ یوم
ربیع الاول	بارہ وفات	جوزا	متهن	جمینی	خورداد	حزیران ۳۰ یوم	اساڑه	جون ۳۰ یوم
ربیع الثانی	میران محی الدین	سرطان	کرک	کینسر	تیر	تموز ۳۱ یوم	ساون	جولائی ۳۱ یوم
جمادی الاول	مدار	اسد	سنگ	لیسو	مرداد	آب ۳۱ یوم	بهادون	اگست ۳۱ یوم
جمادی الاخر	خواجه معین الدین	سنبله	کنیا	ورگو	شهریور	ایلول ۳۰ یوم	آسن	سپطمبر ۳۰ یوم
رجب	رجب	میزان	تولا	لیبرا	مهر	تشرین الاول ۳۱ یوم	کاتک	اکتوبر ۳۱ یوم
شعبان	شبرات	عقرب	برچهک	سکارپیو	آبان	تشرین الاخر ۳۱ یوم	اگهن	نومبر ۳۰ یوم
رمضان	روزه	قوس	دهن	سجی تریس	آذر	کانون الاول ۳۱ یوم	پوس	دسمبر ۳۱ یوم
شوال	عید	جدی	مکر	کری کارن	دی	کانون الاخر ۳۱ یوم	ماگهه	جنوری ۳۱ یوم
ذی القعده	خانی	دلو	کومبهه	ایکوریس	بهمن	شباط ۲۸ یوم	پهاگن	فبروری ۲۸ یوم
ذی الحجه	بقرعید	حوت	مین	پیسز	اسفندارمذ	اذر ۳۱ یوم	چیت	مارچ ۳۱ یوم

وباید دانست که اهل هند و فرنگ هفت روز را منسوب بکواکب سبعهٔ سیاره می نمایند و آنرا هفته میگویند و نام هر روز را بنام کواکب منسوب الیه موسوم میسازند و اول هفته نزد آنها روز یک شنبه است که منسوب بشمس است لعلو شانه و اهل عرب ایام هفته را معین می کنند لیکن منسوب بکواکب نمیسازند و گویند که ایزد تعالی جمیع مخلوقات را از ابتدای یک شنبه تا روز جمعه بیافرید و روز شنبه استراحت نمود لهذا یک شنبه را یوم الاحد و دوشنبه را یوم الاثنین و سه شنبه را یوم الثلثا و چهارشنبه را یوم الاربعا و پنجشنبه را یوم الخمیس خوانند و چون پیدایش جمیع مخلوقات بروز جمعه تمام شد آنرا یوم الجمعه خوانند و شنبه را یوم السبت گویند چه سبت بمعنی آسایش است و این بموجب معتقد یهود است پس اول هفته نزد آنها روز یکشنبه باشد و نزد اهل اسلام اگرچه ابتدای آفرینش از روز یک شنبه بموجب حدیث ثابت میشود و ترجمهٔ حدیث اینست که خالق کن فیکون روز یک شنبه و دوشنبه زمین را آفرید و جبال معدن را روز سه شنبه مخلوق گردانید و روز چهارشنبه امصار و انهار و اموات را پدید آورد و در روز پنجشنبه تا سه ساعت روز جمعه سماوات و ملائکه را خلق کرد انتهی و هم برین دال است کلام الهی خلقنا السموات والارض وما بینهما فی ستة ایام ثم استوی علی العرش اگرچه ثم استوی علی العرش دلیل بر بودن روز شنبه است برای مطابقت حدیث لیکن روز شنبه را یوم استراحت گفتن ازین حدیث ثابت نمیشود چه ظاهر است که این سبحانه از استراحت وغیر استراحت منزه است تعالی شانه لهذا اول هفته نزد اهل اسلام روز شنبه است و نزد اهل فارس و در زمان قدیم ایام هفته معین نیست چراکه فارسیان یکماه را سی روز قرار داده برای هر روز نامی خاص معین کرده اند چنانچه بیان آن بیاید انشاء الله تعالی چنانچه روز پنج الی یکی و نهایة الادراک مندرج است و ازین سبب معلوم میشود که شنبه و یک شنبه وغیره نامهای هفتگانه از مصطلحات متأخرین اهل فارس است که مطابقت اهل عرب مقرر ساخته اند چنانچه روز جمعه برین معنی دال است که حرف عین مخصوص کلام عرب است و نام ایام هفتگانه و نام کواکب سبعهٔ سیاره که در هند و فرنگ و فارس و عرب مشهور است درین جدول ثبت اند *

نام کواکب هندی	نام کواکب انگریزی	نام کواکب عربی	نام کواکب فارسی	نام ایام سبعه هندی	نام ایام سبعه عربی	نام ایام سبعه فارسی	نام ایام سبعه انگریزی	نام القاب کواکب
رپی وایت	سن	شمس	افتاب	ایت وار	یوم الاحد	یکشنبه	سن ڈی	خسرو فلك
سوم چندر سمان	مون	قمر	ماه	سوم وار	یوم الاثنین	دوشنبه	مون ڈی	مشیر و قاصد فلك
منگل	مارس	مریخ	بهرام	منگل	یوم الثلثا	سه شنبه	ٹیوس ڈی	چاه فلك وکوتوال فلك ونحس اصغر
بده	مرکری	عطارد	تیر	بده	یوم الاربعا	چهارشنبه	ودنس ڈی	دبیر فلك و مهندس فلك و اخترداش و صاحب جوزا وسعد اصغر
برسپت	جپی تر	مشتری و برجیس	هرمز	برسپت و جمعرات	یوم الخمیس	پنجشنبه	تهرس ڈی	قاضی فلك واخترداش وسعد اکبر
شکر	وینوس	زهره	ناهید	شکر	یوم الجمعه	جمعه	فرائی ڈی	ولی ومطرب فلك طیب القلب و سعد اکبر
سنیچر	سائرن	زحل	کیوان	سنیچر	یوم السبت	شنبه	سٹرڈی	شحنه فلك وپاسبان فلك هندوی چرخ ونحس اکبر

بیان دوم در سال هجري باید دانست که مبدء این تاریخ غرهٔ محرم آن سال بوده که محمد صلی الله علیه وسلم از مکه بمدینه هجرت فرمود وآن روز پنجشنبه بود واهل شرع ماه های این تاریخ را از رویت هلال تا رویت هلال دیگر اعتبار کنند وآن از سي روز زیاده واز بیست ونه کم نمی باشد وتا چهار ماه متوالي سي سي روز میتواند شد زیاده ني وسه ماه متوالي بیست ونه روز میتواند شد زیاده ني ودوازده ماه را سال اعتبار کنند پس سال وماه ایشان قمري حنفي بود ومنجمان اهل اسلام محرم را سي روز وصفر را بیست ونه روز وهمچنین یکماه را سي روز ودوم را بیست ونه روز علی الترتیب حساب می کنند پس ماه ذي حجه بیست ونه روز باشد واز ین سبب مقدار سال سه صد وپنجاه وچهار روز می شود وچون از روی سال قمري حنفي کسري افتد لهذا در هر سی سال یازده روز ایام کبیسه قمري می افزایند وماه ذي حجه را در سالهای دوم وپنجم وهفتم ودهم وسیزدهم وپانزدهم وهجدهم وبیست ویکم وبیست وچهارم وبیست وششم وبیست ونهم سي روز اعتبار مي کنند وبرای تعین روز اول سال قاعده مقرر کرده اند اما می اگر بخواهند غرهٔ محرم از سالهای هجري را بدانند که کدام روز از روزهای سبعه خواهد بود چون ظاهر است که سالهائیکه بران یوم کبیسه افزوده شده

سالهای تامه گردیده و سالهائی که دران یوم کبیسه افزوده نگردید سالهای ناقصه اند و چون سالهای هجری نزد اهل شرع از روی رویت و سال تامه است لهذا سالهای هجری را از دوصد و ده طرح کنند که باقی دوصد و ده خواه کمتر ازان بماند پس آن باقی را بر سی قسمت نمایند و خارج قسمت را در پنج ضرب کرده محفوظ نگاه دارند و آنچه از قسمت باقی مانده باشد دران سالهای کبیسه و غیر کبیسه را تفریق کنند بموجب بیان صدر * مثلا اگر بیست و هشت باقی ماند پس ده سال کبیسه و هجده سال غیر کبیسه است و اگر نه باقی ماند پس چهار سال کبیسه و شش سال غیر کبیسه و بعد ازان عدد سالهای کبیسه را در پنج و عدد سالهای غیر کبیسه را در چهار ضرب کرده بر محفوظ بیفزایند و مجموع را هفت هفت طرح کنند که عدد باقی روز اول سال است یا آنرا مدخل سال گویند * مثلا اگر بعد طرح یک باقی ماند روز شنبه غرهٔ محرم خواهد بود و اگر دو باقی ماند یک شنبه غرهٔ محرم است و همچنین اگر بخواهند که روز اول هر ماه را ازان سال بدانند پس ازین جدول استخراج نمایند هر روز یک معادی روز اول سال و معادی ماه مطلوبه باشد مدخل آن ماه خواهد بود و نیز برای سهولت جدول مدخل سال نیز نوشته اند که سالهای هجری را بر دوصد و ده قسمت کنند و باقی را از معادات احاد و عشرات ملاحظه نمایند که مدخل سال معلوم شود

جدول مدخل ماههای ناقصه

محرم	پنجشنبه	جمعه	شنبه	یک شنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه
صفر	شنبه	یک شنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه
ربیع اول	یک شنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه	شنبه
ربیع الثانی	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه	شنبه	یک شنبه	دوشنبه
جمادی الاولی	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه	شنبه	یک شنبه	دوشنبه	سه شنبه
جمادی الاخری	جمعه	شنبه	یک شنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه
رجب	شنبه	یک شنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه
شعبان	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه	شنبه	یک شنبه
رمضان	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه	شنبه	یک شنبه	دوشنبه
شوال	پنجشنبه	جمعه	شنبه	یک شنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه
ذی قعده	جمعه	شنبه	یک شنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه
ذی حجه	یک شنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه	شنبه

جدول مدخل سالهای ناقصهٔ هجری

	ه ۵	ل ۳۰	س ۶۰	ص ۹۰	تک ۱۲۰	قن ۱۵۰	قف ۱۸۰
۱	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه
۲	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه
۳	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه
۴	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه
۵	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه
۶	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه
۷	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه
۸	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه
۹	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه
۱۰	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه
۱۱	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه
۱۲	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه شنبه	یک شنبه	جمعه
۱۳	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه
۱۴	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه
۱۵	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه
۱۶	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه
۱۷	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه
۱۸	دوشنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه
۱۹	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه
۲۰	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه
۲۱	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه
۲۲	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه
۲۳	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه
۲۴	شنبه	پنجشنبه	سه شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه
۲۵	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه
۲۶	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه
۲۷	شنبه	پنجشنبه	سه شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه
۲۸	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه
۲۹	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه
۳۰	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه

بدانکه روز اول سال وماه درینجا بحساب منجمان مراد است و از روی رویت اگر یک روز کم وبیش شود اعتبار ندارد وهمچنین اگر خواهند عدد ایام سالهای هجري تا تاریخی از ماه معین بدانند که چند است پس عدد سالهای تا ماه هجري را در سه صد وپنجاه وچهار ضرب کنند که عدد ایام سال ناقصهٔ هجری است وبعد ازان عدد سالهای تا ماه را بر سي قسمت نموده خارج را در یازده ضرب سازند که عدد ایام کبیسه است وحاصلین را جمع سازند وانچه از روی قسمت باقي مانده باشد دران ملاحظه کنند که چند سال کبیسه است پس عدد کبایس بران مجموع بیفزایند که عدد ایام سالهای تا ماه هجری حاصل شود وبعد ازان عدد ماه‌های که از محرم تا تاریخ معین مطلوبه بوده باشد بگیرند بترتیبیکه نزد منجمان است اعني محرم سي روز وصفر بیست ونه روز وهکذا وجمع سازند که عدد ایام هجری تا تاریخ معین حاصل شود وباید دانست که اعداد حاصله را هفت هفت طرح کنند وباقي را از روز پنجشنبه بشمارند اگر مطابق روز تاریخ مطلوبه باشد فهو المراد والا اگر یک روز یا دو روز کم وبیش واقع شود کم وبیش نمایند ونیز تاریخ مطلوبه باید که از روی مداخل سال وماه درست باشد والا صحیح نموده عمل نمایند که آن تفاوتها بسبب تفاوت رویت هلال است باید دانست که سنهٔ فصلي همان سال هجریست که محمد اکبر بادشاه در عهد خود برای درستی حساب دفاتر از ابتدای ماه آسن هندي مقرر نموده چراکه در هندي حساب محصولات بر فصول است وبدون آن منضبط نمی شد پس ازان جهت یک سال فصلی موافق یک سال هندي شد وچون در سالهای قمري هندي بعد سه سال یکدا وکبیسه می شود که آنرا لوند خوانند چنانچه بیان آن بیاید انشاء الله تعالی لهذا درمیان سال هجري وفصلي تفاوت شد وهمین تفاوت بحسب زیادت ماه های کبیسه زیاده می شود وعدد سال هجری زیاده وعدد سال فصلی کم می گردد وسال هندي شش صد وچهل ونه سال وپنج ماه از سال فصلی بیشتر است پس درگاه بر سال فصلي قدر تفاوت مذکور بیفزایند سال هندي حاصل شود واگر از سال هندي نکاهند سال فصلي حاصل شود *

بیان سوم در تاریخ عیسوی ورومي بدانکه مبدء تاریخ رومي روز دوشنبه بعد از وفات سکندر ذیالقرنین بدوازده سال شمسي از غرهٔ تشرین الاول است ومبدء سال عیسوی نیز

روز دوشنبه بود منسوب بولادت حضرت عیسی علیه السلام از غرهٔ جنوری و سالهای وشهرهای این هردو تاریخ شمسی اصطلاحی اند چراکه سه صد وشصت وپنجروز وربع روزی زیادت ونقصان سال می شمارند وشهرهای دوازده گانهٔ هردو تاریخ درعدد ایام متساوی اند چنانچه درجدول شهور ثبت افتاد وچون مجموع ایام سال این هردو تاریخ سه صد وشصت وپنج میشود لهذا درسال چهارم بعوض کسر ربع درتاریخ رومی بماه شباط ودرعیسوی بماه فروری یک یوم کبیسه می افزایند وباید دانست که اول سال عیسوی اعنی غرهٔ جنوری بیست ویکم کانون الاول سال کبیسه بود پس از سال دوم تا سه سال بتاریخ بیستم ماه مذکور غرهٔ جنوری شد بعدازان تاچهارسال رومی بتاریخ بیست ویکم کانون الاول غرهٔ جنوری میشود وباز تاچهارسال بتاریخ بیستم ماه مذکور غرهٔ جنوری واقع میشود وپس ازان تاچهارسال بتاریخ ۲۱ عود میکند وابتدای سال رومی از قریب راس المیزان وابتدای سال عیسوی ازقریب راس الجدی است ونیز باید دانست که سال رومی قبل از سال عیسوی است بسه صد ویازده هزاروهشتاد ویک یوم واز روی حساب ۱۱۳۶۷۳ یوم میشود واگرنخواهند که مجموع ایام سالهای رومی خواه عیسوی تاتاریخ معین بدانند باید که سالهای گذشته رادرسه صد وشصت وپنج ضرب کنند وربع عدد سالهای گذشته راکه صحیح باشد بران بیفزایند که مجموع ایام سالهای گذشته باشد وبران ایام ماه گذشته مع تاریخ مطلوب زیاده کنند که مجموع ایام تاتاریخ مطلوبه باشد وآنرا هفت هفت طرح کرده باقی را از روز دوشنبه بشمارند اگرمطابق روز تاریخ مطلوبه بود فهو المراد والا یک روز بیفزایند خواه بکاهند تاعدد ایام درست شود وامثلهٔ این همه بیاید انشاء الله تعالی *

بیان چهارم درتاریخ فارسی بدانکه مبدء این تاریخ روز سه شنبه سال جلوس یزدجرد بن شهریار است وشهور این تاریخ نیز شمسی اصطلاحی است چه سه صد وشصت وپنجروز را سی گیرسال میگیرند وماه های را سی سی روز ودراخرایان پنجروز کبیسه زیاده می کنند وآنرا خمسهٔ مسترقه گویند

۱	۲	۳	۴
فروردین	بهمن	اردی بهشت	شهریور

قس

۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	
اسفندارمذ	خرداد	مرداد	دیاوز	اذر	ابان	خور	ماه	تیر	گوش	دیمهر	
۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	
مهر	سروش	رشن	فروردین	بهرام	رام	باد	دیبدین	دین	ارد	اشتاد	
۲۷	۲۸	۲۹	۳۰					۱	۲	۳	
اسمان	زامیاد	مارا سفند	انیران	ونام خمسه مسترقه این است				اهنود	اشنود	اسفندمذ	
۴	۵										
دهشت	همنویس										

واگر بخواهند که مجموع ایام سالهای فارسي تا تاریخ معین بدانند پس عدد سالها را درسه صد وشصت وپنج ضرب کرده عدد ایام ماه‌ها تا تاریخ معین بران بیفزایند که مجموع عدد ایام تا تاریخ مطلوب باشد ونیز ازان هفت هفت طرح کرده امتحان سازند وباقي را از روز سه شنبه بشمارند *

بیان پنجم در تاریخ هندي که آنرا سنبت گویند وابتدای آن از وقت جلوس راجه بکرماجیت روز سه شنبه است واین سال شمسي اصطلاحي وماه‌های این قمري اند از ابتدای یک بدر تا بدر دیگر اعتبار می کنند وآنرا پورن ماسي گویند ونیز از یک محاق تا محاق دیگر گیرند وآنرا اماوس گویند وهرماه را سي حصه کنند وهرحصه را تهه گویند وهرگاه هرماه را سي یوم اعتبار کنند ماه قمري اصطلاحي شود ودر تقاویم هندي مدت سیر قمر در هر حصه را ثبت سازند ومجموع سیرسي حصه را شهر اعتبار کنند پس این ماه‌های قمري حقیقي باشد وباز برای مطابقت فصول بعدسي شهر وگاهي بعدسي ویک شهر بکماه کبیسه می افزایند ولهذا سال ایشان شمسي اصطلاحي می شود ونیز باید دانست که اهل هند هرماه را دو قسم کنند یکي از اخر محاق تا بدر وآنرا شوکل پکهه گویند وشوکل بمعني روشن است وپکهه بمعني حصه ونیز آنرا سودي گویند ودیگر از آخر بدر تا محاق وآنرا کرشن پکهه خوانند وکرشن بمعني سیاه است ونیز بدي می نامند واز ابتدای سنبت از روز اول شوکل پکهه ماه ماگهه است لیکن در تقاویم ونزد اهل عرف بسبب قرب نوروز از چیت سودي می گیرند واگر بخواهند که ایام سالهای سنبت را تا تاریخ معین بدانند پس عدد سالهای ماضیه را درسه صد وشصت ضرب کرده بر حاصل ضرب عدد ایام ماه‌ها از ابتدای ماگهه سودي تا تاریخ مطلوبه بیفزایند

ومجموع رادر ۷۹۶۶۶۸ که هفت لک ونود وشش هزار وشش صد وشصت وهشت که عدد
ه ما بر مح) خامسه است ضرب سازند وبرحاصل ضرب پنجاه وپنج کرور وپنجاه ودولک وشصت
هزار وچهارصد که بدینصورت ۵۵۵۲۶۰۴۰۰ که عدد (صت ح لط) خامسه است بیفزایند
ونیزهفتاد وهفت کرور وهفتاد وشش لک که بدینصورت ۷۷۷۶ ۰۰۰۰۰ ومخرج خامسه
است قسمت کنند پس صحاح خارج قسمت ماه های کبیسه باشد وآنرا درسی ضرب نموده
حاصل را بر مجموع اول بیفزایند ومحفوظ دارند وبازاین محفوظ رادو دولک ودو هزار و
هفتصد وهفتاد وشش که بدینصورت ۲۰۲۷۸۶ وعدد (نوبط صو) رابع است ضرب کرده برحاصل
ضرب چهل وهفت لک وپانزده هزار ودوصد وهشتاد که بدین صورت ۴۷۱۵۲۸۰ وعدد
(لا صط صح) رابع است بیفزایند وبریک کرور بیست ونه لک وشصت هزار که
بدینصورت ۱۲۹۶۰۰۰۰ ومخرج رابع است قسمت سازند وصحاح خارج قسمت را ازمحفوظ
بکاهند که باقی عدد ایام سالهای سنپت تا تاریخ معین خواهد بود وباید دانست که اهل
هند نام ماه هارا که درجدول گذشته ثبت افتاده بنام یکی ازمنازل قمر نهاده اند چراکه
قمر بروز بدریت هرماه درمنزلی که بنام آن ماه است می باشد ومنازل قمر که آنرا بهندی
نچهتر گویند بیست وهشت است ازانجمله یک منزل که آنرا بهندی ابهجت وبعربی
سعد ذابح خوانند بسیار قلیل است لهذا درتقاویم هندی بیست وهفت منزل مندرج میکنند
وهرمنزل راچهارحصه مقرر نموده هرحصه رابهندی چرن خوانند بجیم فارسی ووجه تسمیهٔ آن
بمنازل قمراین است که قمر دریک روز تقریبا یکی ازان منازل قمر را قطع می کنند وچون سیر قمر
دریکماه سیزده برج تقریبا است لهذا منطقة البروج بسبب این منازل منقسم به بیست وهشت
می شود بلکه هربرج منقسم بدو منزل و ربع منزل تقریبا می گردد ونیز درتقاویم هندی
تحویل شمس دران منازل رابترتیب می کنند چنانچه ازانجمله نجهترهای بارش که تعلق
بشمس دارد مشهور است وجدول اسامی منازل قمراینست

۱	شرطین	اسینی	۱۵	غفرا	سوانی
۲	بطین	بهرنی	۱۶	زبانا	بیساکهه
۳	ثریا	کرتکا	۱۷	اکلیل	انرادها
۴	دبران	روهنی	۱۸	قلب	جیشتها
۵	هنعه	مرگهرا	۱۹	شوله	مول
۶	هنعه	ادرا	۲۰	تذابم	پورباهاد
۷	ذراع	پنرپسو	۲۱	بلده	اوتراهاد
۸	نثره	پکهه	۲۲	سعدذابح	ابهجت
۹	طرفه	اشلیشا	۲۳	سعد بلعه	سرونا
۱۰	جبهه	مگها	۲۴	سعود	دهنشتها
۱۱	زبره	پورپهالگنی	۲۵	لعدبه	ست بیشا
۱۲	صرفه	اوتراپهالگنی	۲۶	مقدم	پورباهادرپد
۱۳	عوا	هستا	۲۷	مؤخر	اوتراپهادرپد
۱۴	سماک	چترا	۲۸	رشا	ریوتی

وبیزتر اهل هند ماه‌های شمسی حقیقی است که از تحویل شمس میگیرند وآنرا سنکرانت گویند ونام ماه‌های شمسی در تقاویم نام بروج می نویسند ودر دانتونگاله همین نام ماه‌های قمری نوشته میشود وابتدای بسیاری از تحویل حمل می گیرند وانام ماه‌های شمسی ازابتدای حمل بدینطریق است * لاولاب لاولا لا شمس مه است * ال کط وکط ال شهور گونه است * اعنی حمل ۳۱ وثور ۳۱ وجوزا ۳۲ وسرطان ۳۱ اسد ۳۱

وسنبله ۳۱ ومیزان ۳۰ عقرب ۳۰ قوس ۲۹ جدی ۲۹ دلو ۳۰ حوت ۳۰ واین تقریبی است وازروی تحویل گاهی یک روزکم وبیش می شود ودر دفاتر بنگاله ازروی تحویل تحقیقی که سنکرات گویند تاریخ ماه می نویسند لیکن غرهٔ ماه ماگهه که تحویل جدی است همیشه بتاریخ یازدهم جنوری می شود وایام سالهای شمسی حقیقی گاهی سه صد وشصت وپنج وگاهی سه صد وشصت وشش می شود وباید دانست که حساب تحویل شمس نزد منجمان هند بدو طریق می شود یکی ازروی زیچ قدیم که زیچ بکرماجیت است وآنرا سنکرات گویند ودوم اززیچ محمدشاهی که راجه جی سنگه درعهد محمدشاه بادشاه تیار نمود وآنرا این خوانند وباید دانست که در دفاتر بنگاله سال از ماه بیساکهه شمسی شروع می شود وآنرا بنگله گویند وآن بعینه سال فصلی است وتفاوت همین است که سال فصلی ازابتدای ماه اسن وابتدای سال بنگله ازماه بیساکهه شمسی می شود وهمچنین اهل اوڈیسه ازابتدای چیت مقرر کرده اند وهمین سال فصلی را سال ولایتی می نامند *

بیان ششم در تحویل یک تاریخ بتاریخ دیگر باید دانست اگر سال وتاریخ یکی ازسالهای هجری خواه فارسی خواه رومی خواه عیسوی خواه هندی معلوم باشد وبخواهند که سال وتاریخ دیگر را بدانند طریقش این است که اول سال وتاریخ معلوم را که محول است روز سازند وسال وتاریخ مطلوبه را که محول الیه است ببینند که مبدء آن پیش ازمبدء تاریخ محول است یا بعد آن پس اگر مبدء پیش ازمبدء محول باشد ایام مابین التاریخین را ازجدول که درذیل مرقوم است دریافته بر ایام سال وتاریخ محول بیفزایند واگر مبدء محول الیه بعد ازمبدء محول است ایام مابین التاریخین ازایام محول بکاهند ومجموع خواه باقی را سالهای محول الیه سازند وطریقش این است که اگر محول الیه سال هجری است روزها را برسه صد وپنجاه وچهار قسمت کنند وخارج قسمت را بسی قسمت ساخته دریازده ضرب کنند وانچه ازروی قسمت دوم باقی ماند اعداد ایام کبایس آن بطوریکه دربیان دوم مذکور گردیده حاصل سازند وبرحاصل ضرب بیفزایند که مجموع اعداد ایام کبایس است پس آنرا ازایام باقی قسمت اول ساقط نموده باقی را ماه سازند بطریقیکه دربیان دوم مذکور شد اعنی محرم سی روزه صفر بیست ونه روزه وهکذا تاریخ معین حاصل نمایند پس خارج قسمت اول

فسا

مقدار سالهای ماضیه است وانچه باقي ماند آنرا ماه و روز شمارند بطریقیکه در بیان سوم مذکور شد اعني از ابتدای فروردی سي سي یوم برای هرماه بگیرند وبرای ماه ابان سي وپنج روز وانچه باقي ماند تاریخ ماه باشد واگر محول الیه سال رومي وعیسوي بود عدد ایام را برسه صد وشصت وپنج قسمت نموده برخارج قسمت واحد افزوده ربع صحیح آنرا از ایام باقي نقصان کنند که خارج قسمت عدد سالها است وباقي ایام ماه های سال موجود خواهند بود پس آنرا از روی ایام هرماه که درجدول مندرج است ماه وروز سازند واگر محول الیه سال هندي باشد پس عدد ایام را دریک کرور وبیست وسه لک وشصت هزار وپانصد وشصت وهشت که بدینصورت ۱۲۳۶۰۵۶۸ وعدد (تو م صط الح خامسه است ضرب نموده برحاصل ضرب بیست وهشت کرور وبیست ونه لک وشانزده هزار وهشت صد که بدینصورت ۲۸۲۹۱۶۸۰۰ وعدد الاصط خامسه است بیفزایند ومجموع را بر هفتاد وهفت کرور وهفتاد وشش لک که بدینصورت ۷۷۷۶۰۰۰۰۰ ومخرج خامسه است قسمت کنند وخارج را برعدد ایام افزوده محفوظ دارند وباز محفوظ را در هفت لک وهفتاد ودو هزار ونه صد ودوازده که بدینصورت ۷۷۲۹۱۲ وعدد م ل ضابط خامسه است ضرب سازند وبرحاصل ضرب پنجاه وپنج کرور پنجاه ودو لک وشصت هزار وچهارصد که بدینصورت ۵۵۵۲۶۰۴۰۰ وعدد ضب ح لط خامسه است بیفزایند ومجموع را برمخرج خامسه که بالا مذکور شد قسمت سازند که صحاح خارج قسمت عدد ماههای گذشته است پس آنرا در سي ضرب ساخته از محفوظ نقصان سازند وباقي را برسه صد وشصت قسمت کنند که خارج قسمت سالهای ماضیه سنبت است وایام باقي را ماه سازند بحساب في ماه سي یوم واز ابتدای ماههای هندي بشمارند که تاریخ مطلوبه حاصل شود

جدول فصل تاریخین

نام نذر تاریخ	ایام بارقام هندیه	ایام بعبارت	ایام بارقام استینه
فصل رومی علی هجری	۳۴۰۷۰۰	سه لک وچهل هزار و هفت صد	الدلح ک
فصل عیسوی علی هجری	۲۲۷۰۲۷	دولک و بیست و هفت هزار بیست وهفت	ا ح ح ه
فصل سنت علی هجری	۲۴۷۸۵۱	دولک وچهل وهفت هزار هشت صد و پنجاه و یک	ا ح ح نا
فصل رومی علی عیسوی	۱۱۳۶۷۳	یک لک وسیزده هزار و شش صد و هفتاد وسه	لا لد لح
فصل سنت علی عیسوی	۲۰۸۲۴	بیست هزار هشت صد و بیست و چهار	ه هری
فصل رومی علی فارسی	۳۴۴۳۲۴	سه لک وچهل وچهار هزار وسه صد وبیست وچهار	ا لد لح صد
فصل هجری علی فارسی	۳۶۲۴	سه هزار و شش صد و بیست و چهار	ا ها الد
فصل عیسوی علی فارسی	۲۳۰۶۵۱	دولک وسی هزار وشش صد وپنجاه و یک	ا د و نا
فصل سنت علی فارسی	۲۵۱۴۷۵	دولک وپنجاه و یک هزار چهار صد وهفتاد وپنج	ا ط نا نه
فصل رومی علی سنت	۹۲۸۴۹	نود ودو هزار هشت صد و چهل ونه	الد مر الط

مثال امروز که تاریخ هشتم ماه ربیع الثانی سنه ۱۲۲۹ هجری روز پنجشنبه معلوم است
رومی خواهم که تاریخ رومی بدانم پس عدد سالهای ماضیه راکه ۱۲۲۸ بود در ۳۶۴ ضرب
نمودم حاصل ضرب ۴۳۷۱۲ شد وباز ۱۲۲۸ را بوسی قسمت نمودم خارج چهل شد
آنرا در یازده ضرب نمودم حاصل ۴۴۰ گردید وباقی ۲۸ ماند عدد ایام کبیسه ازان
حاصل نمودم یعنی چون دران سال کبیسه دوم وپنجم وهفتم ودهم وسیزدهم وپانزدهم وهجدهم
وبیست ویکم وبیست وچهارم وبیست وششم بود پس ده عدد ایام کبیسه شد وعدد ایام
ماهها تاریخ گرفتم محرم ۳۰ یوم وصفر ۲۹ یوم وربیع الاول ۳۰ یوم وربیع الثانی ۸ یوم

ومجموع ۹۷ یوم است پس این عدد را بر حاصل ضرب افزودم بدین صورت .

۴۳۴۷۱۲ حاصل ضرب اول

۴۴۰ حاصل ضرب ثانی که ایام کبیسهٔ سالهای تامه اند

۱۰ عدد ایام کبیسهٔ سالهای گذشته

۹۷ عدد ایام ماههای گذشته

۴۳۵۲۵۹ واین مجموع ایام سالهای هجری

تا تاریخ هشتم ربیع الثانی سنه ۱۲۲۹ هجری شد

وچون از روی مدخل ماه امتحان کردم اعنی اول مدخل سال سنه ۱۲۲۹ در یافتم بدین طریق که عدد سالهای ۱۲۲۹ را از دو صد و ده طرح کردم باقی بکصد و هفتاد و نه ماند و آنرا از روی جدول مدخل سال دریافتم که غرهٔ محرم بروز پنجشنبه بود پس در جدول مدخل ماه نظر کردم وغرهٔ ربیع الثانی بروز سه شنبه بر آمد و در این صورت باید که هشتم ربیع الثانی بروز سه شنبه باشد وبنابرین از مجموع ایام که تا تاریخ هشتم است هفت هفت طرح کردم شش باقی ماند و آنرا از روز پنجشنبه شمار نمودم سه شنبه می آید و از روی رویت پنجشنبه است پس دانستم که تفاوت دو روز بسبب اختلاف رویت است لهذا دو روز دیگر بر مجموع ایام افزودم ۴۳۵۲۶۱ مجموع ایام هجری شد و از آن عدد نقاصل ایام رومی را که ۳۴۰۷۰۰ بود افزودم مجموع ۷۷۵۹۶۱ ایام سالهای رومی لغایت تاریخ مطلوبه شد پس آنرا بر سه عدد و نصف و ربع قسمت نمودم خارج ۲۱۲۵ گردید ۷۰۱ باقی ماند هرچند خارج آخر ربع می تواند بر آمد لیکن چون عدد ربع خارج قسمت هم از باقی ساقط نمودن است لهذا عدد آخر را چهار دهم وبعد از آن ربع خارج قسمت را که ۵۳۱ است از باقی مذکور تفاضل نمودم ۱۷۰ باقی ماند وآن عدد ایام سال سنه ۱۲۲۹ رومی است آنرا بر ماههای رومی از ابتدای تشرین الاول توزیع نمودم بدین طریق تشرین الاول ۳۱ یوم تشرین الآخر ۳۰ یوم کانون الآخر ۳۱ یوم شباط ۲۸ ومجموع را که ۱۵۱ بود از ۱۷۰ که باقی بود تفاضل نمودم باقی ۱۹ ماند و آن ایام ماه آذر است پس دانستم که تاریخ هشتم ربیع الثانی سنه ۱۲۲۹ هجری روز پنجشنبه نوزدهم ماه آذر سنه ۱۲۲۵ رومی است وهمچنین اگر خواهم که تاریخ عیسوی بدانم پس

تفاصل عیسوي را که ۲۲۷۰۲۷) است برایام هجري لغایت هشتم ربیع الثاني که ۴۳۵۲۶۱ بود افزودم مجموع ۶۶۲۲۸۸ شدوان ایام سال عیسوي است پس آنرا برسه صدوشصت وپنج قسمت نمودم خارج ۱۸۱۳ شدو۵۴۳ باقیماند وربع خارج راکه ۴۵۳ بودازباقي ساقط نمودم ۹۰ باقیماند وآنرا ازابتدای جنوري گرفتم بدین طریق جنوري ۳۱ فبرروي ۲۸ مارچ ۳۱ ومجموع هم نودبوم شد پس دانستم که تاریخ هشتم ربیع الثاني سنه ۱۲۲۹ هجري ۳۱ مارچ سنه ۱۸۱۴ عیسوي است واگرخواهم که تاریخ فارسي بدانم پس فصل هجري علی الفارسي را که ۳۶۲۴ بود ازایام هجري لغایت هشتم ربیع الثاني ساقط نمودم باقي ۴۳۱۶۳۷ ماند وآنرا برسه صدوشصت وپنج قسمت نمودم خارج ۱۱۸۲ گردید ودوصدوهفت باقیماند انرا ماه کردم پس معلوم شد که بیست وهفتم مهر سنه ۱۱۸۳ یزدجردي بتاریخ هشتم شهر ربیع الثاني سنه ۱۲۲۹ هجري است واگرتاریخ سنپت مطلوب باشد تفاصل سنپت راکه ۲۴۷۸۵۱ بود بر ۴۳۵۲۶۱ که ایام سال هجري است افزودم ۶۸۳۱۱۲ شدوان مجموع ایام سنپت است پس انرادر ۱۲۳۶۰۵۶۸ ضرب نمودم وبرحاصل ضرب که ۸۴۴۳۶۵۲۳۲۷۶۱۶ شد ۲۸۲۹۱۶۸۰۰ زیاده کردم ومجموع را که ۸۴۴۳۹۳۵۲۴۴۴۱۶ گردید بر ۷۷۷۶۰۰۰۰۰ قسمت نمودم خارج صحیح ۱۰۸۵۸ شد آنرا برمجموع ایام سنپت افزودم ومجموع راکه ۶۳۹۷۰ گردید محفوظ داشته در ۷۷۲۹۱۲ ضرب نمودم وبرحاصل ضرب که ۵۳۶۳۷۷۷۴۰۶۴۰ گردید ۵۵۵۲۶۰۴۰۰ افزودم و ۵۳۶۹۳۳۰۰۱۰۴۰ رابر ۷۷۷۶۰۰۰۰۰ قسمت کردم صحاح خارج ۶۹۰ گردیدوان ماههای کبیسه هندي است که آنرا الوندگویند پس آنرادر ۳۰ ضرب نمودم حاصل راکه ۲۰۷۰۰ بودازمحفوظ اعني ۶۹۳۹۷۰ ساقط نمودم باقي ۶۷۳۲۷۰ ماند انرابرسه صدوشصت قسمت نمودم خارج ۱۸۷۰ گردید وان سالهای تامه سنپت است وباقي هفتاد ماند وانرا ازماکهه سودي حساب کردم بدینصورت ماکهه سودي ۱۵ پهاگن ۳۰ چیت بدي ۱۵ چیت سودي ۱۰ پس معلوم شد که تاریخ هشتم ربیع الثاني سنه ۱۲۲۹ هجري دهم چیت سودي که في الحقیقت تاریخ بیست وپنجم ماه چیت سنه ۱۸۷۱ سنپت است واگرسال فصلي باشد مطلوب باشد چون ماه ابن همین ماههای هندي اند لهذا ششصدوچهل ونه سال

قسب

وپنج ماه که قدر تفاضل است از سالهای سنبت کم کردم باقی ۱۴۲۱) ماند وهمچنین
است حال سنه بنگله وولایتی لیکن اگر بخواهم که تاریخ بنگله بدانم از ابتدای یازدهم
جنوری غره ماگهه که راس الجدی است حساب کردم بیست ویکم ماه چیت سنه
۱۲۲۰ بنگله مطابق هشتم ربیع الثانی سنه ۱۲۲۹ هجری گردید وهمچنین ۲۸ چیت
سنه ۱۲۲۰ ولایتی شد وهمچنین اگر سال وتاریخ رومی خواه عیسوی خواه فارسی خواه
سنبت معلوم باشد عمل نموده تاریخ وسال مطلوبه حاصل سازند لیکن باید دانست که
درینصورت استخراج تاریخ عربی وسنبت تحقیقی متعذر است گاهی تفاوت یک دو روز خواهد
افتاد چراکه در تاریخ عربی رویت شرط است وتاریخ سنبت متعلق از تقویم است
واضباط تحقیقا ممکن نیست *

بیان هفتم در تاریخ جلوسی بادشاهان هند باید دانست که سلاطین از روز جلوس
خود سال جلوس در دفترنامه میسازند وماه های ایشان همین ماه های عربی قمری اند
لیکن سالهای جلوسی نیز قمری اند وتفصیل هر یکی از ابتدای محمد بابر بادشاه تا آخر
سلسله گورکانیه اینجا بر بیان معلوم شود انشاء الله تعالی فردوس مکانی ظهیر الدین محمد
بابر بادشاه که در دهلی جلوس نموده ۱۳ رجب سنه ۹۳۲ هجری روز جمعه جشن
اشیانی نصیر الدین محمد همایون بادشاه بعد وفات بابر بادشاه در آگره جلوس نموده سنه
۹۳۷ هجری روز معلوم بیست همایون بادشاه از شیرشاه شکست خورده در سنه ۹۴۰
بطرف ولایت رفت در سنه ۹۴۹ هجری شیرشاه بعد همایون بادشاه جلال خان پسر خود
بنام سلیم شاه بعد وفات شیرشاه جلوس نمود ۱۷ ربیع الاول
سنه ۹۵۲ محمد عادل شاه بعد سلیم شاه که مشهور بعدلی شاه بود جلوس نمود سنه ۹۶۰
هجری تاریخ روز معلوم بیست جشن اشیانی همایون بادشاه مرتبه دوم در دهلی
بعد جلوس نمود در رمضان سنه ۹۶۲ هجری عرس اشیانی جلال الدین محمد اکبر
بادشاه بعد وفات همایون بادشاه در کلانور روز جمعه جلوس نمود ربیع الاول سنه ۹۶۳
هجری جشن مکانی نور الدین محمد جهانگیر بادشاه در اجمیر روز جمعه چهاردهم
ماه جمادی الثانی جلوس نمود سنه ۱۰۱۴ هجری فردوس آشیانی شهاب الدین محمد

شاه جهان بادشاه بیست ودوم جمادی الاولی سنه ۱۰۳۶ هجری درلاهور جلوس نمود خلد مکان ابوالمظفر محی الدین اورنگ زیب عالمگیر در شاهجهان اباد جلوس نمود ۲۴ رمضان سنه ۱۰۶۹ هجري خلد منزل قطب الدین محمد بهادر شاه در نیشاپور جلوس نمود ۱۷ ذي حجه سنه ۱۱۱۸ هجري معزالدین کوکبهارا مشهور ابوالفتح محمد معزالدین جهاندار شاه جلوس نمود ۲۰ صفر سنه ۱۱۲۴ هجري فرخ سیر بادشاه پسر عظیم الشان در اکبرآباد جلوس نمود بعد شکست وکشته شدن معزالدین ۱۳ ذی حجه سنه ۱۱۲۴ هجری محمد رفیع الدرجات پسر رفیع القدر بعد قید فرخ سیر در شاهجهان آباد جلوس نمود ۹ ربیع الثانی سنه ۱۱۳۱ هجری ودرهمان عرصه فوت کرد ورفیع الدوله برادرش برتخت نشست او نیز درهمان ایام فوت نمود فردوس ارامگاه محمد شاه بادشاه دراکبرابادازدهلی آمده جلوس فرمود وتاریخ جلوس خودازغره ربیع الثانی مقرر نمود غره ربیع الثانی سنه ۱۱۳۱ هجری احمد شاه بادشاه پسر محمد شاه دردهلي جلوس نمود غره جمادی الاولی سنه ۱۱۶۱ هجری عزیز الدین عالمگیر ثاني پسر معزالدین بعد قید احمد شاه دردهلي جلوس نمود دهم شعبان سنه ۱۱۶۷ هجری شاه جهان ثانی در دهلی جلوس نمود بعد قتل عالمگیر ثاني ۸ ربیع الثانی سنه ۱۱۷۳ هجری شاه عالم بادشاه در الهآباد جلوس نمود ۱۱ جمادي الثاني سنه ۱۱۷۳ هجری اکبرشاه بادشاه در شاهجهان آباد بعد فوت عالم شاه بادشاه جلوس کرد تاحال موجوداست ۷ رمضان سنه ۱۲۲۱ هجری *

مطلب سوم در مصطلحات کاغذات وغیره فن سیاق

بدانکه کاغذات متعدد بان برد وقسم است یکی بیرج بباء موحده دوم تیرج بتاء قرشت بیرج کاغذي راگویند که دران جمع اعداد را که میزان گویند در وسط مد نویسند وآنرا گوشوارة خوانند وتفصیل انرا تحت آن مدات تفصیلی کشیده نگارند ومد سمي خط طولی است وکاغذ دفاتر که برافراد نوشته میشود همه بیرج مي باشد وشاذاً تیرج هم عند الضرورت مي نویسند وبیرج دراصل بارزاست بمعني ظاهر ودراصطلاح اهل دفاتر وسط تحت مد راگویند ومتصدیان آنرا تحریف نموده بیرج اطلاق میکنند وتیرج کاغذي راگویند که برای جمع نمودن اعداد هرقسم اجناس متعدده که بدفعات واقع شوند

مدات هر اجناس را برابر در یک سطر نوشته و اول همه مدات اجناس مد آسامی نگاشته
دفعات ان اجناس را تحت مد اسامی و اعداد آنرا تحت مد جنس نویسند و در پائین جمع
اعداد هر جنس را که میزان گویند بعد خط عرضی نگارند و تحقیق لفظ تیرج بنظر فقیر نیامده
ظاهرا امالهٔ تاراج باشد و باید دانست که در افراد که کاغذ بیرج است در فرد اول پیشانی
سفید گذاشته و در وسطی طولی مدی که مخصوص ان کاغذ باشد مثل جمع و خرج و واصلباقی
وغیره می کشند و بعبارت فارسی مجملا خصوصیت ان کاغذ را مرقوم میسازند و آنرا عنوان
گویند و وسط فرد را طولا شکن کرده دو طرف قرار می دهند و آنرا ضلع خوانند و سر پیشانی
افراد را هر دو طرف محرف شکن می کنند پس طرف راست را گوشه محرف و طرف چپ
را گوشهٔ اتصال خوانند و طرف چپ تحت هر مد را ایراد و طرف راست تحت هر مد را حشو
گویند و وسط تحت هر مد را بار خوانند و هر رقم که از رقمی مستثنی کنند آنرا منها گویند
مستثنی را اگر یک مرتبه باشد در حشو تحت مستثنی منه نوشته باقی را در بار می نگارند
و اگر دو مرتبه باشد اول را در ایراد تحت مستثنی منه نوشته باقی را در حشو آرند و مستثنی
ثانی را تحت باقی نوشته باقی ثانی را در بار نویسند و ایراد مصدر از باب افعال که مادهٔ
ان ورود است و حشو بمعنی خالی و زاید است اعنی ارقام حشو و ایراد مطلوب حقیقی
نیست از جملهٔ زوائد است و زیادت اعداد را ایراد بیاد معجمه خوانند و آنهم گاهی در حشو
و ایراد واقع میشود پس اگر مستثنی در حشو خواه ایراد باشد تحت ان علامت باقی بدینصورت
ـــ نویسند و این نشان را ولد گویند و اگر زیادت و غیره در حشو خواه ایراد باشد تحت ان
علامت کتابت مفرد گویند بدینصورت مـــ نویسند و مد بینین را که مد گوشوار یک جنس
است در ارقام ضمیمه کنند و برای تفصیل تحت ان دو مد در دو طرف کنند و هر یک طرف
را تربیع ورق که خوانند و گاهی چهار مد که دو یکطرف اند کنند و همچنین گاهی شش و
غیر آن لیکن معمول است که مدات تفصیلی درج می کنند و بعضی مدات فرد هم
می کنند لیکن این خلاف ضابطه است و در ورقی که خالی ماند در ان مد باقی که بمعنی
سفیدی است می نویسند بدینصورت مـــ تا بکسی در انجا چیزی نوشتن نتواند و آنرا بیض
خوانند و برابتدای پیشانی فرد دوم در وسط هر مدی مخصوص مع عبارت که در فرد

اول نوشته شد می نویسند وآنرا طغرای پیشانی خوانند وتحت آن مدات سابقه که ارقام آن فرد متعلق آن مدات باشند می نگارند وباید دانست که مدات سابقه تا پنج مد اگر باشد تحت پیشانی نویسند واگر زیاده بود تا هفت مد درگوشهٔ اتصال نگارند وآنرا طغرای ثانی خوانند واگر زیاده ازان باشند درگوشهٔ محرف نویسند وآنرا طغرای ثالث گویند وباقی مدات را تحت طغرای پیشانی نگارند ونیز معمول است که مد ثانی اصغر از اول ومد ثالث اصغر از ثانی می کشند وهکذا ودرگوشهٔ اتصال اعداد عدهٔ افراد را بر نوم هندیه نگارند وآنرا ورق داغ گویند وسردفتر مثل دیوان وغیره برگوشهٔ محرف بعبارت مثل اول ودوم وسوم می نویسند وجمع را منفرده وخرچ را منذالک ووجهه وباقی را باقی وتتمه گویند وکاغذی را که دران آمدنی روزمرهٔ هر اجناس را نویسند آنرا سیاه گویند که بمعنی مبیداست ومد سیاه بدینصورت کشند ـــــ وسیاه تاریخ وار می باشد ودران تعین یوم هم می کنند ولهذا مدات ایام اسبوع می کشند بدینصورت *

یوم الاحد	یوم الاثنین	یوم الثلثا	یوم الاربعاء	یوم الخمیس	یوم الجمعه	یوم السبت
یکشنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه	شنبه

وکاغذی را که دران آمدنی وخرچ روزمره مندرج باشد آنرا روزنامچه وچتهه گویند وباید دانست بعضی مسودهٔ روزنامچه را سیاه خوانند وکاغذی که دران از روی سیاه خواه روزنامچه تاریخ وار آمدنی خواه خرچ هریک اجناس را علحده علحده بطور تبرچ دریک یک فرد نگارند که بعد یکماه خواه یک سال تعداد هریک را جدا جدا معلوم نمایند کرد آنرا اوارجه وکهتونی گویند ودران اول مد آسامی کشند بدینصورت لا ـــ وتحت آن مد هر تاریخ نویسند بدینصورت ـــ ـــ وبرابر مد آسامی مد جنس کشند مثل مد روپیه بدینصورت رو ـــ ومد اشرفی اسرفی وغیر ذلک وبعضی یک مد افزون کشند بدینصورت (ـــ ـــ) ودر تحت آن جمیع اعداد لغایت هر تاریخ مندرج سازند تا حاجت میزان نشود وآنرا جمع بمعنی جمع اشیای پراگنده وبعضی گویند که بمعنی حساب است وکاغذی را که مشتمل بر حقیقت اجناس بر سبیل اجمال باشد آنرا مجمل خوانند وکاغذی را که مشتمل بر آمدنی وخرچ یکماه یا زیاده ازان باشد آنرا جمع وخرچ گویند ومد آن بدینصورت است

نسخ

جمع و خرج و کاغذی که مشتمل بر جمع و وصول باشد آنرا جمع و اصلباني خوانند و مدآن
بدینصورت است جمع و اصلباني و کاغذی که جامع حقیقت کلي باشد از روی افراد
و اجزاء آنرا نسخه گویند و نسخه بمعني نقل است و همچنین هر کاغذی باسم خاص که مناسب
آن است که موسوم میشود و در کاغذات دیهات خسره عبارت از کاغذ پیمایش زمین
خواه نظرات محصول است و منتخب که عبارت از گوشوارهٔ اجناس است معروف است
و باید دانست که مجموع افراد یک قسم کاغذ را طبق گویند و حلقه از کاغذ بسازند که در آن
آنهمه افراد توانند ماند و متفرق نشوند و آنرا قید ک خوانند و نیز اهل دفاتر هر جنس را که
انواع و افرادان کثیر باشد مد مینویسند و در مد ملاحظه می کنند که هر حرف از اسم جنس
قابل مد می باشد آنرا بمد میکنند و اگر حرفی قابل مد نباشد بضرورت غیر مد را هم در مد
می نگارند و اجناسیکه مدات آن در کار خانجات معمول است بدین تفصیل است کتب
برای مصحف مجید و دیگر کتب و بیاض یا عبیه برای غلام یکه بز بخراجه سراجواهر برای
مروارید و الماس و غیره که مرد غیر مرصع باشد و آنرا پیاده نیز خوانند معدنیات برای
نقره و طلا و مس و غیره نظرات آلات برای مرصع آلات و طلا آلات و نقره آلات و غیره
اقمشه برای زربفت و مخمل و مشجر و غیره ریشمي بفتحهای موحده مفتوح و سکون فوقاني
نوقاني برای نهان های پارچه سوني ملبوسات برای جبه و فوطه و سربند و غیره اثواب
برای جامه و قبا و پیرهن و غیره مفروشات برای قالین و شال و عبي و غیره مفروش از نقاعات
برای تاله بافته و نات و راوني و غیره بشمه برای سفرلاط و نطاس و پیرهن آدخنه و دوشاله
و غیره عطریات برای عطر و مشک و عنبر و گلاب و غیره اسلحه برای شمشیر و بندوق و جمدهر
و غیره براق برای جوشن و زره و خود و غیره و باید دانست که سلاح و براق اگرچه هر دو
یک معني است لیکن چون دو نوع است که یکی برای دفع دشمن و دوم برای حفظ
بدن لهذا هر دو قسم را جدا جدا نوشته اورار برای آرد و سوهان و تیشه و مقراض و چاقو و غیره
اخاد بحاء معجمه و دال معجمه برای مناقیاران پرنده شکاري طیور برای کبوتر و بلبل
و طوطي و غیره مراکب برای تازه طلی و شتری و اسبی و خچر و ران و غیره دواب برای
اسب و قاطر و شتر و نرگاو و غیره انعام برای نر و گوسفند و میش و غیره سباع برای شیر

وپلنگ وچیته وسیاه گوش وغیره حیوانات برای آهو ونیل گاو وغیره رخوت برای فیل واسب وشتر وغیره قراطیس برای کاغذ سفید وافشان وطومار وغیره مقاقیر برای نباتات بویا مثل دارچینی والایچی ودیگر مصالح گرم ادویات برای بادیان وهلیله وغیره ادویه مفرده ادهان برای روغن وچرب وغیره ترشیات برای اچار وغیره عذوبات برای نبات وقند وعسل وحلوا وغیره اقسام شیرینی نقلات برای اقسام نقل مربا برای اقسام مربا اصناف برای آرد ومیده وبرنج ودال ونمک وغیره لحمات برای گوشت وماهی ترکاری برای بادنجان وپودینه وغیره اثمار برای نارنجی وکیله وغیره از قبیل میوهٔ تر جفاف برای کشمش وبادام وچارمغز وغیره از قبیل میوهٔ خشک تنبولات برای تنبول وسپاری وهرچه ازین قبیل باشد اعراق برای عرق اجواین وعرق دارچینی وغیره مکیفات برای هرچیزیکه کیف دار باشد اجنحه برای هرجانور پرنده الوان برای لاجورد وشنگرف وسندور وغیره فلات برای گندم وجو وشالی وغیره مزامیر برای قانون وسرصندل ورباب وغیره جرمیه برای بلغار وادیم وغیره قرارپای برای پاپوش وموزه ونعلین وپای تابه وغیره وزن برای مقادیر اوزان خواه از آهن خواه از سنگ باشد*

مطلب چهارم در مبیزات اشیا

بدانکه اهل دنیا هرشی را بلفظی خاص مینویسند مثل روپیه واشرفی وبعضی آلات وملبوسات را عدد مینویسند وانسان را نفر وهمچنین بعضی شی را قطعه وغیره وما هریکی را بیان می کنیم عدد برای روپیه واشرفی وخود وتبضه وشمشیر ودستهٔ کاغذ وصندوق وغیره قطعه برای مرواریدی که عبارت از دو بلوس باشد ونیز روپیه را تنکهٔ سفید واشرفی را تنکهٔ سرخ گویند می در مروارید ونصیل آن گذشت قرد در مکیلات اعنی پیمانه که از ان اوزان می کنند دانه در هرکنگی ومروارید نقطه در سمور ودر بعضی جواهر غیر مروارید وطیور غیر شکاری وچوب ودندان فیل ودندان ماهی ودر کاغذ مثل فرمان وپروانه ودر تصویرات وباغات وجوبیات قبضه در اسلحه ودر شمشیر وکارد وخنجر وکتاری وبندوق وکمان دست در سپر ونیزه وآبه وبرچهی وشانه وتسبیح ومرغان شکاری وتیشه واستره ومقراض ودرفش وبادکش وغربال وسائر اجناس انچه بدست استعمال کنند طاق در

افشه نهان در زر بفت ملبوسات در پشمینه سوای سقرلاط شقه در قمات وسقرلاط درعه .
در افشه وابنت وپشمینه که ولچه باشد وبکر عمل نمایند ونیز در قورونوار وزمین
سکونت نفر در آدم وشتران وبعضی گویند که شتر را بعیر می نویسند ورفته رفته بصورت
نفر برآمده وبعضی بجواب آن ظاهر کرده اند که لازم نیست که ممیز هر چیز البته ان
چیز باشد که بمعنی دلالت کند بران چنانچه عدد را روپیه ودر بعضی آلات هم مینویسند
وقطعه در جواهر ودر مرغان هم مستعمل شده واز ین قبیل چیزهای بسیار بانته میشود
وظل در شامیانه وسه چوبه وقلندری وغیره نویسند منزل در کشتی ودر بعضی اقسام خیمه
مثل زمین دوز وراونی ولونهله ونسیو وخرگاه وسراپرده وبال وطهارتخانه ودر انچه سوار
شوند مثل بالکی وتالکی وسوکهپال وتولی وکجاوه وعماری وهودج وحویلیات وغیره
حلقه در کتاب وپوست چهار بابان سیم در تیر که کمتر از دسته باشد نخته در کاغذیکه سفید
وکم از دسته باشد دسته در تیر وکاغذ سفید را نشان که بیست وچهار نخته مروج دیار است و
دوازده دسته را گدی نامند حکم در مناسب خدمات مثل قضا واحتساب وصدارت
وغیره فرد در مفروشات مثل قالین وقالیچه وشطرنجی وجاجم منفرد ودر اوراق زوج
در قالین وقالیچه وشطرنجی وجاجم ودستانه که جفت باشد قلاده در سباع شکاری
وغیره راس در اسب وگاو وگاومیش واشتر ومرکب وتورومیش ونیل گاو وگورخر وتور
در آهو وخرگوش وکرنه باجه ومثال آن قاب در خدمت بات در گوشواره لفظ هندی
است که مستعمل شده خفت در زیورهای دست وبازوچاجی وآنکه وداون دست
وامبار موزه وکفش وهرچه ازین قبیل باشد نخته در پوستین باد وخته نیز در قلم ونشان
قرص در نان زنجیر در میل عقد در زیورهای گلو مثل ملا وغیره بات در خانه ودر کفن
وغیره قاب وطبق در طعام کاسه در آش ودر بیاره رکابی در قلوه ونوری وکتاب
بکچه در زمین زرعی موازی نجر در زمین مسطه در زنجیر مینه در شیشه های بوار گلاب
وغیره سرج در زین جعبه در نرکش ضرب در زیورک وتوپ وغیره مکان در صوبجات
محل در بزرگات موضع در قریات بلده در شهر کلان قصبه در شهر خورد بندر در شهریکه
کنار دریا ومحل انار چهار باشد بات در حصر تهانوی وفصلی وبلاکبندی فص در انگشتری

ظرف دردبک وطبق ورکابي وپاندان وکانسه وهرچه از قبیل آوند باشد دن درخور وآسامي درزدان *

خاتمه

این کمترین خلایق مشهور باسم کانهجي قوم کایتهه ماتهر مولف کتاب خزانة العلم که منزوي گنج گمنامي است هرچند لیاقت آن نداشت که به تصنیف وتالیف این کتاب بردازد لیکن محض بتائیدات سبحاني وتوفیقات یزداني درجمع قواعد مسائل وحل مشکلات این فن شریف سعي موفوره بعمل آورده خصوصا درترجمهٔ الجبراي انگریزي کمال مشقت کرده واکنوز جناب مستطاب معلي القاب مظهر لطف وکرم منبع جود وحلم خورشید فلک امارت مشتري بیت الشرف نصفت وعدالت حاکم جم جاه کیوان بارگاه خداوند نعمت مسترهنري ڈکلس صاحب بهادر دام اقباله تصحیح آن ترجمه نموده الحمد لله والمنه بعون عنایت ایزد سبحانه وجل شانه این کتاب شریف که مجمع مطالب لطیف است اختتام پذیرفته وتمام انگه شود که بنظر عالي متعالي صاحبان عالیشان فلک مکان که قدردان این فن عالي اند خصوص جناب خداوند نعمت نواب کیوان بارگاه ناظم الملک صمصام الدوله مسترفرانسس هاکنس بهادر هیبت جنگ که صدر دیباچه بنام نامي انجناب مزین است وجناب خداوند نعمت مسترهنري ڈکلس صاحب بهادر که خاتمه بنام والاي آنجناب تزئین یافته وجناب عالي متعالي خدیوزمان خداوند دوران مجمع عدل واحسان جناب فلک رکاب سیف الملک ناظم الدوله دوستدار خان مستر ارج بالدستین صاحب بهادر شهامت جنگ که این کمترین خلایق ازبدو شعور بسایهٔ عاطفت آن والاجاه تربیت یافته واین قصیده درمدح ودعاي آنجناب وردزبان میدارد بگذرد *

قصد

قصیده

* ای قائم از وجود تو نام و نشان عدل * وی آنکه شد بلند ز عدل تو شان عدل *
* این ابلق سپهر که خو کرده کجروی است * از شهسوار حکم تو شد همعنان عدل *
* هر کشتهٔ جفای زمانه پیش تو * آید اگر که تا بکند امتحان عدل *
* از یک نگاه لطف و کرم زنده اش کنی * اعجاز مسیحوی بکنی در زمان عدل *
* شیر فلک به نور و حمل می برد پناه * هرگه که تیر حکم نهی در کمان عدل *
* حد عدالت تو چه گویم که شد قضا * از حکم نصفت تو ز فرمان بران عدل *
* هر سائلی که از تو سؤال جوی کند * دینار و گوهرش دهی ای بحر کان عدل *
* از بهر خاص و عام تو در دادهٔ صلا * از خلق و لطف خویش بگسترده خوان عدل *
* هر بیکس و غریب که شد میهمان تو * مشکور نعمت تو شد ای میزبان عدل *
* هرگه که ابر رحمت تو در فشان شود * نخل امید بر دهد ای بوستان عدل *
* گردد ز مهر لطف تو هر روزه آفتاب * هر جا نظر بیکسی از دیدبان عدل *
* شاهین کند بشهپر و گنجشک آشنی * هر جا عقاب حکم تو گردد اشیان عدل *
* از سایهٔ عدالت تو بسته در جهان * هستند خاص و عام بدار الامان عدل *
* دارند جن و انس و ملایک ز بهر تو * هر صبح و شام ورد خدای آسمان عدل *
* تا مهر و ماه نور فشان است بهر تو * باشد بفرق عالمیان سایبان عدل *
* از زندگی غلامی درگاه آرزوست * ای خسرو زمانه و نوشیروان عدل *

فهرست خزانة العلم

باب دوم در کسور وابن مشتمل بر
مقدمه ویازده مطلب است که آنرا
در انگریزی فراکشن گویند ... ۱۰۷

باب سیوم در بعض فوائد عام که محاسب
را دانستن آن ضرور است و
در ان چهار مطلب است ... ایضا

باب چهارم در طریق حساب اهل تنجیم

مطلب اول در مساحت سطوح